

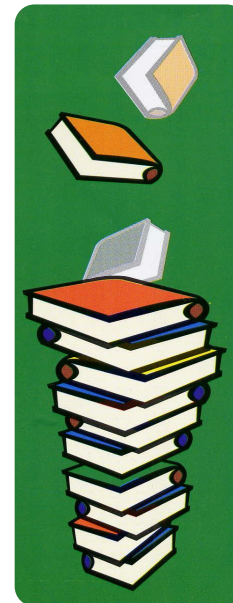
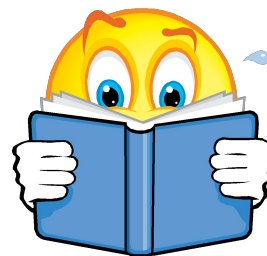
$$1) (x^2 - 2xy)dx - xydy \neq 0;$$

$$2) x(y^2 - 4)dx - ydy \neq 0;$$

$$3) ye^x dx - (y - e^x)dy \neq 0.$$



Маша + Петя = Л



# Уравнения вокруг нас



Проект учащихся 10-а класса

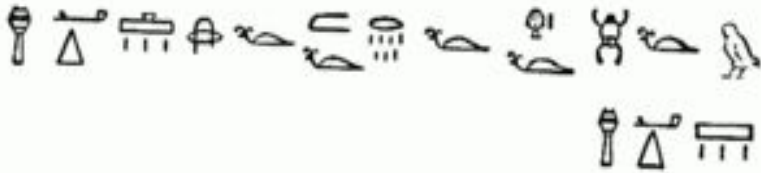
Уравнение — это равенство?  
Что такое уравнение?  
двух функций, содержащих  
один и тот же аргумент



# Немного истории...



# Математика в Древнем Египте

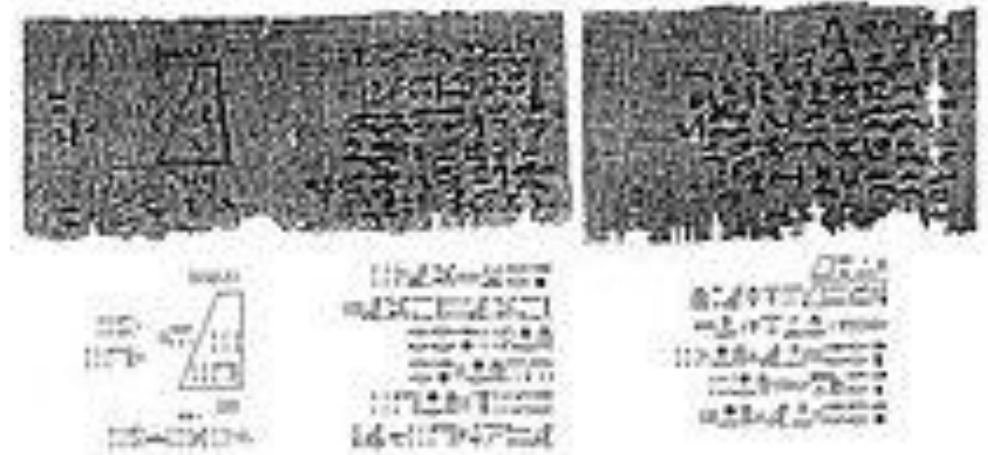


Иероглифическая запись  
уравнения

$$x \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + 1 \right) = 37$$

Московский папирус

(около 1850 г. до н. э.)



Одна из задач

Московского папируса:

*«Число и его половина  
составляют 9. Найти число.»*

Современная запись решения:  $x + \frac{1}{2}x = 9$

# Математика в Древнем Египте

Неизвестное число - „*хау*“, „*куча*“ или „*неизвестное количество*“ единиц



Часть папируса Ахмеса. 1650г. до н.э.

Задача из сборника Ахмеса:

«Куча и ее четвертая часть дают вместе 15. Найти кучу».

Запись задачи нашими знаками:

$$x + \frac{1}{4}x = 15$$



# Решение:

## « МЕТОД ЛОЖНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ».

В папирусе Ахмеса решение начинается так:

«Считай с 4; от них ты должен взять четверть. А именно 1 и 4 вместе 5». Затем 15 делится на 5, частное умножается на 4 и получается неизвестное 12.

