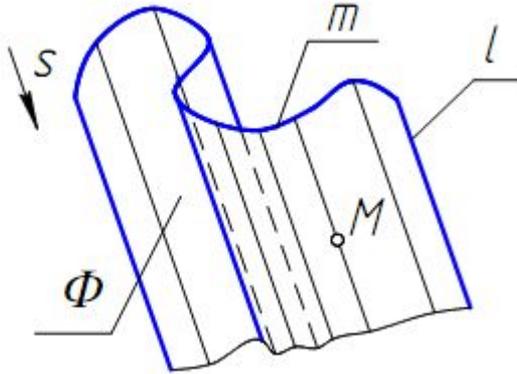


Поверхности

Поверхность - множество всех положений, перемещающейся в пространстве линии l .

Эта линия называется **образующей** - l .

Образующая l скользит по некоторой неподвижной линии, называемой **направляющей** - m .



Каркас поверхности – совокупность образующих и направляющих.

Непрерывный каркас – задается всем множеством образующих и направляющих.

Дискретный каркас - задается конечным числом образующих и направляющих.

Закон каркаса – закон движения образующей.

Свойства принадлежности точки и линии поверхности

1. Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии, лежащей на поверхности.
2. Линия принадлежит поверхности, если все ее точки принадлежат поверхности.

Классификация поверхностей

Поверхности

Многогранные

Кривые

Призматические

Конические

Цилиндрические

Пирамидальные

Поверхности с плоскостью
параллелизма (Каталана)

Поверхности вращения

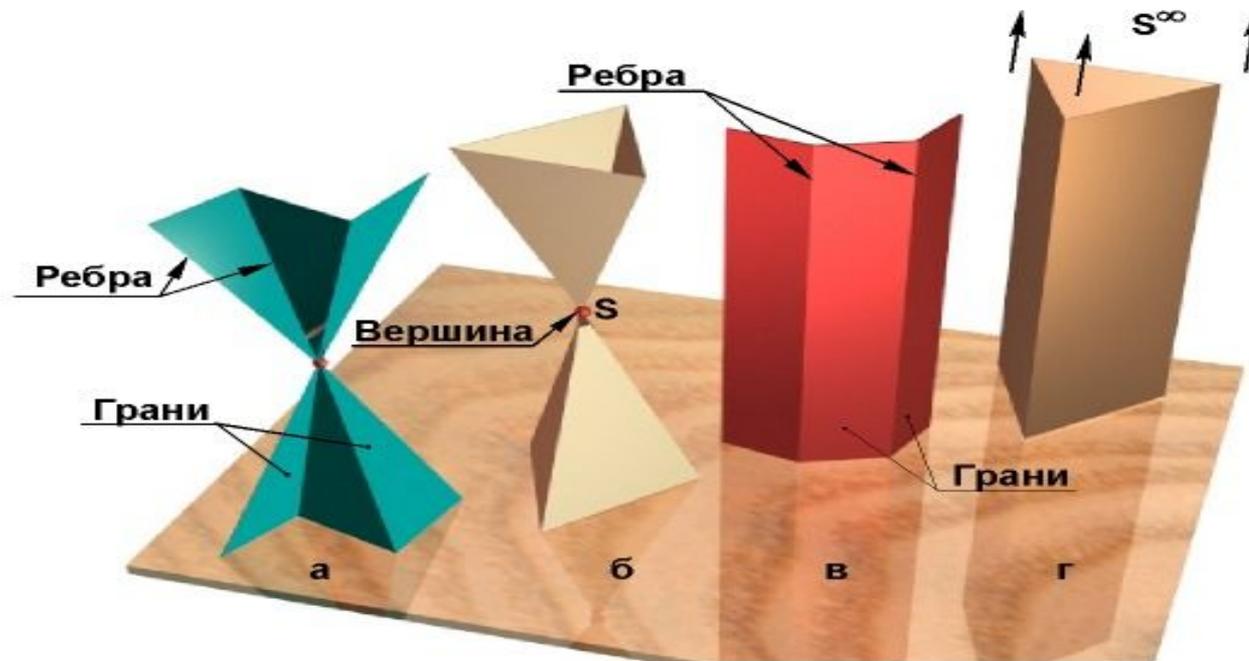
Циклические

Винтовые

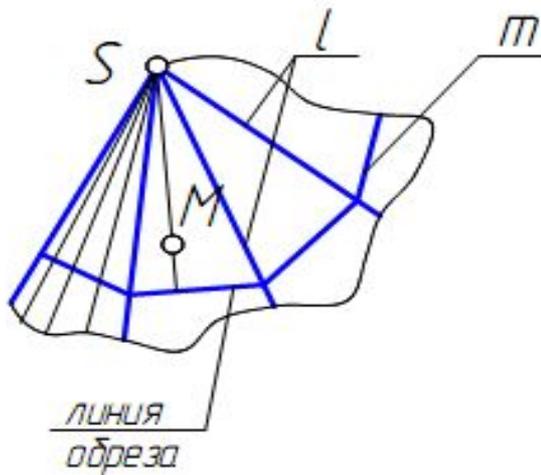
Многогранные поверхности (пирамидальные, призматические).

Относятся к линейчатым, **развертывающимся** поверхностям.

Образующая l – прямая.



Пирамидальные поверхности



Определитель поверхности – совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность.

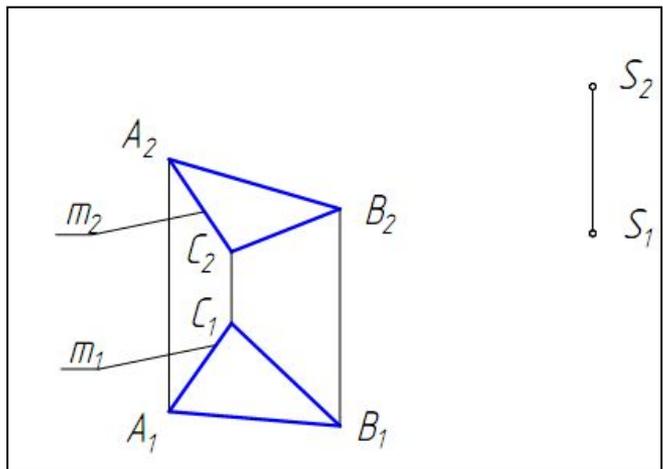
Определитель пирамидальной поверхности:

$\Phi(m, S)$ - геометрическая часть (набор геометрических фигур, участвующих в образовании поверхности).

$l \cap m, l \supset S$ - алгоритмическая часть или закон каркаса.

Чтобы задать поверхность на чертеже необходимо:

1. Построить проекции определителя.
2. Построить проекции очерковых образующих поверхности и линии обреза.
3. Определить видимость очерковых образующих.

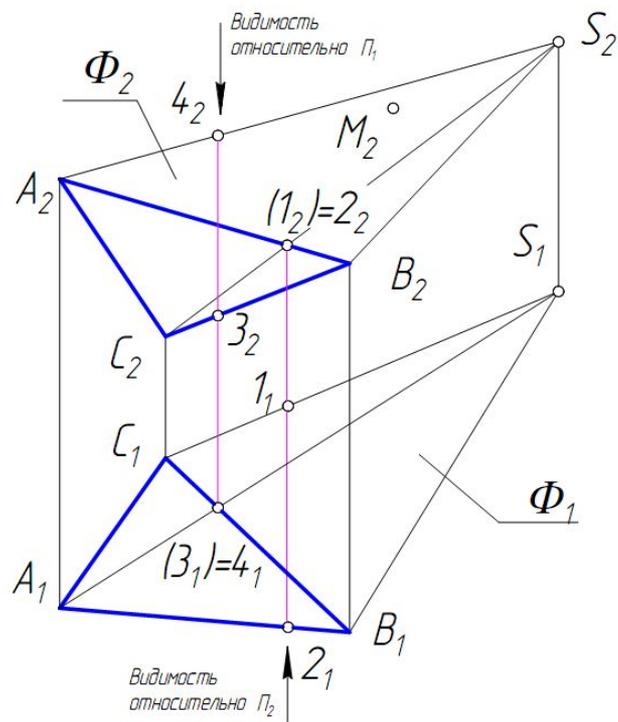


Комплексный чертеж пирамидальной поверхности

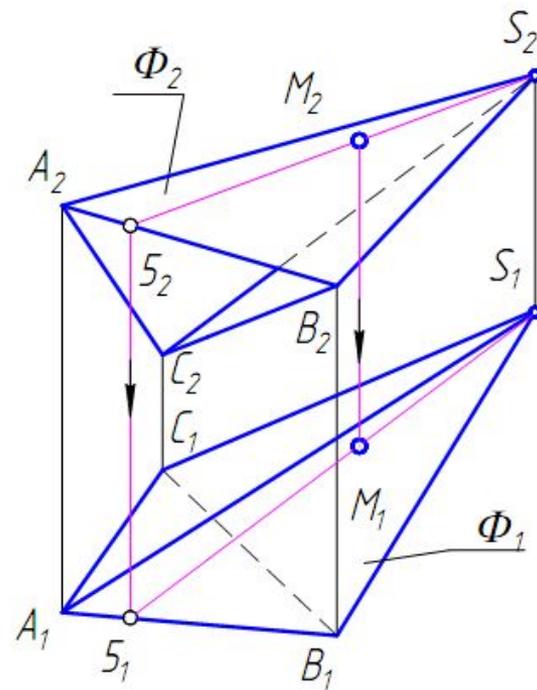
$$\Phi(m, S)$$

$$l \cap m, l \supset S$$

①

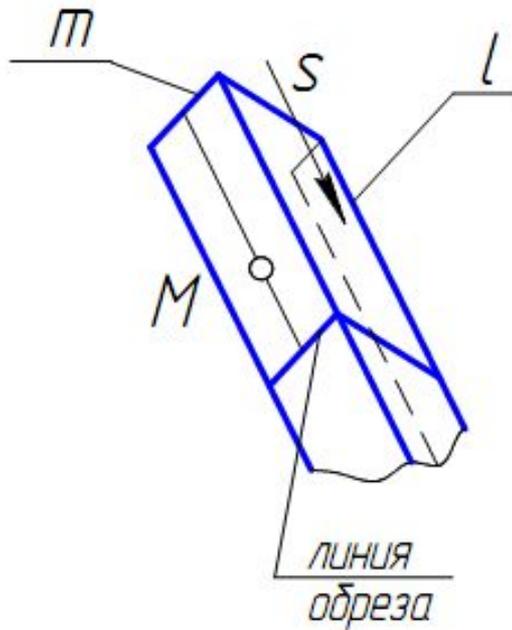


②



Призматические поверхности

Направляющая поверхности – ломаная линия, как и у пирамидальной поверхности, а образующая // заданному направлению – s .

