

Тема урока:

**«Статистическое  
определение  
вероятности  
событий»**

# Цель урока:

- ввести статистическое определение вероятности события, понятие относительной частоты;
- систематизировать знания учащихся по статистическому и классическому определению вероятности события.

# Элементы комбинаторики.

- I.
- $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$   
произведение подряд идущих первых  $n$  натуральных чисел
- $0! = 1$ ;  $1! = 1$ ;  $2! = 1 \times 2 = 2$ ;  $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$ ;  
 $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$
- $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
- $6! = 720$

## II. Перестановки – комбинации из $n$ элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов.

- $P_n = n!$

- $n$  – число элементов, входящих в каждую перестановку,
- ( $n$ - натуральное число)

**(!!! Берутся все элементы, и изменяется только их местоположение)**

- **Пример 1.** Даны три лекарства  $A, B, C$ . Сколькими способами можно выписать назначение?

1 способ решения;  $ABC, ACB, BCA, BAC, CAB, CBA$  (6 способов назначения)

2 способ решения:  $P_n = n! \quad P_3 = 3! = 6$

- **Пример 2.** Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр  $5, 6, 7, 8, 9$  при условии, что ни одна цифра в числе не повторяется? Решение.  $P_5 = 5! = 120$

**Размещения** - комбинации из  $m$  элементов по  $n$  элементам, которые отличаются друг от друга только или самими элементами или порядком элементов.  
(  $m, n$ - натуральные,  $n$  меньше  $m$ )

$$A_m^n$$

***(!!! Берется только часть элементов, и важно расположение элементов друг относительно друга)***

***Пример 1.*** Даны четыре буквы А, В, С, Д. Сколько комбинаций по две буквы можно из них составить?

***Решение.*** АВ, АС, АД, ВА, ВС, ВД, СА, СВ, СД, ДА, ДВ, ДС  
(отличаются или буквами или их порядком)

***Пример 2.*** Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в предметной олимпиаде участвует семь человек?

$n$  – число элементов, входящих в каждую комбинацию;  
 $m$  – число всех имеющихся элементов

3. Сочетания – все комбинации из  $m$  элементов по  $n$  элементам, которые отличаются друг от друга по крайней мере хотя бы одним элементом. ( $m, n$  – натуральные,  $n$  меньше  $m$ )

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!}$$

*(!!! Берется только часть элементов, и не имеет значения расположение элементов друг относительно друга)*

$n$  – число элементов, входящих в каждую комбинацию;  
 $m$  – число всех имеющихся элементов

**Основное свойство сочетаний:**

$$C_m^n = C_m^{m-n}$$

**Пример 1.** Даны четыре буквы А, В, С, Д. Сколько комбинаций по две буквы можно из них составить?

Решение. АВ, АС, АД, ВС, ВД, СД, (отличаются хотя бы одним элементом)

**Пример 2.** Сколькими способами можно выбрать трех дежурных, если в классе 30 человек?

Решение.

$$C_{30}^3 = \frac{30!}{27! \cdot 3!} = 4060$$

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n}$$



<b>Перестановки</b>	<b>Размещения</b>	<b>Сочетания</b>
<i>Даны три лекарства А, В, С.</i>	<i>Даны четыре буквы А, В, С, Д.</i>	<i>Даны четыре буквы А, В, С, Д.</i>
<i>назначения: АВС, АСВ, ВСА, ВАС, САВ, СВА</i>	<i>комбинации по две буквы АВ, АС, АД, ВА, ВС, ВД, СА, СВ, СД, ДА, ДВ, ДС</i>	<i>комбинаций по две буквы АВ, АС, АД, ВС, ВД, СД,</i>
<i><b>Берутся все элементы, и изменяется только их местоположение</b></i>	<i><b>комбинации отличаются или буквами или их порядком</b></i>	<i><b>комбинации отличаются хотя бы одним элементом</b></i>

# Элементы теории вероятности

- **II. Классическое определение вероятности события.**
- *(имеет место для испытаний с конечным числом равновозможных исходов испытания)*



**Вероятность события А** равна отношению числа  $m$  исходов испытания, благоприятствующих наступлению события  $A$ , к общему числу  $n$  всех равновозможных несовместных исходов, то есть  $\implies$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

**Пример.** Пусть имеется 100 деталей, из которых 97 стандартных и 3 бракованных.  
Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется бракованной?

$$P = \frac{3}{100}$$

**Свойства вероятности события.**

1. Вероятность любого события есть неотрицательное число, не превосходящее единицу
2. Вероятность **достоверного** события равна единице, так как  $n/n = 1$
3. Вероятность **невозможного** события равна нулю, так как  $0/n = 0$

Зная вероятность события  $A$ , можем найти и вероятность **противоположного** события

$$\overline{A} \quad P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

# Задачи:

При ответе нужно дать определение искомой величины, сказать формулу, по которой она находится.

1

В пенале из 5-ти ручек одна не пишет. Определите вероятность того, что взятая наудачу ручка пишет.

2

В нашем классе 16 девочек и 8 мальчиков.  
Определить вероятность того, что вызванный к доске ученик окажется мальчиком.

3

Ира забыла третью цифру номера телефона своей подруги и набрала ее наугад. Какова вероятность, что Ира позвонит именно подруге?

# Письменный опрос

## 1 вариант

- 1. Перестановки –
- формула
- Пример.