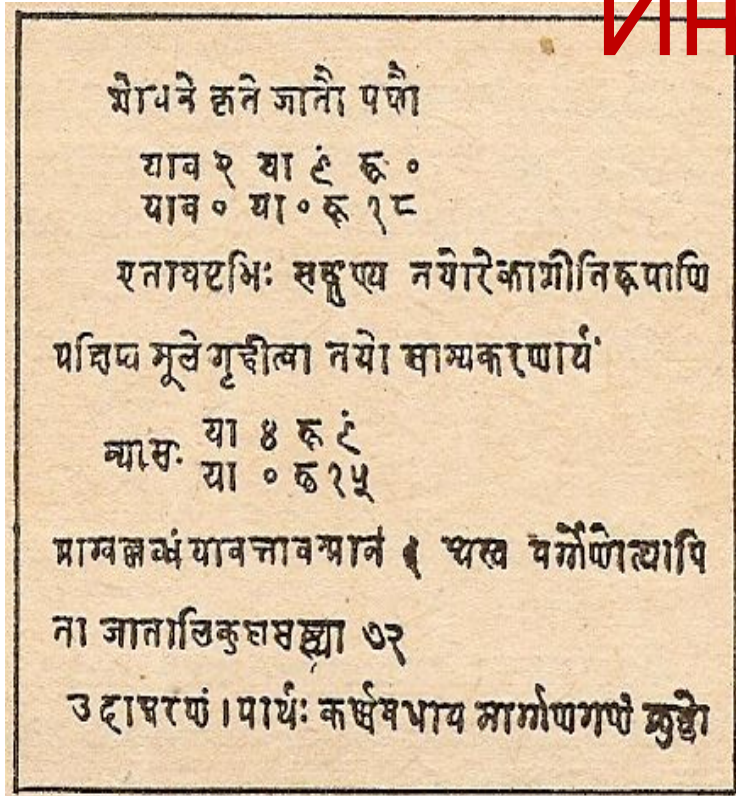
$$x + \frac{1}{4}x = 15$$

$$\frac{5}{4}x = 15$$

$$x = 15 : \frac{5}{4}$$

$$x = 12$$

# Математика в Древней Индии



$$\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12 = x$$

$$x^2 - 64x = -768$$

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 32^2$$

$$(x - 32)^2 = 256,$$

$$x - 32 = \pm 16,$$

$$x_1 = 16, x_2 = 48.$$

Часть страницы из алгебры Бхаскары «Видиса  
Ганита» VII век  
(вычисление корней)

# Математика исламского средневековья

## «ал-мукабала» и «ал-джабр»

$$6x - 13 = 5x - 8$$

$$6x + 8 = 5x + 13$$

$$6x - 5x = 13 - 8$$

$$x = 5$$



"ал-джабр"



"ал-мукабала"



# Арифметика

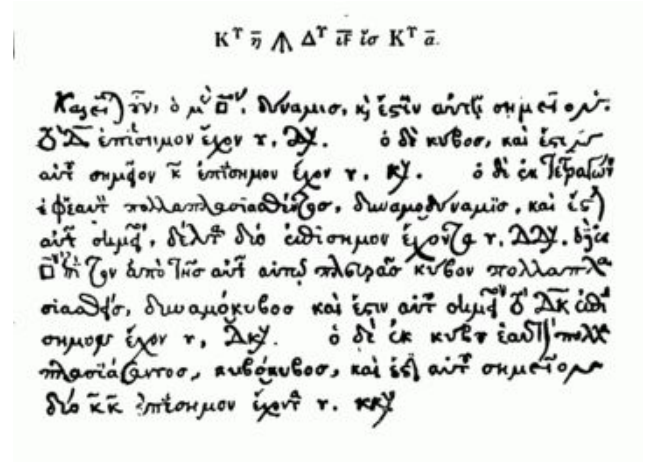
нта

Основное произведение  
Диофанта — *Арифметика* в 13  
книгах.



Например, уравнение  
 $202x^2 + 13 - 10x = 13$   
он записывает так:

Δ<sup>υ</sup> σ Μ ι ς ι ς Μ ι ς



Лист  
из *Арифметики* (рукопись XIV  
века). В верхней строке  
записано уравнение:

$$x^3 \cdot 8 - x^2 \cdot 16 = x^3$$

# Появление символа

## равенства

Знак равенства в современной форме создал математик Роберт Рекорд в 1557 году.



14.ze.—+—.15.9==—=71.9.