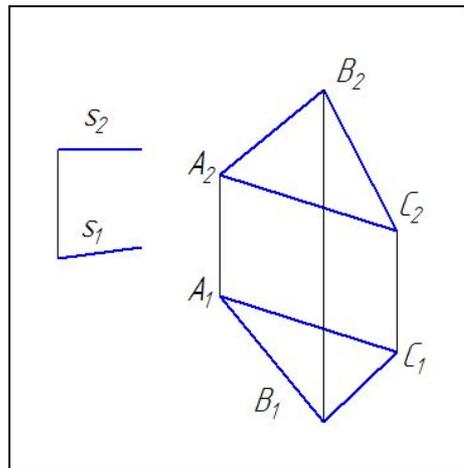


Определитель призматической поверхности:

$\Delta (m, s)$

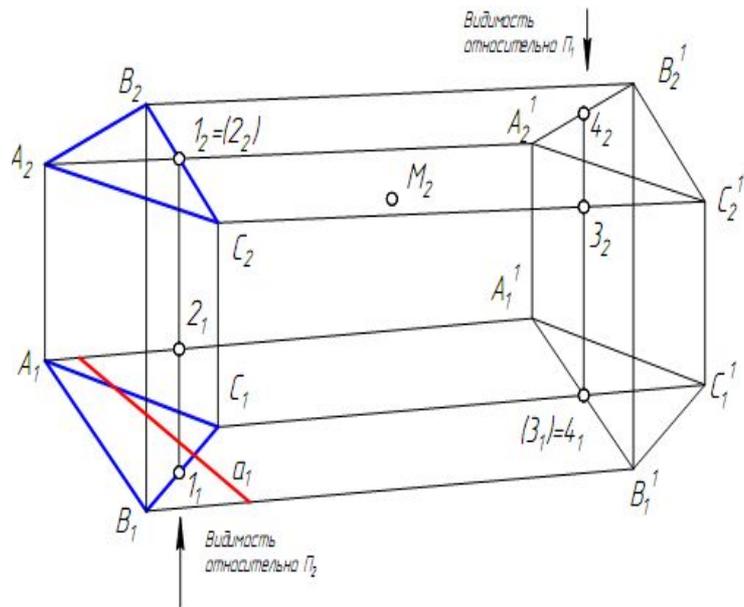
$l \cap m, l // s$

Комплексный чертеж призматической поверхности

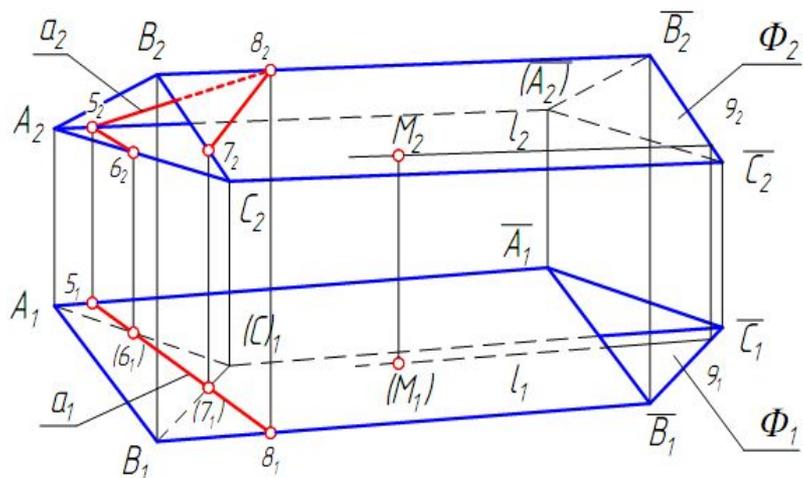


$\Delta(m, s)$
 $l \cap m, l // s$

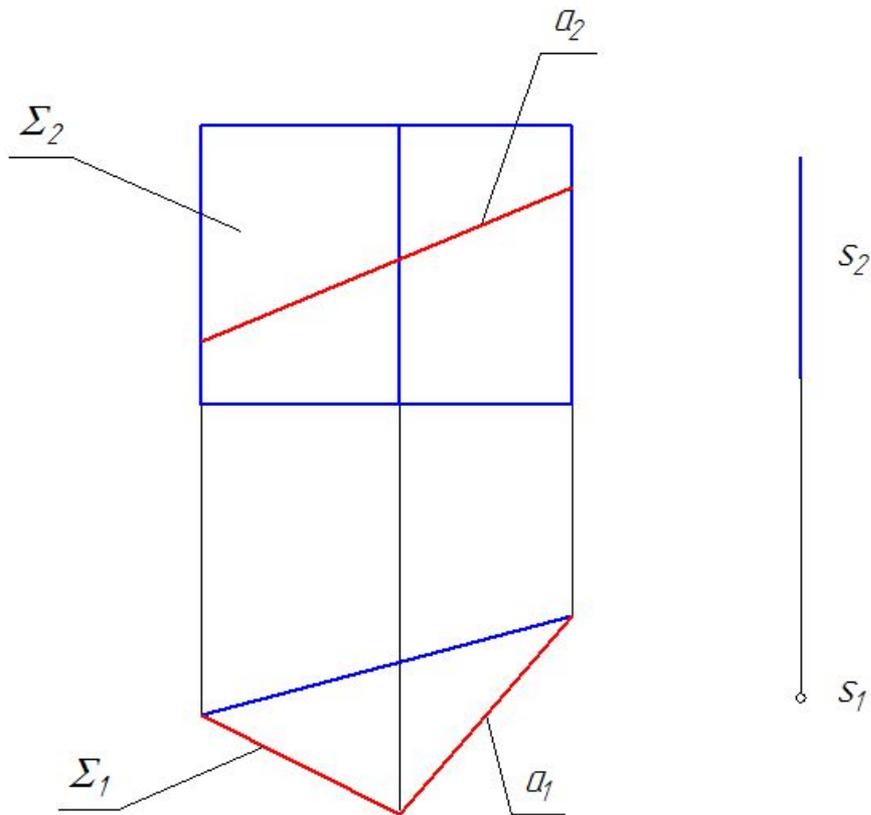
①



②



Проецирующее положение призмы

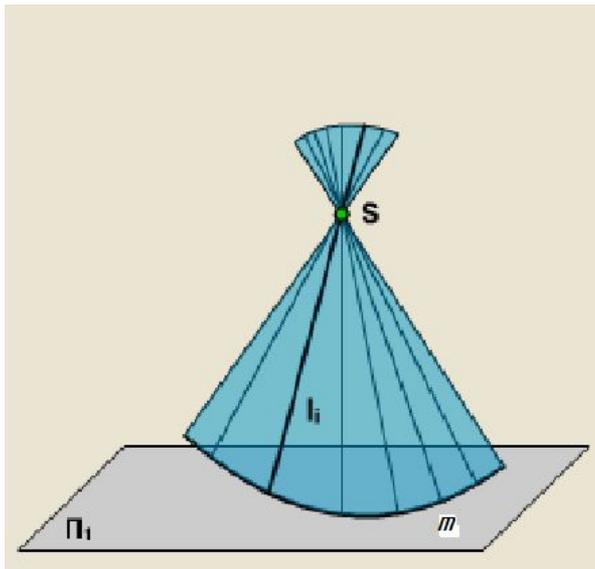


Кривые линейчатые развертывающиеся поверхности

Коническая поверхность

Направляющая – кривая линия.

Все образующие проходят через вершину S .

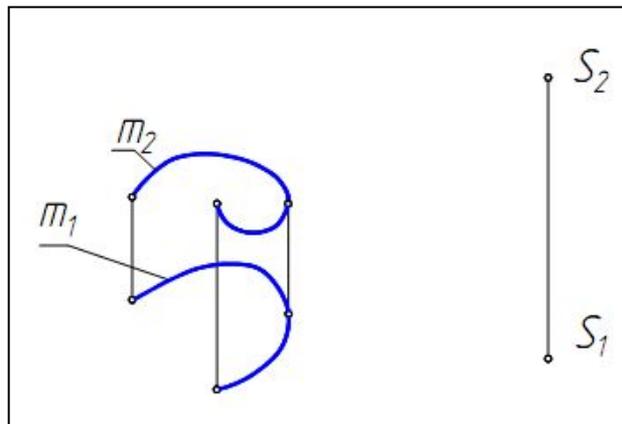
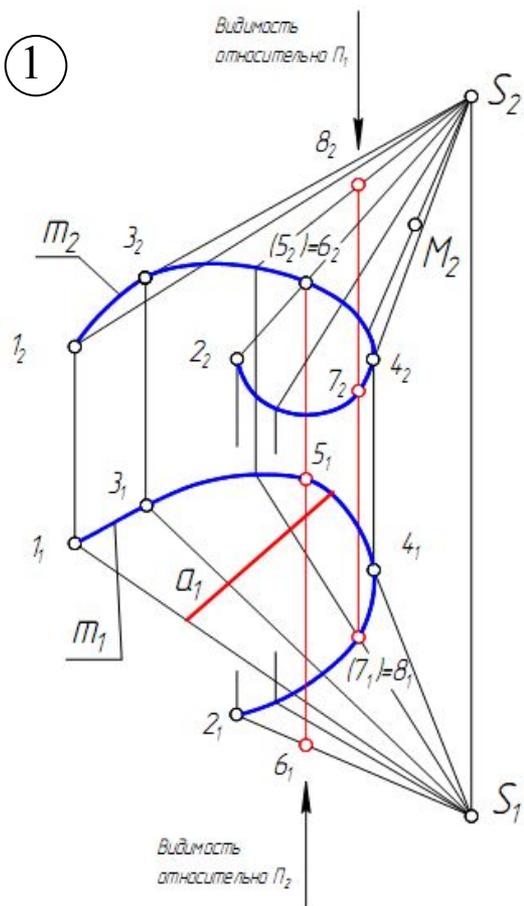


Определитель конической поверхности
(такой же как у призматической поверхности):

$$\Phi(m, S);$$
$$l \cap m, l \supset S$$

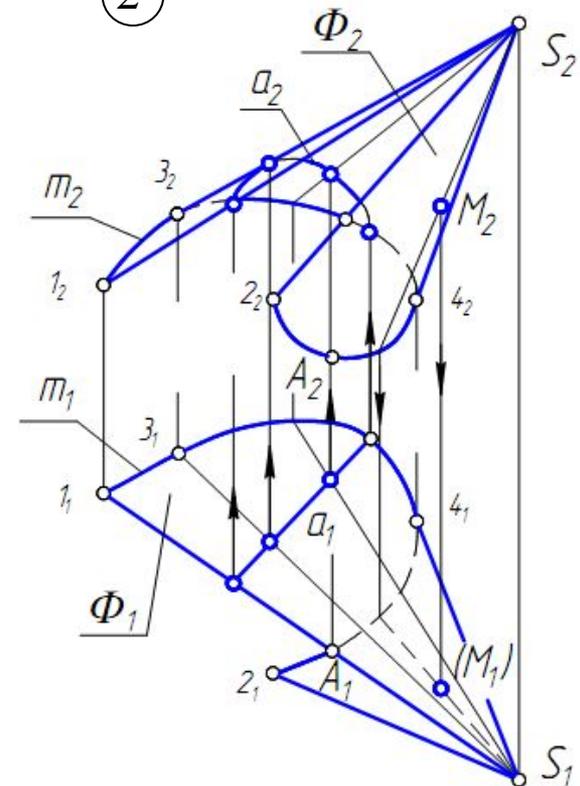
Комплексный чертеж конической поверхности

