

***Тестирование  
релятивистских и  
космологических  
эффектов  
в Солнечной системе***

# Общая теория относительности

Изменение гравитационной  
постоянной  $G$

Темная материя

**DE ephemerides** — Development Ephemeris,  
Jet Propulsion Laboratory,  
эфемериды DE, разработанные в  
Лаборатории реактивного  
движения,  
(Пасадена, США)

**ЕРМ** — Ephemerides of Planets and the Moon  
(ИПА РАН, Россия)

**INPOP ephemerides** — Intégrateur Numérique Planétaire  
de l'Observatoire de Paris  
(Париж, Франция)

# Планетные эфемериды EPM2014

Численные эфемериды EPM2014 (Ephemerides of Planets and the Moon) были построены с использованием более **800 тысяч** наблюдений (1913-2014 гг.) различных типов.

Уравнения движения тел брались в параметризованной постньютоновской метрике  $n$ -тел для Общей теории относительности в TDB шкале времени.

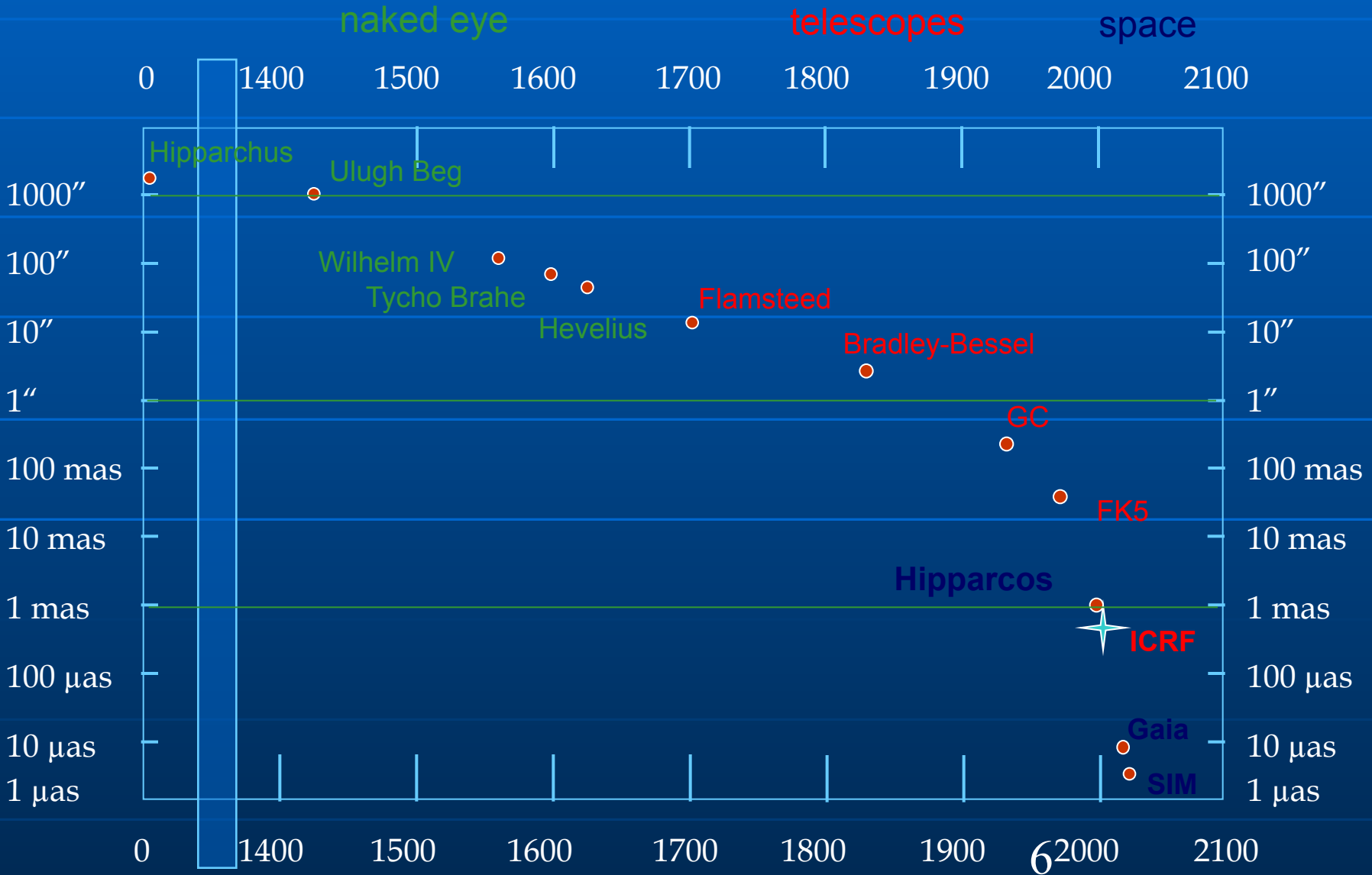
Интегрирование в барицентрической системе координат в шкале времени TDB на эпоху J2000.0 выполнялось методом Эверхарта на интервале 400 лет (1800-2200 гг.) лунно-планетным интегратором программного пакета ЭРА-7 (Krasinsky and Vasilyev, 1997).

Эфемериды EPM вместе с соответствующими разностями TT–TDB, а также 7 дополнительными объектами: Ceres, Pallas, Vesta, Eris, Haumea, Makemake, Sedna доступны через FTP: <ftp://quasar.ipa.nw.ru/incoming/EPM/>.

# Динамическая модель ЕРМ2014 учитывает (помимо взаимных возмущений больших планет и Луны):

- возмущения от **301** наиболее массивных астероидов,
- возмущения от остальных малых планет главного пояса астероидов, моделируемым притяжением **двумерным** однородным кольцом,
- возмущение от **30** наибольших транснептуновых объектов.
- возмущения от остальных транснептуновых планет, моделируемых однородным кольцом (на среднем расстоянии 43 АЕ),
- релятивистские возмущения,
- возмущения от сжатия Солнца ( $2 \cdot 10^{-7}$ ),
- возмущения, вызываемые несферичностью фигур Земли и Луны.

# Точность астрометрических наблюдений



# Наблюдения, использованные для ЕРМ2014 (> 800 тысяч наблюдений)

Планета	Радиотехнические		Оптические	
	Интервал наблюдений	Число норм. точек	Интервал наблюдений	Число наблюдений
Меркурий	1964-2009	757	—	—
Венера	1961-2013	3779	—	—
Марс	1965-2014	47755	—	—
Юпитер + 4 сп.	1973-1997	51	1914-2013	14866
Сатурн +7 сп.	1979-2014	188	1913-2013	16455
Уран + 4 сп.	1986	3	1914-2013	12550
Нептун + 1 сп.	1989	3	1913-2013	12404
Плутон	—	—	1914-2013	16674
<b>Всего</b>	<b>1961-2014</b>	<b>52556</b>	<b>1913-2013</b>	<b>72049</b>

## Редукции радарных наблюдений

- релятивистские редукции — запаздывание сигнала в гравитационных полях Солнца, Юпитера, Сатурна (эффект Шапиро) и редукция наблюдений от координатного времени эфемерид к собственному времени наблюдателя;
- запаздывание в тропосфере Земли;
- запаздывание в солнечной короне, параметры ее модели определяются из наблюдений для каждого соединения (необходимы наблюдения на нескольких частотах !);
- поправки за топографию поверхностей планет (Меркурий, Венера, Марс).

## Редукции оптических наблюдений

- опорные каталоги => FK4 => FK5 => ICRF;
- поправки за дополнительный эффект фазы (основные поправки за фазу внесены самими наблюдателями);
- релятивистские поправки за отклонение света.



**В основном варианте улучшения планетной части EPM2014 эфемерид определялось около 270 параметров:**

- элементы орбит планет и спутников внешних планет;
- величина астрономической единицы;
- углы ориентации эфемерид относительно ICRF;
- параметры вращения Марса и трех ПА на Марсе;
- массы около 30 астероидов, средние плотности таксономических классов астероидов (C, S, M),
- масса главного астероидного пояса, масса кольца ТНО,
- отношение масс Земли и Луны;
- квадрупольный момент Солнца и параметры солнечной короны для разных соединений планет с Солнцем;
- коэффициенты топографии Меркурия и поправки к уровенным поверхностям Венеры и Марса;
- коэффициенты для дополнительного учета эффекта фазы внешних планет.
- пост-модельные параметры ( $\beta$ ,  $\gamma$ , движение  $\pi$ ,  $\dot{GM}_\bullet/GM_\bullet$ ,  $\dot{G}/G$ , изменение  $a_i$ ).

