

Задачі с параметрами

Выполнила: Гарбузова Татьяна
ученица 11 А класса

Какие проблемы вызывают у учащихся задания, содержащие параметр. Самый трудный материал, с которым школьники сталкиваются на экзаменах,- это задачи такого типа. Научиться выбирать способ решения данных задач- в этом состоит основная задача.

Особый интерес представляют задачи, связанные с определением количества решений уравнения, а именно те, где параметр можно выделить в одну из частей уравнения.

Хотелось бы отметить, что обязательным условием успешного решения таких задач является овладение умениями, связанными с построениями графиков различных функций.

Рассмотрим некоторые задания.

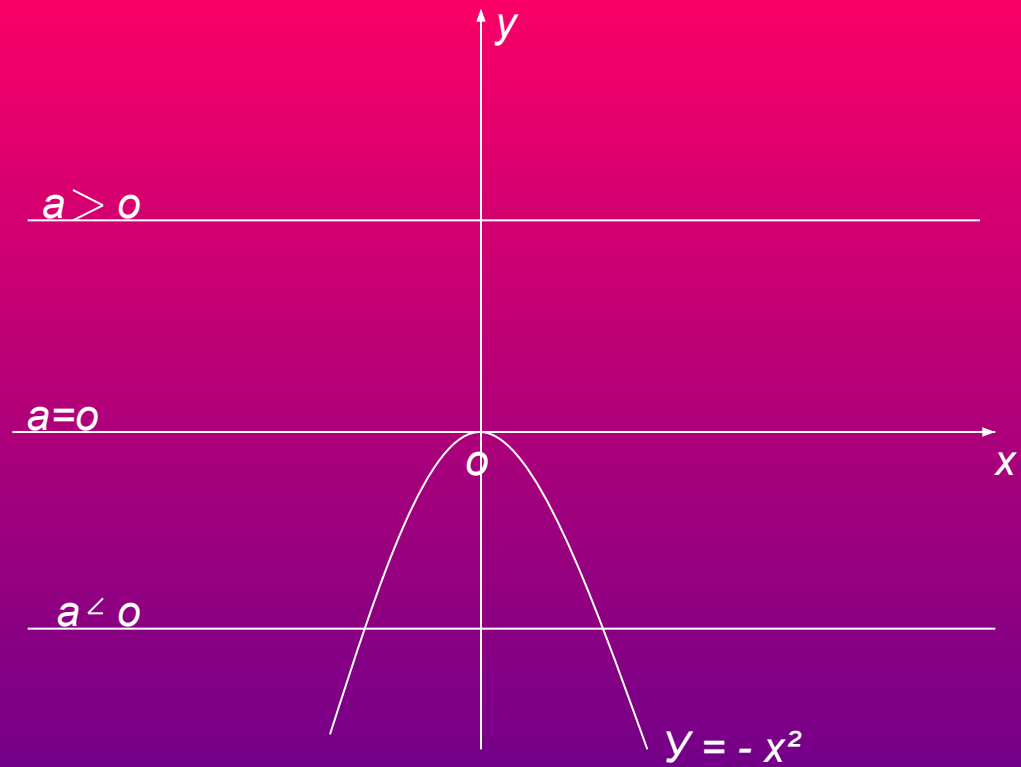
Задание №1. Для каждого значения параметра a найдите количество корней уравнения $-x^2=a$.

Решение.

$Y = -x^2$ - графиком является парабола, ветви которой направлены вниз.

$Y = a$ - семейство горизонтальных прямых.

Определим, сколько точек пересечения графиков функций будет в зависимости от значений a . Сколько точек пересечения - столько будет и решений исходного уравнения.



Если $a > 0$, то уравнение решений не имеет.

Если $a = 0$, то уравнение имеет одно решение.

Если $a < 0$, то уравнение имеет два решения.

Данную задачу можно сформулировать иначе,
например:

При каких значениях параметра a уравнение
не имеет решений?

Задание №2. Для каждого значения параметра a найдите количество корней уравнения $ax=8$.

