

# квадратные уравнения

## Виды квадратных уравнений и способы решения



Выполнили: ученики 8 «в» класса.

Группа «Дискриминанта»:

Миронов А., Мигунов Д., Зайцев Д.,  
Сидоров Е, Иванов Н., Петров Г.



# ГИПОТЕЗА

*Каждый человек, особенно  
если он ученик 8 класса, может  
решить квадратное  
уравнение, если знает  
ответы на вопросы...*



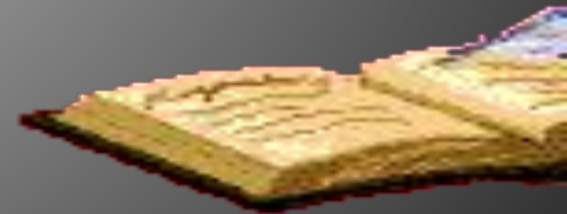


# **вопросы...**

- *Определение квадратного уравнения*
- *Виды квадратных уравнений*
- *Решение квадратных уравнений*

**Квадратные уравнения** - это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных и трансцендентных уравнений и неравенств.

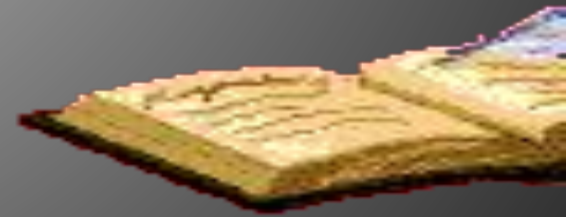
В школьном курсе математики изучают формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения. Однако имеются и другие способы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать многие уравнения. Разберём некоторые из них.



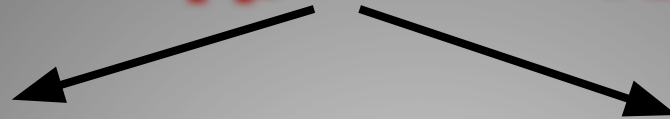
**Уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  
где  $x$  - переменная,  
 $a, b, c$  - некоторые числа,  
 $a \neq 0$ , называется  
квадратным уравнением.**

Примеры:

$$5x^2 - 14x + 17 = 0; 3x^2 + 5x = 0; 3x^2 - 5\frac{1}{3} = 0.$$



# ВИДЫ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ



## ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0,$$

$$x^2 + px + q = 0$$

приведенное  
квадратное уравнение

## НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$ax^2 + bx = 0,$$

$$ax^2 = 0,$$

$$ax^2 + c = 0.$$



# Решение неполных квадратных уравнений

$$ax^2 = -c,$$

$$x^2 = -\frac{c}{a},$$

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}},$$

$$x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

$$4x^2 - 64 = 0,$$

$$4x^2 = 64,$$

$$x^2 = 64 \div 4,$$

$$x^2 = 16,$$

$$x_1 = -4; x_2 = 4.$$

Ответ : -4;4.





$$ax^2 = 0,$$

$$x^2 = 0,$$

$$x = -\frac{b}{a}.$$

$$ax^2 + bx = 0,$$

$$x(ax + b) = 0,$$

$$x = 0; ax + b = 0,$$

$$x_1 = 0; x_2 = -\frac{b}{a}.$$

$$3x^2 = 0,$$

$$x^2 = 0,$$

$$x = 0$$

*Ответ : x = 0.*

$$3x^2 + 6x = 8x^2 - 14x,$$

$$-5x^2 + 20x = 0,$$

$$-x(5x - 20) = 0,$$

$$-x = 0; 5x - 20 = 0.$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4$$

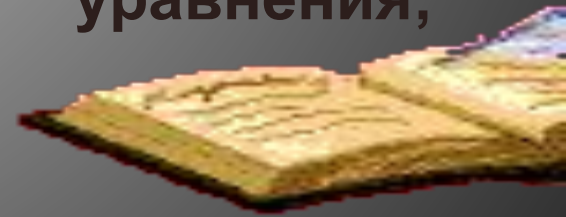
*Ответ : x<sub>1</sub> = 0, x<sub>2</sub> = 4.*





# Способы решения квадратных уравнений

- Разложение левой части на множители;
- Метод выделения полного квадрата;
- Применение формул корней квадратного уравнения;
- Применение теоремы Виета;
- Введение новой переменной;
- По сумме коэффициентов квадратного уравнения;
- Графический.