1



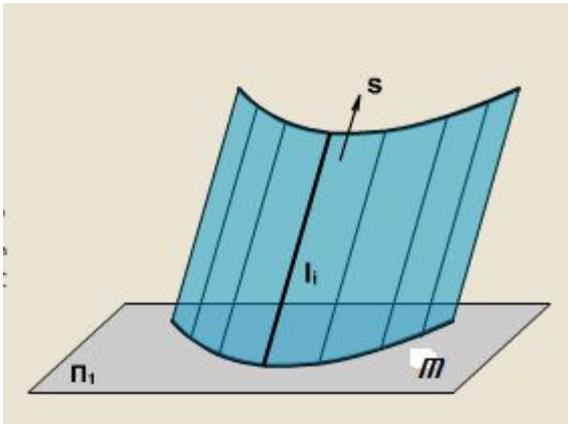
$\Phi(m, S)$;
 $l \cap m, l \subset S$

2



Цилиндрическая поверхность

Направляющая поверхности – кривая линия,
образующие // заданному направлению – s

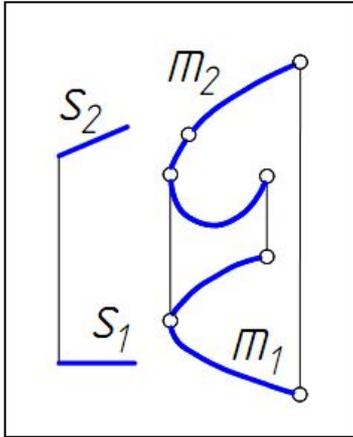


Определитель цилиндрической поверхности:

$\Delta(m, s)$

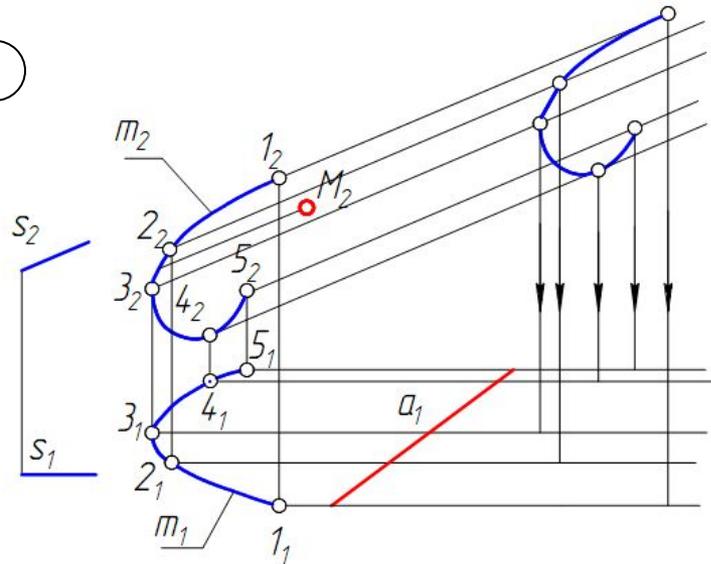
$l \cap m, l // s$

Комплексный чертёж цилиндрической поверхности

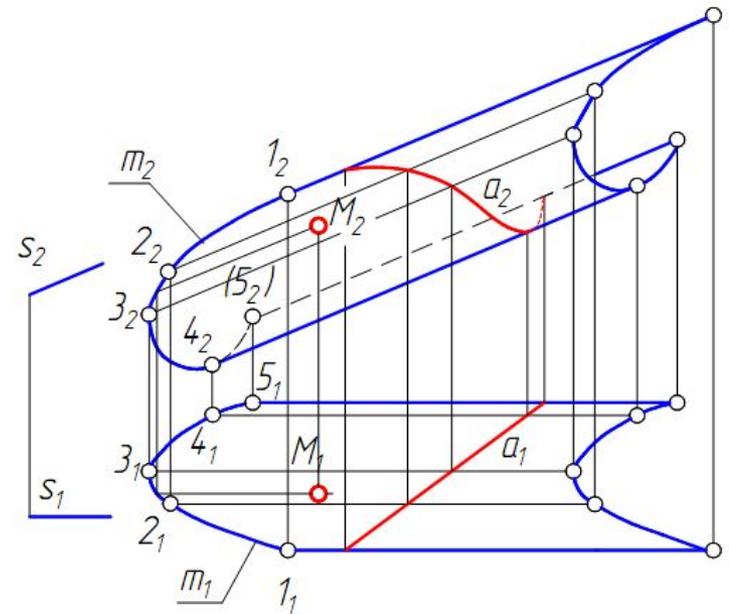


$\Delta(m, s)$
 $l \cap m, l // s$

①



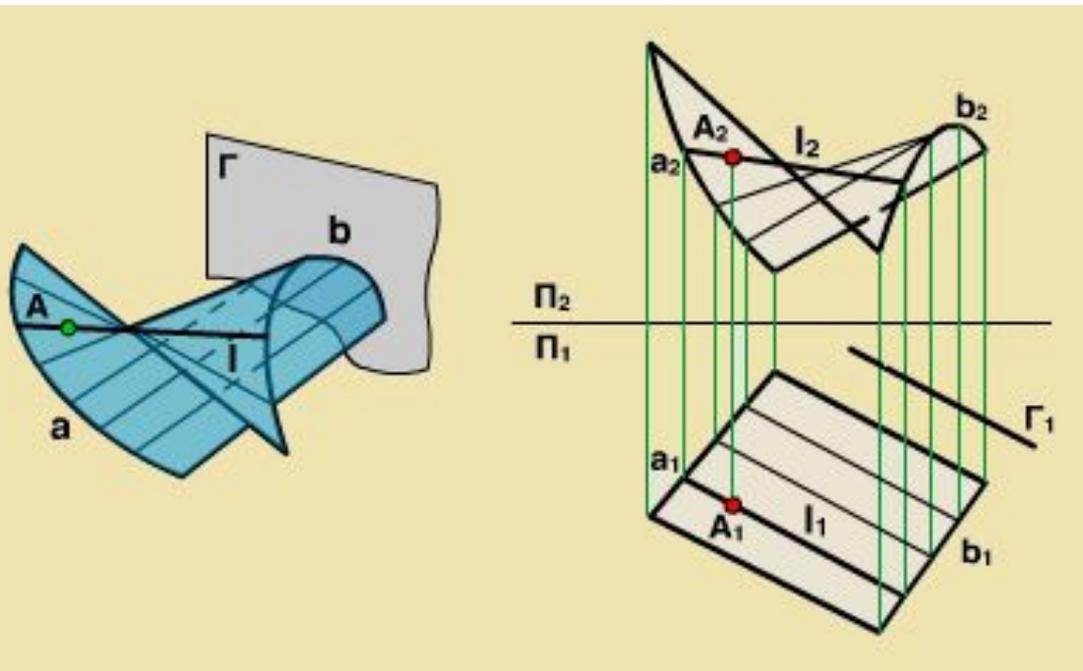
②



Поверхности Каталана (с плоскостью параллелизма) – неразвертывающиеся линейчатые поверхности

Прямолинейная образующая этих поверхностей скользит одновременно по 2-м направляющим, оставаясь в любой момент движения // некоторой плоскости, называемой плоскостью параллелизма.

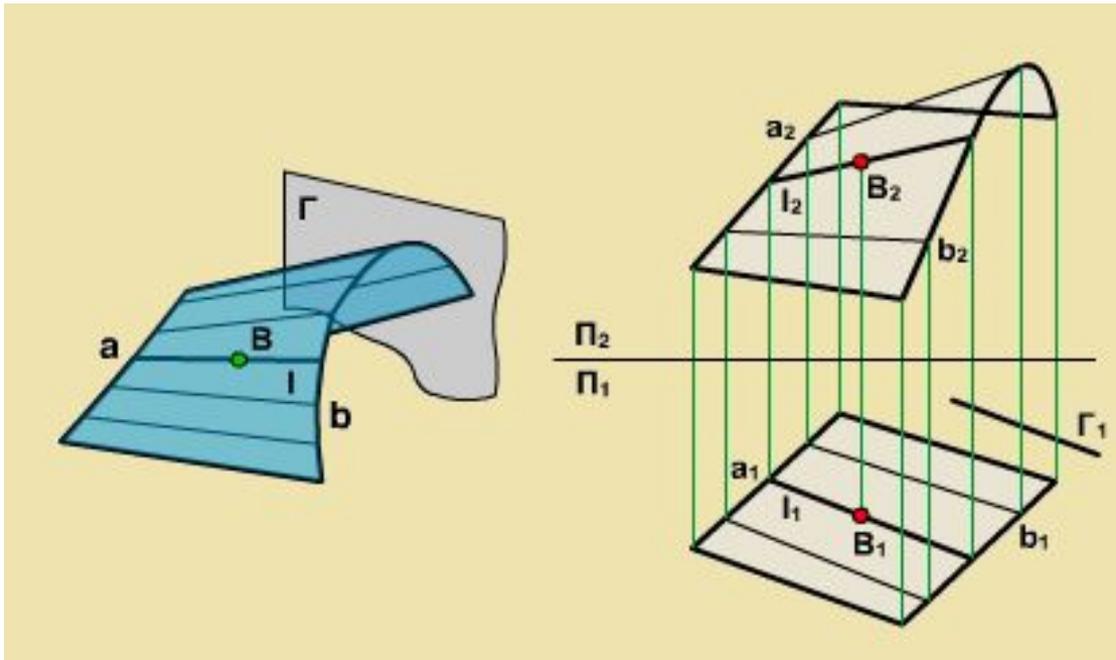
Цилиндроид – поверхность, у которой обе направляющие кривые.



