

Методы решения комбинаторных задач

Мартынова Л.В.

А. Пуанкаре

«...творчество, конечно, состоит не в том, чтобы составлять бесконечные комбинации, а в том, чтобы создавать полезные, а таких не особенно много. Творить – это значит различать, выбирать».

Комбинаторика

**– это раздел математики,
в котором исследуются и
решаются задачи выбора
элементов из исходного
множества и расположения
их в некоторой комбинации,
составляемой по заданным правилам**

Способы решения комбинаторных задач:

- графы;
- таблицы;
- дерево решений.

Перебор возможных вариантов

Простые задачи решают обыкновенным полным перебором возможных вариантов без составления различных таблиц и схем.

Задача 1.

Какие двузначные числа можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

- **Ответ:** 11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24, 25, 31, 32, 33, 34, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 51, 52, 53, 54, 55.

● **Задача 2.**

В финальном забеге на 100 м участвуют Иванов, Громов и Орлов. Назовите возможные варианты распределения призовых мест.

● **Ответ:**

Вариант1: 1) Иванов, 2) Громов, 3) Орлов.

Вариант2: 1) Иванов, 2) Орлов, 3) Громов.

Вариант3: 1) Орлов, 2) Иванов, 3) Громов.

Вариант4: 1) Орлов, 2) Громов, 3) Иванов.

Вариант5: 1) Громов, 2) Орлов, 3) Иванов.

Вариант6: 1) Громов, 2) Иванов, 3) Орлов.

● **Задача 3.**

В кружок бального танца записались Петя, Коля, Витя, Олег, Таня, Оля, Наташа, Света. Какие танцевальные пары девочки и мальчика могут образоваться?

● **Ответ:**

1) Таня - Петя, 2) Таня - Коля, 3) Таня - Витя, 4) Таня - Олег, 5) Оля - Петя, 6) Оля - Коля, 7) Оля - Витя, 8) Оля - Олег, 9) Наташа - Петя, 10) Наташа - Коля, 11) Наташа - Витя, 12) Наташа - Олег, 13) Света - Петя, 14) Света - Коля, 15) Света - Витя, 16) Света - Олег.

Дерево возможных вариантов

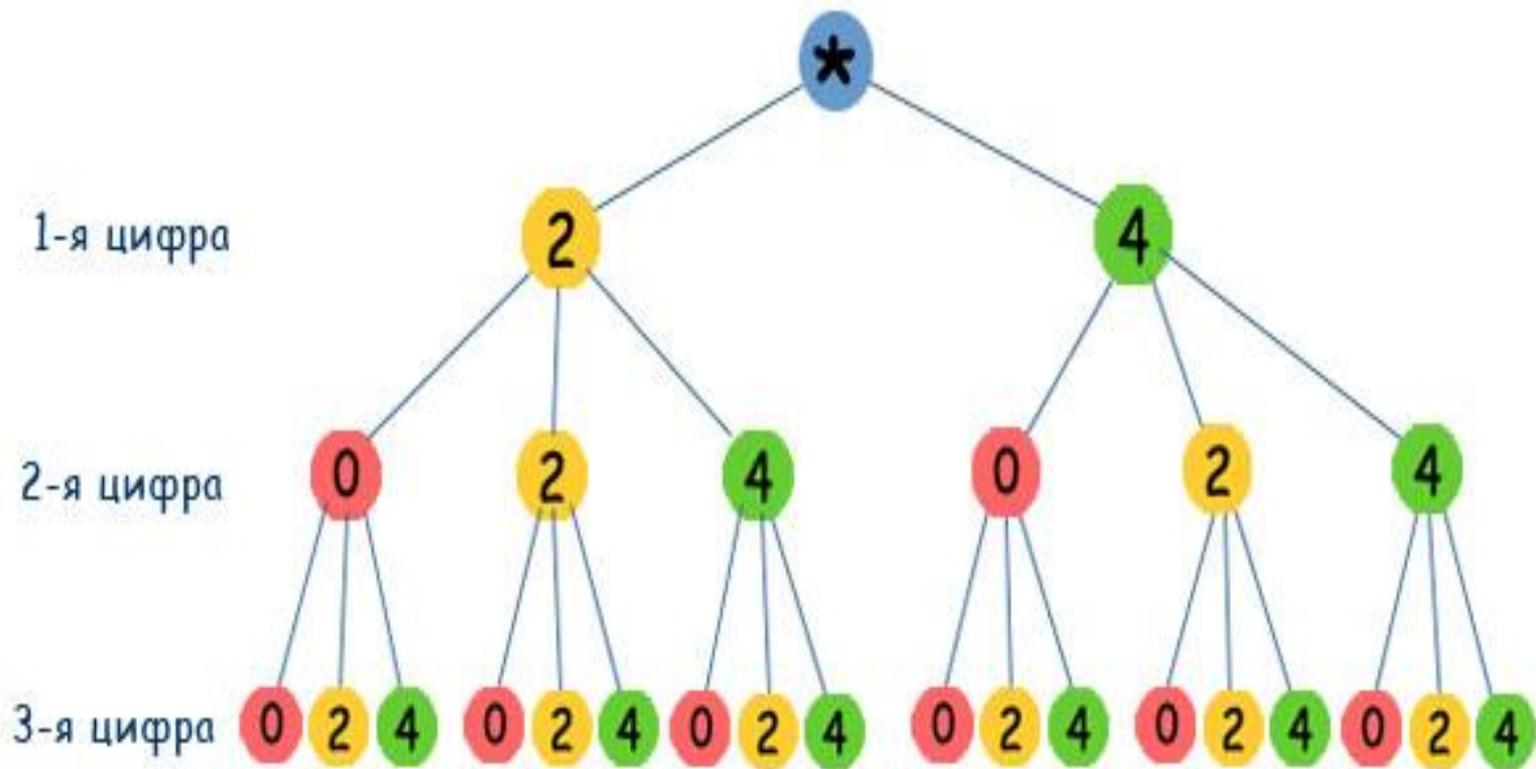
Самые разные комбинаторные задачи решаются с помощью составления специальных схем. Внешне такая схема напоминает дерево, отсюда и название метода - дерево возможных вариантов.



