

# Задачі с параметрами

Выполнила: Гарбузова Татьяна  
ученица 11 А класса

**Какие проблемы вызывают у учащихся задания, содержащие параметр. Самый трудный материал, с которым школьники сталкиваются на экзаменах,- это задачи такого типа. Научиться выбирать способ решения данных задач- в этом состоит основная задача.**

**Особый интерес представляют задачи, связанные с определением количества решений уравнения, а именно те, где параметр можно выделить в одну из частей уравнения.**

**Хотелось бы отметить, что обязательным условием успешного решения таких задач является овладение умениями, связанными с построениями графиков различных функций.**

**Рассмотрим некоторые задания.**

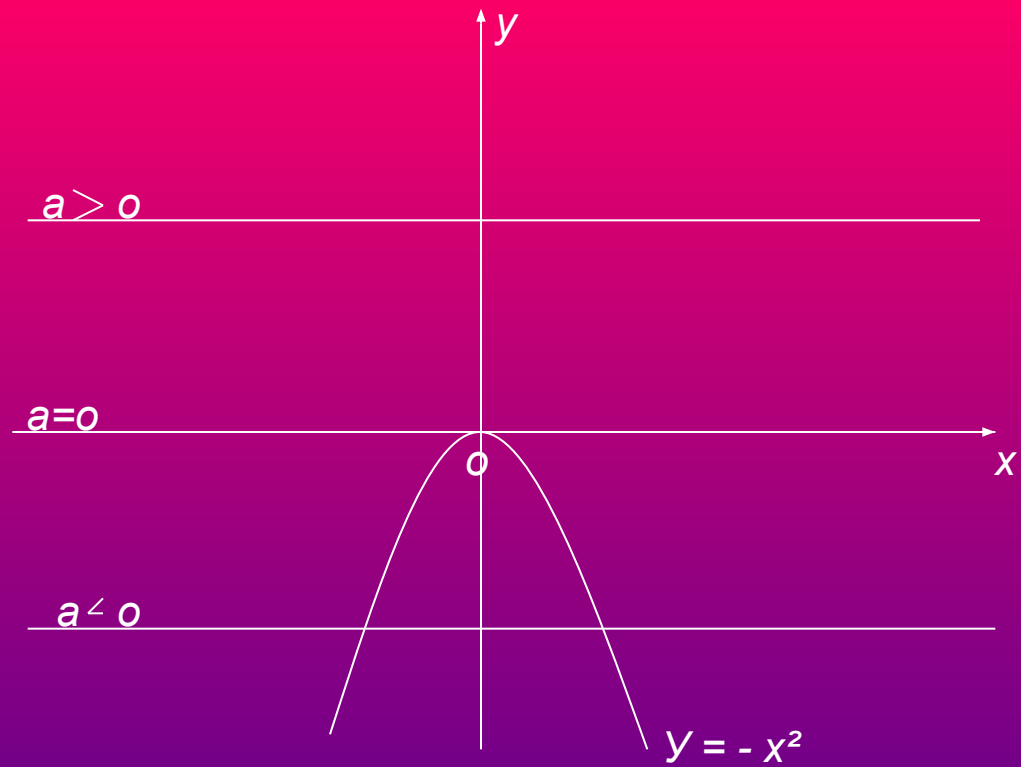
**Задание №1. Для каждого значения параметра  $a$  найдите количество корней уравнения  $-x^2=a$ .**

*Решение.*

$Y = -x^2$  - графиком является парабола, ветви которой направлены вниз.

$Y = a$  - семейство горизонтальных прямых.

Определим, сколько точек пересечения графиков функций будет в зависимости от значений  $a$ . Сколько точек пересечения - столько будет и решений исходного уравнения.



**Если  $a > 0$ , то уравнение решений не имеет.**

**Если  $a = 0$ , то уравнение имеет одно решение.**

**Если  $a < 0$ , то уравнение имеет два решения.**

Данную задачу можно сформулировать иначе,  
например:

При каких значениях параметра  $a$  уравнение  
не имеет решений?