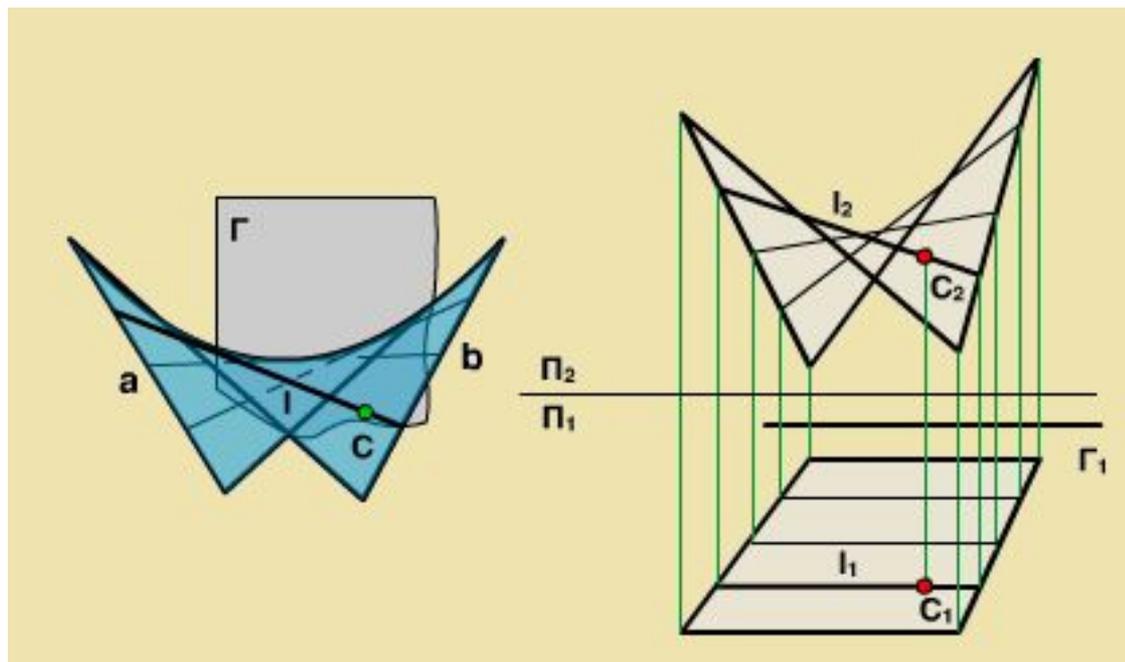
Определитель поверхности:

$\Sigma(a, b, \Gamma)$
 Γ – плоскость
параллелизма
 $l \cap a,$
 $l \cap b,$
 $l // \Gamma$

Коноид – поверхность, у которой одна направляющая прямая, другая – кривая.



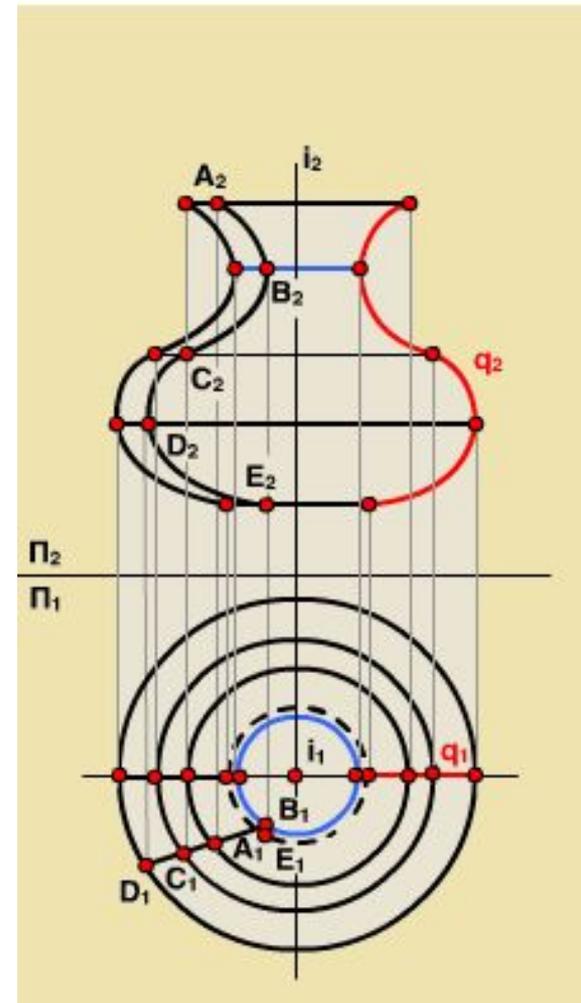
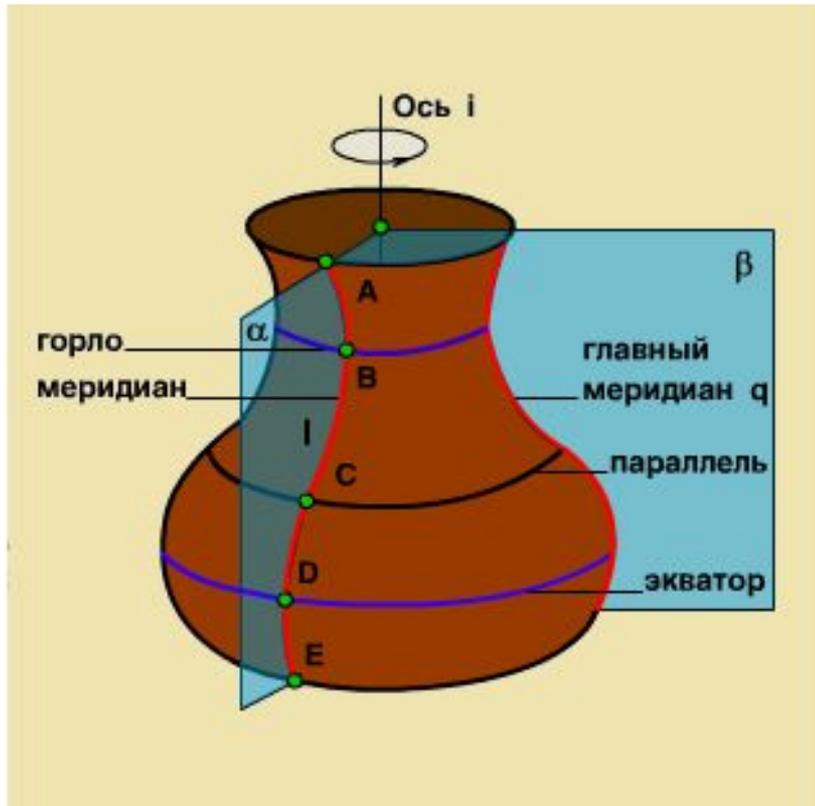
Косая плоскость (гиперболический параболоид) – поверхность, у которой обе направляющие прямые



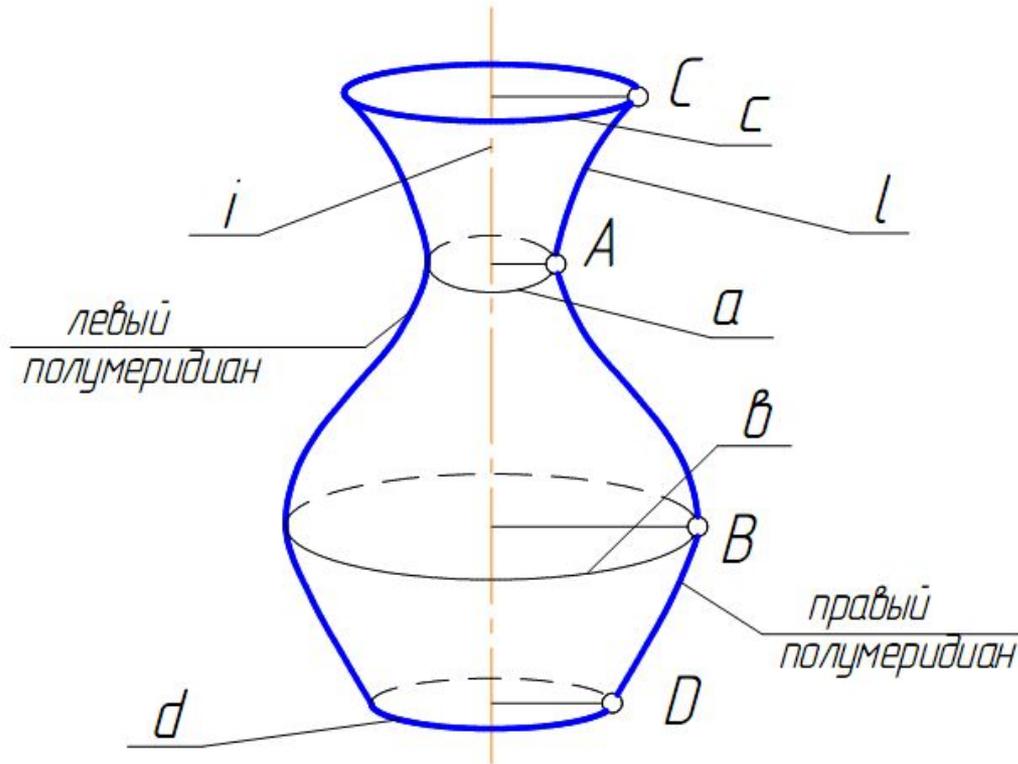
Поверхности вращения

Эти поверхности описываются какой-либо линией (образующей), вращающейся вокруг неподвижной оси. Каждая точка образующей вращается в плоскости, \perp оси, описывая окружность, которая называется - **параллель**.

Линия, полученная при сечении поверхности вращения плоскостью, проходящей через ось называется **меридиан**.

