

# ЭКОНОМЕТРИКА

## Семинар 4

Тема 3 [Бывшев В.А. Эконометрика].

Отражение в спецификации  
эконометрической модели влияния на  
эндогенные переменные неучтённых  
факторов.

### Задача 3.

1. Экономический объект – закрытая экономика.

2. Состояние объекта характеризуется следующими переменными:

$Y_t$  – валовый внутренний продукт (ВВП);

$C_t$  – уровень потребления;

$I_t$  – величина инвестиций;

$G_t$  – государственные расходы.

3. Требуется составить спецификацию макромоделли, позволяющей объяснить текущие эндогенные переменные:

$$Y_t, C_t, I_t, G_t$$

их лаговыми значениями.

## Экономические утверждения:

а) текущее потребление объясняется уровнем ВВП в предыдущем периоде, возрастая вместе с ним, но с меньшей скоростью:

$$C_t = C_{t-1} + \alpha(Y_{t-1} - C_{t-1}), \quad \alpha < 1$$

б) величина инвестиций прямо пропорциональна приросту ВВП за предшествующий период (прирост ВВП за предшествующий период:  $Y_{t-1} - Y_{t-2}$ ):

$$I_t = \beta(Y_{t-1} - Y_{t-2}), \quad \beta > 0$$

в) государственные расходы возрастают с постоянным темпом роста:

$$G_t = G_{t-1} + \gamma G_{t-1}, \quad \gamma > 0$$

d) текущее значение ВВП есть сумма текущих уровней потребления, инвестиций и государственных расходов (тождество системы национальных счетов):

$$Y_t = C_t + I_t + G_t.$$

Т.о. спецификация модели делового цикла экономики в структурной форме (предложена лауреатами Нобелевской премии Самуэльсоном и Хиксом):

$$\begin{aligned} Y_t &= C_t + I_t + G_t, \\ Y_t &= Y_t - Y_{t-1} + Y_{t-1} + G_t, \\ Y_t &= Y_{t-1} + \Delta Y_t + G_t, \\ Y_t &= Y_{t-1} + \Delta Y_t + I_t + G_t, \\ \Delta Y_t &< \Delta Y_{t-1} < 1, \quad \Delta Y_t > 0, \quad \Delta Y_t > \Delta Y_{t-1} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Модель (3.4) состоит из трёх *поведенческих уравнений* (1-е, 2-е и 3-е уравнения) и одного *тождества*. Она очень близка к *приведённой форме*:

- ▣ текущие переменные  $C_t, I_t, G_t$  – явные функции предопределённых переменных  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, G_{t-1}$ .

Если подставить правые части первых 3-х уравнений модели (3.4) в правую часть 4-го уравнения, то получим приведённую форму модели Самуэльсона – Хикса:

$$\begin{aligned}
 Y_t &= C_t + I_t + G_t \\
 C_t &= \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} \\
 I_t &= \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} \\
 G_t &= \gamma_1 Y_{t-1} + \gamma_2 Y_{t-2} + \gamma_3 G_{t-1} \\
 Y_t &< \alpha_1 Y_{t-1} < 1, \quad \beta_1 > 0, \quad \gamma_1 > 0
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Спецификации (3.4 и 3.5) содержат четыре неизвестных параметра  $a_0, a_1, b, g$ .

Требуется:

- а) при помощи реальных данных (табл.3.1) показать, что на текущие эндогенные переменные  $Y_t, C_t, I_t, G_t$  моделей (3.4 и 3.5) оказывают влияние не только predetermined переменные  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, G_{t-1}$  этих моделей, но также и другие факторы, которые не определены;
- б) уточнить спецификацию модели (3.4) путём включения в неё случайных возмущений.

Из спецификации (3.4) модели Самуэльсона – Хикса (3-е уравнение) следует, что

$$\frac{\sum_{i=1}^m \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^m \bar{y}_i} = \sum_{i=1}^m \bar{y}_i = \sum_{i=1}^m \bar{y}_i, \quad (3.6)$$

Если (3.6) несправедливо, то это будет доказательством воздействия на текущие эндогенные переменные факторов, неучтённых в рамках модели (3.4).