**Задание №2.** Для каждого значения параметра  $a$  найдите количество корней уравнения  $ax=8$ .

**Рассмотрим уравнение:**

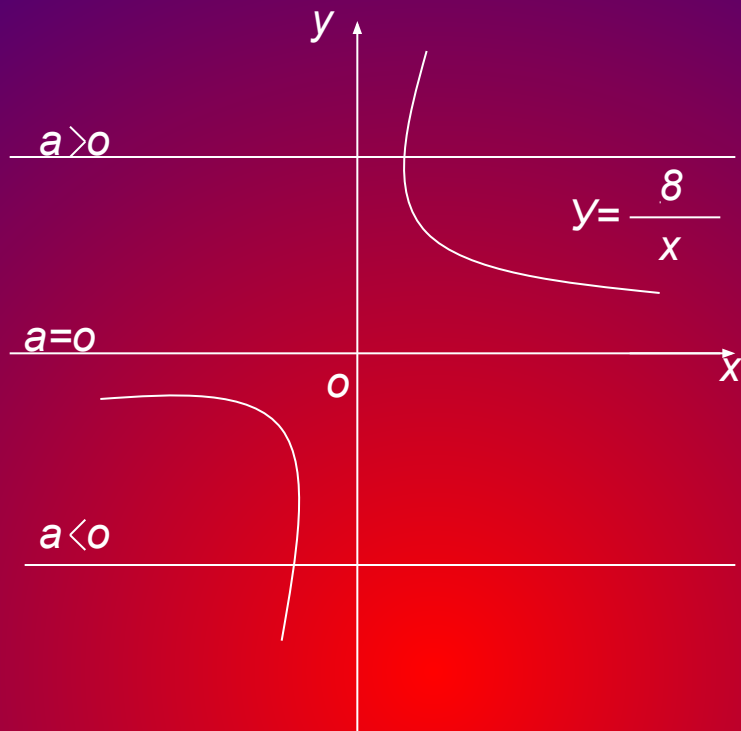
$$a = \frac{8}{x}$$

$y = a$  - семейство горизонтальных прямых;

$y = \frac{8}{x}$  - графиком является гиперболоа.

**Если  $a = 0$ , то уравнение решений не имеет.**

**Если  $a \neq 0$ , то уравнение имеет одно решение.**



**Заметим, что с решением этой задачи учащиеся**

**легко справляются после изучения функции  $y = \frac{K}{x}$**

*Задание №3.* Найдите количество корней данного уравнения  $x^2-2x-8-a=0$  в зависимости от значений параметра  $a$ .

*Решение.*

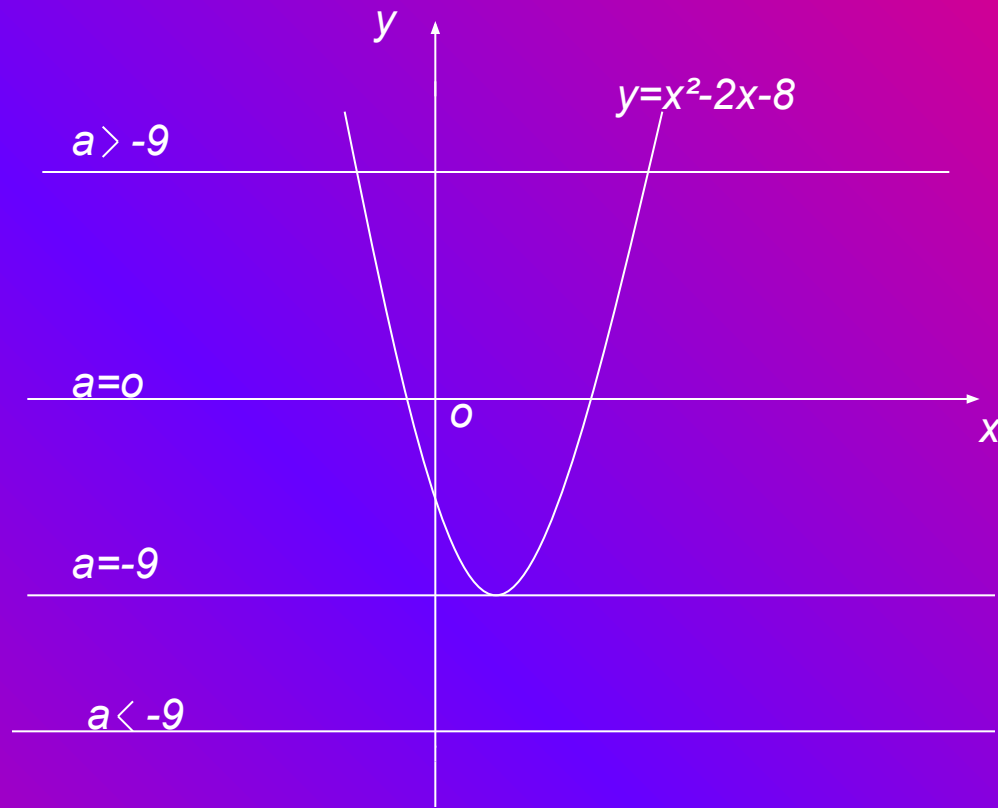
Перепишем данное уравнение в виде

$$x^2-2x-8=a$$

$y=x^2-2x-8$ - графиком является парабола;

$y=a$ - семейство горизонтальных прямых.