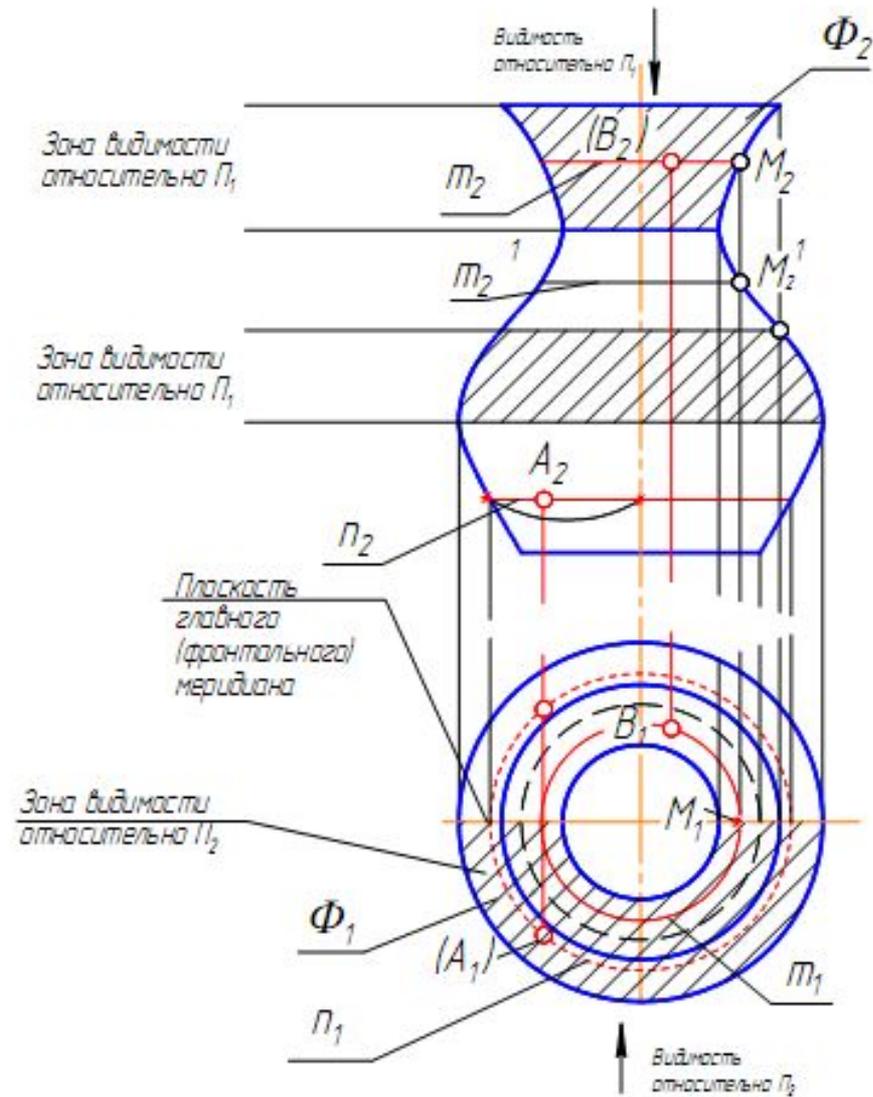
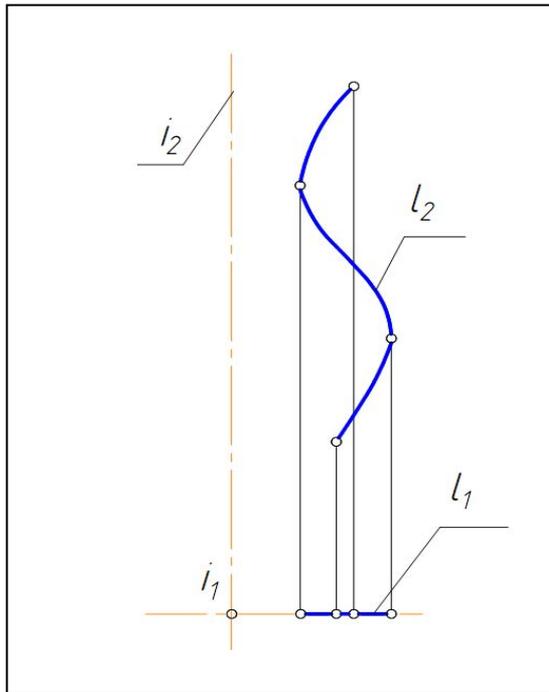


$\Phi(l, i) \mid \mathcal{O} i, i \perp \Pi_1$ - определитель поверхности



- l - образующая
- i - ось вращения
- c - верхняя параллель
- a - горло
- b - экватор
- d - нижняя параллель

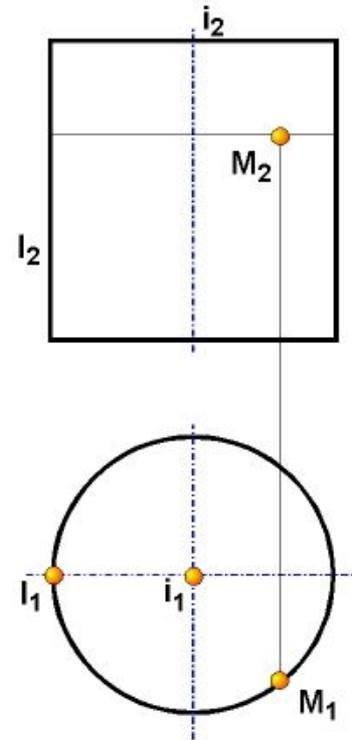
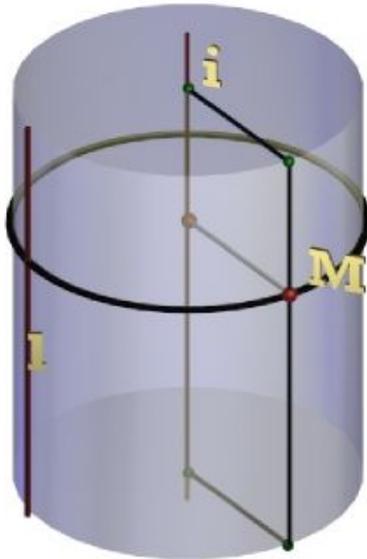
Комплексный чертеж поверхности вращения общего вида



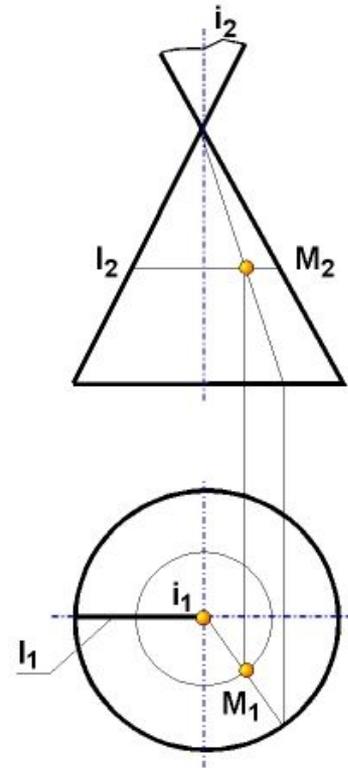
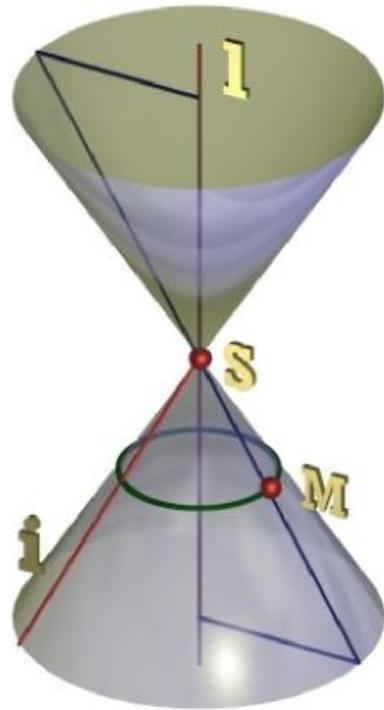
Поверхности вращения 2-го порядка.

Цилиндр вращения – проецирующая поверхность.

Комплексный чертеж

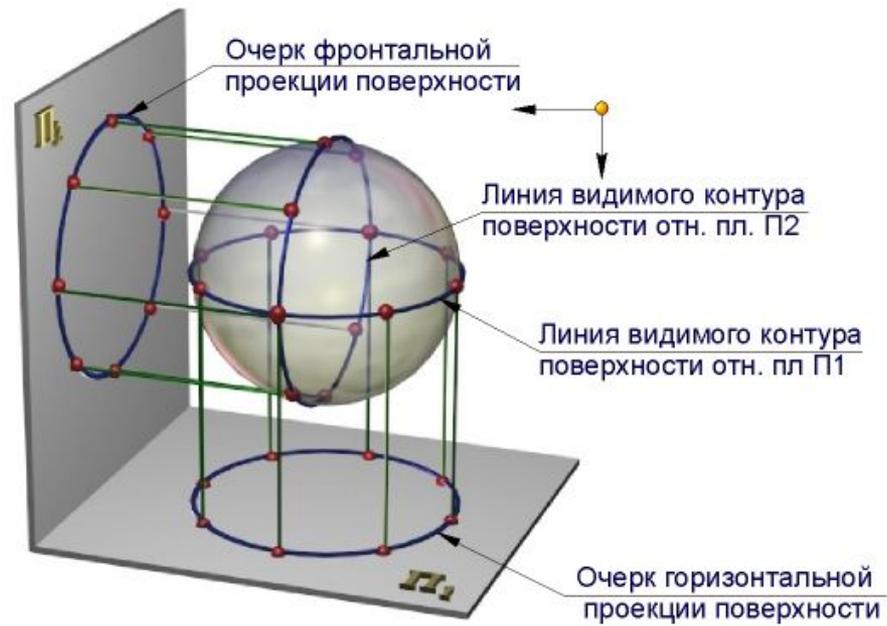


Конус вращения. Комплексный чертеж.

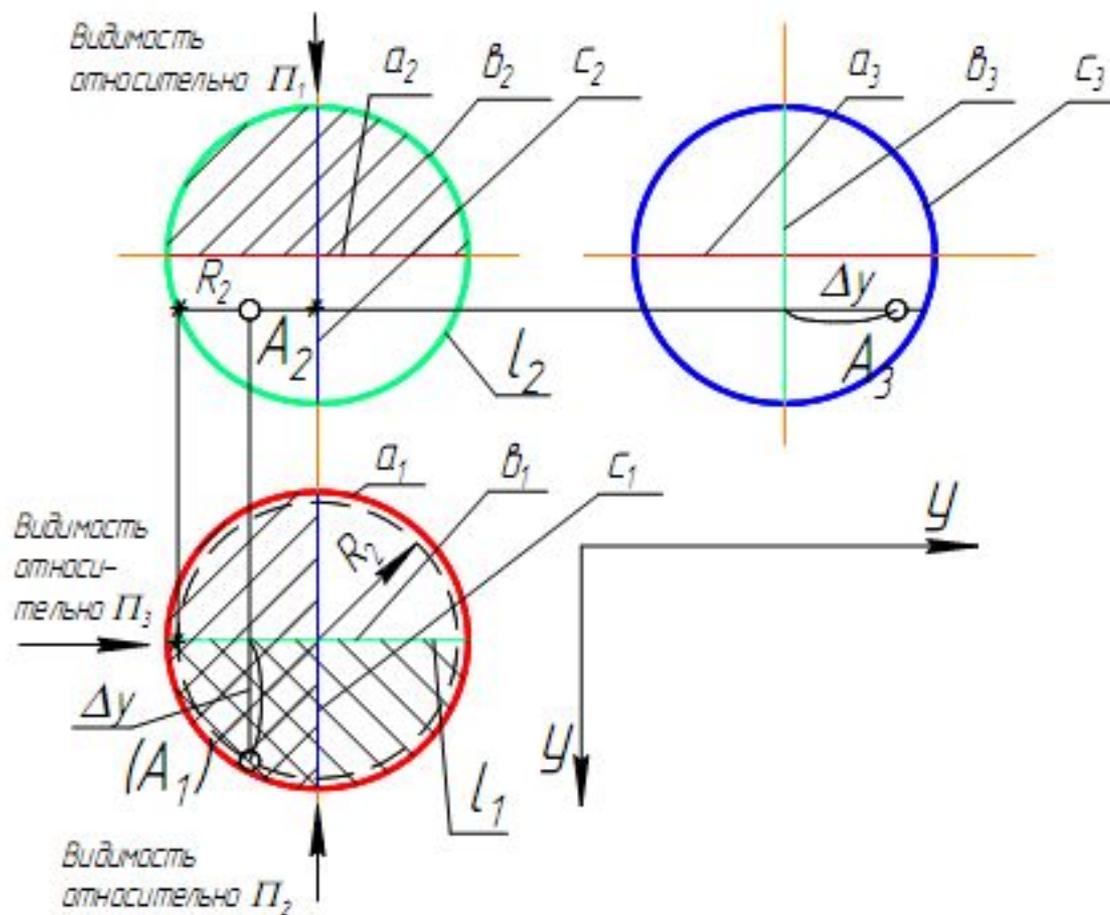


Сфера

Сфера образуется вращением окружности вокруг оси (i)



