

Эконометрика

Лекция 5

Коэффициент эластичности

Для сопоставления факторов по степени влияния на зависимую переменную используются частные коэффициенты эластичности \mathcal{E}_i :

$$\mathcal{E}_i = b_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}$$

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов изменяется зависимая переменная y при изменении фактора i на 1%.



Технология построения модели множественной линейной регрессии в Excel

1) Строим матрицу парных корреляций, чтобы определить силу влияния каждого фактора на y и тесноту межфакторных связей:

Excel 2003: Сервис – Анализ данных – Корреляция

Excel 2007: Данные – Анализ данных – Корреляция

	y	x_1	x_2
y	1		
x_1	$\rho(y, x_1)$	1	
x_2	$\rho(y, x_2)$	$\rho(x_1, x_2)$	1



Пример

Пусть по данным бюджетного обследования случайно выбранных семей изучалась зависимость накопления от дохода, расходов на питание и стоимости имущества.

Проанализировать целесообразность включения в модель каждого фактора.

	<i>Накоплен е</i>	<i>Доход</i>	<i>Расходы на питание</i>	<i>Стоимост ь имущества</i>
<i>Накоплен е</i>	1			
<i>Доход</i>	0,86	1		
<i>Расходы на питание</i>	0,81	0,94	1	
<i>Стоимость имущества</i>	-0,66	-0,38	-0,28	1

2) Сервис – Анализ данных – Регрессия.

В качестве Входного интервала X выделить все столбцы x_i одновременно.

3) Оцениваем тесноту связи между результатом и факторами по r , качество уравнения регрессии по R^2 , статистическую значимость коэффициента детерминации R^2 по F -значению. Схема проверки, как и в модели парной линейной регрессии.



4) Оцениваем значимость каждого из полученных коэффициентов a, b_1, b_2, \dots, b_n по их P-значениям:

- Если коэффициент b_i имеет P-значение $< 5\%$, то этот коэффициент статистически значим и включается в модель.



- Если Р-значение коэффициента $b_i > 5\%$, то с надежностью 95% принимаем нуль-гипотезу о статистической незначимости b_i ($b_i = 0$ для всей генеральной совокупности), делаем вывод что фактор x_i не влияет на изменение y , и перестраиваем модель, исключив из исходного набора данных фактор x_i .

Если таких факторов оказалось несколько, то следует удалять их из модели по одному, каждый раз перестраивая модель МЛР. Первым следует удалить тот фактор, у которого Р-значение максимально.



5) Если после того, как отобраны только значимые факторы, показатели R^2 , ρ , значимость F неудовлетворительны, следует попробовать:

- удалить статистические выбросы;
- перейти к нелинейной модели;
- добавить наблюдения в выборку.

6) Сравнить полученную модель с матрицей парных корреляций. Совпадают ли выводы о влиянии факторов на y и друг на друга по матрице и построенной модели.



Пример:

Приведены результаты исследования, посвященное изучению того, какие факторы существенно влияют на цену журнала.

Пусть y - цена одного экземпляра журнала (руб.)

	Коэф-ты	P-значение
Объем журнала (стр.)	0,25	1%
Тираж (тыс.)	-12,54	0%
Процент распространения через журнальные киоски	0,21	3%
Расходы на продвижение журнала	0,00039	10%
Процент цветных страниц	0,68	17%
Доход от рекламы в расчете на 1 экземпляр журнала	3,21	45%



Нелинейная регрессия.

Во многих случаях даже графическое представление данных показывает, что интересующая нас зависимость не может быть описана прямой линией.

В этом случае для исследования зависимости между x и y применяются нелинейные функции.



Типы нелинейных моделей:

1. Модели нелинейные по переменным, но линейные по параметрам.
2. Модели нелинейные как по переменным, так и по параметрам.



1 тип:

1.1 $y = a + \frac{b}{x}$ - гиперболическая

1.2 $y = a + b \cdot \ln x$ - логарифмическая

1.3 $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2$ - параболическая

(если степень >2 , то полиномиальная)



2 тип:

2.1 $y = a \cdot x^b$ степенная

2.2 $y = a \cdot e^{b \cdot x}$ экспоненциальная

2.3 $y = \frac{1}{a + b \cdot x}$ обратная



Для того, чтобы оценить неизвестные параметры a , b , c необходимо привести модель к линейному виду, иначе говоря линеаризовать.

Линеаризация- преобразование нелинейной модели к линейной, путем замены переменной.

После такого преобразования можно применить метод наименьших квадратов и найти коэффициенты регрессии.



Способы линеаризации

1.1 Пусть имеем выборку $\{y_i, x_i\}, i = 1 \dots n$.
Необходимо построить модель

$$y = a + \frac{b}{x}$$

Делаем замену переменных $v = \frac{1}{x}$

Новая выборка $\{y_i, v_i\}$. По ней строим модель $y = a + b \cdot v$. Находим a и b по МНК и подставляем найденные коэффициенты в исходную модель

$$y = a + \frac{b}{x}$$



$$1.2 \quad y = a + b \cdot \ln x$$

Исходная выборка $\{y_i, x_i\}, i = 1 \dots n$.

Замена $v = \ln x$

По выборке $\{y_i, v_i\}$ строим модель ПЛР
 $y = a + b \cdot v$. Находим a и b и подставляем
найденные коэффициенты в исходную
модель $y = a + b \cdot \ln x$



$$1.3 \quad y = a + b \cdot x + c \cdot x^2$$

Исходная выборка $\{y_i, x_i\}, i = 1 \dots n$.

Замена $v=x^2$ приводит к выборке $\{y_i, x_i, v_i\}$,

по данным которой строим модель МЛР

$$y = a + b \cdot x + c \cdot v.$$

Затем возвращаемся к исходной модели

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x^2.$$