- **Задача 4.**

Какие трехзначные числа можно составить из цифр 0, 2, 4?

- **Решение.** Построим дерево возможных вариантов, учитывая, что 0 не может быть первой цифрой в числе.

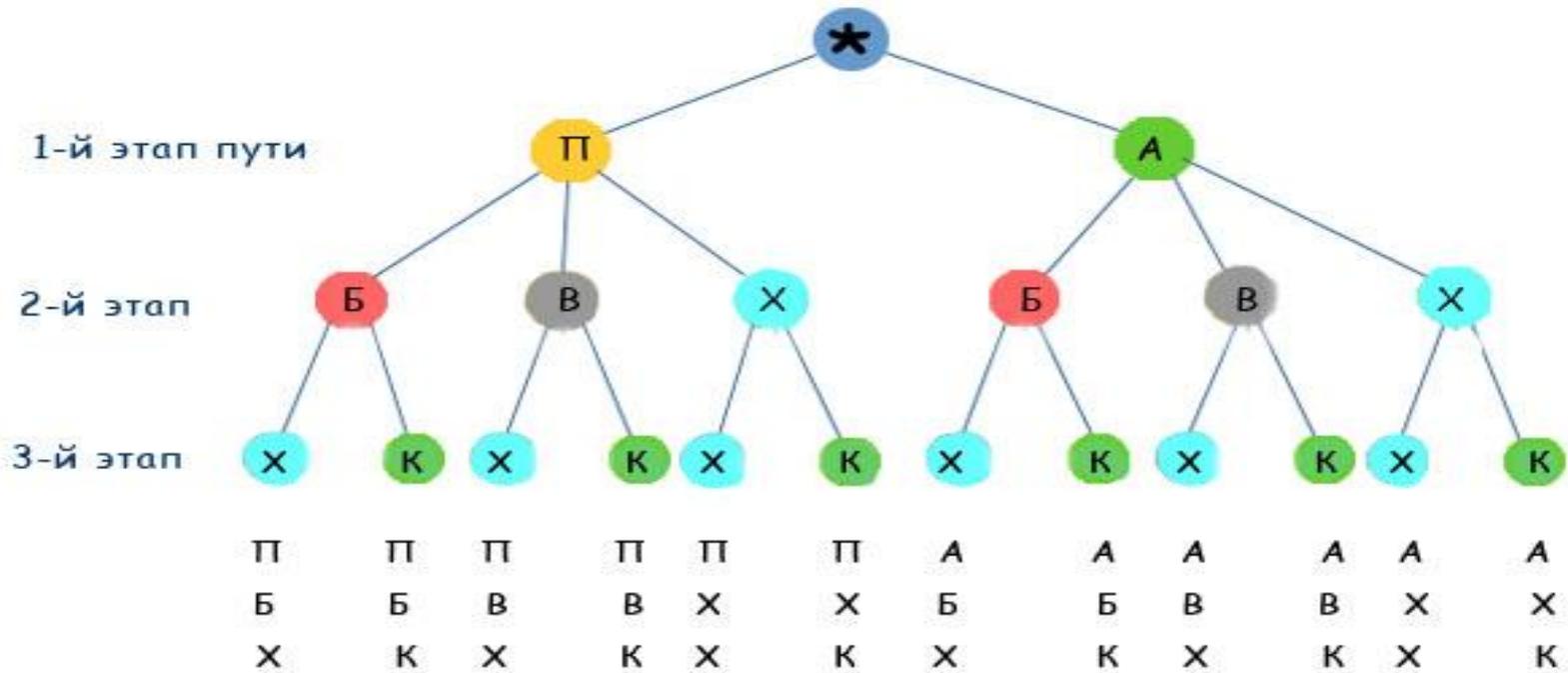


Ответ: 200, 202, 204, 220, 222, 224, 240, 242, 244, 400, 402, 404, 420, 422, 424, 440, 442, 444.

● **Задача 5.**

Школьные туристы решили совершить путешествие к горному озеру. Первый этап пути можно преодолеть на поезде или автобусе. Второй этап - на байдарках, велосипедах или пешком. И третий этап пути - пешком или с помощью канатной дороги. Какие возможные варианты путешествия есть у школьных туристов?

● **Решение.** Построим дерево возможных вариантов, обозначив путешествие на поезде П, на автобусе - А, на байдарках - Б, велосипедах - В, пешком - Х, на канатной дороге - К.



Ответ: На рисунке перечислены все 12 возможных вариантов путешествия школьных туристов.

● **Задача 6.**

Запишите все возможные варианты расписания пяти уроков на день из предметов: математика, русский язык, история, английский язык, физкультура, причем математика должна быть вторым уроком.

● **Решение.** Построим дерево возможных вариантов, обозначив М - математика, Р - русский язык, И - история, А - английский язык, Ф - физкультура.