# Ориентация планетных эфемерид EPM2014 относительно международной системы отсчета ICRF

Выполнена по VLBI наблюдениям космических аппаратов около планет на фоне квазаров, координаты которых даны в системе ICRF:

$$1 \text{ mas} = 0.001''$$

Интервал	Число наблюдений	$\varepsilon_x$ <i>mas</i>	$\varepsilon_y$ <i>mas</i>	$\varepsilon_z$ <i>mas</i>
1989- 2010	213	-0.000 $\pm 0.042$	-0.025 $\pm 0.048$	+0.004 $\pm 0.028$
1989 - 2014	281	0.002 $\pm 0.038$	0.001 $\pm 0.041$	0.000 $\pm 0.025$

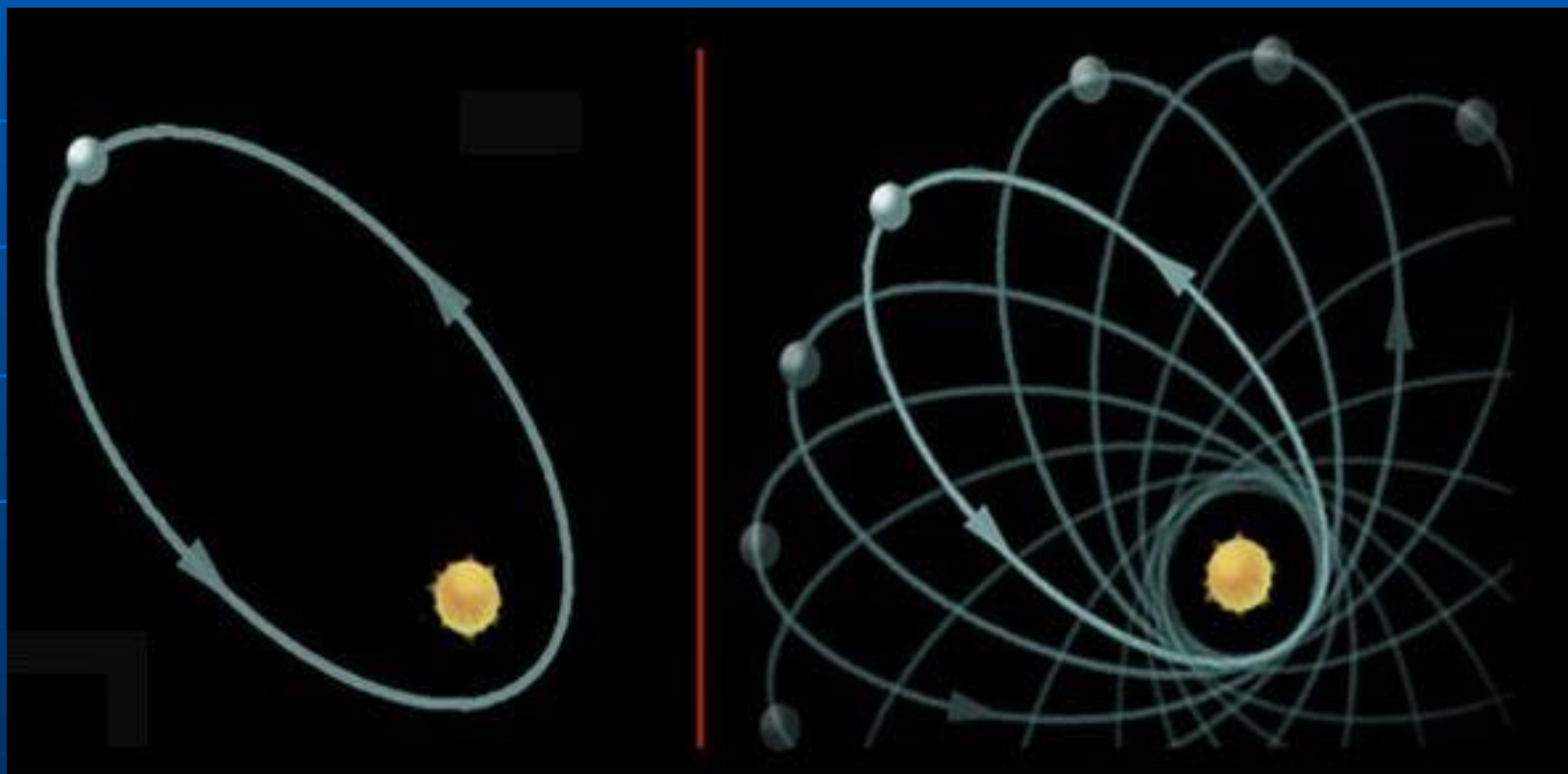
# Тестирование эффектов ОТО

Дополнительное смещение перигелия Меркурия,  
обнаружено Леверье, 1859 г.

Cause of advance	Rate ("/century)
General precession (epoch 1900)	5 025.6
Venus	277.8
Earth	90.0
Mars	2.5
Jupiter	153.6
Saturn	7.3
Others	0.2
Sum	5 557.0
Observed Advance	5 599.7
Discrepancy	42.7

## Ньютоновское притяжение

## Общая теория относительности



# Parametrized post-Newtonian (PPN) formalism

(Параметризованный пост-ньютоновский  
PPN-формализм)

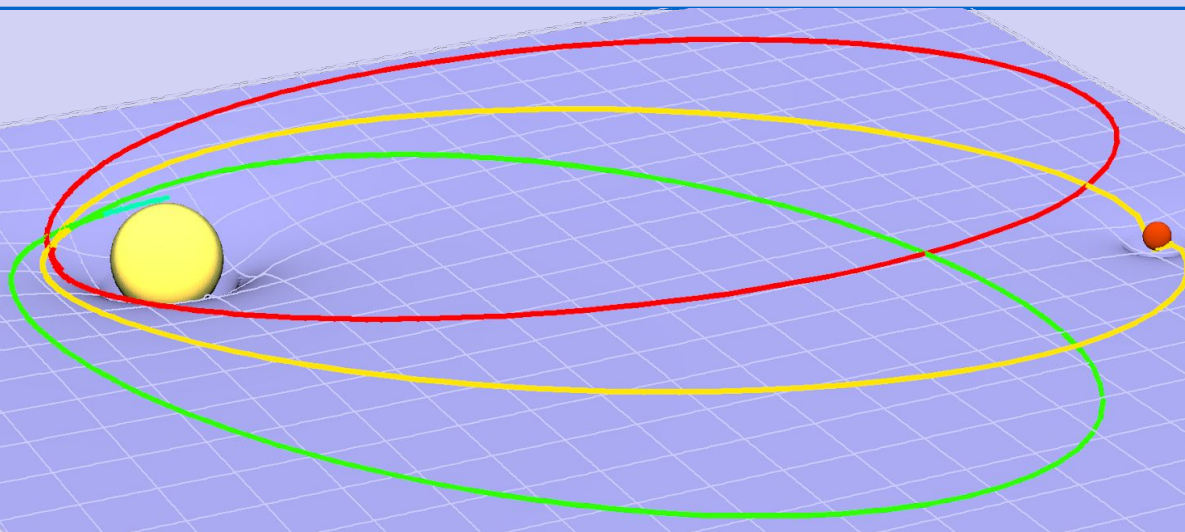
- K. Nordtvedt, C. Will (1970-e)
- Двумя самыми важными параметрами являются  $\gamma$  и  $\beta$  ( $\gamma = \beta = 1$  в ОТО)
- Предсказания различных теорий гравитации могут быть выражены, используя эти параметры

# Первый тест ОТО: Смещение перигелия

В Общей теории относительности Эйнштейна было объяснено смещение перигелия Меркурия.

$$\Delta\omega = 2\pi \frac{(2\gamma + 2 - \beta)GM_{\odot}}{c^2 a (1 - e^2)}, \quad \text{rad per revolution}$$

Точность смещения перигелия (2008):  $\sim 10^{-3}$



# Второй тест Общей теории относительности: отклонение света

Возможные результаты:

- Нет отклонения = 0
- Ньютон = 0.87''
- Эйнштейн = 1.75''

Прав оказался Эйнштейн

$$\Delta\varphi = \frac{2(1 + \gamma)GM_{\odot}}{c^2 d}$$

# Третий тест ОТО: эффект Шапиро

Свету требуется больше времени, чтобы пройти расстояние от излучателя до приемника, чем просто расстояние между ними, деленное на скорость света

$$t = \frac{1}{c} \left| \mathbf{x}_{\text{emitter}} - \mathbf{x}_{\text{receiver}} \right| + \frac{(1 + \gamma)GM_{\odot}}{c^3} F(\mathbf{x}_{\odot}, \mathbf{x}_{\text{emitter}}, \mathbf{x}_{\text{receiver}})$$

Открыт **Ирвином Шапиро в 1964 году** как теоретическое предсказание Общей теории относительности, первые измерения, сделанные в конце 1960-х годов подтвердили значение Шапиро с точностью 10%.