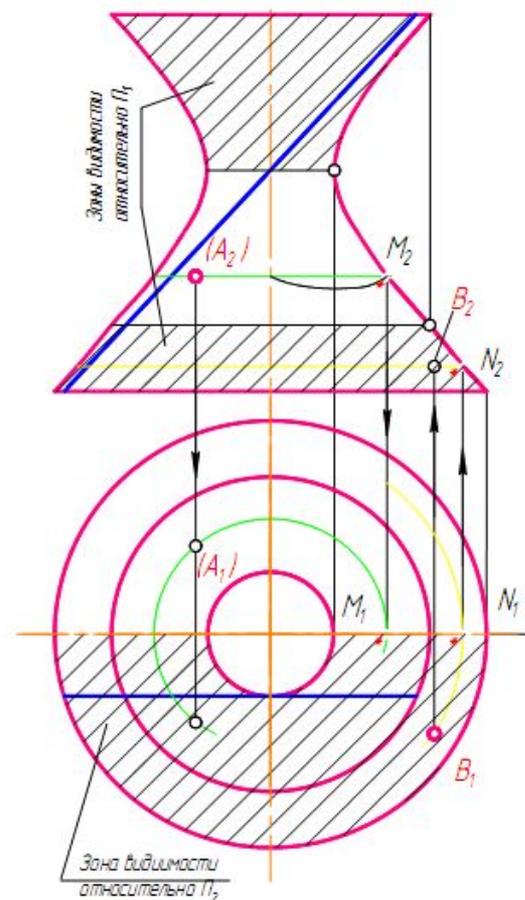
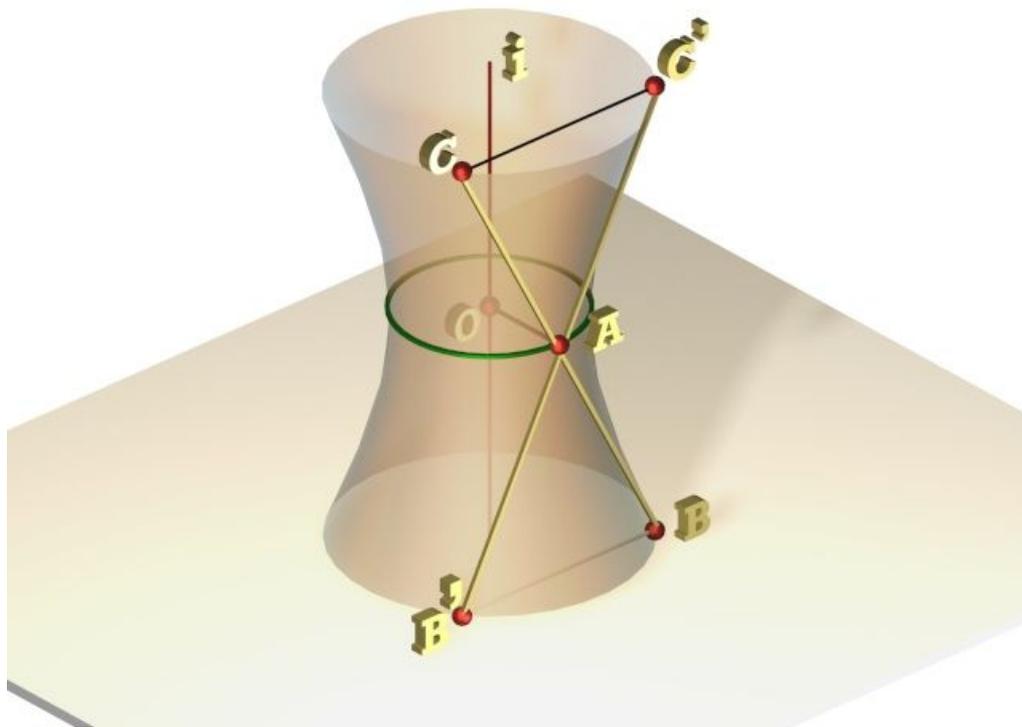
Комплексный чертеж сферы

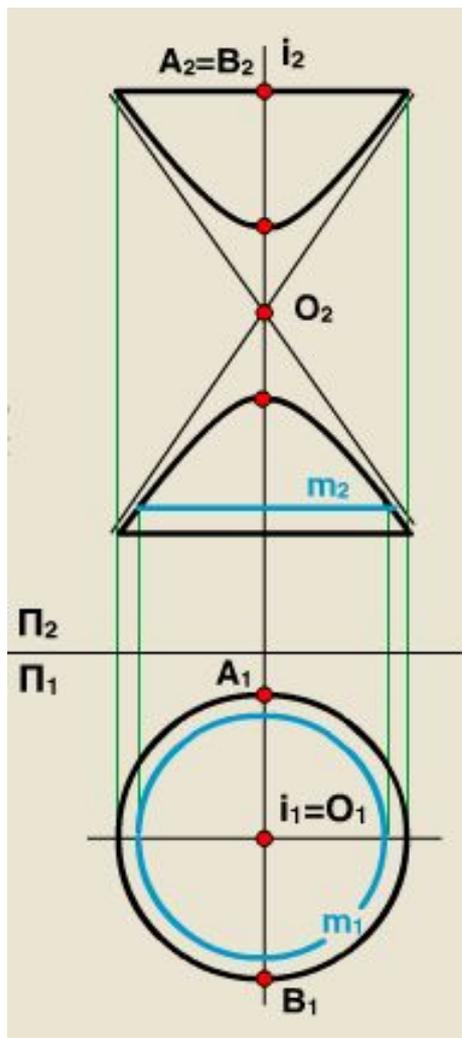


Однополостный гиперboloид вращения. Комплексный чертеж.

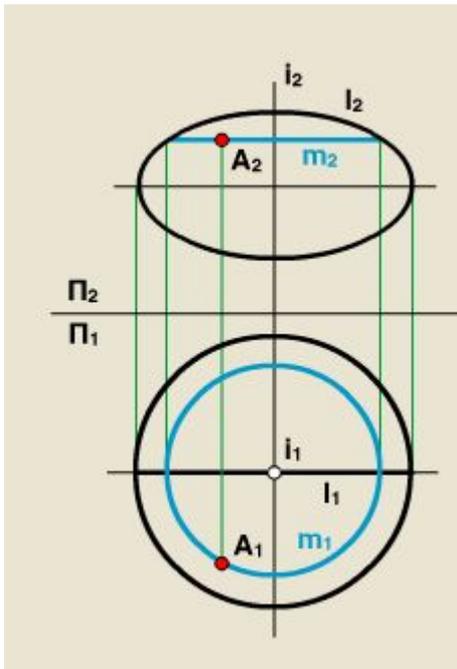
Гипербола имеет две оси – действительную и мнимую. При вращении гиперболы вокруг действительной оси – образуется **однополостный гиперboloид вращения**.

Эта поверхность также может быть отнесена к линейчатым, так как она может быть образована вращением прямолинейной образующей вокруг скрещивающейся с ней осью.



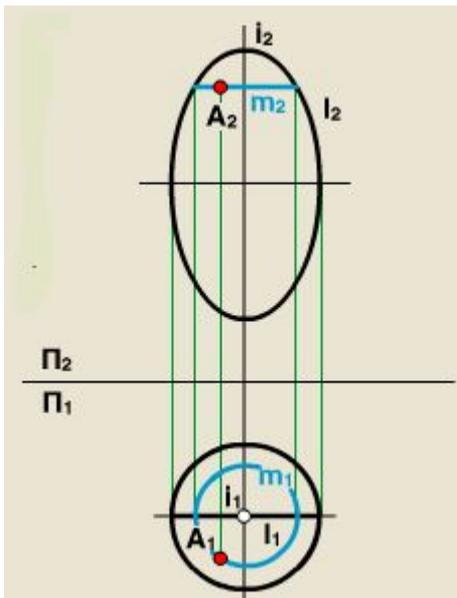


При вращении гиперболы вокруг мнимой оси – образуется две полости гиперboloида или **двуполостный гиперboloид вращения.**

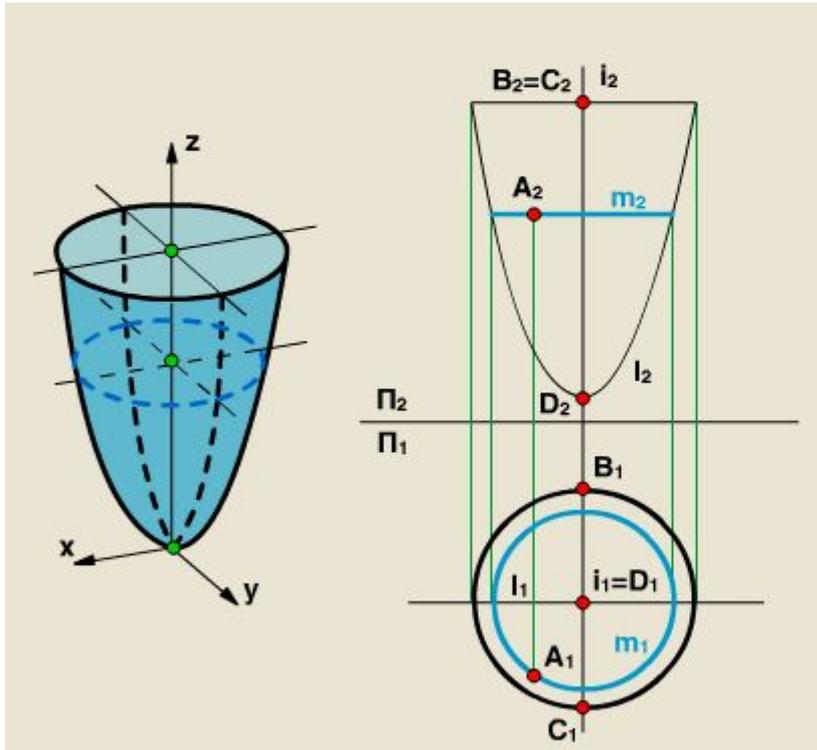


Эллипсоид вращения

При вращении эллипса вокруг малой оси получается **сжатый эллипсоид вращения**.