## • 3 вариант Сочетания

- формула
- Пример

## 2 вариант

### Размещения -

- Формула
- Пример

## • 4 вариант

### • Вероятность события A

- формула
- Пример
-

# Элементы теории вероятности

1. ***Эксперимент*** называют статическим, если он может быть повторен в практически неизменных условиях неограниченное число раз.

**Событие – это факт, результат, который в ходе эксперимента может произойти или не произойти**

### *Виды случайных событий*

**Случайное** – событие, которое может произойти или не произойти

**Искомое событие**- которое нас интересует из всех возможных

**Равновозможные события** - имеющие равные возможности произойти

**Несовместные** – если никакие два события не могут произойти вместе в одном опыте. В противном случае события **совместные**. Два не совместных события называются **противоположными**  $A$  и  $\bar{A}$

**Невозможное** – если оно в данном опыте не может произойти

**Равновозможные** - те, которые имеют равные возможности произойти.

**Достоверные** – если оно происходит в данном испытании обязательно.



## II. Классическое определение вероятности события.

*имеет место для испытаний*  
*с конечным числом*  
*равновозможных исходов*  
*испытания*

**Вероятность события А** равна отношению числа  $m$  исходов испытания, благоприятствующих наступлению события  $A$ , к общему числу  $n$  всех равновозможных несовместных исходов, то есть

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

**Пример.** Пусть имеется 100 деталей, из которых 97 стандартных и 3 бракованных.  
Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется бракованной?

$$P = \frac{3}{100}$$

**Свойства вероятности события.**

1. Вероятность любого события есть неотрицательное число, не превосходящее единицу
2. Вероятность **достоверного** события равна единице, так как  $n/n = 1$
3. Вероятность **невозможного** события равна нулю, так как  $0/n = 0$

Зная вероятность события  $A$ , можем найти и вероятность **противоположного** события

$$\overline{A} \quad P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

# III. Статистическое определение вероятности события

*Имеет место для  
испытаний*

*с конечным числом*

*неравновозможных*

*исходов*

*Например,  
вероятность появления шести очков на  
верхней грани кубика, у которого центр  
тяжести не совпадает с  
геометрическим, не будет равным  $1/6$ .*

*Но это событие обладает вероятностью  
наступления, которую можно оценить  
при изучении **изменения относительной  
частоты** появления соответствующего  
события*

***Относительной частотой появления события  $A$  называется отношение числа испытаний  $m$ , в которых событие  $A$  появилось, к общему числу  $n$  проведенных испытаний, то есть***

$$W(A) = \frac{m}{n}$$

$$0 \leq W(F) \leq 1$$

# **Статистическое определение вероятности события обеспечивает нам**

принципиальную возможность оценки вероятности любого события во всех случаях, когда возможно проведение реальных экспериментов и изучение изменения относительной частоты по их результатам.

Случайные события со статистически устойчивой частотой широко распространены в физике, биологии, экономике и других областях знаний.



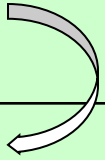
**Относительная частота появления события  $A$  при проведении  $k$  серий по  $n$  испытаний в каждой, если  $n$  достаточно велико, для большинства таких серий сохраняет почти постоянную величину.**



В общем случае считают, что существует некоторая постоянная, около которой колеблется **относительная частота появления события  $A$ .**



За численное значение этой постоянной при большом числе испытаний может быть приближенно принята относительная частота появления события  $A$ , или же число, близкое к относительной частоте. **Эту постоянную называют статистической вероятностью случайного события  $A$ .**

<p><b>2.</b> <b><u>Задача № 4.</u></b></p>	<p><b>При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9.</b> <b>Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 штук.</b></p>	
<p><b>Решение.</b></p>		
<p><b>Дано</b></p>	<p>Используемые формулы</p>	<p>Решение</p>
<p><math>W(A) = 0,9</math> <math>n = 200</math></p>	<p><math display="block">W(A) = \frac{m}{n}</math></p> 	<p><math>m = 0,9 \times 200 = 180</math></p>
<p><math>m - ?</math></p>	<p><math>m = W(A) \cdot n</math></p>	<p>Ответ: 180 годных приборов</p>

### 3. Задача № 5.

**В пакете 25 конфет в разных обертках. Какова вероятность того, что выбранные на удачу три конфеты будут именно те, которые Вы хотели?**

Решение.

Используемые формулы

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

**m** - число исходов испытания ,  
благоприятствующих наступлению события  
**A**,  
**n** - общее число всех равновозможных  
несовместных исходов

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

**n** – число элементов, входящих в каждую  
комбинацию;  
**m** – число всех имеющихся  
элементов

$$P_n = n!$$

**n** – число элементов, входящих в каждую  
перестановку, (n- натуральное число)

**1. Найдем  $n$**  - общее число всех равновозможных несовместных исходов при вытягивании трех конфет. Их будет столько, сколько можно составить различных размещений из 25 элементов по три:

$$A_{25}^3 = 25 \times 24 \times 23$$

- **2. Найдем  $m$ .** Число случаев, благоприятствующих тому, что будут выбраны нужные три конфеты, столько, сколько можно составить перестановок из трех элементов

$$P_3 = 3! = 1 \times 2 \times 3 = 6.$$

- **3. Искомая вероятность** равна  $P(A) = \frac{m}{n}$   
 $6 \setminus 25 \times 24 \times 23 = 1 \setminus 2300$

**Ответ: вероятность  $1 \setminus 2300$**

## **IV. Итог урока**

- **V. Домашнее задание.**  
Тематический конспект «Элементы теории вероятности». Провести несколько серий испытаний для нахождения статистической вероятности события.