# PPN параметры $\beta$ и $\gamma$ (General Relativity: $\beta = \gamma = 1$ )

Полученные нами результаты:

$$\beta - 1 = -0.00002 \pm 0.00003, \quad \gamma - 1 = +0.00004 \pm 0.00006$$

$\Rightarrow$  соответствие планетных движений и  
распространения света ОТО

Французские коллеги ([Fienga et al., 2015](#)) получили  
аналогичные результаты на основе своих численных  
эфемерид INPOP13:

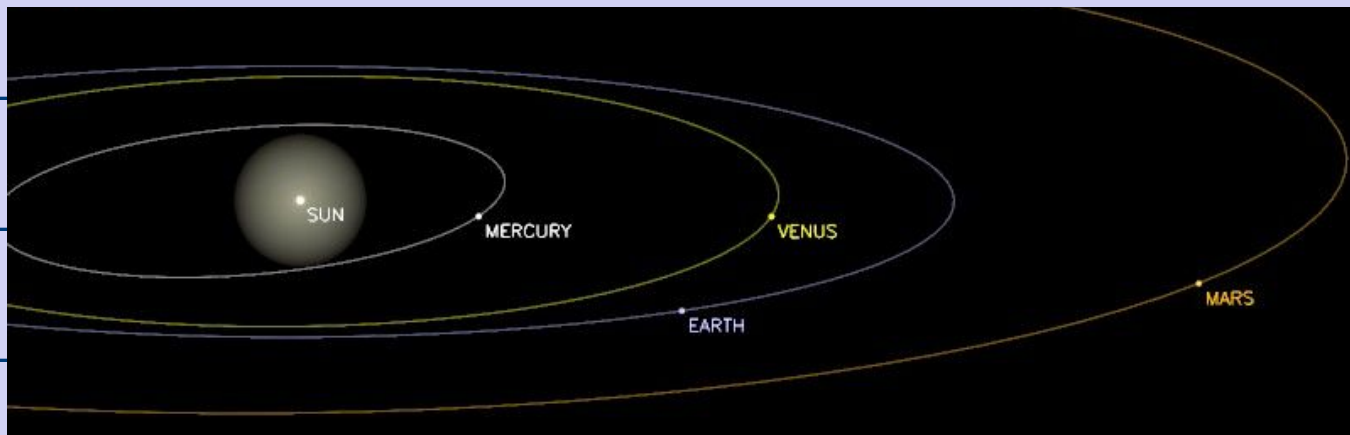
$$\beta - 1 = 0.00000 \pm 0.00007, \quad \gamma - 1 = -0.00002 \pm 0.00005,$$

(готовится статья в [Celestial Mechanics Dyn. Astr., 2015](#))

# Изменение $G$ во времени

Если  $G$  зависит от времени, то движение планет будет происходить с изменениями полуосей и появится дрейф периодов орбитального движения планет

$$\dot{G}/G, \text{ yr}^{-1}$$



Из наблюдений движения планет можно  
получить, как меняется  
гелиоцентрическая гравитационная  
постоянная Солнца  $GM_{\odot}$



# Некоторые параметры

Гелиоцентрическая гравитационная постоянная

$$GM_{\odot} = (132712440041 \pm 10) \text{ км}^3 \text{сек}^{-2} \text{ (МАС, 2009)}$$

Средняя полная светимость Солнца  $L_{\odot} = 3.846 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}$ ,  
(Willson R. C., et al., 1986, Science, 234, 1114 )

Масса Солнца  $M = 1.9891 \cdot 10^{33} \text{ г}$

(Brun A.S., et al., 1998 Astrophys. J., 506, 913-925),

Гравитационная постоянная

$$G = (6.67428 \pm 0.00067) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{кг сек}^2 \text{ (CODATA 2006)}$$

Астрономическая единица  $\text{АЕ} = (149597870700 \text{ м}) \text{ (МАС, 2012)}$

# Уменьшение массы Солнца

Убыль массы Солнца вследствие излучения:

$$\dot{M}_{\odot}/M_{\odot} = -6.789 \cdot 10^{-14} \text{ в год.}$$

Убыль массы Солнца вследствие солнечного ветра:

$$\dot{M}_{\odot}/M_{\odot} = -2 \cdot 10^{-14} \text{ в год.}$$

(Hundhausen, 1997; Meyer-Vernet N., 2007)

Также указывают для солнечного ветра

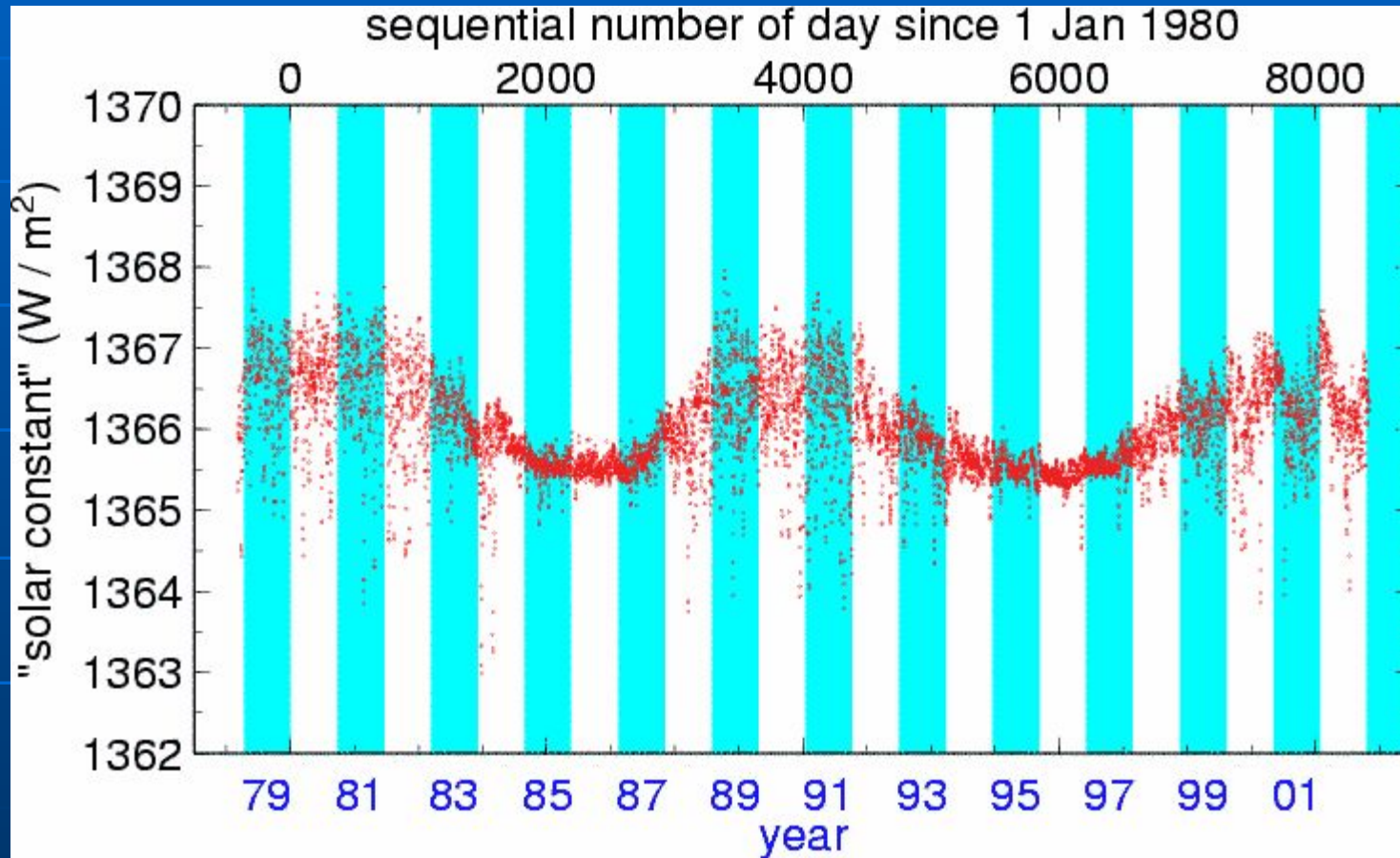
$$\dot{M}_{\odot}/M_{\odot} = -(2-3) \cdot 10^{-14} \text{ в год.}$$

(Carroll, Ostlie, 1996; Livingston, 2000)

Совместный эффект уменьшения за счет излучения и солнечного ветра:

