

**Казанский государственный  
энергетический университет**

## **Лекция 5**

**Многогранники и их виды. Графические  
модели многогранников. Задание,  
представление и изображение граней, ребер  
и вершин многогранника на  
комплексном ортогональном чертеже**

Лектор: доцент Смирнова Л.А.




# Многогранники и их виды

Многогранником называется пространственная фигура, ограниченная замкнутой поверхностью, состоящей из от-секов плоскостей, имеющих форму многоугольников. Стороны многоугольников образуют **рёбра**, а плоскости многоугольников - **грани** многогранника. Если вершины и ребра многогранника находятся по одну сторону плоскости любой из его граней, то многогранник называют **выпуклым**, все его грани – выпуклые.

Из всего многообразия многогранников наибольший практический интерес представляют **призмы, пирамиды, правильные многогранники** и их разновидности.

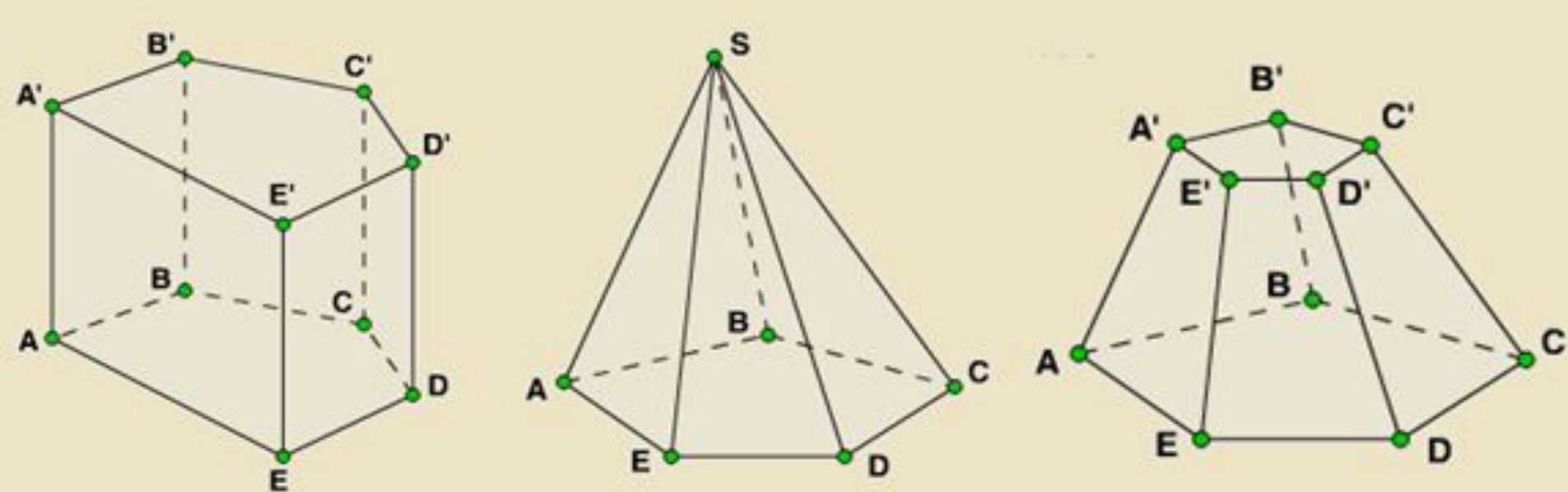
Многогранник, две грани которого  $n$ -угольники в параллельных плоскостях, а остальные  $n$ -граней – параллелограммы, называется  **$n$ -угольной призмой**.



Многогранники являются основаниями призмы, а параллелограммы – боковыми гранями призмы. Призма называется **прямой**, если её ребра перпендикулярны плоскости основания. Если основанием призмы является прямоугольник, призму называют **параллелепипидом**.

Многогранник, у которого одна из граней – произвольный многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину, называются **пирамидой**.

Если пирамиду отсечь плоскостью параллельной основанию, то получим **усеченную** пирамиду.



Многогранник называется метрически правильным, если все его грани являются правильными многоугольниками. К ним относятся **куб**, **тетраэдр**, **октаэдр**, **икосаэдр**, **додекаэдр**. Такие выпуклые правильные многогранники называют **тела Платона**.



В каждой вершине правильного многогранника сходится одно и то же число рёбер. Все двугранные углы при рёбрах и все многогранные углы при вершинах правильного многоугольника равны.