**Если  $a < -9$ , то уравнение решений не имеет.**

**Если  $a = -9$ , то уравнение имеет одно решение.**

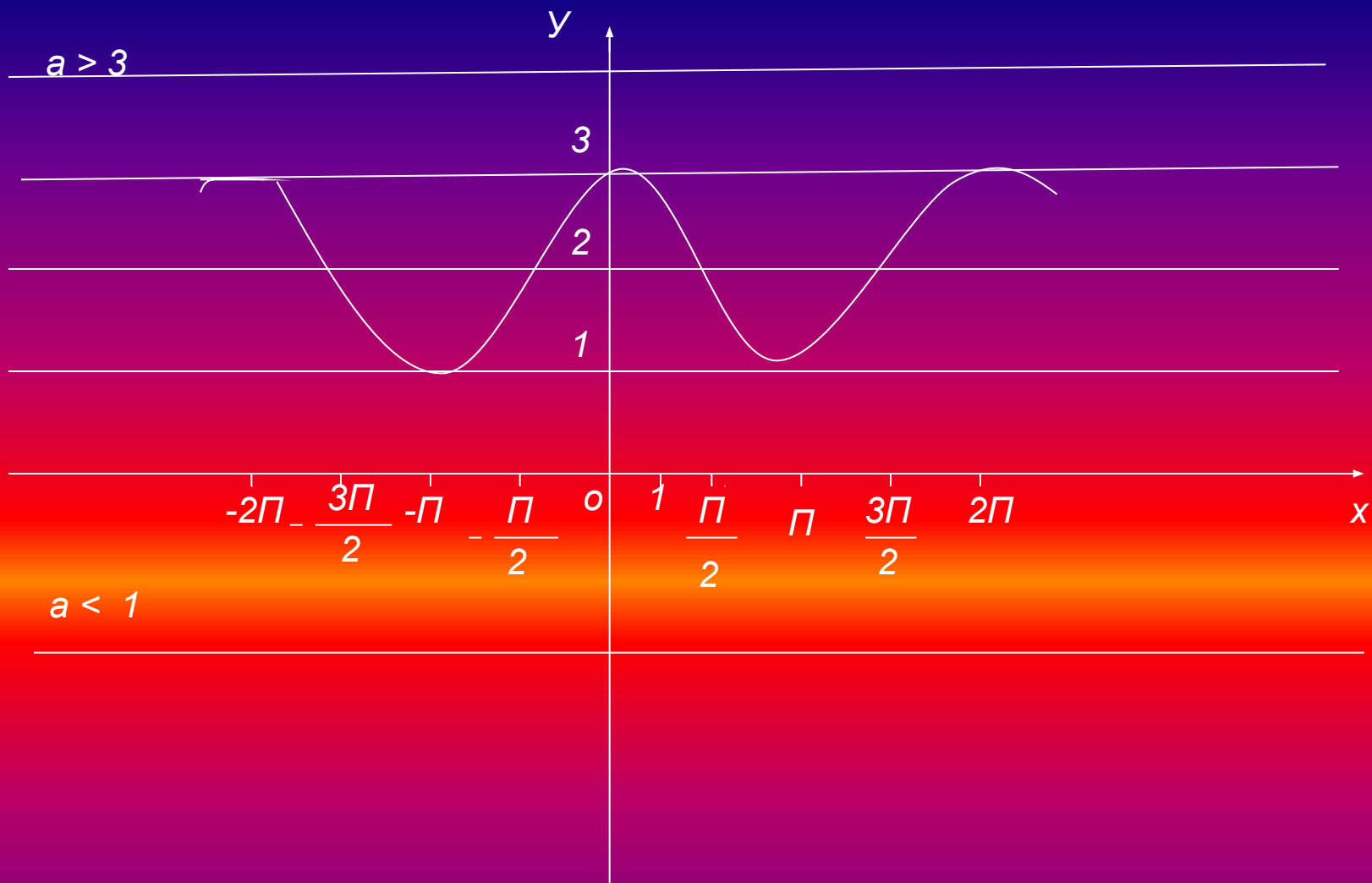
**Если  $a > -9$ , то уравнение имеет два решения**

*Задание №4.* Для каждого значения параметра  $a$  найдите количество корней уравнения  $\cos x + 2 - a = 0$ .

*Решение.*

Перепишем данное уравнение в виде  $\cos x + 2 = a$ .

Рассмотрим графики:  $y = \cos x + 2$  и  $y = a$ .