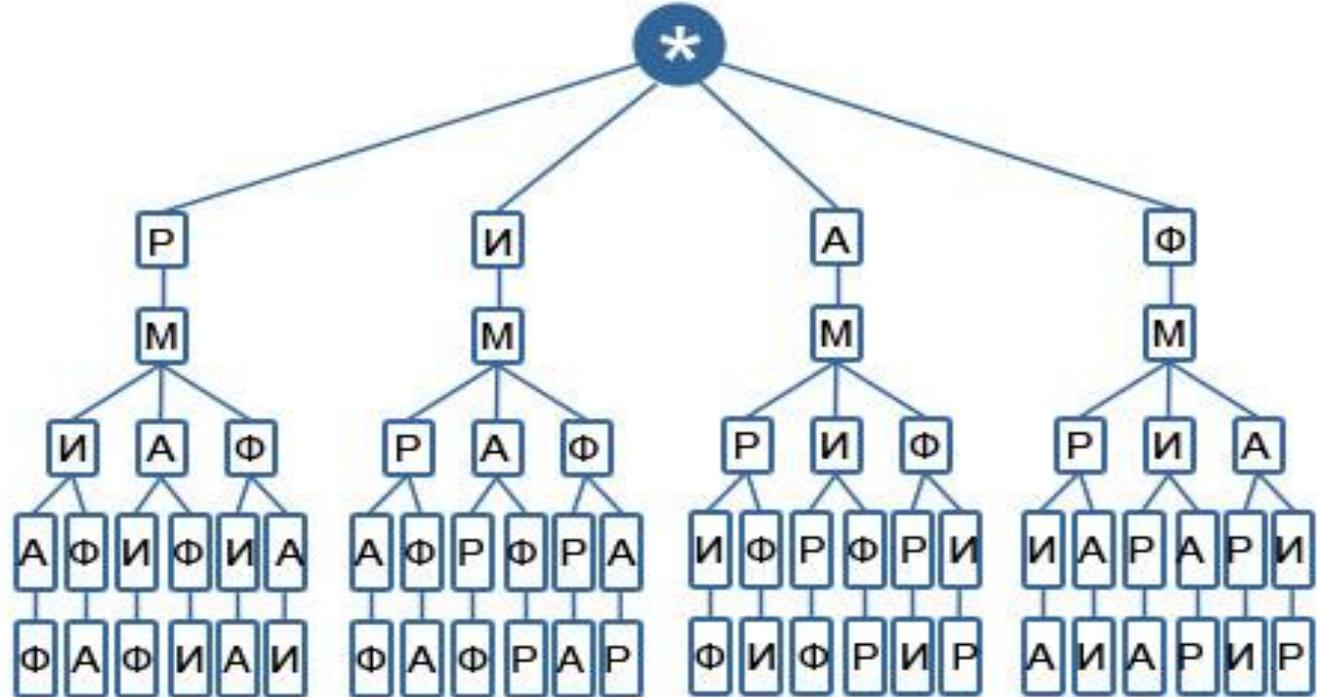
1-й урок

2-й урок

3-й урок

4-й урок

5-й урок



Ответ: Всего 24 возможных варианта:

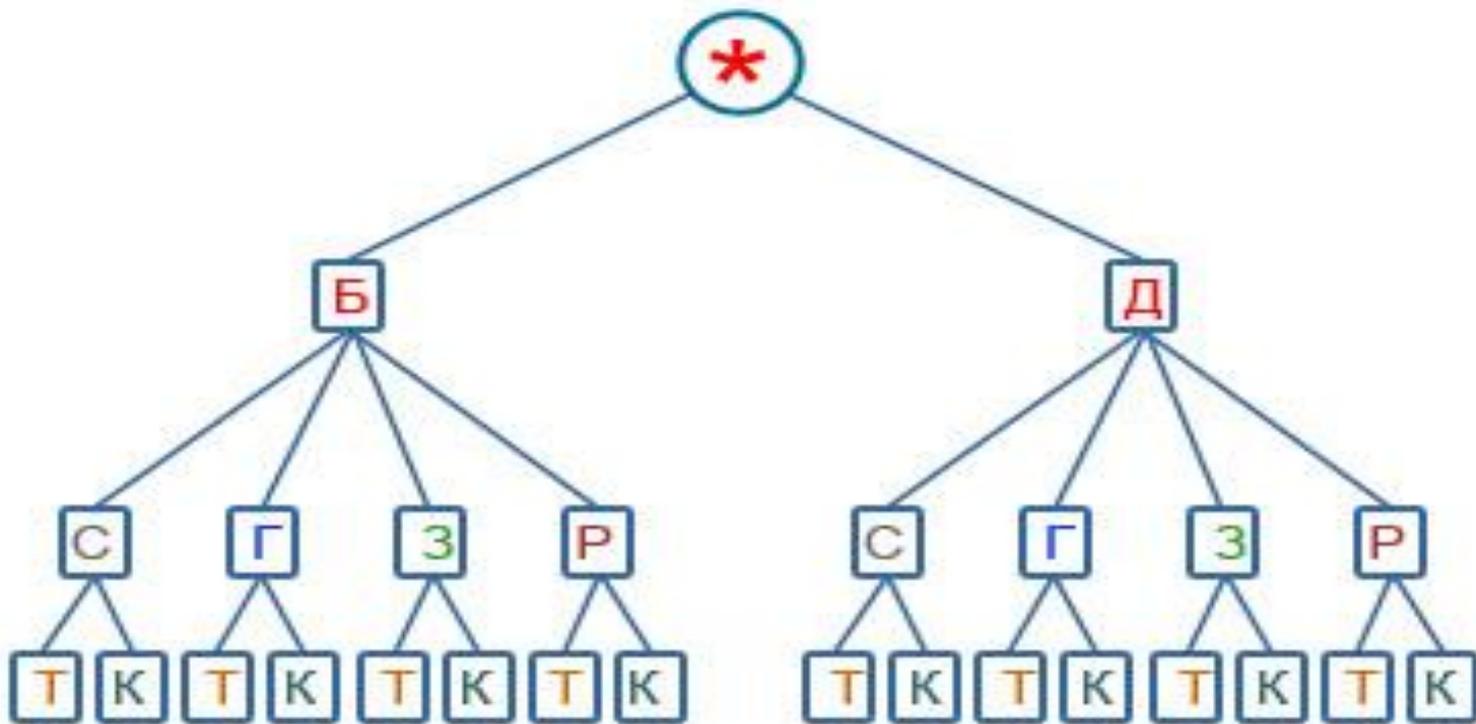
Р	Р	Р	Р	Р	Р	И	И	И	И	И	И	А	А	А	А	А	А	Ф	Ф	Ф	Ф	Ф	Ф	
М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М	М
И	И	А	А	Ф	Ф	Р	Р	А	А	Ф	Ф	Р	Р	И	И	Ф	Ф	Р	Р	И	И	А	А	
А	Ф	И	Ф	И	А	А	Ф	Р	Ф	Р	А	И	Ф	Р	Ф	Р	И	И	А	Р	А	Р	И	
Ф	А	Ф	И	А	И	Ф	А	Ф	Р	А	Р	Ф	И	Ф	Р	И	Р	А	И	А	Р	И	Р	