Рассмотрим уравнение:

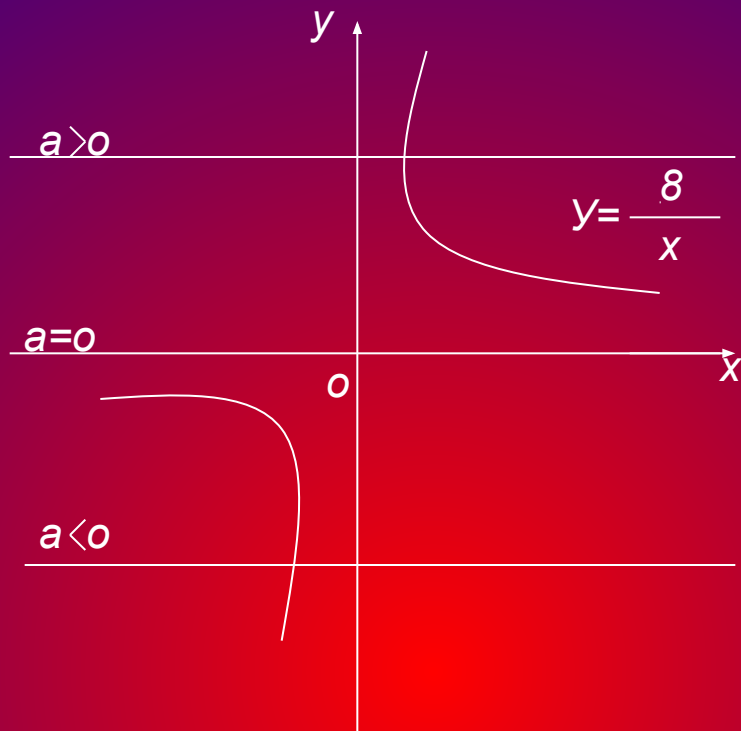
$$a = \frac{8}{x}$$

$y = a$ - семейство горизонтальных прямых;

$y = \frac{8}{x}$ - графиком является гипербола.

Если $a = 0$, то уравнение решений не имеет.

Если $a \neq 0$, то уравнение имеет одно решение.



Заметим, что с решением этой задачи учащиеся

легко справляются после изучения функции $y = \frac{K}{x}$

Задание №3. Найдите количество корней данного уравнения $x^2-2x-8-a=0$ в зависимости от значений параметра a .

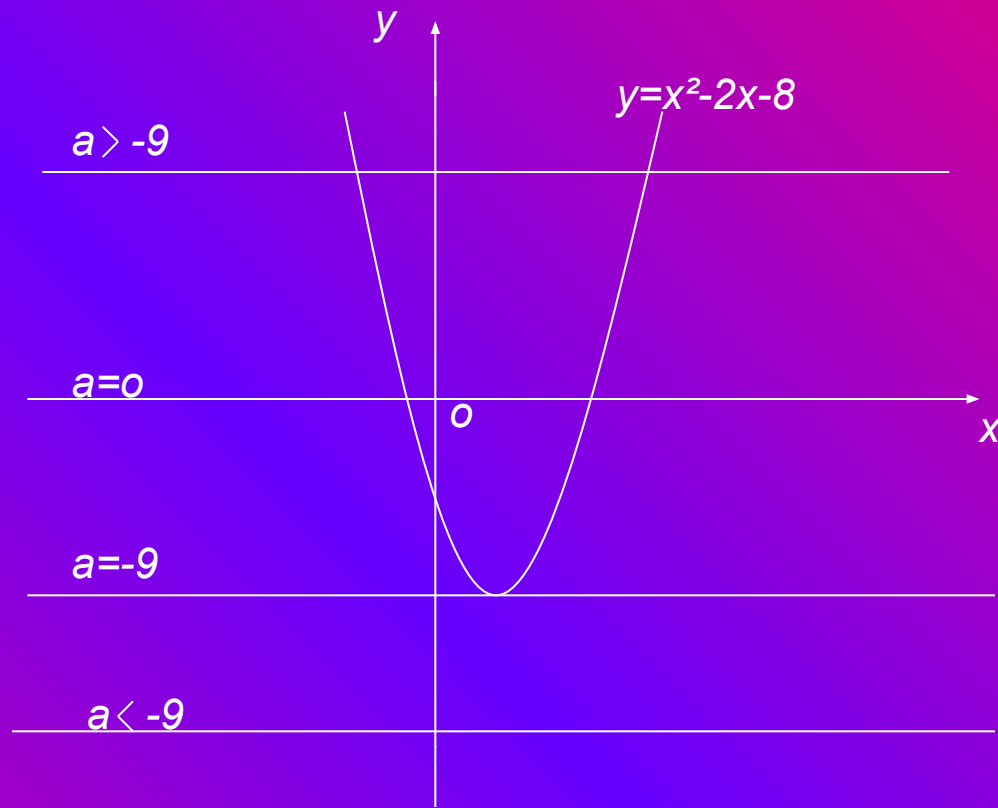
Решение.

Перепишем данное уравнение в виде

$$x^2-2x-8=a$$

$y=x^2-2x-8$ - графиком является парабола;

$y=a$ - семейство горизонтальных прямых.



Если $a < -9$, то уравнение решений не имеет.

Если $a = -9$, то уравнение имеет одно решение.