Первое печатное появление знака равенства в книге Роберта Рекорда в 1557 году (записано уравнение )

$$14x + 15 = 71$$

# Появление буквенной

# СИМВОЛИКИ

Создателем современной буквенной символики является французский математик Франсуа Виет (1540 – 1603).



$$ax + b = 0$$

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax + by + c = 0$$

# Где используются уравнения сегодня?



Последовательность действий	Выполнение действий
1. Взаимодействие с металлами, расположенными в электрохимическом ряду напряжений до водорода	Молекулярное уравнение: $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_4 = \text{ZnSO}_4 + \text{H}_2\uparrow.$ Полное ионное уравнение: $\text{Zn} + 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} = \text{Zn}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\uparrow.$ Сокращенное ионное уравнение: $\text{Zn} + 2\text{H}^+ = \text{Zn}^{2+} + \text{H}_2\uparrow$
2. Взаимодействие с оксидами металлов	Молекулярное уравнение: $\text{CuO} + \text{H}_2\text{SO}_4 = \text{CuSO}_4 + \text{H}_2\text{O}.$ Полное ионное уравнение: $\text{CuO} + 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} = \text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O}.$ Сокращенное ионное уравнение: $\text{CuO} + 2\text{H}^+ = \text{Cu}^{2+} + \text{H}_2\text{O}$
3. Взаимодействие с основаниями а) растворимыми, б) нерастворимыми	а) $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{KOH} = \text{K}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{O},$ $2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{K}^+ + 2\text{OH}^- = 2\text{K}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{H}_2\text{O},$ $\text{H}^+ + \text{OH}^- = \text{H}_2\text{O};$ б) $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{Cu}(\text{OH})_2 = \text{CuSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O},$ $2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + \text{Cu}(\text{OH})_2 = \text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{H}_2\text{O},$ $2\text{H}^+ + \text{Cu}(\text{OH})_2 = \text{Cu}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$
4. Взаимодействие с солями, если при реакции а) образуется осадок; б) выделяется газ	а) $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{BaCl}_2 = \text{BaSO}_4\downarrow + 2\text{HCl},$ $2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + \text{Ba}^{2+} + 2\text{Cl}^- = \text{BaSO}_4\downarrow + 2\text{H}^+ + 2\text{Cl}^-,$ $\text{Ba}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} = \text{BaSO}_4\downarrow;$ б) $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{K}_2\text{CO}_3 = \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow,$ $2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{K}^+ + \text{CO}_3^{2-} = 2\text{K}^+ + \text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow,$ $2\text{H}^+ + \text{CO}_3^{2-} = \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow$

# Химия



Общее уравнение фотосинтеза:



# Биология

Уравнение, описывающее количество кроликов, скорость размножения которых тем больше, чем больше их уже родилось

$$x(t) = x_0 e^{at}$$

Процессы распространения волн в сердечной мышце, образование пятен планктона в океане, формообразования окраски шкур ЖИВОТНЫХ

$$\frac{\partial x}{\partial t} = P(x, y) + D_x \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \frac{1}{\varepsilon} (u - u^2 - f v \frac{u - q}{u + q})$$
$$\frac{\partial y}{\partial t} = Q(x, y) + D_y \frac{\partial^2 y}{\partial r^2} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = u - v$$



Уравнение экономического равновесия  
 $Y = C + I_g + G + X_n + S = P \times Q_s = \text{ВВП} = P \times Q_D = M \times V$

# Экономика

Уравнение «доходы - расходы» имеет следующий вид:  
 $R + S = C + I_g + I_G + G + X_E - X_i + S = Y_C + Y_g + Y_G + N + A$

Совокупное предложение определяется по формуле:  
 $PQ_s = R + S = C + I_g + I_G + G + X_E - X_i + S = \text{ВВП}$ .

Совокупный спрос равен:

$PQ_D = Y_C + Y_g + Y_G + N + A = Y = M \cdot V = \text{ВВП}$ .



$R(x, z) = Y(y, z) = M_A \cdot V(x, y) = R(Y, M_A) = Y(R, M_A) = M_A \cdot V(R, Y)$ .