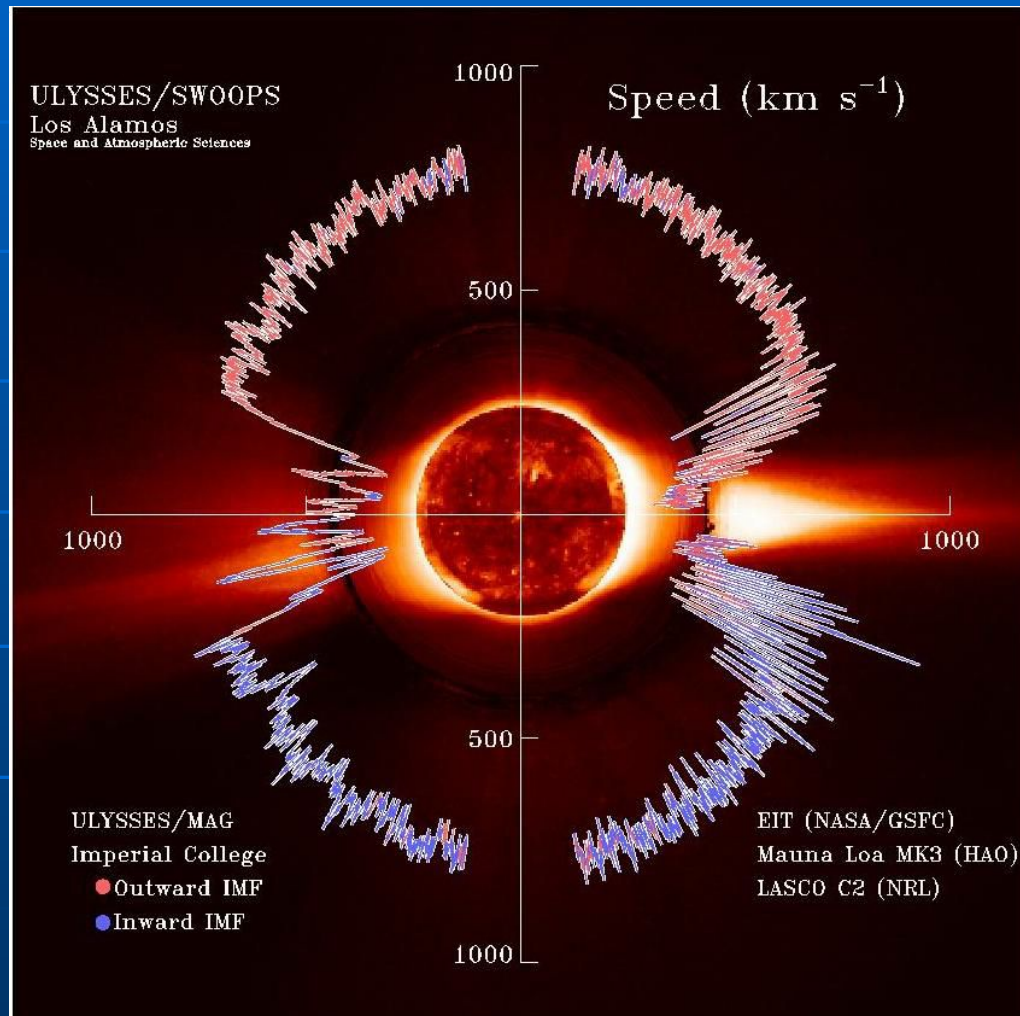
$$-9.8 \cdot 10^{-14} < \dot{M}_{\odot}/M_{\odot} < -8.8 \cdot 10^{-14}.$$

# Полный поток излучения от Солнца меняется менее 0.2%



Убыль массы Солнца вследствие  
излучения :  $M_{\odot} / M = 6.789 \cdot 10^{-14}$  в год.

# Имеется поток солнечного ветра



Убыль массы Солнца вследствие солнечного ветра:

$$M_{\odot} / M = (2 \div 3) \cdot 10^{-14} \text{ в год.}$$



# Возрастание массы Солнца

Существует **обратный процесс** – увеличение массы Солнца:

- за счет падения метеорного и астероидного вещества на Солнце;
- за счет вещества, приходящего из дальних областей Солнечной системы, главным образом, в форме комет (из занептуновых областей - пояс Койпера, облако Оорта).

В большое число комет из семейства Крейтца регистрируется в непосредственной близости от Солнца (*sungrazing comet*) с помощью коронографа LASCO, установленного на солнечной космической обсерватории SOHO (<http://lasco-www.nrl.navy.mil/>) + обсерватория SDO (NASA).

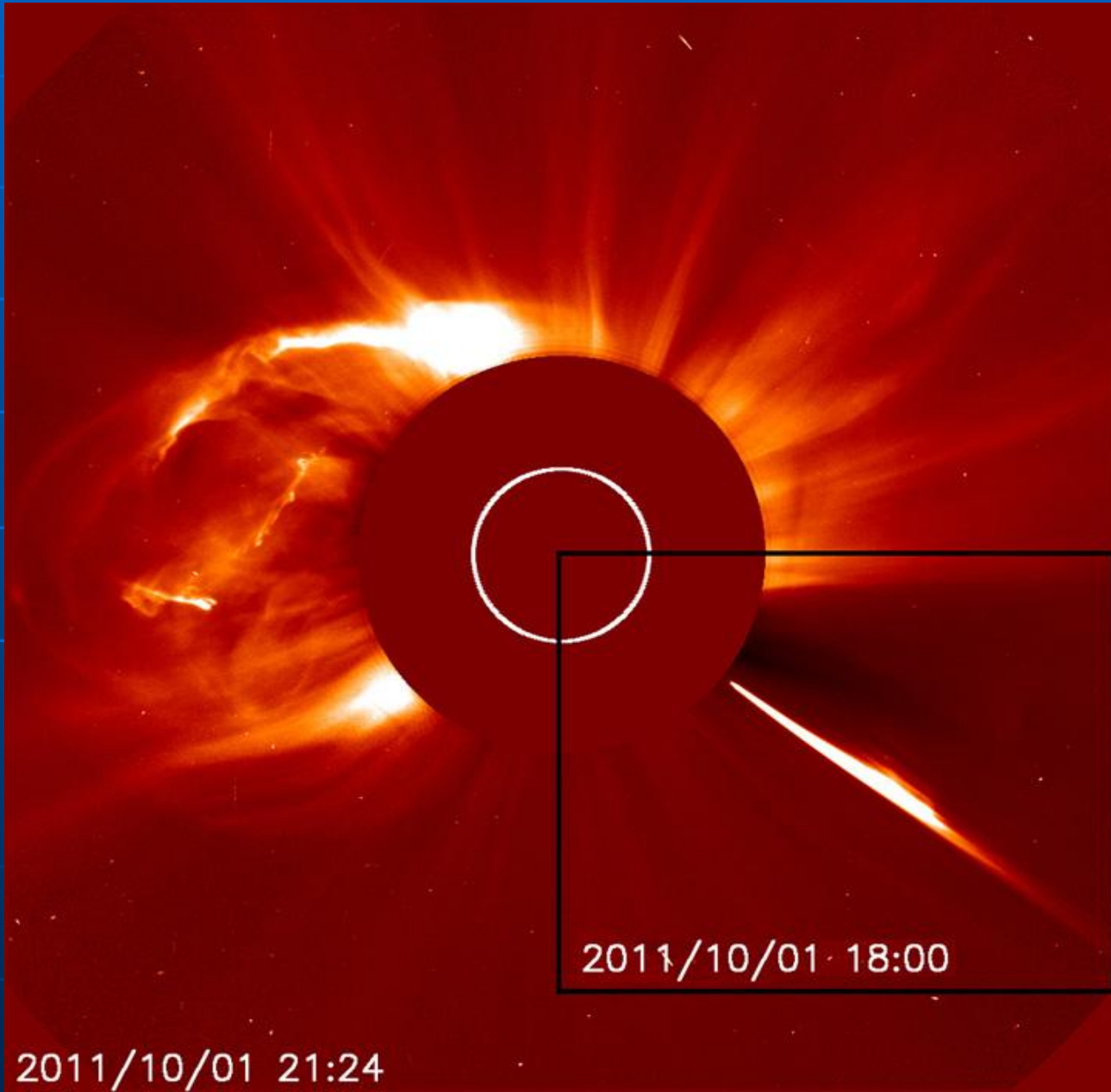


В среднем, *орбитальные обсерватории SOHO и SDO* фиксируют изображения комет Крейтца один раз в три дня

***Kamikaze Comet C/2011 N3***  
***(в ночь с 5 на 6 июля, 2011)***



# Good-bye, Kamikaze Comet (October 3, 2011)





Comet ISON  
(C/2012 S1)

Discovery date:  
21 September  
2012

Eccentricity  
0.9999947  
1.0002

Last perihelion  
28 November  
2013

2013/11/28 15:51

## Падение вещества на Солнце

Падение пыли:  $\dot{M}_{\odot}/M_{\odot} \ll (10^{-16} \div 10^{-17})$  в год

Общая масса астероидов главного пояса, представленная суммой масс 301 крупнейших астероидов и астероидного кольца:

$M_{\text{belt}} = (12.3 \pm 1.1) \cdot 10^{-10} M_{\odot}$  ( $\approx 3$  массы Цереры).  
(Pitjeva, Pitjev 2013)

Падение астероидов:  $< (10^{-16} \div 10^{-17}) M_{\odot}$  в год

Для оценки **сверху** падающей массы с кометами можно воспользоваться статистикой комет SOHO и принять, что все они имеют крупные ядра и сгорают в короне или падают на Солнце. Тогда получим завышенную оценку сверху

$$\dot{M}_{\odot,com}/M_{\odot} < +3.2 \cdot 10^{-14}.$$

## Общий интервал для изменения

$$\dot{M}_{\odot}/M_{\odot}$$

Для получения **нижней границы** возьмем максимальную оценку убыли за счет солнечного ветра и одновременно положим полное отсутствие падения вещества на Солнце.