# Разложение левой части на множители

$$8x^2 + 10x + 3 = 0,$$

$$8x^2 + 4x + 6x + 3 = 0,$$

$$4x(2x + 1) + 3(2x + 1) = 0,$$

$$(2x + 1)(4x + 3) = 0,$$

$$2x + 1 = 0; 4x + 3 = 0,$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = -\frac{3}{4}.$$



# Метод выделения полного квадрата

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0,$$

$$x^2 - 2 * 5x + 25 - 25 + 16 = 0,$$

$$(x-5)^2 - 9 = 0,$$

$$(x-5)^2 = 9,$$

$$x-5 = -3; x-5 = 3,$$

$$x_1 = 2; x_2 = 8$$

Ответ :  $x_1 = 2; x_2 = 8.$

$$5x^2 - 7x - 6 = 0,$$

$$5\left(x^2 - \frac{7}{5}x - \frac{6}{5}\right) = 0,$$

$$x^2 - 2 * \frac{7}{10}x - \left(\frac{7}{10}\right)^2 - \left(\frac{7}{10}\right)^2 - \frac{6}{5} = 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{10}\right)^2 - \frac{169}{100} = 0,$$

$$x - \frac{7}{10} = -\frac{13}{10}; x - \frac{7}{10} = \frac{13}{10},$$

$$x_1 = -\frac{3}{5}; x_2 = 2$$

Ответ :  $x_1 = -\frac{3}{5}; x_2 = 2.$



# Использование формул корней квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0,$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

1.  $D = 0$  – один корень,

2.  $D > 0$  – два корня,

3.  $D < 0$  – нет действительных корней.

$b$  – нечетное

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

$b$  – четное,  $b = 2k$

$$D = k^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D}}{a}.$$



# примеры



$$2x^2 + 3x - 5 = 0,$$

$b = 3$  – не четное число,

$$D = 3^2 - 4 * 2 * (-5) =$$

$$= 9 + 40 = 49, D > 0;$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2 * 2} = \frac{-3 - 7}{4} = -\frac{5}{2},$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2 * 2} = \frac{-3 + 7}{4} = 1.$$

Ответ :  $x_1 = -2\frac{1}{2}; x_2 = 1.$

$$x^2 - 4x - 5 = 0,$$

$b = 4$  – четное число,

$$b = 2 * 2, k = 2,$$

$$D = 2^2 + 5 = 9,$$

$$D > 0,$$

$$x_1 = 2 - \sqrt{9} = -1,$$

$$x_2 = 2 + \sqrt{9} = 5.$$

Ответ :  $x_1 = -1; x_2 = 5.$

# Применение теоремы Виета

$$x^2 + px + q = 0,$$

Если  $x_1, x_2$  – корни уравнения,

тогда

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 x_2 = q.$$

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

Если  $x_1, x_2$  – корни уравнения,

тогда

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$



# Введение новой переменной

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0.$$

Умножим обе части уравнения на  $a$

$$a^2x^2 + abx + ac = 0,$$

Пусть  $ax = y$ , тогда  $y^2 + by + c = 0$ .