**Если  $a > 3$  и  $a < 1$ , то уравнение решений не имеет.**

**Если  $1 \leq a \leq 3$ , то уравнение имеет бесконечно много решений.**

**Завершая разговор о роли графического метода в решении задач с параметрами, хотелось бы коснуться ещё одной, более сложной задачи из сборника для подготовки и проведения письменного экзамена за курс средней школы.**

*Задание №5.*

**Для каждого значения  $a$  найдите  
количество корней уравнения**

$$|x-1| = ax+2.$$

1. При  $x \geq 1$ ,

$$x-1 = ax+2,$$

$$x-3 = ax \mid : x, x \neq 0$$

$$1 - \frac{3}{x} = a.$$

2. При  $x < 1$ ,

$$1-x = ax+2,$$

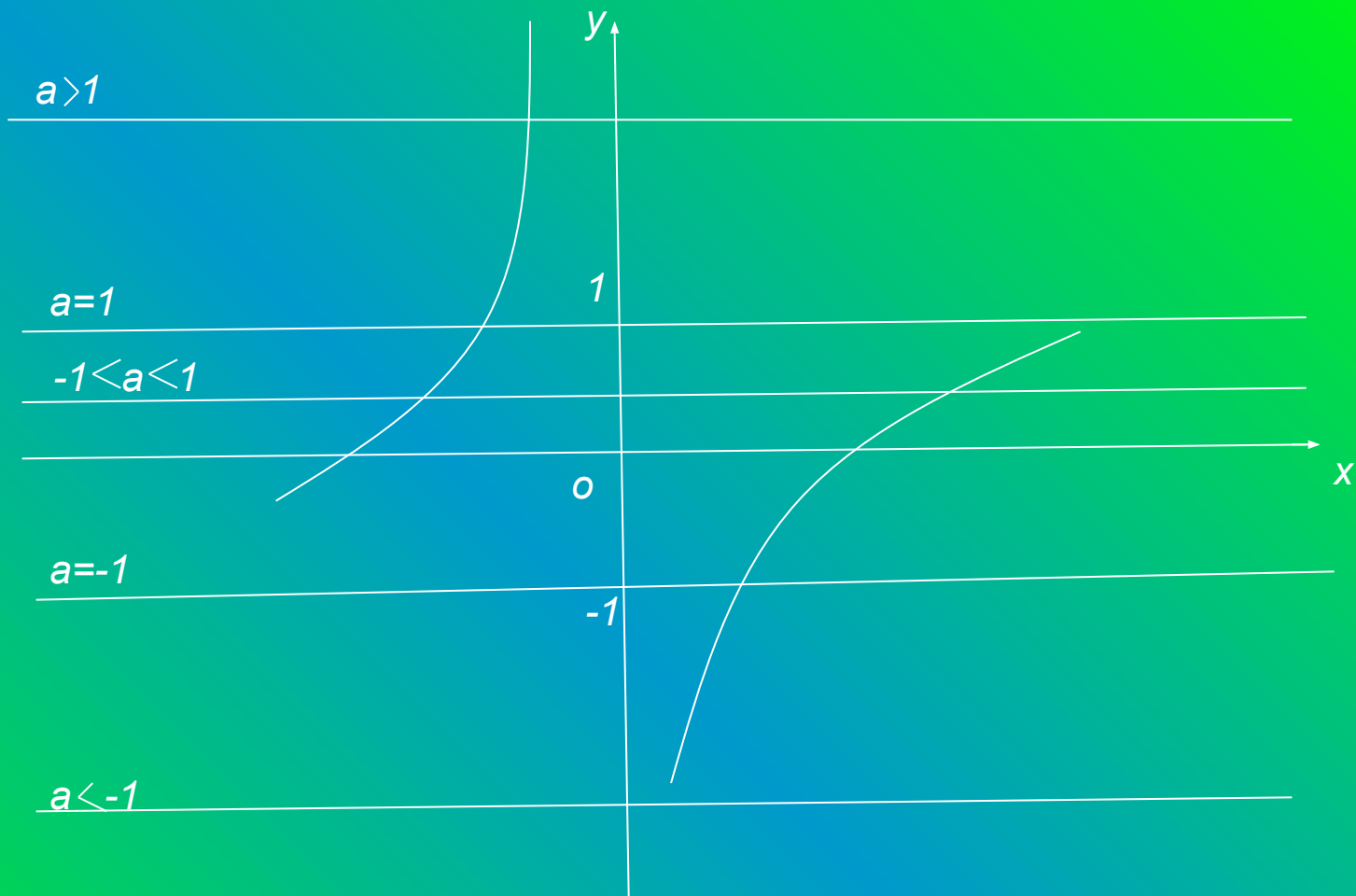
$$-x-1 = ax \mid : x, x \neq 0,$$

$$-1 - \frac{1}{x} = a.$$

Рассмотрим функцию и построим её график.

$$y = \begin{cases} 1 - \frac{3}{x}, & \text{если } x \geq 1, \\ -1 - \frac{1}{x}, & \text{если } x < 1. \end{cases}$$

$$y = a$$



**Если  $a \in (-1; 1)$ , то уравнение имеет два решения.**

**Если  $a \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ , то уравнение имеет**

**одно решение.**