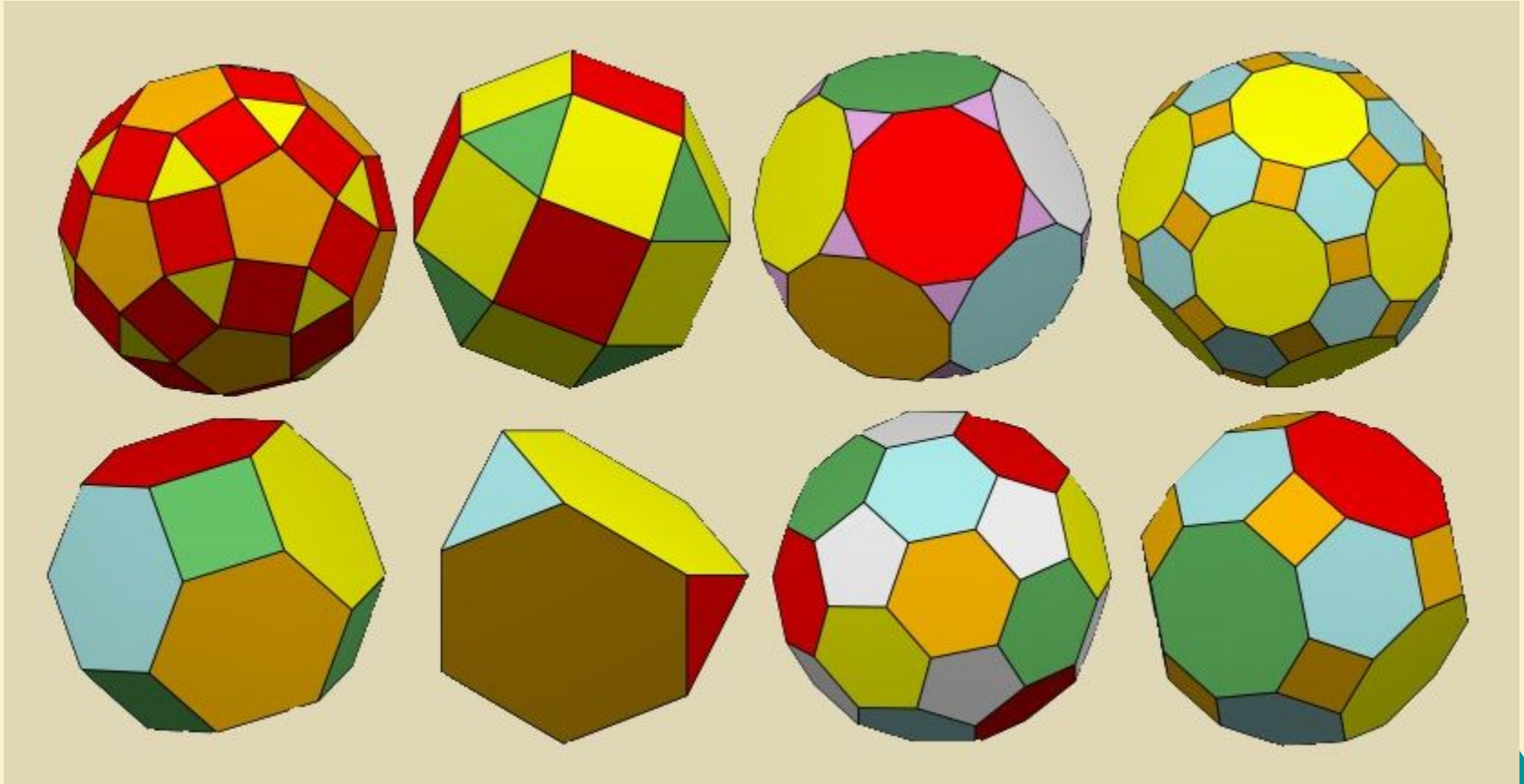
Правильные многогранники - трехмерный аналог **плоских** правильных многоугольников.

Среди невыпуклых однородных многогранников существуют аналоги **платоновых тел** - четыре правильных невыпуклых однородных многогранника или тела **Кеплера-Пуансо**.

