

---

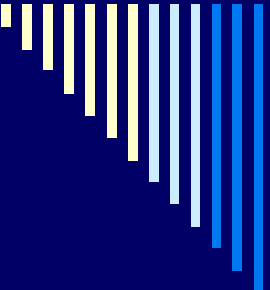


# Алгебра, 9 класс

## Геометрическая прогрессия

Геометрическая прогрессия





**Цель урока :** сформировать у учащихся понятие геометрической прогрессии и научиться применять формулы Г. П. к решению практических задач.

- Задачи урока
- Изучить геометрическую прогрессию с помощью примеров
  - Вывести формулы для вычислений данных Г. П.
  - Рассмотреть решение задач на нахождения членов прогрессии
  - Научиться применять формулы Г. П. к решению практических задач.

# Содержание

- Определение геометрической прогрессии
- Знаменатель геометрической прогрессии
- Примеры задания Г. П.
- Формула Формула  $n$  Формула  $n$ -го члена Г. П.
- Решение задач :
  - задача 1
  - задача 2
  - задача 3
  - задача 4
- Итог урока



# Пример геометрической прогрессии

*Рассмотрим  
последовательность,  
членами которой являются  
степени числа 2 с  
натуральными показателями:*

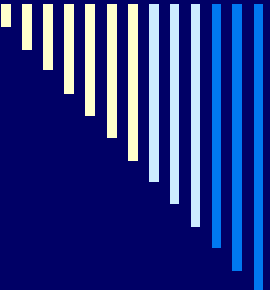
*$2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$*



Каждый член этой последовательности, начиная со второго, получается умножением предыдущего члена на 2.



Эта последовательность является примером геометрической прогрессии.



# Определение геометрической прогрессии

- **Определение.** Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.
- Иначе говоря,  $(b_n)$  - геометрическая последовательность,  $b_n \neq 0$  и  $q$  - некоторое число, то
  - $b_{n+1} = b_n \cdot q.$

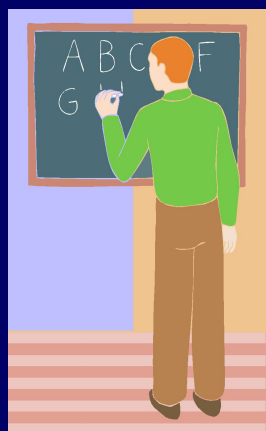


- В нашей последовательности степеней числа 2

$$q = 2 \text{ и } b_{n+1} = b_n \cdot 2.$$

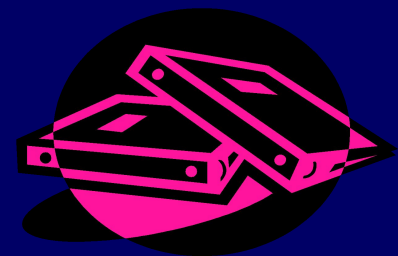


- Из определения геометрической прогрессии следует, что отношение любого её члена, начиная со второго, к предыдущему члену равно  $q$ .



$$b_{n+1} / b_n = q$$

- Число  $q$  называют *знаменателем геометрической прогрессии*.



# Примеры задания геометрической прогрессии

- 1. Если  $b_1 = 1$  и  $q = 0,1$ , то получим геометрическую прогрессию  
 $1; 0,1; 0,01; 0,001; \dots$



- 2. Если  $b_1 = -5$  и  $q = 2$ , то геометрическая прогрессия получится следующая  
 $-5; -10; -20; -40; \dots$



# Формула $n$ -го члена геометрической прогрессии

Зная первый член и знаменатель Г.П.,  
можно найти любой член  
последовательности:

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q^2$$

$$b_4 = b_3 \cdot q = b_1 \cdot q^3$$

$$b_5 = b_4 \cdot q = b_1 \cdot q^4 \dots$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad (*)$$

Мы получили **формулу  $n$ -го члена  
геометрической прогрессии.**







# Решение задач



**Задача 1**

В геометрической прогрессии  $b_1=12,8$  и  $q=1/4$ . Найдите  $b_7$ .