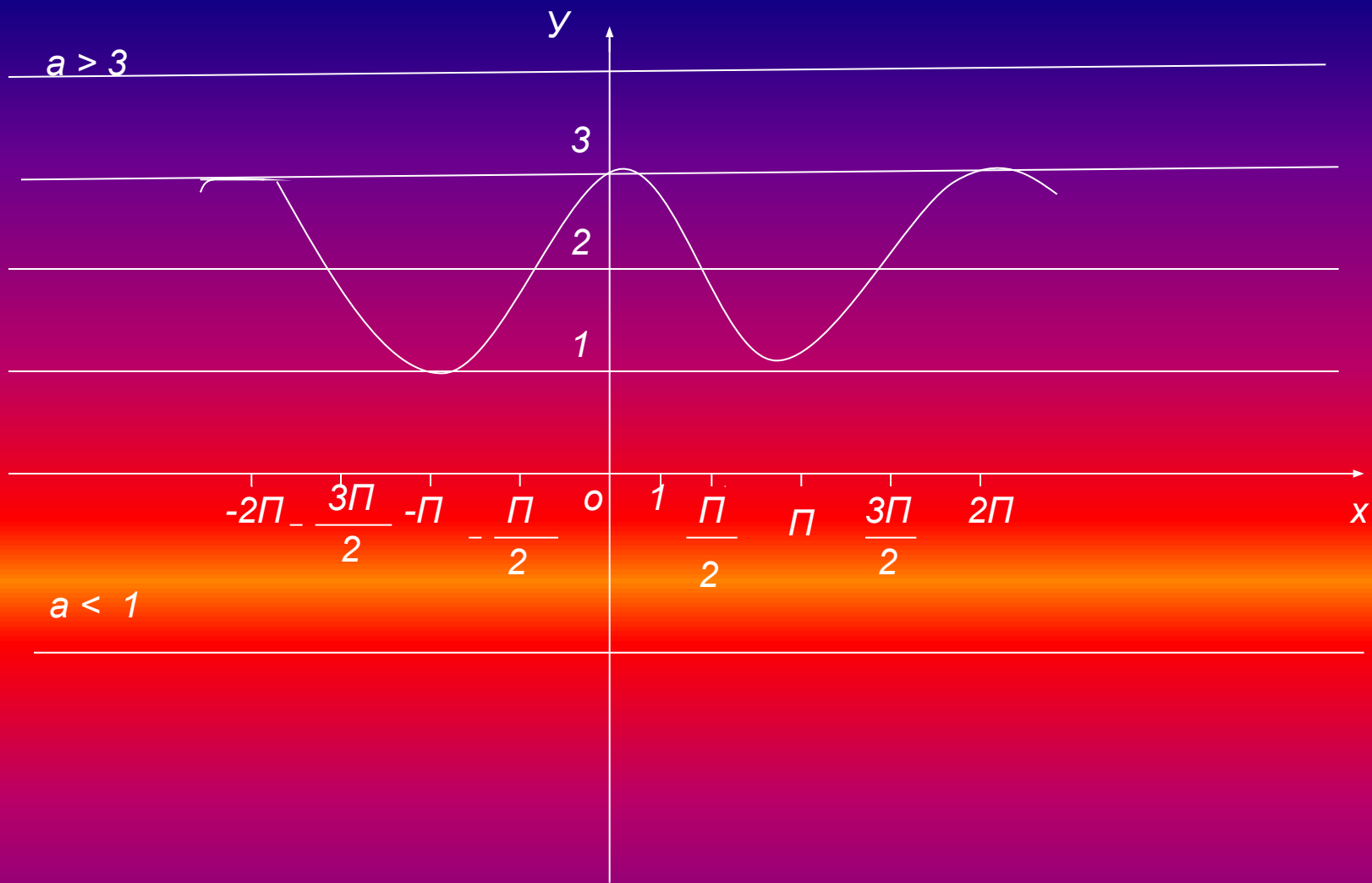
Если $a > -9$, то уравнение имеет два решения

Задание №4. Для каждого значения параметра a найдите количество корней уравнения $\cos x + 2 - a = 0$.

Решение.

Перепишем данное уравнение в виде $\cos x + 2 = a$.

Рассмотрим графики: $y = \cos x + 2$ и $y = a$.



Если $a > 3$ и $a < 1$, то уравнение решений не имеет.

Если $1 \leq a \leq 3$, то уравнение имеет бесконечно много решений.

Завершая разговор о роли графического метода в решении задач с параметрами, хотелось бы коснуться ещё одной, более сложной задачи из сборника для подготовки и проведения письменного экзамена за курс средней школы.

Задание №5.