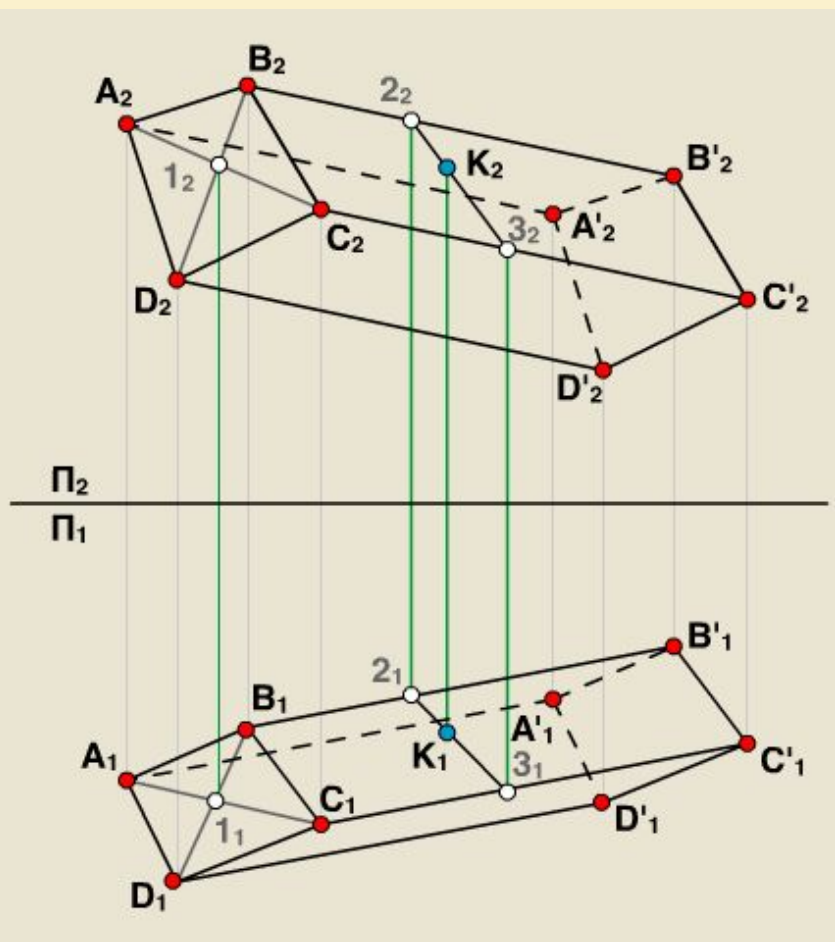
Все грани таких многогранников - одинаковые правильные многоугольники, и все многогранные углы которых равны. Грани при этом могут быть как выпуклыми, так и невыпуклыми.



**Архимедовыми телами** называются полуправильные однородные выпуклые многогранники, то есть выпуклые многогранники, все многогранные углы которых равны, а грани - правильные многоугольники нескольких типов.



Изображение многогранников сводится к изображению **ребер** – линий пересечения граней и **вершины** – точек пересечения ребер.



Наличие на чертеже только прямолинейных отрезков, которые являются проекциями ребер или граней, служит признаком, позволяющим установить, что на чертеже изображен многогранник.

Графически простую многогранную поверхность удобно задавать проекциями ее сетки.

Многогранник ABCD задан проекциями его ребер и вершин (сетки).

На этом же чертеже показано построение горизонтальной проекции  $K_1$  точки  $K$  по заданной ее фронтальной проекции  $K_2$  из условия принадлежности точки  $K$  грани  $BB'C'S$ . Горизонтальная проекция точки  $K$  построена с помощью вспомогательной прямой  $23$ , проведенной через точку  $K$  в плоскости  $BB'C'S$ .

Чертеж многогранной поверхности  $ABCD A'B'C'D'$ , когда можно построить проекцию любой точки, принадлежащей многогранной поверхности называется полным.





# Пересечение многогранника плоскостью

Геометрическая фигура, получающаяся в результате пересечения многогранника плоскостью, называется сечением **многогранника**.

Сечение представляет собой плоский многоугольник с внутренней областью. В частном случае эти многоугольники могут распадаться на несколько многогранников, вырождаться в прямые и точки.

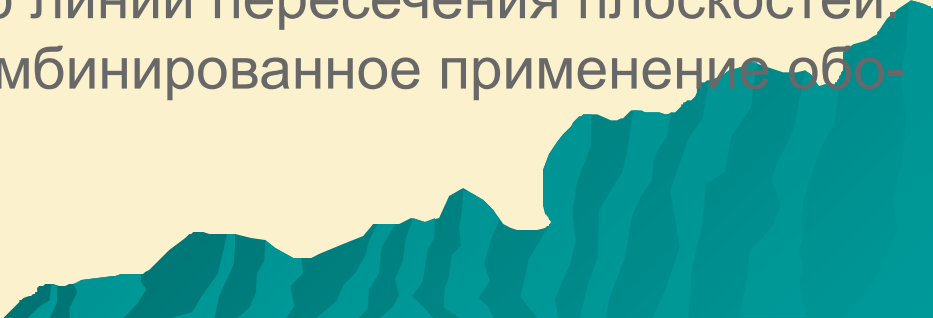
Сечение многогранника плоскостью можно построить двумя способами:

1. По точкам пересечения с плоскостью ребер многогранника.
2. По линиям пересечения граней многогранника с плоскостью.

В первом случае задача сводится к определению точек пересечения прямой с плоскостью.

Во втором случае - к определению линий пересечения плоскостей.

В ряде случаев целесообразно комбинированное применение **обоих** способов.



Задача. Построить фигуру сечения наклонной призмы плоскостью  $\alpha$  ( $f \cap k$ ).

Для построения фигуры сечения воспользуемся способом построения точки пересечения прямой с плоскостью.

1. Проведем через ребра призмы проецирующие плоскости (фронтально проецирующие)  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ .

2. Построим линии пересечения вспомогательной плоскости с гранями призмы.

3. Построим точки пересечения ребер призмы с построенными линиями пересечения вспомогательных плоскостей с гранями призмы.

4. Соединим полученные точки в нужной последовательности.