**Решение:**

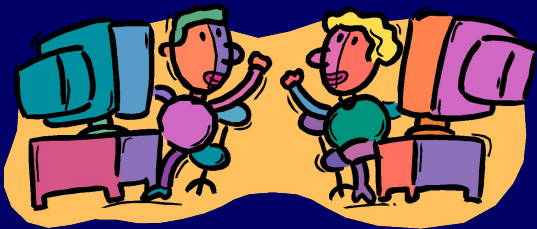
$$b_7 = b_1 \cdot q^6 = 12,8 \cdot (1/4)^6 = 128 / 10 \cdot 2^{12} = \\ = 2^7 / 10 \cdot 2^{12} = 1/320.$$



## Задача 2

Найдем восьмой член геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если  $b_1 = 162$  и  $b_3 = 18$ .

**Решение :**



используя формулу (\*), найдем знаменатель  $q$ .

Так как  $b_3 = b_1 \cdot q^2$ ,  
то  $q^2 = b_3 / b_1 = 18 / 162 = 1/9$ .

Решив уравнение  $q^2 = 1/9$ , получим  
 $q = \pm 1/3$ .

Таким образом, существуют две прогрессии, удовлетворяющие условию задачи.

Если  $q = 1/3$ , то  $b_8 = b_1 \cdot q^7 = 2/27$ .

Если  $q = -1/3$ , то  $b_8 = -2/27$ .

**Задача имеет два решения:**

$b_8 = 2/27$  и  $b_8 = -2/27$ .

## Задача 3

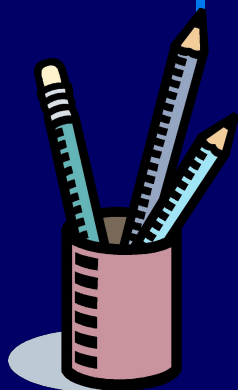


После каждого движения поршня  
разрезающего насоса из сосуда  
удаляется 20% находящегося в нем  
воздуха.

Определим давление воздуха внутри  
сосуда после шести движений поршня,  
если первоначально давление было  
760 мм рт. ст.



# Решение :



- ❖ так как после каждого движения поршня в сосуде остается 80% воздуха. Чтобы узнать давление воздуха в сосуде после очередного движения поршня, нужно давление после предыдущего движения поршня умножить на 0,8.

❖ Мы имеем Г.П.-  $(bn)$ ,  $b_n = 760$ , а  $q = 0,8$ . Число, выражающее давление воздуха в сосуде после шести движений поршня, является седьмым членом этой прогрессии :

❖  $b_7 = 760 \cdot (0,8)^6 \approx 200$  (мм рт. ст.).



## Задача 4

Срочный вклад 1000 р., положенный в банк, ежегодно увеличивается на 10%.  
Каким станет вклад через 3 года?



### Решение :

10% = 0,1. Коэффициент увеличения вклада равен 1,1. Имеем геометрическую прогрессию  $(c_n)$ .

$c_1 = 1000$  р.,  $q = 1,1$ .  $c_4$  – вклад через три года.

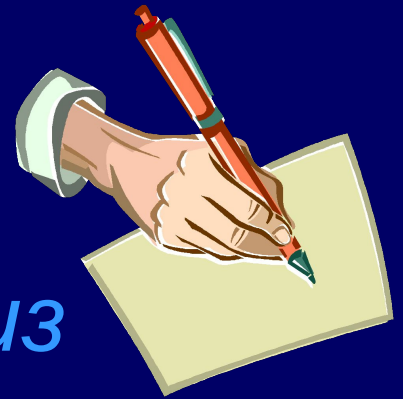
Следовательно,

$$c_4 = c_1 \cdot q^3 = 1000 \cdot (1,1)^3 = 1331.$$

Через три года вклад будет равен 1331 р.



Итак, на этом уроке вы познакомились с одним из видов числовых последовательностей. Чтобы закрепить новые понятия, выполните задания. Ответы и решение напишите на листке бумаги и сдайте учителю.



# Задания :



## □ Закончите фразу :

1. Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел . . . . .
2. В геометрической прогрессии число  $q$  называется . . . . .
3.  $q$  можно найти по формуле . . . . .
4. Формула нахождения  $n$ -го члена Г. П. такова . . . . .



# Решите



## самостоятельно

- **№ 1** Найдите первые пять членов Г. П. -  $(b_n)$ , если  $b_1 = 6$ ,  $q = 2$ .
- **№ 2** Последовательность  $(x_n)$  – Г. П.,  $x_1 = 16$ ,  $q = 1/2$ . Найдите седьмой член прогрессии.
- **№ 3** Срочный вклад, положенный в банк, ежегодно увеличивается на 20%. Каким станет вклад через 3 года, если вначале он был равен 800 р.?



---



Спасибо за урок. Желаю успехов!

