

# *Иррациональные уравнения*

*Автор: Венюкова Л.А.*

*Клявлино 2012 год*

## Определение :

- **Иррациональными** называют уравнения, в которых переменная содержится под знаком радикала или под знаком возведения в дробную степень.

Какие уравнения из предложенных являются иррациональными?

1.  $\sqrt{11x-1} + \sqrt{2-x^2} = 2$

2.  $\sqrt{1 - \cos^2 2x} + \sin x = 1$

3.  $\frac{\sqrt[3]{2x-4}}{2} - 3 = \sqrt[6]{2x-4}$

4.  $\sqrt{2 - \sqrt{x-3}} - x = 5$

5.  $\sqrt{2x} - 3x^4 = 7$

# Методы решения

## иррациональных уравнений:

**Основной метод -**

**сведение иррационального уравнения  
к рациональному  
(избавиться от корня)**



**возведение  
обеих частей уравнения  
в одну и ту же степень.**

## Методы решения

## иррациональных уравнений:

**Возведение обеих частей  
уравнения в одну и ту же**

**нечетную степень**

**есть равносильное  
преобразование**

**(теорема о равносильности уравнений).**

## Методы решения

## иррациональных уравнений:

Возведение обеих частей уравнения  
в одну и ту же

четную степень

есть **неравносильное** преобразование  
(теорема о равносильности уравнений).

# Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

Уравнения вида «Корень равен числу»

$$\sqrt{A(x)} = C \Leftrightarrow \begin{cases} C \geq 0, A(x) = C^2 \\ C < 0, x = \emptyset \end{cases}$$

# Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

Уравнения вида «Корень равен функции»

$$\sqrt{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) = B^2(x) \end{cases}$$



# Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

Уравнения вида «Корень равен корню»

$$\sqrt{A(x)} = \sqrt{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0, \text{ либо } B(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases}$$

# Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

**Уравнения вида**

**«Сумма корней равна числу,  $C > 0$ »**

$$\sqrt{A(x)} + \sqrt{B(x)} = C \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ (\sqrt{A(x)} + \sqrt{B(x)})^2 = C^2 \end{cases}$$

# Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

Уравнения вида

«Сумма корней равна числу,  $C=0$ »

$$\sqrt{A(x)} + \sqrt{B(x)} = C \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \end{cases}$$

# Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

Уравнения вида

«Разность корней равна числу»

$$C > 0$$

$$\sqrt{A(x)} - \sqrt{B(x)} = C \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ \sqrt{A(x)} = \sqrt{B(x)} + C \end{cases}$$

# Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

$$C < 0$$

$$\sqrt{A(x)} - \sqrt{B(x)} = C \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ \sqrt{A(x)} - C = \sqrt{B(x)} \end{cases}$$

# Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

Уравнения вида  
«Разность корней равна числу»

$$C=0$$

$$\sqrt{A(x)} - \sqrt{B(x)} = C \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases}$$

## Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

Уравнения вида  $A(x) \cdot \sqrt{B(x)} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \\ B(x) \geq 0 \end{array} \right.$$

## Методы решения иррациональных уравнений четных степеней:

- **Метод введения новой переменной:**
  1. выражение в наименьшей степени обозначается за новую переменную;
  2. вне корня получают такое же выражение, как под корнем;
- **Метод умножения на сопряженное;**
- **Метод выделения полного квадрата в подкоренном выражении.**



## Уравнение вида «Корень равен числу»

<i>Вариант</i>	<i>Фамилия, имя</i>	<i>Полученный ответ</i>	<i>Правильный ответ</i>
01	Горбунов Валентин		$-\frac{9}{4}$ и 0
02	Клыков Алексей		3 и <u>5</u>
03	Максимова Алена		-233 <u>3</u>
04	Матвеев Иван		391,5
05	Матвеева Алеся		Нет решений
06	Михайлова Анастасия		Нет решений
07	Просвиркина Татьяна		$\frac{2}{3}$
08	Сидюкова Надежда		-2
09	Филимонов Михаил		0,2