● Задача 7.

Саша ходит в школу в брюках или джинсах, к ним одевает рубашки серого, голубого, зеленого цвета или в клетку, а в качестве сменной обуви берет туфли или кроссовки.

- а) Сколько дней Саша сможет выглядеть по-новому?
- б) Сколько дней при этом он будет ходить в кроссовках?
- в) Сколько дней он будет ходить в рубашке в клетку и джинсах?

● **Решение.** Построим дерево возможных вариантов, обозначив Б - брюки, Д - джинсы, С - серая рубашка, Г - голубая рубашка, З - зеленая рубашка, Р - рубашка в клетку, Т - туфли, К - кроссовки.



Ответ: а) 16 дней; б) 8 дней; в) 2 дня.

Составление таблиц

Решить комбинаторные задачи можно с помощью таблиц. Они, как и дерево возможных вариантов, наглядно представляют решение таких задач.

● **Задача 8.**

Сколько нечетных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9?

● **Решение.** Составим таблицу: слева первый столбец - первые цифры искомых чисел, вверху первая строка - вторые цифры.

	1	3	7	9
1	11	13	17	19
3	31	33	37	39
4	41	43	47	49
6	61	63	67	69
7	71	73	77	79
8	81	83	87	89
9	91	93	97	99

Ответ: 28.

● **Задача 9.**

Маша, Оля, Вера, Ира, Андрей, Миша и Игорь готовились стать ведущими на Новогоднем празднике. Назовите возможные варианты, если ведущими могут быть только одна девочка и один мальчик.

● **Решение.** Составим таблицу: слева первый столбец - имена девочек, вверху первая строка - имена мальчиков.

	Андрей	Миша	Игорь
Маша	Маша - Андрей	Маша - Миша	Маша - Игорь
Оля	Оля - Андрей	Оля - Миша	Оля - Игорь
Вера	Вера - Андрей	Вера - Миша	Вера - Игорь
Ира	Ира - Андрей	Ира - Миша	Ира - Игорь

Ответ: Все возможные варианты перечисляются в строках и столбцах таблицы.

Правило умножения

Этот метод решения комбинаторных задач применяется, когда не требуется перечислять все возможные варианты, а нужно ответить на вопрос - сколько их существует.

● **Задача 10.**

В футбольном турнире участвуют несколько команд. Оказалось, что все они для трусов и футболок использовали белый, красный, синий и зеленый цвета, причем были представлены все возможные варианты. Сколько команд участвовали в турнире?

● **Решение.**

Трусы могут быть белого, красного, синего или зеленого цвета, т.е. существует 4 варианта. Каждый из этих вариантов имеет 4 варианта цвета майки.

● $4 \times 4 = 16.$

● **Ответ:** 16 команд.

● **Задача 11.**

6 учеников сдают зачет по математике.
Сколькими способами их можно расположить в списке?

● **Решение.**

Первым в списке может оказаться любой из 6 учеников,
вторым в списке может быть любой из оставшихся 5 учеников,
третьим - любой из оставшихся 4 учеников,
четвертым - любой из оставшихся 3 учеников,
пятым - любой из оставшихся 2 учеников,
шестым - последний 1 ученик.

● $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720.$

● **Ответ:** 720 способами.

● **Задача 12.**

Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 3, 4, 6, 7?

● **Решение.**

Первой в двузначном числе может быть 5 цифр (цифра 0 не может быть первой в числе), второй в двузначном числе может быть 4 цифры (0, 2, 4, 6, т.к. число должно быть четным).

$$5 \times 4 = 20.$$

● **Ответ:** 20 чисел.