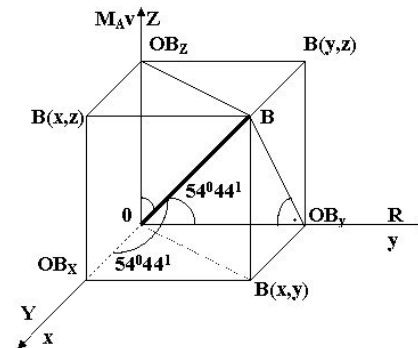


Рис.3.14. Модель равновесия в экономике. Прямая OB – равновесная прямая

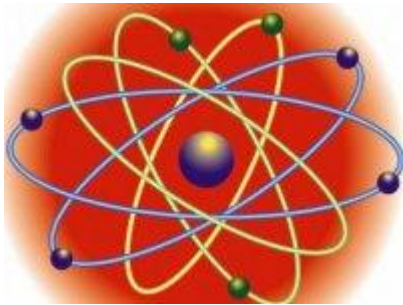
# Физика

Уравнение состояния идеального газа:

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

Уравнение равномерного прямолинейного движения :

$$x = x_0 + v_x t$$



Первый закон термодинамики:

$$\Delta U = A + Q$$

Закон всемирного тяготения:

$$F = GMm/D^2$$

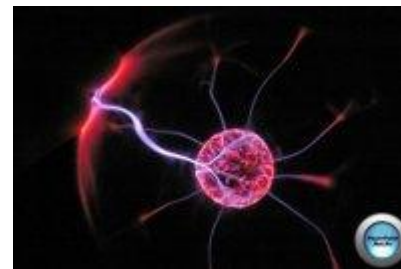
Закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

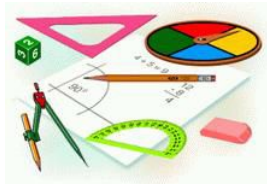
Закон

Кулона:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$







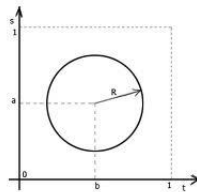
# Геометрия

Уравнение произвольной прямой

$$ax + by + c = 0$$

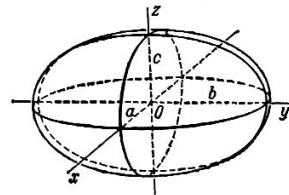
Уравнение окружности

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$



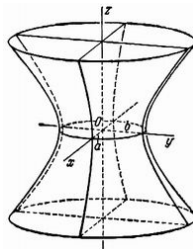
Уравнение эллипсоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

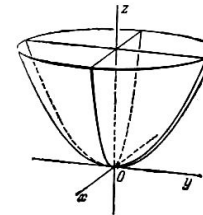


Уравнение однополостного гиперболоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

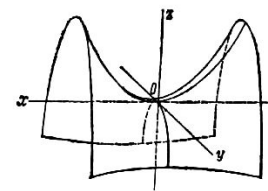


Уравнение эллиптического параболоида



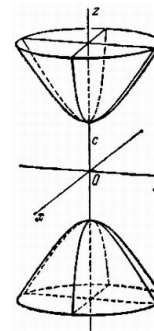
$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$$

Уравнение гиперболического параболоида



$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$$

Уравнение двухполостного гиперболоида



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$



# Алгебра

## Виды алгебраических уравнений

Линейное уравнение

$$ax + b = 0$$

Показательное уравнение

$$a^{f(x)} = b \text{ или } a^{f(x)} = a^{g(x)} \quad (a > 0; a \neq 1)$$

Квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Логарифмическое уравнение

$$\log_a f(x) = \log_a g(x), \quad (a > 0, a \neq 1)$$

Биквадратное уравнение

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$



Тригонометрическое уравнение

$$\sin x = a; \cos x = a; \operatorname{tg} x = a$$

Кубическое уравнение

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Иррациональное уравнение

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \text{ или } \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}.$$

Возвратное уравнение

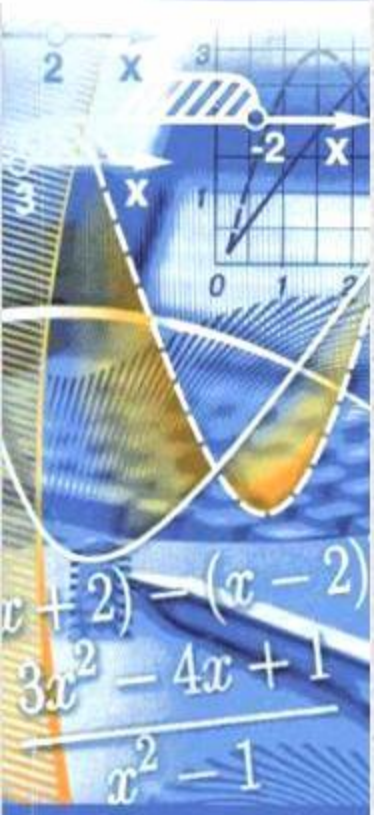
$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$$