Для **верхней границы** используем максимальную оценку падающего материала на Солнце и положим нулевую убыль массы с солнечным ветром.

Тогда получим

$$-9.8 \cdot 10^{-14} < \dot{M}_{\odot}/M_{\odot} < -3.6 \cdot 10^{-14} \quad \text{в год.}$$

# Влияние на орбитальные элементы планет

Задача двух тел с переменной массой имеет давнюю историю: Гюльден (1884), Мещерский (1893), Стремгрен (1903), Пламмер (1906) и др.

Рассматривается вариант изотропного изменения массы центрального тела без появления реактивных сил.

Сходная задача возникает при рассмотрении возможного изменения гравитационной постоянной в рамках гипотезы Дирака (1938).

Если обозначить  $\mu(t) = G(M+m)$ , то векторное уравнение относительного движения запишется

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu(t)}{r^3} \mathbf{r}.$$

Поскольку поле остается центральным, сохраняется векторный интеграл площадей

$$\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{c}.$$



Учитывая монотонность и малость  $\dot{\mu}$ , можно показать (Jeans, 1924), что выполняется инвариант

$$\mu(t) \cdot a(t) = \text{const}, \quad \text{где } a \text{ — полуось орбиты.}$$

Отсюда  $(G\dot{M}_{\odot})/GM_{\odot} = -\dot{a}/a$ .

Из интеграла площадей получается соотношение

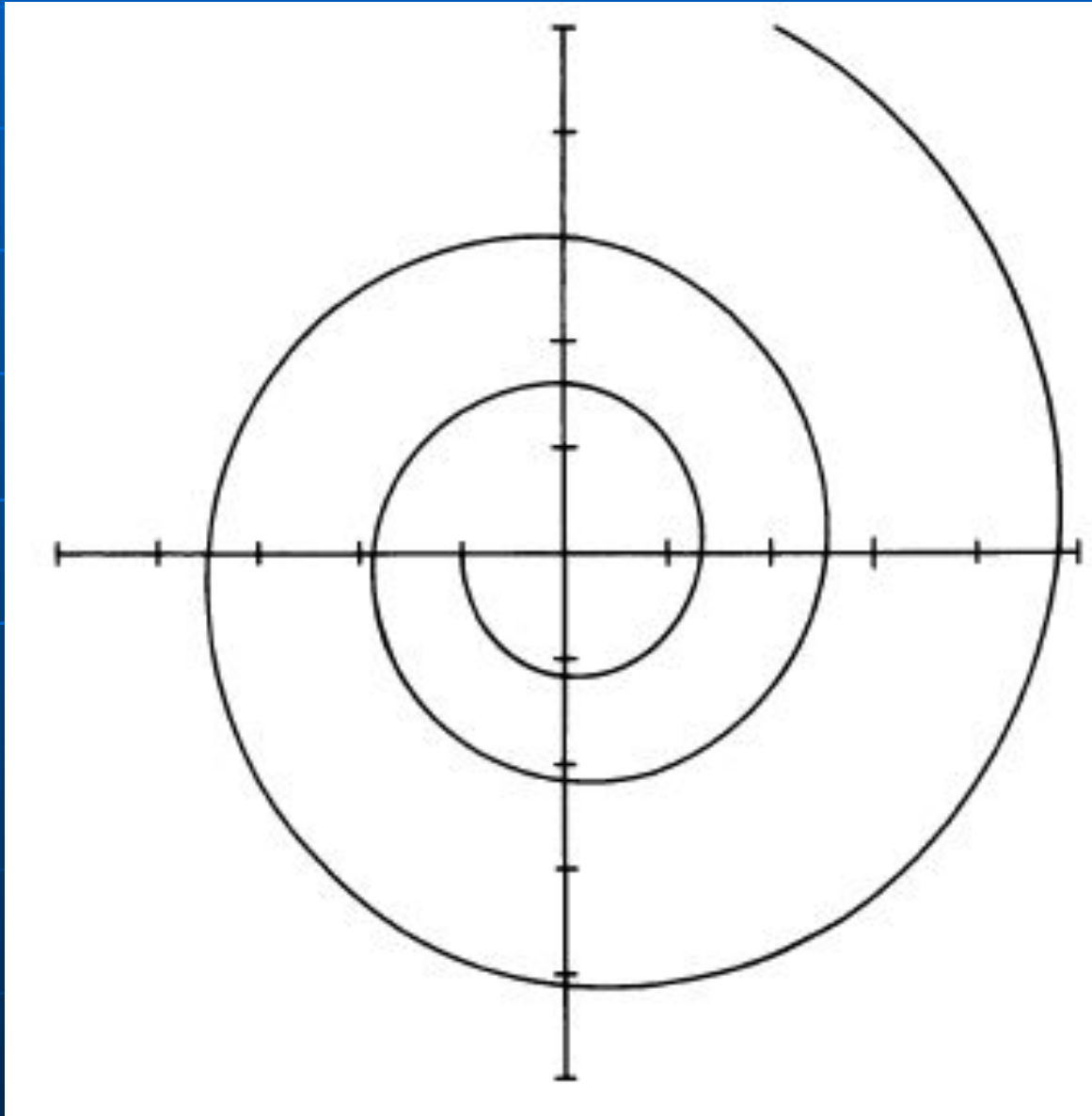
$$\mu(t) \cdot a(t) \cdot (1-e^2) = c^2, \quad c=|c|,$$

откуда следует, что при рассматриваемых условиях эксцентриситет оскулирующей орбиты сохраняется

$$e = \text{const} \quad (\text{Jeans, 1925}).$$

При принятых условиях малости и монотонности изменения  $\mu(t)$  аргумент перицентра не имеет векового тренда (Kevorkian, Cole, 1996).

**Орбита постепенно трансформируется, оставаясь подобной сама себе, и имеет спиралевидный характер.**





# Полученные значения изменения

$$M_{\odot}, G, a_i$$

(MNRAS, 2013)

Наиболее достоверно определяется изменение гелиоцентрической гравитационной постоянной  $GM_{\odot}$  (точность растет пропорционально квадрату интервала времени наблюдений) :

$$(GM_{\odot})/GM_{\odot} = (-6.3 \pm 4.2) \cdot 10^{-14} \quad \text{в год} \quad (2\sigma)$$

Одновременно были найдены вековые изменения больших полуосей планет. **Положительные значения** для планет с высокоточными наблюдениями подтверждают уменьшение – для полуосей Меркурия, Венеры  $GM_{\odot}$  или, Марса, Юпитера и Сатурна.

Для полуосей Урана и Нептуна получились отрицательные значения, для Плутона – положительное, но эти результаты недостоверны из-за недостаточной точности наблюдательных данных для этих планет.

Из полученного результата для  $G\dot{M}_\odot$  можно получить оценку для  $\dot{G}$ , используя соотношение

$$\dot{\mu}_\odot/\mu_\odot = \dot{G}/G + \dot{M}_\odot/M_\odot.$$

Можно записать, что с вероятностью 95 % ( $2\sigma$ )

$$-7.8 \cdot 10^{-14} < \dot{G}/G + \dot{M}_\odot/M_\odot < -2.3 \cdot 10^{-14}.$$

Отсюда, используя найденные ограничения для  $\dot{M}_\odot/M_\odot$

$$-9.8 \cdot 10^{-14} < \dot{M}_\odot/M_\odot < -3.6 \cdot 10^{-14} \text{ в год},$$

находим, что с вероятностью 95 % значение  $\dot{G}/G$  находится в интервале

$$-7.0 \cdot 10^{-14} < \dot{G}/G < +7.8 \cdot 10^{-14} \text{ per year.}$$

Оценка  $\dot{G}/G$ , полученная по данным лазерной локации Луны (Turyshev & Williams, 2007), дает следующие пределы для изменения  $G$ :

$$\dot{G}/G = (6 \pm 7) \cdot 10^{-13} \text{ в год.}$$

Найденное изменение  $GM_{\odot}$ , вероятно, отражает изменение именно  $M_{\odot}$ , а не  $G$

$$(-6.3 \pm 4.3) \cdot 10^{-14} \text{ per year } (2\sigma).$$

Это значение попадает в интервал ограничений для  $\dot{M}_{\odot}/M_{\odot}$  и, по всей видимости, отражает баланс между теряемой массой через излучение и солнечный ветер и падающим материалом, содержащимся в кометах и падающих каменистых обломках и астероидах.