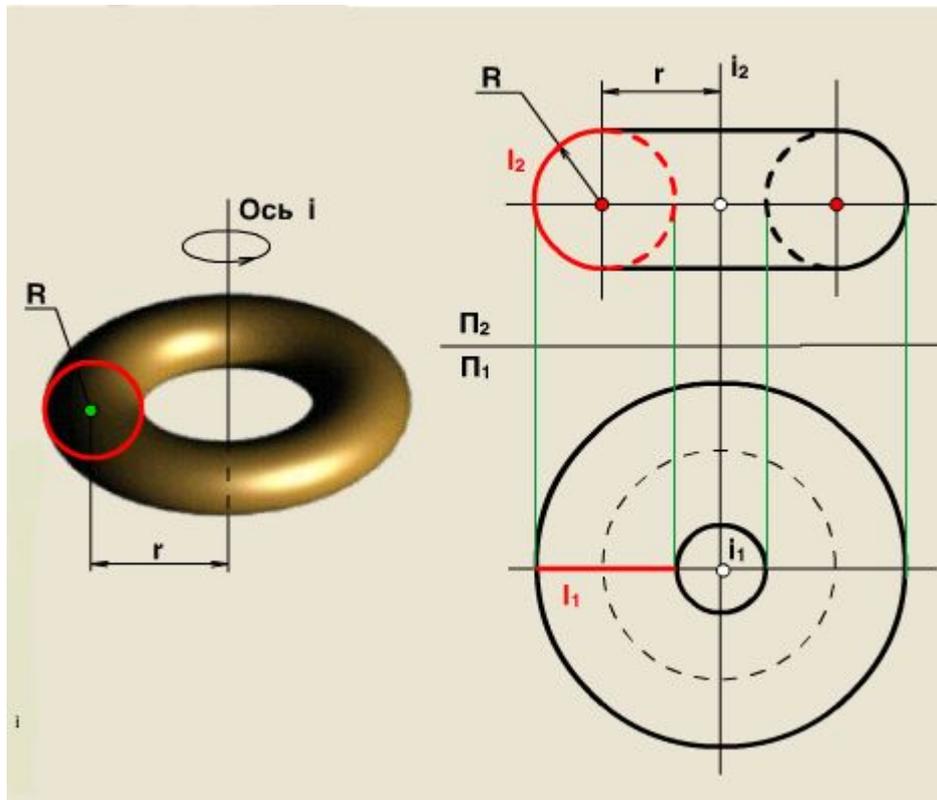
Когда эллипс вращается вокруг большой оси образуется **вытянутый эллипсоид вращения**.



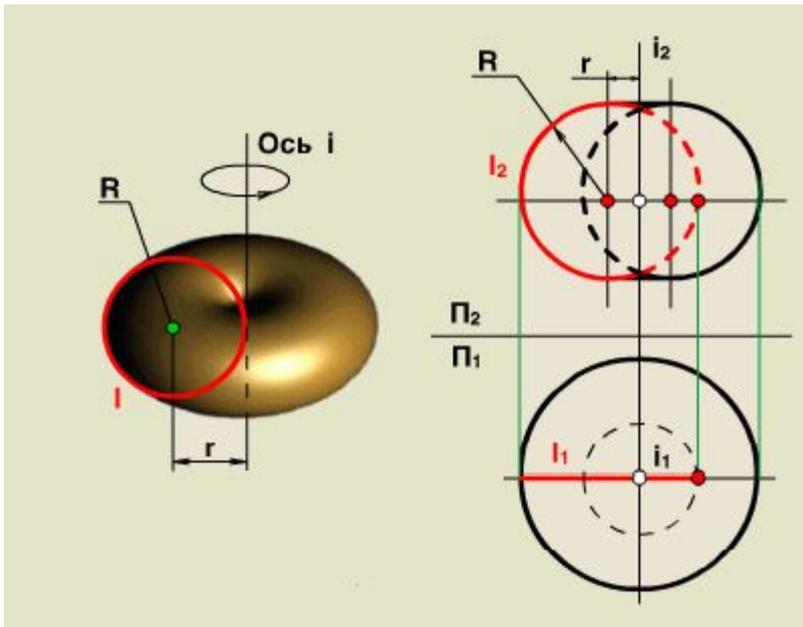
Параболоид вращения

Эта поверхность образуется при вращении параболы вокруг своей оси.

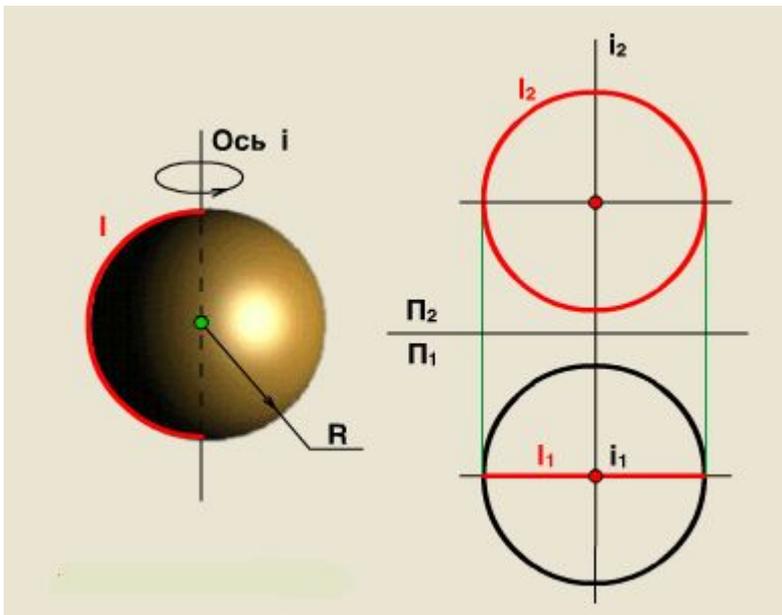
Тор - поверхность вращения 4-го порядка



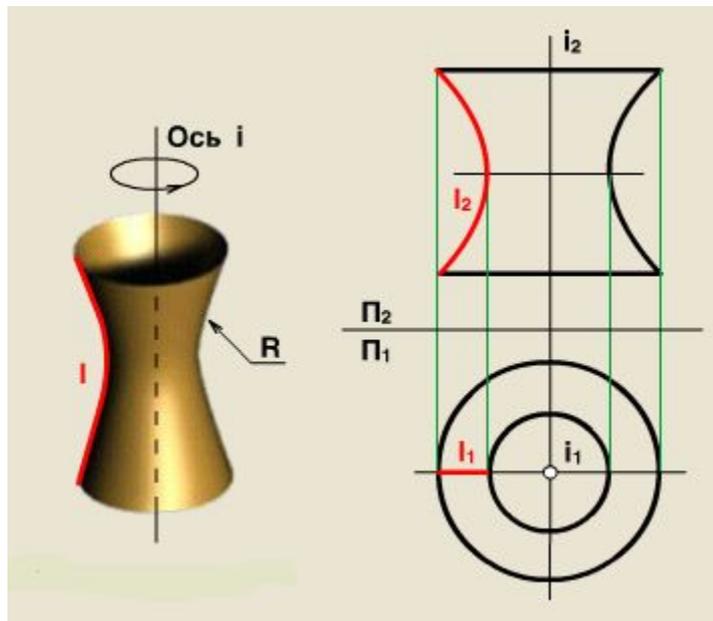
Если $R < r$, то образующая окружность l не пересекает ось вращения i , поверхность называется **кольцом** или **открытым тором**.



Если $R >$ либо $= r$, то окружность касается оси или пересекает ее, поверхность называется **закрытым тором**.



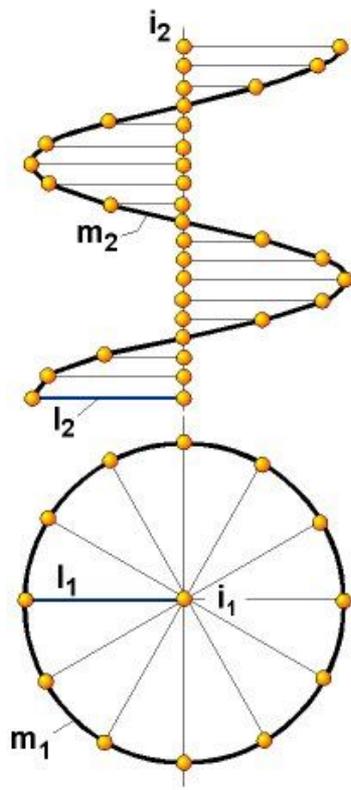
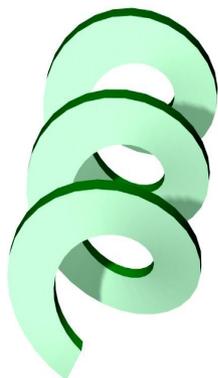
Если $r = 0$, то образуется **сфера**- частный случай тора.



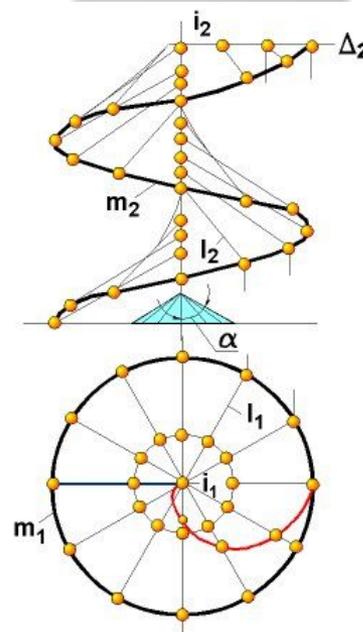
При вращении дуги окружности, образуется поверхность тора, которая называется **глобoid**.