Корни уравнения найдем по теореме, обратной теореме Виета или по сумме коэффициентов уравнения

$$ax_1 = y_1, \quad ax_2 = y_2$$

$$x_1 = \frac{y_1}{a}, \quad x_2 = \frac{y_2}{a}.$$





# По сумме коэффициентов квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0.$$

1. Если  $a + b + c = 0$ ,

$$\text{то } x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

2. Если  $a - b + c = 0$ ,

$$\text{то } x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}.$$

$$5x^2 - 7x + 2 = 0,$$

$$\text{т.к. } 5 - 7 + 2 = 0,$$

$$\text{то } x_1 = -1, x_2 = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Ответ : } x_1 = -1, x_2 = \frac{2}{5}.$$



# Графический способ

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0,$$

$$ax^2 = -bx - c.$$

$y = ax^2$  - Графиком функции является парабола

$y = -bx - c$  - Графиком функции является прямая

- Прямая и парабола имеют только одну общую точку, значит уравнение имеет одно решение;
- Прямая и парабола имеют две общие точки, абсциссы этих точек являются корнями квадратного уравнения;
- Прямая и парабола не имеют общих точек, значит уравнение не имеет корней.

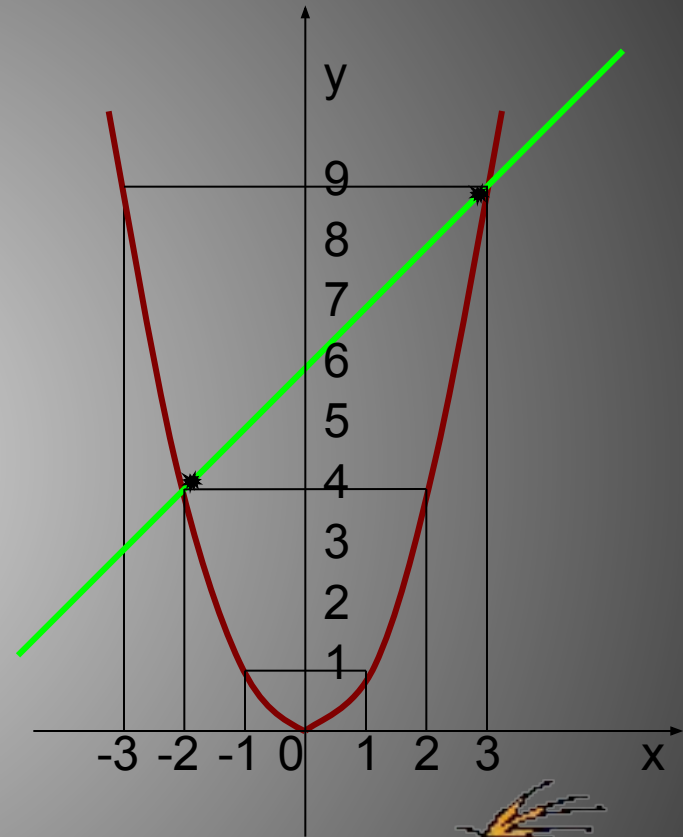


$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 = x + 6$$

Прямая и парабола имеют две общие точки с координатами (-2;4) и (3;9).

Ответ: -2 и 3.