Французские коллеги получили (Fienga, et al., 2015) следующие оценки:

$$(\dot{GM}_{\odot})/GM_{\odot} = (-4.3 \pm 5.0) \cdot 10^{-14} \text{ год}^{-1}, \quad (2\sigma)$$

$$\dot{G}/G = (4.9 \pm 10.5) \cdot 10^{-14} \text{ год}^{-1} \quad (2\sigma)$$

# Темная материя в Солнечной системе

В современной космологии

слово *Dark* стало использоваться часто :

- Dark Energy* – темная энергия
- Dark Matter* – темная материя
- Dark Forces* – темные силы
- Dark Dynamics* – темная динамика
- Dark Cosmology* – темная космология
- Dark Age* – темная эпоха
- Dark Worlds* – темные миры
- Dark radiation* – темное излучение
- Dark sector* – темная часть Вселенной

*Организованы*

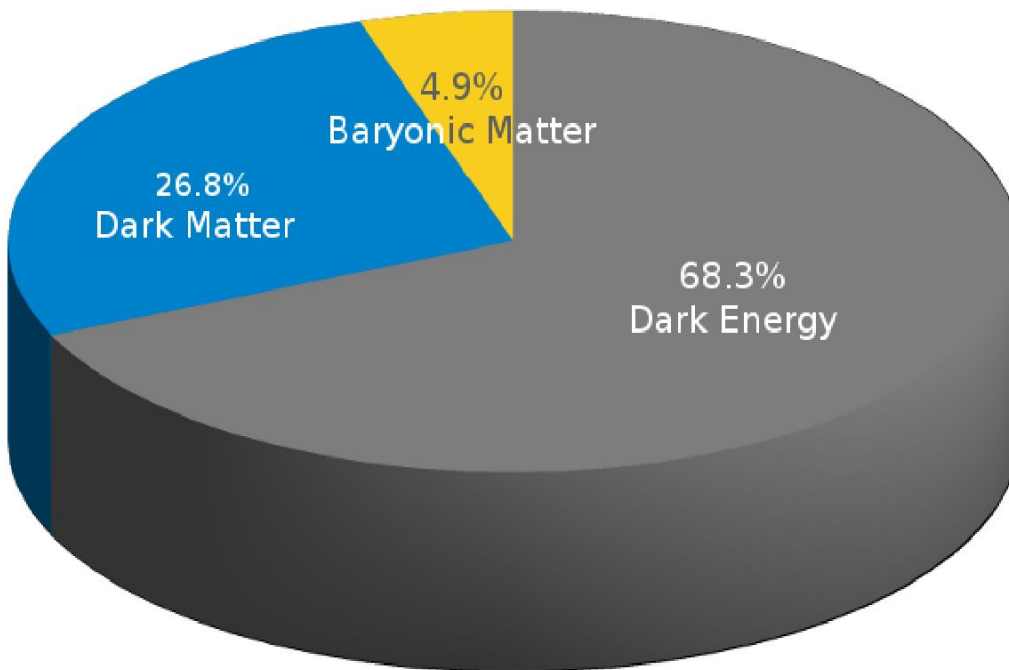
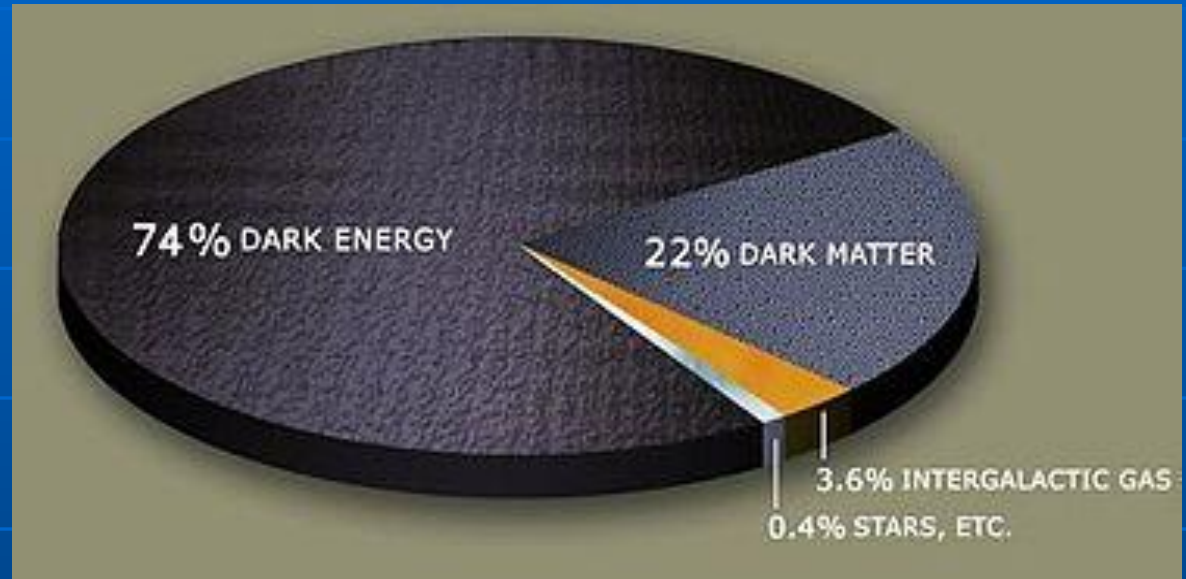
**Dark Cosmology Centre, Niels Bohr Institute,  
University of Copenhagen**

**Journal "Physics of the Dark Universe"**

**International Workshop on the Dark Side of the  
Universe**

**и т.д.**

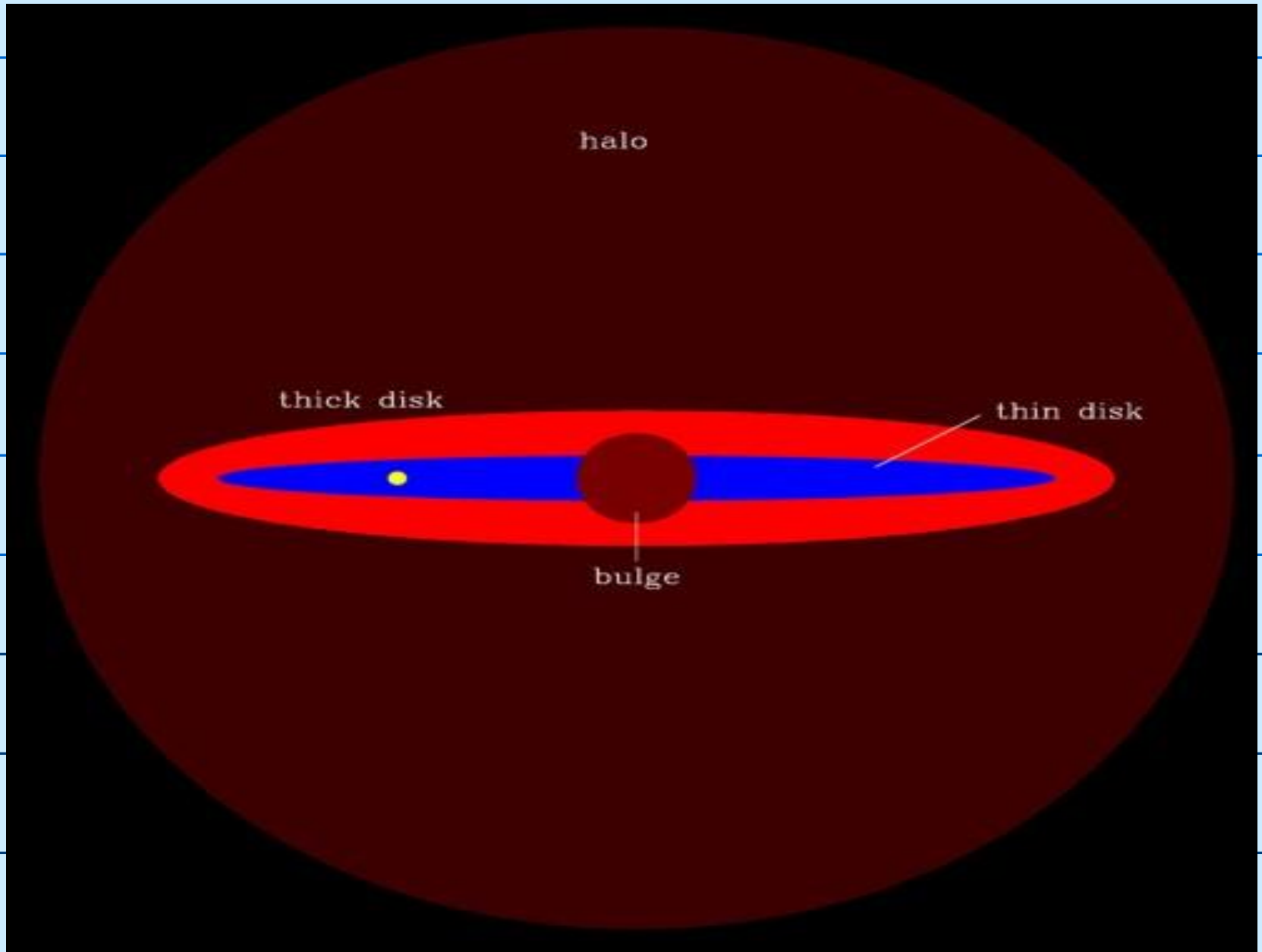
# Темная материя во Вселенной



После  
результатов  
спутника  
**Planck**  
(2013)

