

# Решение

уравнений и неравенств,  
содержащих модуль,  
методом интервалов

Трескина Виктория Борисовна,  
школа № 594  
Московского района  
г. Санкт-Петербурга

# Определение

## МОДУЛЯ

Модулем действительного числа  $a$  ( $|a|$ ) называется:

само это число, если  $a$  – положительное число;  
нуль, если число  $a$  – нуль;  
число, противоположное  $a$ , если число  $a$  –  
отрицательное.



Или

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a > 0 \\ 0, & \text{если } a = 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$



---

№ 1. Решить уравнение:

$$|x+2| = |x-1| + x-3$$



## Решение:

$$|x+2| = |x-1| + x-3$$

2

1

=0 при  $x = -2$

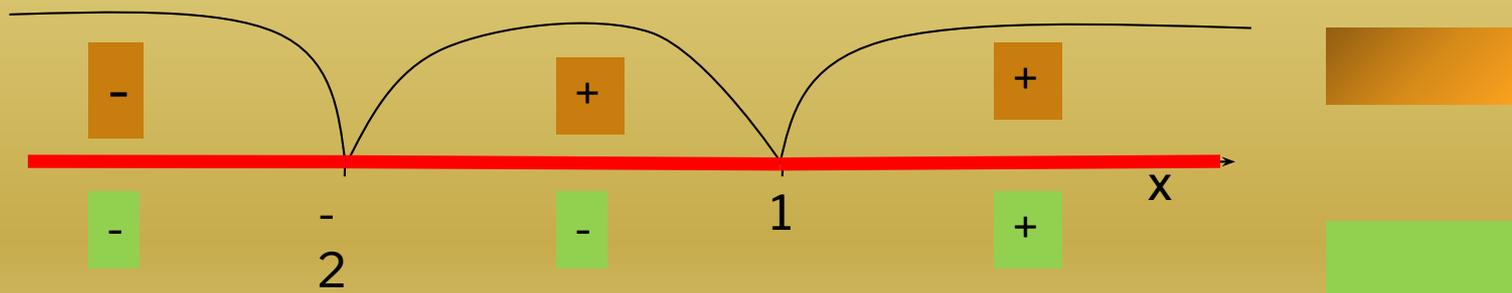
=0 при  $x = 1$

2



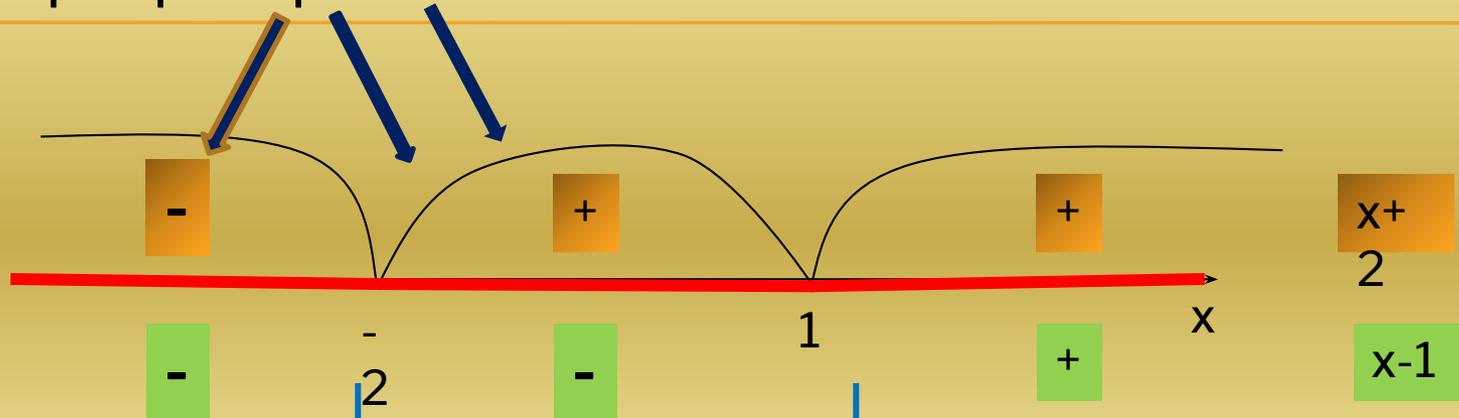
# Решение:

$$\frac{|x+2|}{2} = \frac{|x-1|}{1} + x-3$$



## Решение:

$$|x+2| = |x-1| + x - 3$$



Если  $x < -2$ ,

то

$$-(x+2) = -(x-1) +$$

$$x-3$$
$$-x-2 = -x+1+x-3$$

$$x=2 - \text{не}$$

*удовлетворяет  
условию  $x < -2$*

решений нет

Если  $-2 \leq x < 1$ , то

$$x+2 = -(x-1) + x - 3$$

$$x+2 = -x+1+x-3$$

$$x=-4 - \text{не}$$

*удовлетворяет  
условию*

$$-2 \leq x < 1$$

Если  $x \geq 1$ , то

$$x+2 = x-1 + x-3$$

$$\underline{x=6}$$

---

решений

нет



решений

нет



~~x=6~~



Ответ:

x=6



---

№2. Решить неравенство:

$$|x-1| + |x-3| > 4$$



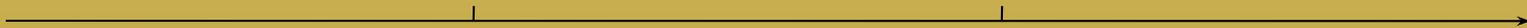
Решение:

---

$$|x-1| + |x-3| > 4$$

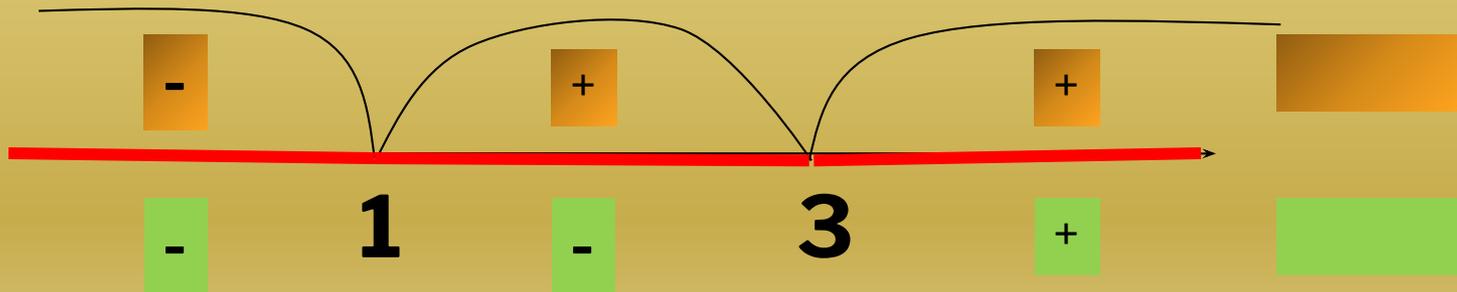
= 0 при  $x=1$

= 0 при  $x=3$

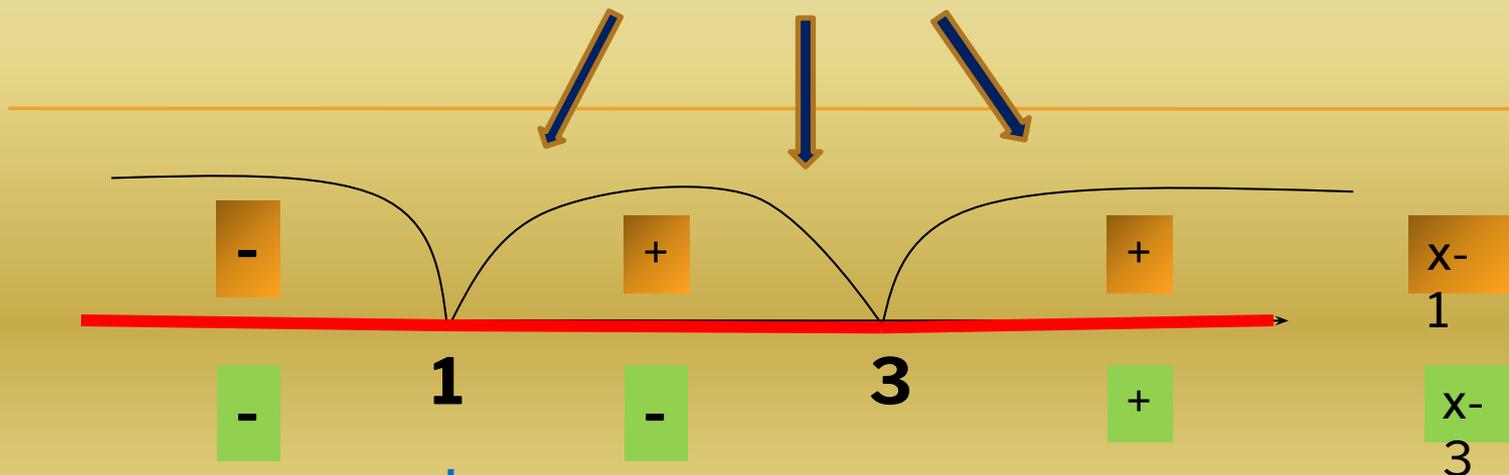


Решение:

$$|x-1| + |x-3| > 4$$



Решение:  $|x-1| + |x-3| > 4$



Если  $x < 1$ , то

$$\begin{aligned} -(x-1) - (x-3) &> 4 \\ -x+1 -x+3 &> 4 \\ -2x &> 0 \\ \underline{x < 0} \end{aligned}$$

Если  $1 \leq x < 3$ ,  
то

$$\begin{aligned} x-1 - (x-3) &> 4 \\ x-1-x+3 &> 4 \\ 2 &> 4 - \text{не} \\ &\text{верно} \end{aligned}$$

решений нет

Если  $x \geq 3$ , то

$$\begin{aligned} x-1+x-3 &> 4 \\ 2x &> 8 \\ \underline{x > 4} \end{aligned}$$

Ответ:  $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

# Общий алгоритм

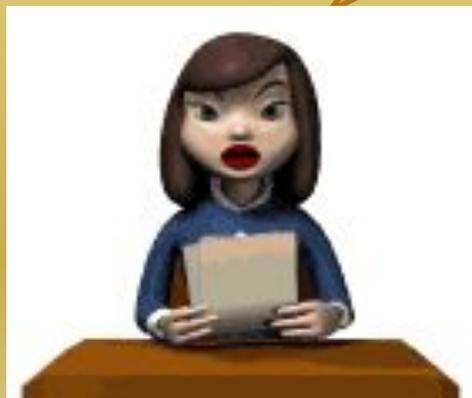
---

- ▶ найти нули подмодульных выражений и отметить их на числовой прямой
- ▶ определить знаки подмодульных выражений на полученных промежутках
- ▶ на каждом промежутке решить уравнение ( неравенство )
- ▶ объединить полученные решения

Большое количество ошибок при решении задач с модулями вызвано тем, что многие, освобождаясь от модуля, забывают учесть условия, при которых модуль был раскрыт с тем или иным знаком.



Поэтому при решении задач, в которые входят два или более модулей, рекомендуется использовать метод интервалов.



---

**Коне**

**ц**