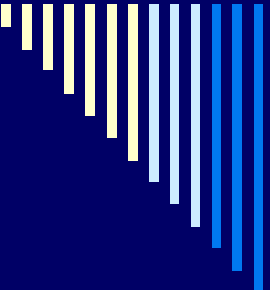



Алгебра, 9 класс

Геометрическая прогрессия





Цель урока : сформировать у учащихся понятие геометрической прогрессии и научиться применять формулы Г. П. к решению практических задач.

- Задачи урока
- Изучить геометрическую прогрессию с помощью примеров
 - Вывести формулы для вычислений данных Г. П.
 - Рассмотреть решение задач на нахождения членов прогрессии
 - Научиться применять формулы Г. П. к решению практических задач.

Содержание

- Определение геометрической прогрессии
- Знаменатель геометрической прогрессии
- Примеры задания Г. П.
- Формула Формула n Формула n -го члена Г. П.
- Решение задач :
 - задача 1
 - задача 2
 - задача 3
 - задача 4
- Итог урока



Пример геометрической прогрессии

*Рассмотрим
последовательность,
членами которой являются
степени числа 2 с
натуральными
показателями:*

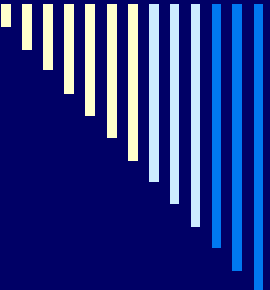
$2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$



*Каждый член этой
последовательности,
начиная со второго,
получается умножением
предыдущего члена на 2.*



*Эта последовательность
является примером
геометрической
прогрессии.*

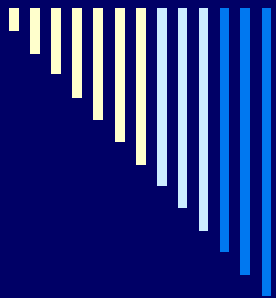


Определение геометрической прогрессии

- **Определение.** Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.
- Иначе говоря, (b_n) - геометрическая последовательность, $b_n \neq 0$ и q - некоторое число, то

- $$b_{n+1} = b_n \cdot q.$$





- В нашей последовательности степеней числа 2

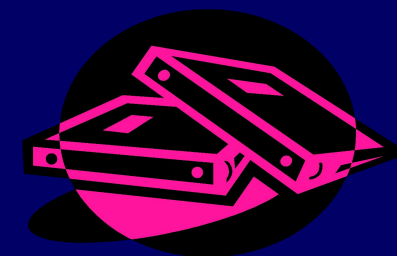
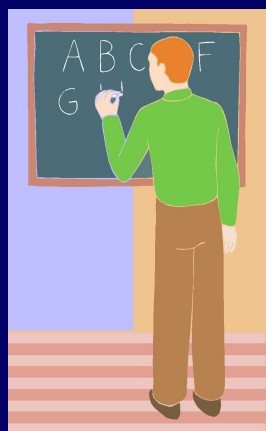
$$q = 2 \text{ и } b_{n+1} = b_n \cdot 2.$$



- Из определения геометрической прогрессии следует, что отношение любого её члена, начиная со второго, к предыдущему члену равно q .

$$b_{n+1} / b_n = q$$

- Число q называют *знаменателем геометрической прогрессии*.



Примеры задания геометрической прогрессии

- 1. Если $b_1 = 1$ и $q = 0,1$, то получим геометрическую прогрессию
 $1; 0,1; 0,01; 0,001; \dots$



- 2. Если $b_1 = -5$ и $q = 2$, то геометрическая прогрессия получится следующая
 $-5; -10; -20; -40; \dots$



Формула n -го члена геометрической прогрессии

Зная первый член и знаменатель Г.П.,
можно найти любой член
последовательности:

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q^2$$

$$b_4 = b_3 \cdot q = b_1 \cdot q^3$$

$$b_5 = b_4 \cdot q = b_1 \cdot q^4 \dots$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad (*)$$

Мы получили **формулу n -го члена
геометрической прогрессии.**





Решение задач



Задача 1

В геометрической прогрессии $b_1=12,8$ и $q=1/4$. Найдите b_7 .