Таблица 3.1

## Статистические данные

$t$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$5$
<i>Год</i>	<i>2009</i>	<i>2010</i>	<i>2011</i>	<i>2012</i>	<i>2013</i>	<i>2014</i>
$Y$ , млрд. \$	5330	5591	5742	6054	6424	7028
$C$ , млрд. \$	3523	3748	3906	4137	4378	4699
$I$ , млрд. \$	955	936	876	942	1052	1186
<b><math>G</math>, млрд. \$</b>	<b>852</b>	<b>907</b>	<b>960</b>	<b>975</b>	<b>993</b>	<b>1143</b>
$T$ , млрд. \$	963	1000	1027	1060	1130	1231
$(Y-T)$ , млрд. \$	4367	4591	4715	4994	5294	5797
$i$ , %	8,6	8,3	6,8	5,3	4,4	6,3
$\pi$ , %	5,0	3,5	0,2	0,6	1,5	1,3
$R$ , %	3,6	4,8	6,6	4,7	2,9	5,0

Выберем из табл.3.1 значения  $G_t$  и вычислим отношения  $\frac{G_t - G_{t-1}}{G_{t-1}}$  темпов роста государственных расходов в период  $t = 1, 2, 3, 4, 5$ .



В результате убеждаемся – выражение (3.6) не выполняется. Это доказывает то, что на переменную  $G_t$  влияют какие-то факторы, не отражённые в модели (3.4). Более того,  отношение от периода к периоду хаотично колеблется. Это даёт основание интерпретировать влияние неидентифицированных (неустановленных) факторов как *случайное*.

*Можно ли это учесть?*

Да, можно! Причём по-разному.

Например, заменить 3-е уравнение модели (3.4) тремя следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{[Diagram 1]} &= \text{[Diagram 2]} + \text{[Diagram 3]}, \\
 \text{[Diagram 4]} &= \text{[Diagram 5]}, \\
 \text{[Diagram 6]} &= \text{[Diagram 7]}.
 \end{aligned} \right\} (3.7)$$

В первом уравнении системы (3.7) случайная величина  $w_t$  отражает влияние на текущую эндогенную переменную  $G_t$  не определённых в модели факторов.

Во втором уравнении спецификации (3.7) постулируется, что при каждом фиксированном значении  $G_{t-1}$  случайное возмущение  $w_t$  имеет нулевое ожидаемое значение.

Третье уравнение спецификации (3.7) отражает жёсткое предположение – средний квадрат разброса значений  $w_t$  вокруг нуля сохраняется неизменным (хотя и неизвестным) при любом фиксированном значении предопределённой переменной  $G_{t-1}$ .

В эконометрике случайные возмущения с таким свойством именуются

*гомоскедастичными.*

Гипотеза о гомоскедастичности возмущения заложенная в 3-м уравнении системы (3.7), может и не соответствовать реальности. Тогда её можно отбросить и заменить, например, такой предпосылкой:

$$E(w_t^2 | G_{t-1}) = \sigma_0^2 G_{t-1}^\lambda, \quad (3.8)$$

где  $\lambda$  – некоторое действительное число,

$\sigma_0$  – некоторое положительное число.

Модель (3.8) означает, что средний квадрат разброса значений  $w_t$  вокруг нуля является степенной функцией уровня государственных расходов  $G_{t-1}$  в предыдущем периоде.

Случайное возмущение  $w_t$  является  
*гетероскедастичным,*

если величина



зависит от уровня объясняющей переменной  
 $G_{t-1}$ .

Выражение (3.8) – это простейшая модель  
*гетероскедастичности* случайного остатка.

Таким образом, второй возможный вариант отражения в спецификации модели Самуэльсона – Хикса влияния на переменную  $G_t$  неопределённых факторов имеет вид:

$$\begin{cases}
 \begin{matrix}
 \square \square \square = \square \square \square \square \square \square + \square \square \square, \\
 \square \square \square \square \square \square \square \square \square = \square \square \square, \\
 \square \square \square \square \square \square \square \square \square \square \square = \square \square \square \square \square \square \square \square \square.
 \end{matrix}
 \end{cases} \quad (3.9)$$

Для определённости остановимся пока на спецификации (3.7), которую будем называть *эконометрической моделью Самуэльсона – Хикса государственных расходов*.

Слагаемое в правой части 1-го уравнения системы (3.7) именуется

*функцией регрессии.*

Функция регрессии отражает влияние на текущую эндогенную переменную предопределённых переменных модели.

Аналогичные рассуждения приводят к следующей спецификации *эконометрической модели Самуэльсона – Хикса делового цикла экономики:*





Здесь  $u_t, v_t, w_t$  – случайные возмущения. Спецификация (3.10) эконометрической модели Самуэльсона – Хикса содержит 7 неизвестных параметров  $a_0, a_1, b, g, \sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$ . В то время как

*в спецификации (3.4) их всего 4.*

В структурной форме эконометрической модели случайные возмущения могут включаться *только в поведенческие уравнения.*

*Тождества случайных возмущений не содержат!*