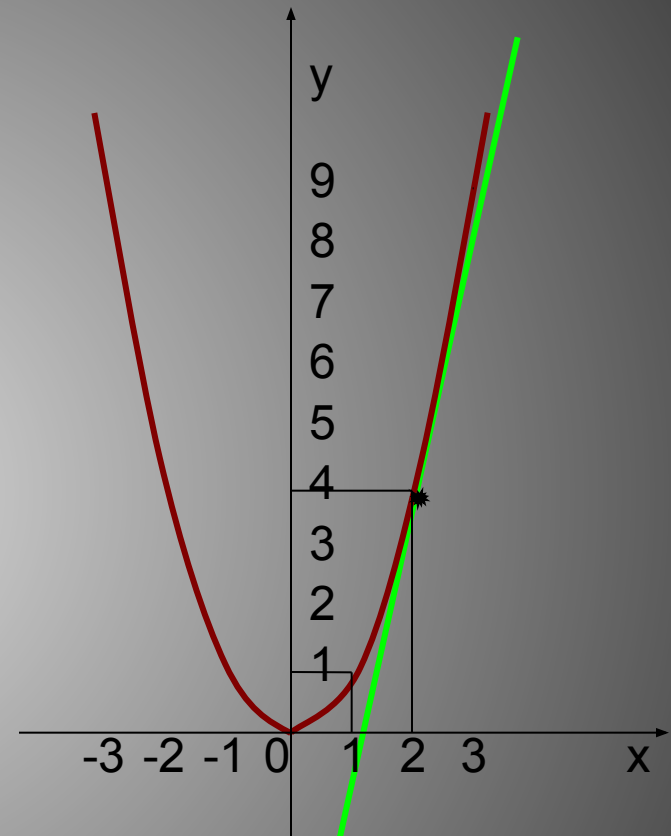


$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 = 4x - 4$$

Прямая и парабола имеют одну общую точку с координатами (2;4).

Ответ: 2.

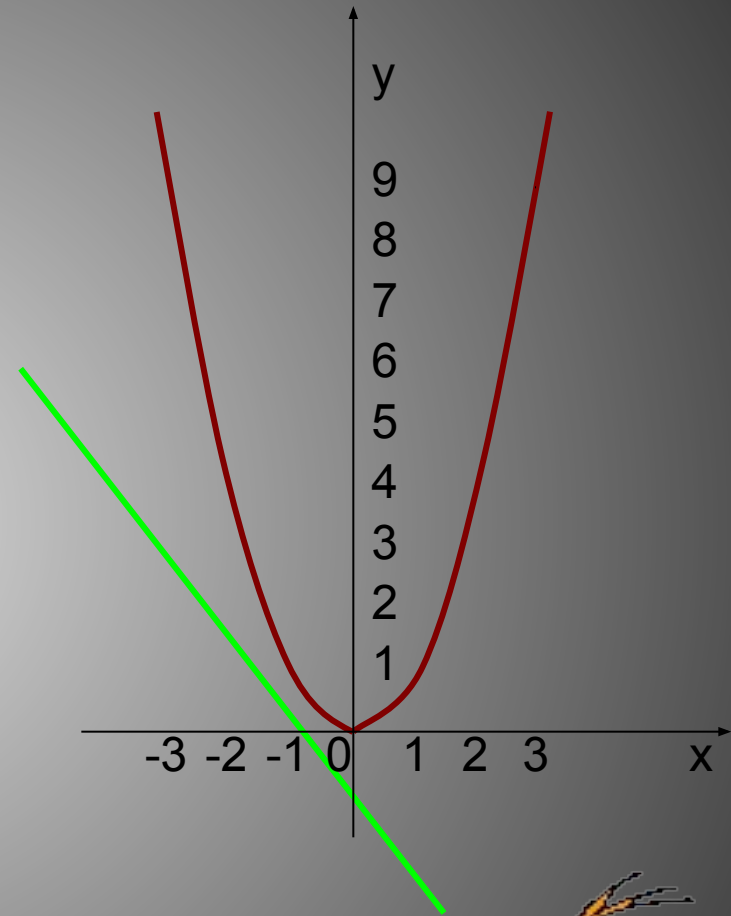


$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x^2 = -2x - 3$$

Прямая и парабола не имеют общих точек, значит уравнение не имеет действительных корней.

Ответ: нет корней.



# **ВЫВОД**



***У нас хорошие знания,  
поэтому мы можем решить  
любое квадратное уравнение.  
Мы знаем разные способы  
решения и можем их  
применять на практике.  
Учитесь и вам все будет по  
силам! Хорошие знания это  
билет в светлое будущее!***





# Полезные ресурсы

- Алгебра: Учебник для 8 класса, общеобразоват. учреждений/  
*Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др., 2006*
- Газета «Математика», 2001
- *Бощенко О.В.* «Математика» 5-9 классы

*Ш.А.*