**Для каждого значения a найдите
количество корней уравнения**

$$|x-1| = ax+2.$$

1. При $x \geq 1$,

$$x-1 = ax+2,$$

$$x-3 = ax \mid : x, x \neq 0$$

$$1 - \frac{3}{x} = a.$$

2. При $x < 1$,

$$1-x = ax+2,$$

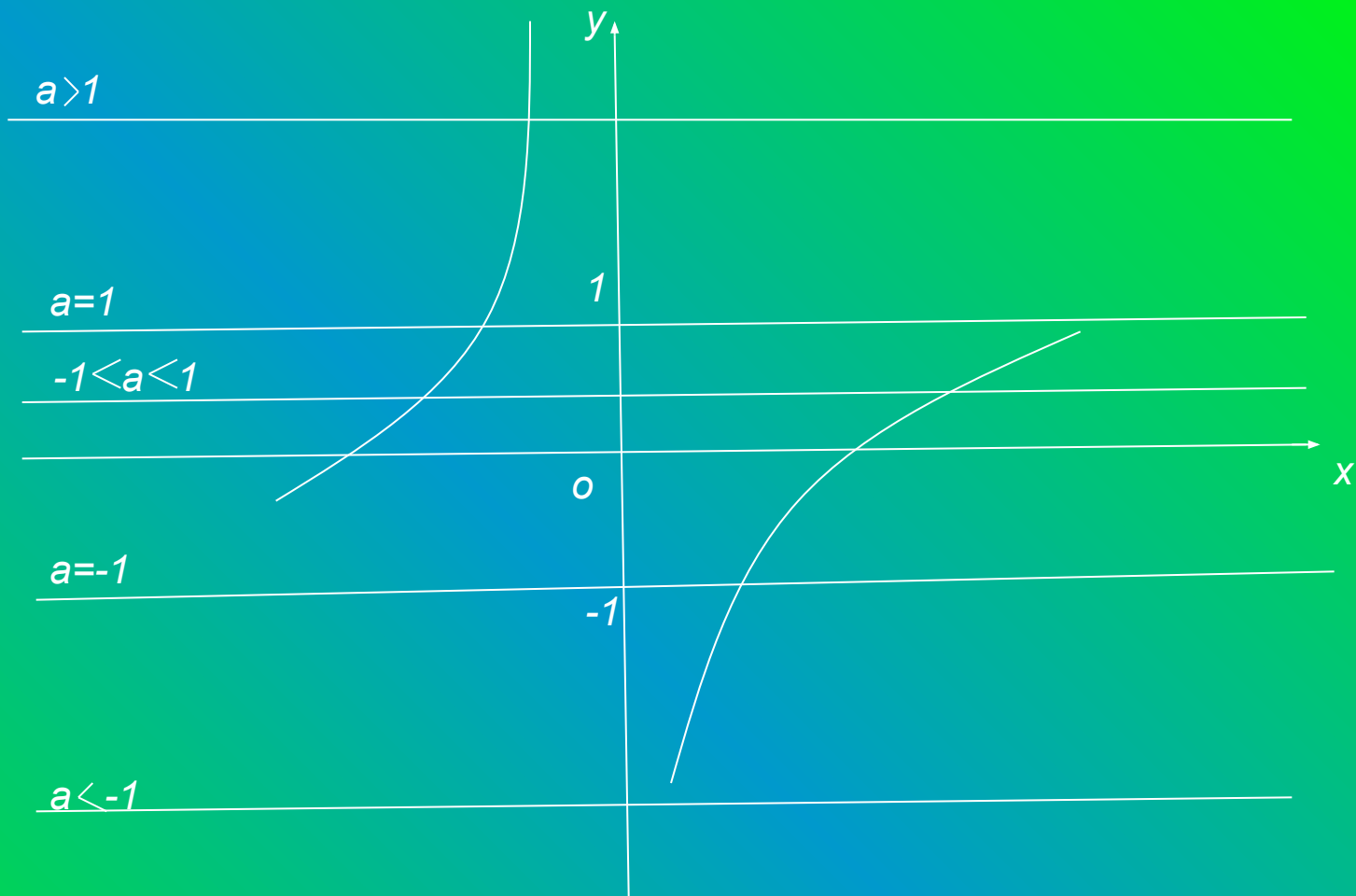
$$-x-1 = ax \mid : x, x \neq 0,$$

$$-1 - \frac{1}{x} = a.$$

Рассмотрим функцию и построим её график.

$$y = \begin{cases} 1 - \frac{3}{x}, & \text{если } x \geq 1, \\ -1 - \frac{1}{x}, & \text{если } x < 1. \end{cases}$$

$$y = a$$



Если $a \in (-1; 1)$, то уравнение имеет два решения.

Если $a \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$, то уравнение имеет

одно решение.