<==

# В нашей Галактике



**Плотность темной материи в гало нашей Галактики оценивается на уровне**

$$\rho_{dm} \approx 5 \cdot 10^{-25} \text{ г/см}^3$$

**Для поиска и исследования частиц темного вещества (WIMPs) или следов его возможного взаимодействия построены специальные экспериментальные установки (CRESST, CoGeNT, DAMA, XENON100, PAMELA, FERMI, HESS, CDMS, ANTARES, WMAP, SPT и др.), и строятся новые.**

**XENON100 - в итальянской подземной лаборатории Гран-Сассо**

**LUX - новый ксеноновый детектор (2013), смонтирован в тоннелях старой золотоносной шахты, Сэнфордская подземная лаборатория (США) .**



# Дополнительная центральная масса

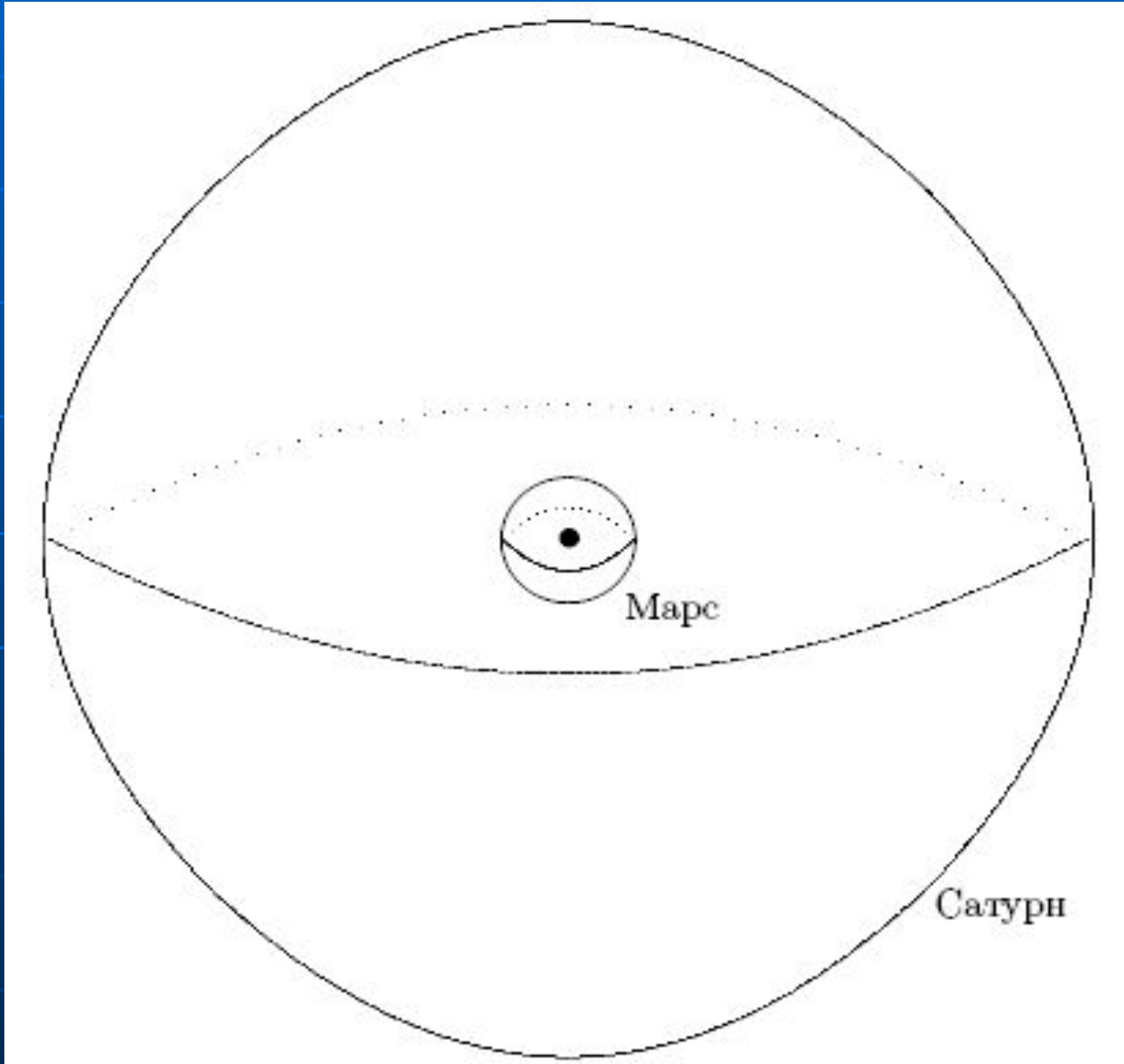
Есть дополнительное ускорение от распределенной материи:

$$(d^2r/dt^2)_{dm} = - GM(r)_{dm} / r^2 , \quad (1)$$

где  $M(r)_{dm}$  – масса распределенной материи, заключенной в сфере радиуса  $r$  вокруг Солнца.

При однородной плотности  $\rho$  распределенной гравитирующей среды, заполняющей солнечную систему, дополнительное ускорение будет пропорционально  $r$ :

$$(d^2r/dt^2)_{dm} = - kr . \quad (2)$$



# Дополнительное смещение перигелия

Если для единичной массы через  $E$ ,  $J$  обозначить значения интегралов энергии и площадей, через  $U(r)$  – сферически симметричный потенциал, то уравнение движения по радиусу  $r$  запишется

$$dr/dt = \{ 2[E+U(r)] - (J/r)^2 \}^{1/2}, \quad (3)$$

Уравнение движения по азимутальной координате  $\theta$

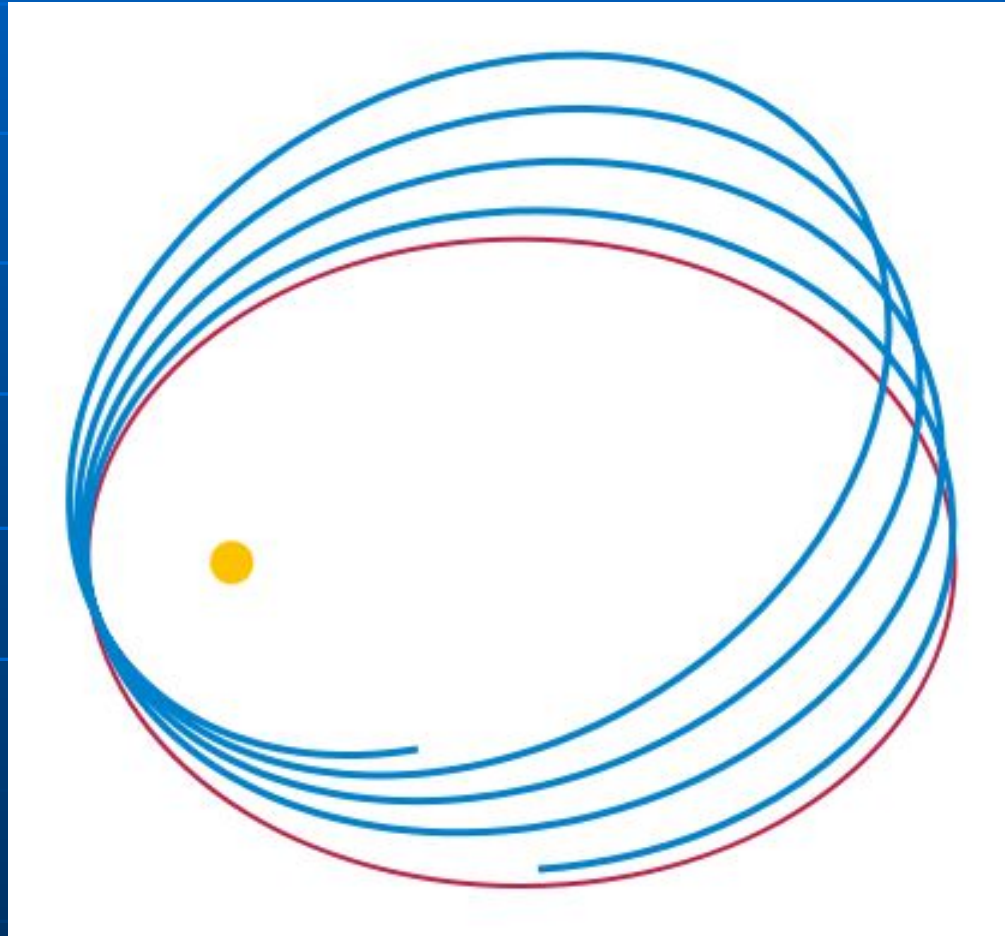
$$d\theta/dr = J/r^2 / \{ 2[E+U(r)] - (J/r)^2 \}^{1/2}. \quad (4)$$

**Наличие некоторой дополнительной распределенной материи приводит к более короткому радиальному периоду и к отрицательному дрейфу перицентра и апоцентра (в противоположную движению планеты сторону):**

$$\Delta\theta_0 = -4\pi^2 \rho_{dm} / M_{Sun} \cdot a^3 (1-e^2)^{1/2} \quad (5)$$