Параметрическое уравнение

$$|f(x)| + |g(x)| = a$$



# *Способы решения уравнений*





# *Аналитический способ*

*а) Решить уравнение:*

$$\log_3(18x^2 - 3x) = 0$$

*по свойству логарифма*

$$18x^2 - 3x = 1$$

$$18x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 18 \cdot 1 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{36}$$

$$\left[ \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{3}, \\ x_2 = -\frac{1}{6} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ : } -\frac{1}{6}; \frac{1}{3}$$

*б) Решить уравнение :*

$$\sqrt{2x-1} = x-2$$

*возведя обе части*

*уравнения в квадрат, получим*

$$2x-1 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = 1, \\ x = 5; \end{array} \right.$$

*по определению корня*

*$x-2 \geq 0$ , то есть  $x \geq 2$ ,*

*значит 1 – посторонний корень.*

*Ответ : 5*



# Алгебраический способ

Решить уравнение:  $2 \cdot 81^{x+1} - 36^{x+1} - 3 \cdot 16^{x+1} = 0$

Решение:  $2 \cdot 81^{x+1} - 9^{x+1} \cdot 4^{x+1} - 3 \cdot 16^{x+1} = 0$

$$2 \cdot \left(\frac{81}{16}\right)^{x+1} - \left(\frac{36}{16}\right)^{x+1} - 3 = 0$$

$$2 \cdot \left(\frac{81}{16}\right)^{x+1} - \left(\frac{9}{4}\right)^{x+1} - 3 = 0$$

пусть  $\left(\frac{9}{4}\right)^{x+1} = t$ , где  $t > 0$ , тогда уравнение

примет вид  $2t^2 - t - 3 = 0$ , откуда

$$t = \frac{3}{2} \text{ или } t = -1$$

$-1$  не удовлетвор условию  $t > 0$ ,

отсюда  $\left(\frac{9}{4}\right)^{x+1} = \frac{3}{2}$

$$x + 1 = \frac{1}{2}, \quad x = -\frac{1}{2}.$$

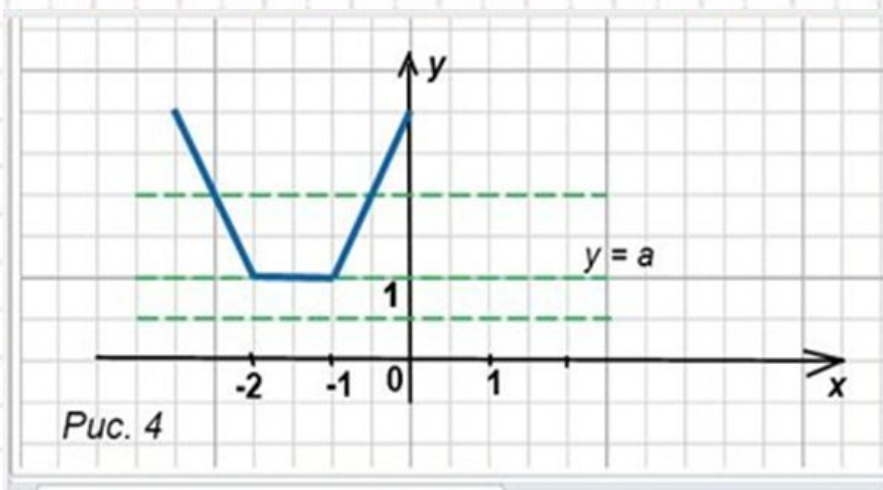
Ответ:  $\left\{-\frac{1}{2}\right\}.$

# Графический способ

Определить число решений уравнения  $|x + 1| + |x + 2| = a$  в зависимости от параметра  $a$ .

**Решение:**

График функции  $y = |x + 1| + |x + 2|$  будет представлять собой ломаную. Ее вершины будут располагаться в точках  $(-2; 1)$  и  $(-1; 1)$ .



**Ответ:** если параметр  $a < 1$ , то корней у уравнения не будет;  
если  $a = 1$ , то решением уравнения является бесконечное множество чисел из отрезка  $[-2; -1]$ ;  
если  $a > 1$ , то уравнение будет иметь два корня.

*«Никогда не считай, что ты  
знаешь всё, что тебе уже  
больше нечему учиться».*

*Н.Д. Зелинский*

*Удачи!*



***СПАСИБО***  
***за***  
***ВНИМАНИЕ!***