Решение:

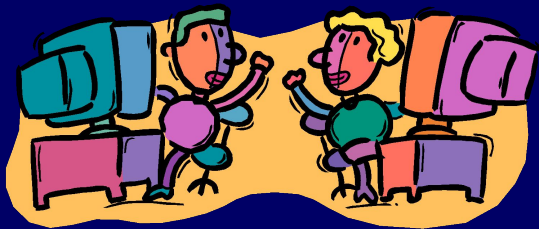
$$b_7 = b_1 \cdot q^6 = 12,8 \cdot (1/4)^6 = 128 / 10 \cdot 2^{12} = \\ = 2^7 / 10 \cdot 2^{12} = 1/320.$$



Задача 2

Найдем восьмой член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = 162$ и $b_3 = 18$.

Решение :



используя формулу (*), найдем знаменатель q .

Так как $b_3 = b_1 \cdot q^2$,
то $q^2 = b_3 / b_1 = 18 / 162 = 1/9$.

Решив уравнение $q^2 = 1/9$, получим
 $q = \pm 1/3$.

Таким образом, существуют две прогрессии, удовлетворяющие условию задачи.

Если $q = 1/3$, то $b_8 = b_1 \cdot q^7 = 2/27$.

Если $q = -1/3$, то $b_8 = -2/27$.

Задача имеет два решения:

$b_8 = 2/27$ и $b_8 = -2/27$.

Задача 3

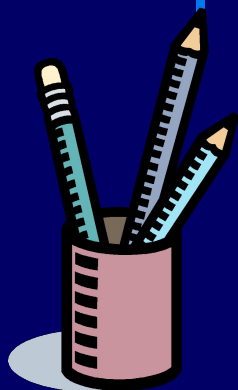


После каждого движения поршня
разрезающего насоса из сосуда
удаляется 20% находящегося в нем
воздуха.

Определим давление воздуха внутри
сосуда после шести движений поршня,
если первоначально давление было
760 мм рт. ст.



Решение :



- ❖ так как после каждого движения поршня в сосуде остается 80% воздуха. Чтобы узнать давление воздуха в сосуде после очередного движения поршня, нужно давление после предыдущего движения поршня умножить на 0,8.

❖ Мы имеем Г.П.- (bn) , $b_n = 760$, а $q = 0,8$. Число, выражающее давление воздуха в сосуде после шести движений поршня, является седьмым членом этой прогрессии :

❖ $b_7 = 760 \cdot (0,8)^6 \approx 200$ (мм рт. ст.).



Задача 4

Срочный вклад 1000 р., положенный в банк, ежегодно увеличивается на 10%.
Каким станет вклад через 3 года?



Решение :

10% = 0,1. Коэффициент увеличения вклада равен 1,1. Имеем геометрическую прогрессию (c_n) .

$c_1 = 1000$ р., $q = 1,1$. c_4 – вклад через три года.

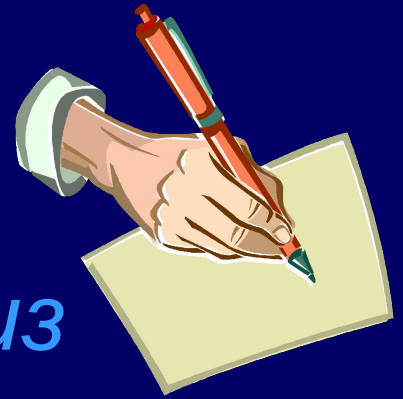
Следовательно,

$$c_4 = c_1 \cdot q^3 = 1000 \cdot (1,1)^3 = 1331.$$

Через три года вклад будет равен 1331 р.



Итак, на этом уроке вы познакомились с одним из видов числовых последовательностей. Чтобы закрепить новые понятия, выполните задания. Ответы и решение напишите на листке бумаги и сдайте учителю.



Задания :



□ Закончите фразу :

1. Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел
2. В геометрической прогрессии число q называется
3. q можно найти по формуле
4. Формула нахождения n -го члена Г. П. такова



Решите



самостоятельно

- **№ 1** Найдите первые пять членов Г. П. - (b_n) , если $b_1 = 6$, $q = 2$.
- **№ 2** Последовательность (x_n) – Г. П., $x_1 = 16$, $q = 1/2$. Найдите седьмой член прогрессии.
- **№ 3** Срочный вклад, положенный в банк, ежегодно увеличивается на 20%. Каким станет вклад через 3 года, если вначале он был равен 800 р.?



Спасибо за урок. Желаю успехов!