Винтовые поверхности

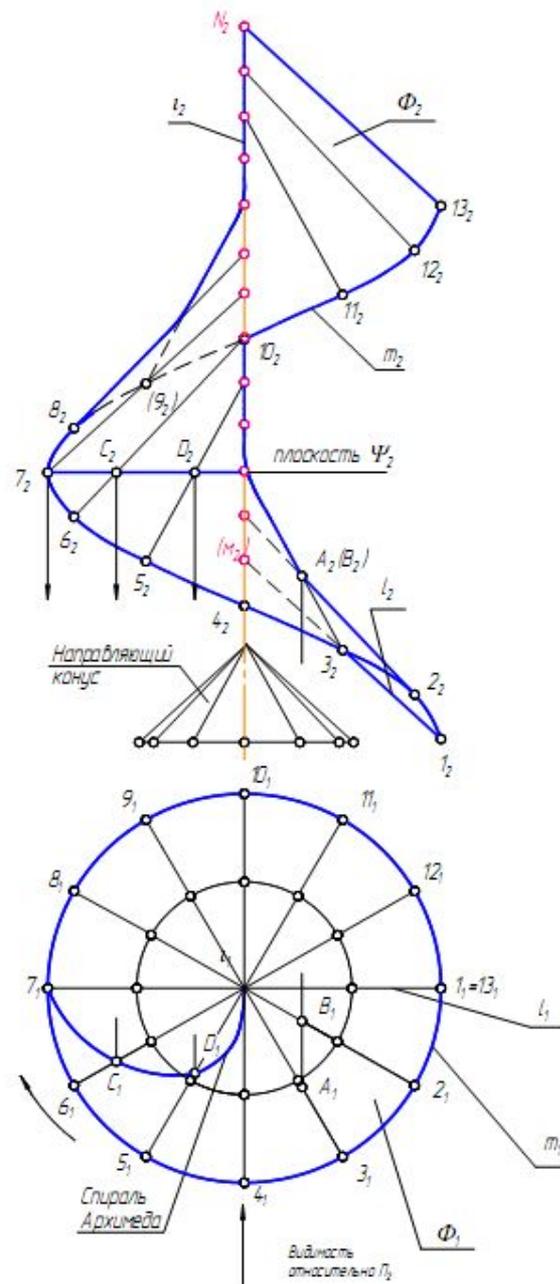
Прямой геликоид



Наклонный геликоид



Комплексный чертеж наклонного геликоида



Образец выполнения эюра №1

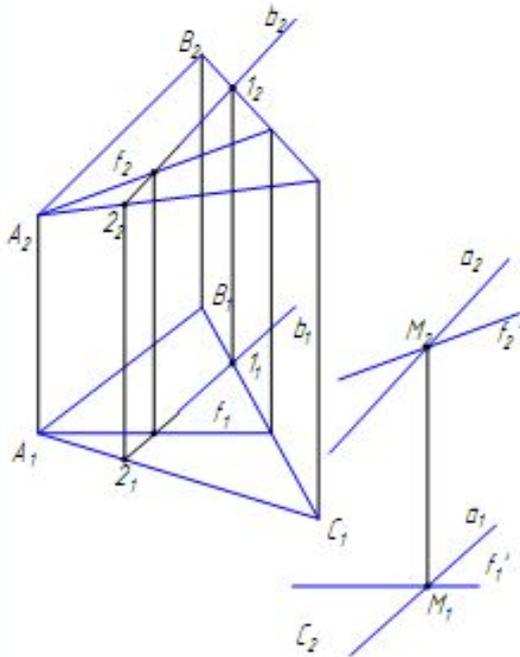
HF 012.001

Дано:

Σ - плоскость
 $\Sigma(ABC)$;
 $b \subset \Sigma$;
 $M \notin \Sigma$

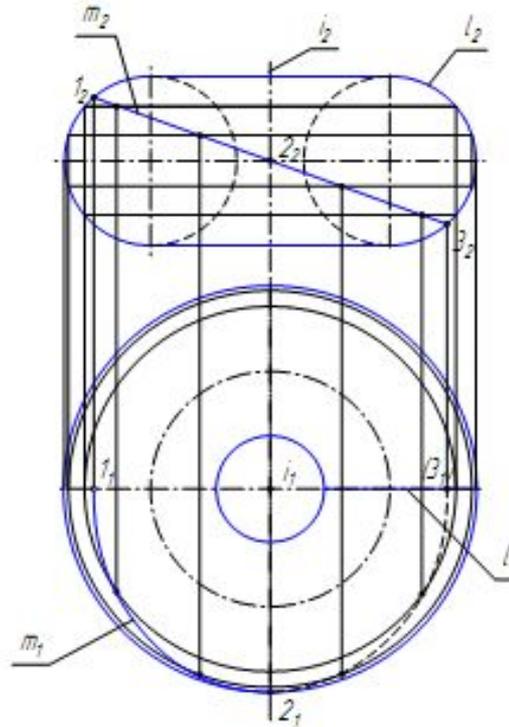
Построить:

- $b_1 \perp ?$
- Плоскость Λ .
 $\Lambda \supset M; \Lambda \perp \Sigma; \Lambda(a \cap f)$



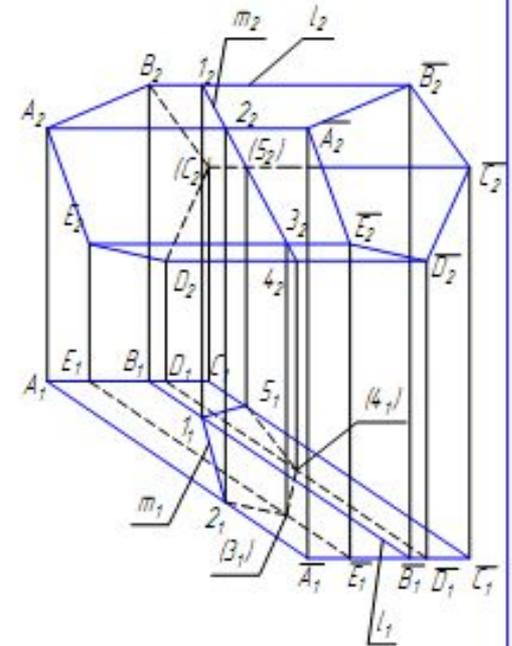
Дано: Σ - тор; $\Sigma(l, i); m \subset \Sigma$

- Построить: 1. Поверхность тора по определителю
 2. $m \perp ?$



Дано: Γ - призма; $\Gamma(ABCDE, l); m \subset \Gamma$

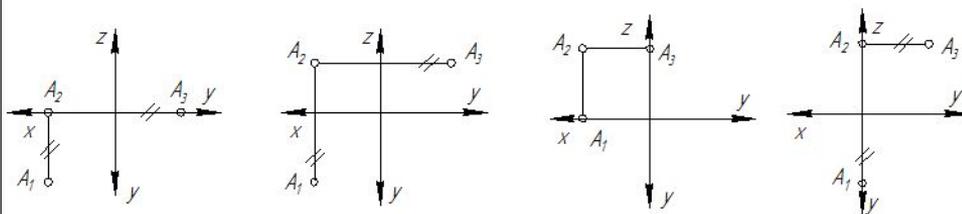
- Построить: 1. Поверхность призмы по определителю
 2. $m \perp ?$



| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--------------|--|--|--|
| | | | | HF 012.001 | | | |
| | | | | Эпюр №1 | | | |
| | | | | ТГЧ зр 3-105 | | | |

Тест «Точка, прямая»

1. Точка A принадлежит Π_1 на чертеже...



2. Точка A принадлежит Π_2 в случае...

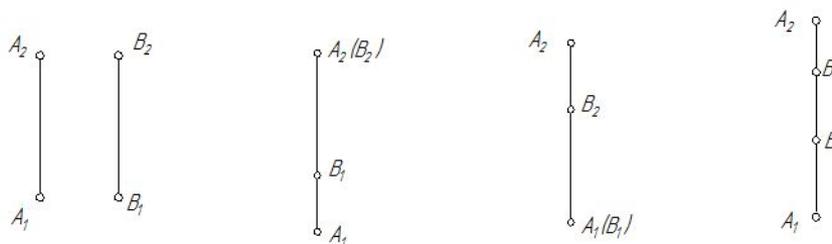
$A(10, 0, 20)$

$A(0, 10, 15)$

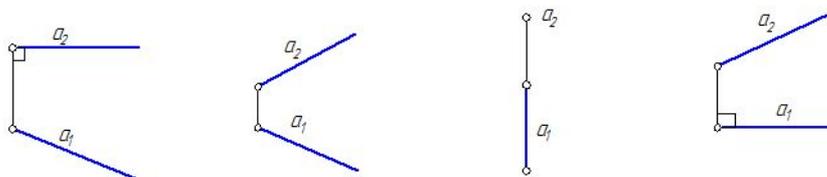
$A(5, 10, 20)$

$A(0, 10, 0)$

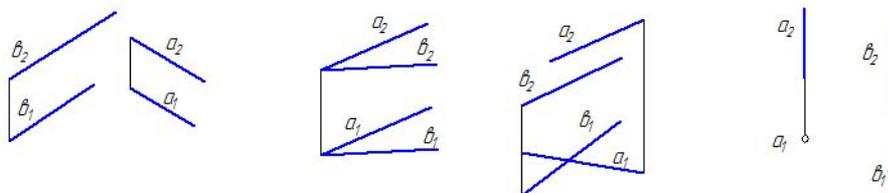
3. Проекции фронтально конкурирующих точек показаны на чертеже...



4. Чертеж горизонтали дан в случае...



5. Чертеж параллельных прямых дан в случае...



Тест «Плоскость»

| | | | |
|---|------------------------|-------------------|------------------------|
| На каком чертеже задана плоскость общего положения? | | | |
| $\Sigma (mln)$ | $\Sigma(ABC)$ | $\Sigma(mln)$ | $\Sigma(\Sigma)$ |
| На каком чертеже можно измерить угол наклона плоскости Σ к Π_1 , без построения линии наибольшего наклона? | | | |
| $\Sigma (mln)$ | $\Sigma(ABC)$ | $\Sigma(mln)$ | $\Sigma(a \cap b)$ |
| На каком чертеже одна из проекций ΔABC представляет собой его истинный вид? | | | |
| | | | |
| На каком чертеже прямая a принадлежит плоскости Σ ? | | | |
| $\Sigma(ABC)$ | $\Sigma(\Sigma_2)$ | $\Sigma(mln)$ | $\Sigma(h \cap f)$ |

Тест «Поверхность»

| | | | |
|--|-------------------|-------------------|-------------------|
| <i>9.13. Проекции определителя поверхности пирамиды заданы на чертеже..</i> | | | |
| $\Sigma(l,l)$ | $\Sigma(m,S)$ | $\Sigma(m,S)$ | $\Sigma(m,s)$ |
| <i>9.14. Проекции определителя цилиндрической поверхности заданы на чертеже..</i> | | | |
| $\Sigma(l,l)$ | $\Sigma(l,l)$ | $\Sigma(m,s)$ | $\Sigma(l,l)$ |
| <i>9.15. Проекции определителя поверхности вращения общего вида заданы на чертеже..</i> | | | |
| $\Sigma(l,l)$ | $\Sigma(l,l)$ | $\Sigma(l,l)$ | $\Sigma(l,l)$ |
| <i>9.16. Проекции определителя цилиндриоида $\Sigma(m, \pi, \Pi_1)$ заданы на чертеже..</i> | | | |
| | | | |

Тест «Поверхность»»

| | | | | |
|--|----------------------------------|------------------|---------------------|--------------------------------------|
| 10.16. Проекция не проецирующей поверхности изображены на чертеже.. | | | | |
| | | | | |
| 10.17. Поверхность, изображенная на чертеже называется.. | | | | |
| | Каноид | Цилиндр | Косая плоскость | Геликоид |
| 10.18. Поверхность, изображенная на чертеже называется.. | | | | |
| | Поверхность вращения общего вида | Поверхность тора | Параболоид вращения | Однополостный гиперболоид вращения |
| 10.19. На чертеже изображены проекции определителя.. | | | | |
| | Каноид | Тора | Геликоид | Однополостного гиперболоида вращения |
| 10.20. На чертеже изображены проекции определителя.. | | | | |
| | Цилиндр | Эллипсоид | Геликоид | Поверхности вращения общего вида |