

# Эконометрика

Лекция 5

## Коэффициент эластичности

---

Для сопоставления факторов по степени влияния на зависимую переменную используются частные коэффициенты эластичности  $\mathcal{E}_i$ :

$$\mathcal{E}_i = b_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}$$

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов изменяется зависимая переменная  $y$  при изменении фактора  $i$  на 1%.



# Технология построения модели множественной линейной регрессии в Excel

---

1) Строим матрицу парных корреляций, чтобы определить силу влияния каждого фактора на  $y$  и тесноту межфакторных связей:

Excel 2003: Сервис – Анализ данных – Корреляция

Excel 2007: Данные – Анализ данных – Корреляция

	$y$	$x_1$	$x_2$
$y$	1		
$x_1$	$\rho(y, x_1)$	1	
$x_2$	$\rho(y, x_2)$	$\rho(x_1, x_2)$	1



## Пример

Пусть по данным бюджетного обследования случайно выбранных семей изучалась зависимость накопления от дохода, расходов на питание и стоимости имущества.

Проанализировать целесообразность включения в модель каждого фактора.

	<i>Накопления</i>	<i>Доход</i>	<i>Расходы на питание</i>	<i>Стоимость имущества</i>
<i>Накопления</i>	1			
<i>Доход</i>	0,86	1		
<i>Расходы на питание</i>	0,81	0,94	1	
<i>Стоимость имущества</i>	-0,66	-0,38	-0,28	1

2) Сервис – Анализ данных – Регрессия.  
В качестве Входного интервала  $X$  выделить все столбцы  $x_i$  одновременно.

3) Оцениваем тесноту связи между результатом и факторами по  $r$ , качество уравнения регрессии по  $R^2$ , статистическую значимость коэффициента детерминации  $R^2$  по  $F$ -значению. Схема проверки, как и в модели парной линейной регрессии.



4) Оцениваем значимость каждого из полученных коэффициентов  $a, b_1, b_2, \dots, b_n$  по их Р-значениям:

- Если коэффициент  $b_i$  имеет Р-значение  $< 5\%$ , то этот коэффициент статистически значим и включается в модель.



- Если Р-значение коэффициента  $b_i > 5\%$ , то с надежностью 95% принимаем нуль-гипотезу о статистической незначимости  $b_i$  ( $b_i = 0$  для всей генеральной совокупности), делаем вывод что фактор  $x_i$  не влияет на изменение  $y$ , и перестраиваем модель, исключив из исходного набора данных фактор  $x_i$ .

Если таких факторов оказалось несколько, то следует удалять их из модели по одному, каждый раз перестраивая модель МЛР. Первым следует удалить тот фактор, у которого Р-значение максимально.



5) Если после того, как отобраны только значимые факторы, показатели  $R^2$ ,  $\rho$ , значимость F неудовлетворительны, следует попробовать:

- удалить статистические выбросы;
- перейти к нелинейной модели;
- добавить наблюдения в выборку.

6) Сравнить полученную модель с матрицей парных корреляций. Совпадают ли выводы о влиянии факторов на  $y$  и друг на друга по матрице и построенной модели.





Пример:

Приведены результаты исследования, посвященное изучению того, какие факторы существенно влияют на цену журнала.

Пусть  $y$  - цена одного экземпляра журнала (руб.)

	Коэф-ты	P-значение
Объем журнала (стр.)	0,25	1%
Тираж (тыс.)	-12,54	0%
Процент распространения через журнальные киоски	0,21	3%
Расходы на продвижение журнала	0,00039	10%
Процент цветных страниц	0,68	17%
Доход от рекламы в расчете на 1 экземпляр журнала	3,21	45%



# Нелинейная регрессия.

Во многих случаях даже графическое представление данных показывает, что интересующая нас зависимость не может быть описана прямой линией.

В этом случае для исследования зависимости между  $x$  и  $y$  применяются нелинейные функции.



## Типы нелинейных моделей:

---

1. Модели нелинейные по переменным, но линейные по параметрам.
2. Модели нелинейные как по переменным, так и по параметрам.



# 1 тип:

---

1.1  $y = a + \frac{b}{x}$  - гиперболическая

1.2  $y = a + b \cdot \ln x$  - логарифмическая

1.3  $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2$  - параболическая

( если степень  $>2$ , то полиномиальная )

---



## 2 тип:

---

2.1  $y = a \cdot x^b$       степенная

2.2  $y = a \cdot e^{b \cdot x}$       экспоненциальная

2.3  $y = \frac{1}{a + b \cdot x}$       обратная



Для того, чтобы оценить неизвестные параметры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  необходимо привести модель к линейному виду, иначе говоря линеаризовать.

Линеаризация- преобразование нелинейной модели к линейной, путем замены переменной.

После такого преобразования можно применить метод наименьших квадратов и найти коэффициенты регрессии.



# Способы линеаризации

---

1.1 Пусть имеем выборку  $\{y_i, x_i\}, i = 1 \dots n$ .  
Необходимо построить модель

$$y = a + \frac{b}{x}$$

Делаем замену переменных  $v = \frac{1}{x}$

Новая выборка  $\{y_i, v_i\}$ . По ней строим модель  $y = a + b \cdot v$ . Находим  $a$  и  $b$  по МНК и подставляем найденные коэффициенты в исходную модель

$$y = a + \frac{b}{x}$$





$$1.2 \quad y = a + b \cdot \ln x$$

Исходная выборка  $\{y_i, x_i\}, i = 1 \dots n$ .

Замена  $v = \ln x$

По выборке  $\{y_i, v_i\}$  строим модель ПЛР  
 $y = a + b \cdot v$ . Находим  $a$  и  $b$  и подставляем  
найденные коэффициенты в исходную

модель  $y = a + b \cdot \ln x$



$$1.3 \quad y = a + b \cdot x + c \cdot x^2$$

Исходная выборка  $\{y_i, x_i\}, i = 1 \dots n$ .

Замена  $v=x^2$  приводит к выборке  $\{y_i, x_i, v_i\}$ ,

по данным которой строим модель МЛР

$$y = a + b \cdot x + c \cdot v.$$

Затем возвращаемся к исходной модели

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x^2.$$