**где  $\Delta\theta_0$  - смещение перигелия за одно полное радиальное колебание.**

# Прецессия орбиты



# Дополнительные смещения перигелиев из наблюдений планет и космических аппаратов

$$1 \text{ mas} = 0''.001$$

<b>Планеты</b>	$\pi$	$ \sigma_{\pi} / \pi $
	mas/yr	
Меркурий	$-0.020 \pm 0.030$	1.5
Венера	$0.026 \pm 0.016$	0.62
Земля	$0.0019 \pm 0.0019$	1.0
Марс	$-0.00020 \pm 0.00037$	1.9
Юпитер	$0.587 \pm 0.283$	0.48
Сатурн	$-0.0032 \pm 0.0047$	1.5

## Оценки плотности из данных для $\sigma_{\Delta\pi}$

Планеты	$\sigma_{\Delta\pi}$ ["/yr]	$\rho$ [г/см <sup>3</sup> ]
Меркурий	0.000030	<b><math>&lt; 9.3 \cdot 10^{-18}</math></b>
Венера	0.000016	<b><math>&lt; 1.9 \cdot 10^{-18}</math></b>
Земля	0.0000019	<b><math>&lt; 1.4 \cdot 10^{-19}</math></b>
Марс	0.00000037	<b><math>&lt; 1.40 \cdot 10^{-20}</math></b>
Юпитер	0.000283	<b><math>&lt; 1.7 \cdot 10^{-18}</math></b>
Сатурн	0.0000047	<b><math>&lt; 1.1 \cdot 10^{-20}</math></b>

# Оценки при однородном распределении плотности

Если исходить из предположения об однородном распределении  $\rho_{dm}$  в Солнечной системе, то из данных для Сатурна получается наиболее сильная ограничивающая оценка

$$\rho_{dm} < 1.1 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3.$$

Тогда внутри сферического объема с размерами орбиты Сатурна масса

$$M_{dm} < 7.1 \cdot 10^{-11} M_{Sun}.$$

Эта величина меньше погрешности определения полной массы главного астероидного пояса.



# Оценки при экспоненциальном распределении плотности

В качестве модели распределения с концентрацией к центру взято следующее выражение для плотности:

$$\rho_{dm} = \rho_0 \cdot e^{-cr} , \quad (6)$$

где параметр  $\rho_0$  – центральная плотность,  $c$  – коэффициент экспоненциального падения плотности к периферии.

Гравитационный потенциал, создаваемый сферически распределенной материей с плотностью (6), будет

$$U(r) = 4\pi G \rho_0 / r \cdot [2 - e^{-cr} (cr + 2)] / c^3 \quad (7)$$

Параметры распределения (6) могут быть оценены по полученным результатам.

Масса внутри сферы радиуса  $r$  для распределения (6) равна

$$M_{dm} = 4\pi \rho_0 [2/c^3 - e^{-cr} (r^2/c + 2r/c^2 + 2/c^3)] \quad (8)$$

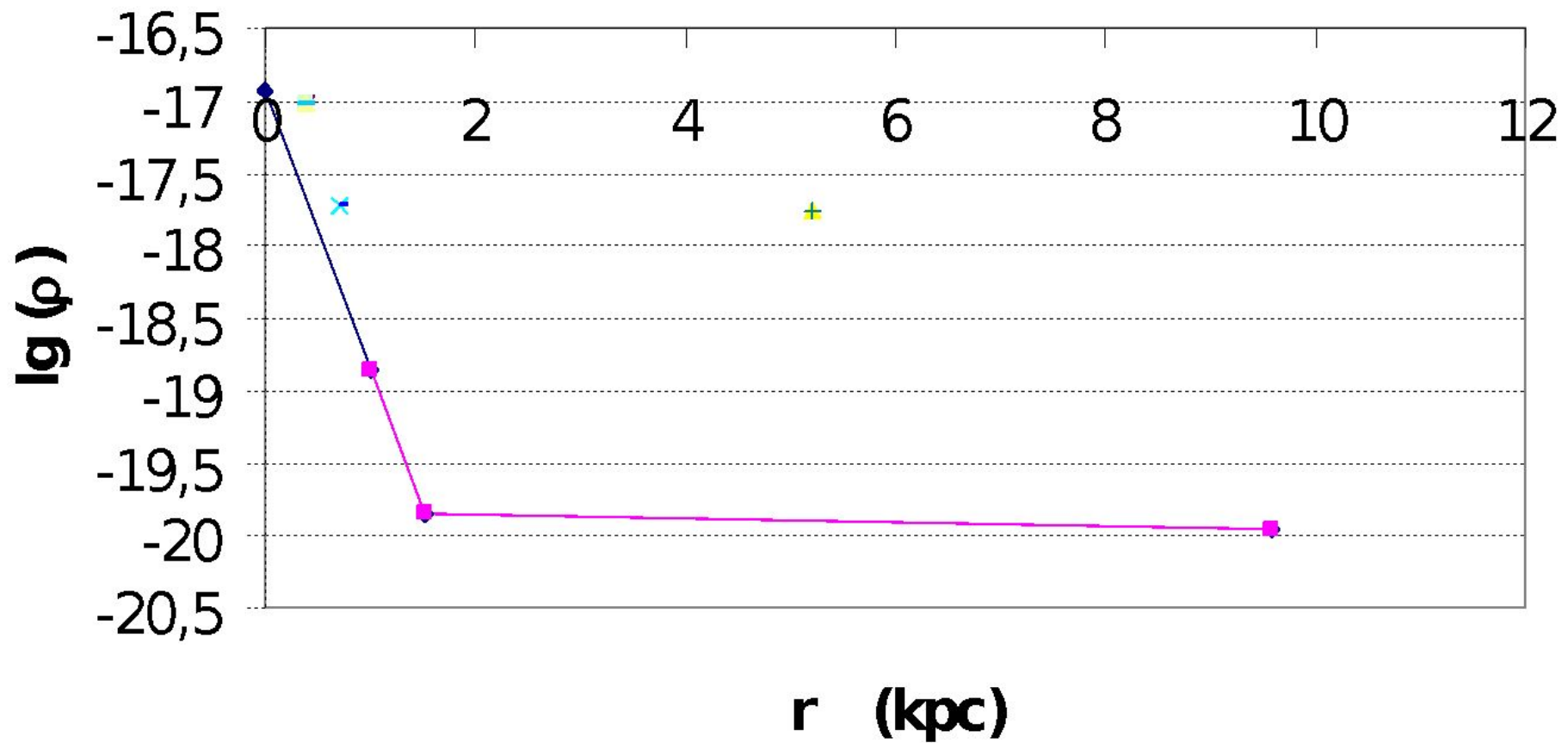
Оценка массы темной материи до орбиты Сатурна найдена из оценивания масс на двух интервалах: от Сатурна до Марса и от Марса до Солнца. Для этого были использованы наиболее надежные данные в табл. для Сатурна ( $\rho_{dm} < 1.1 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3$ ), Марса ( $\rho_{dm} < 1.4 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3$ ) и Земли ( $\rho_{dm} < 1.4 \cdot 10^{-19} \text{ г/см}^3$ ).

Между Марсом и Сатурном по данным для Марса и Сатурна получился очень пологий ход плотности с  $\rho_0 = 1.47 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3$  и  $c = 0.0299 \text{ ае}^{-1}$ .

На интервале Марс – Солнце полученный ход плотности по данным для Земли и Марса дает крутой подъем к Солнцу с параметрами

$$\rho_0 = 1.17 \cdot 10^{-17} \text{ г/см}^3 \text{ и } c = 4.42 \text{ ае}^{-1}.$$

# Аппроксимация плотности при экспоненциальном распределении



Масса в объеме между орбитами Марса и Сатурна

$$M_{dm} < 7.33 \cdot 10^{-11} M_{Sun}.$$

Масса (14) между Солнцем и орбитой Марса оказалась

$$M_{dm} < 0.55 \cdot 10^{-11} M_{Sun}.$$

Включая оба интервала, верхняя граница для общей массы темной материи до орбиты Сатурна с учетом ее возможной концентрации к центру получилась

$$M_{dm} < 7.88 \cdot 10^{-11} M_{Sun},$$

то есть тоже порядка погрешности определения полной массы астероидного пояса  $\pm 1.13 \cdot 10^{-10} M_{Sun} (3\sigma)$

# Результаты для темной материи

Уровень распределенной плотности темной материи  $\rho_{dm}$ , если она имеется, очень мал и существенно ниже современной погрешности определения таких параметров.

Найдено, что на расстоянии орбиты Сатурна плотность должна быть ниже, чем

$$\rho_{dm} < 1.1 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3,$$

а масса темной материи в сфере внутри орбиты Сатурна даже с учетом ее возможной концентрации к центру должна быть меньше чем

$$M_{dm} < 7.9 \cdot 10^{-11} M_{Sun}.$$

2013, *Astronomy Letters*, vol. 39, p. 141-149;

2013, *MNRAS* 432, 3431–3437

***СПАСИБО***

***ЗА ВНИМАНИЕ***