# Функциональные зависимости
# Нормализация отношений

# Пример плохого отношения

| Название фирмы | Адрес | Телефон | Товар | Цена (руб.) |
|---|---|---|---|---|
| Чижиков & Co | Уткин проезд, 5 | 999-99-99 | Винт большой | 3 |
| Чижиков & Co | Уткин проезд, 5 | 999-99-99 | Винт маленький | 5 |
| Винты-гайки | Ул.Ленина, 1 | 333-33-33 | Винт | 4 |
| Чижиков & Co | Уткин проезд, 5 | 999-99-99 | Гайка | 1 |
| Стройтовары | Стройбаза № 1 | 444-44-44 | Саморез | 2 |
| Чижиков & Co | Уткин проезд, 5 | 999-99-99 | Саморез | 3 |

Фирма-товар

# Недостатки

- Избыточность
- Аномалии изменения
- Аномалии удаления
- Аномалии добавления

# Решение - декомпозиция

Фирма

| Название фирмы | Адрес | Телефон |
|---|---|---|
| Чижиков & Co | Уткин проезд, 5 | 999-99-99 |
| Винты-гайки | Ул.Ленина, 1 | 333-33-33 |
| Стройтовары | Стройбаза № 1 | 444-44-44 |

Товар

| Название фирмы | Товар | Цена (руб.) |
|---|---|---|
| Чижиков & Co | Винт большой | 3 |
| Чижиков & Co | Винт маленький | 5 |
| Винты-гайки | Винт | 4 |
| Чижиков & Co | Гайка | 1 |
| Стройтовары | Саморез | 2 |
| Чижиков & Co | Саморез | 3 |

# Декомпозиция

$R\ \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$

$S\ \{B_1, B_2, \ \ldots B_m\}$ $\quad$ $T\ \{C_1, C_2, \ldots C_k\}$

1) $\{A_1, A_2, \ldots A_n\} = \{B_1, B_2, \ \ldots B_m\} \cup \{C_1, C_2, \ldots C_k\}$

2) $S = \pi_{B1, B2, \ \ldots Bm}(R)$

3) $T = \pi_{C1, C2, \ \ldots Ck}(R)$

# Ограничения на значения:

- семантические, т.е. корректность отдельных значений (год рождения больше нуля);
- ограничения на значения, которые зависят только от равенства или неравенства значений (совпадают ли компоненты двух кортежей); наиболее важные ограничения называются функциональной зависимостью.

# Функциональные зависимости

- $R \{A_1, A_2, \dots A_n\}$
- $X, Y \subset \{A_1, A_2, \dots A_n\}$
- $X \rightarrow Y$ если любому значению X соответствует в точности одно значение Y
- $X \rightarrow Y \Leftrightarrow |\pi_Y(\sigma_{X=x}(R))| \leq 1$
- Название фирмы → Адрес, телефон.
- Название фирмы, товар → Цена

$$A_1, A_2, \ldots A_n \rightarrow B_1, B_2, \ldots B_m$$

# ФЗ бывают:

- Тривиальные

  $\{B_1, B_2, \ldots B_m\} \subset \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$

- Нетривиальные

  $\{B_1, B_2, \ldots B_m\} \not\subset \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$

  $\{A_1, A_2, \ldots A_n\} \cap \{B_1, B_2, \ldots B_m\} \neq \varnothing$

- Полностью нетривиальные

  $\{A_1, A_2, \ldots A_n\} \cap \{B_1, B_2, \ldots B_m\} = \varnothing$

# Ключ

- Ключ – набор атрибутов, который функционально определяет все остальные

- F – множество функциональных зависимостей, заданных на отношении R

- A→C называется транзитивной, если существует такой атрибут B, что имеются функциональные зависимости A→B и B→C и отсутствует функциональная зависимость C→A

# Замыкание множества атрибутов

- R $\{A_1, A_2, \ldots A_n\}$
- $\{B_1, B_2, \ldots B_m\} \subset \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$
- F – мн-во ФЗ
- $Z=\{B_1, B_2, \ldots B_m\}^+$
  - $Z_0 := \{B_1, B_2, \ldots B_m\}$
  - $B_i B_j \rightarrow C$
  - $Z_1 := Z_0 \cup C$
- $\{B_1, B_2, \ldots B_m\}^+ = \{A_1, A_2, \ldots A_n\} \Rightarrow$ $\{B_1, B_2, \ldots B_m\}$ - ключ

# Пример

- R {A, B, C, D, E, F}
- S = {A⟶D, AB⟶E, BF⟶E, CD⟶F, E⟶C}
- $\{AE\}^+$ ?

# Пример

- R {A, B, C, D, E, F}
- S = {A$\longrightarrow$D, AB$\longrightarrow$E, BF$\longrightarrow$E, CD$\longrightarrow$F, E$\longrightarrow$C}
- $\{AE\}^+ = ACDEF$

# Аксиомы Армстронга

- если $B \subseteq A$, то $A \rightarrow B$ рефлексивность;
- если $A \rightarrow B$, то $AC \rightarrow BC$ пополнение;
- если $A \rightarrow B$ и $B \rightarrow C$, то $A \rightarrow C$ транзитивность.

# Правила вывода (из аксиом Армстронга)

- **1. Объединение**
  Если $X \longrightarrow Y$ и $X \longrightarrow Z$, то $X \longrightarrow YZ$.
  $X \longrightarrow Y + A2 = X \longrightarrow XY$, $X \longrightarrow Z + A2 = YX \longrightarrow YZ + A3 = X \longrightarrow YZ$
- **2. Псевдотранзитивность**
  $X \longrightarrow Y$ и $WY \longrightarrow Z$, то $WX \longrightarrow Z$.
  $X \longrightarrow Y + A2 = WX \longrightarrow WY$. $WY \longrightarrow Z + A3 = WX \longrightarrow Z$.
- **3. Декомпозиция**
  Если $X \longrightarrow Y$ и $Z \subseteq Y$, то $X \longrightarrow Z$.
  A1 + A3.

# Замыкание множества функциональных зависимостей

$F^+$ - множество всех зависимостей, которые можно вывести из F, называют замыканием множества ФЗ F

Любое множество функциональных зависимостей, из которого можно вывести все остальные ФЗ, называется базисом

Если ни одно из подмножеств базиса базисом не является, то такой базис минимален

# Замыкание множества функциональных зависимостей

- R $\{A_1, A_2, \dots A_n\}$
- F – мн-во ФЗ
- $B_1, B_2, \dots B_m \longrightarrow C$
- $(B_1, B_2, \dots B_m \longrightarrow C) \in F^+$ , if

  $C \in \{B_1, B_2, \dots B_m\}^+$

# Пример:

R (A, B, C, D)

$AB \rightarrow C$, $C \rightarrow D$, $D \rightarrow A$

- Найти все нетривиальные ФЗ, которые следуют из заданных
- Возможные ключи

# Покрытие множества функциональных зависимостей

- Множество ФЗ $F_2$ называется покрытием множества ФЗ $F_1$, если любая ФЗ, выводимая из $F_1$, выводится также из $F_2$.
- $F_1^+ \in F_2^+$
- $F_1$ и $F_2$ называются эквивалентными, если $F_1^+ = F_2^+$.

# Минимальное покрытие множества функциональных зависимостей

- правая часть любой ФЗ из F является множеством из одного атрибута (простым атрибутом);
- удаление любого атрибута из левой части любой ФЗ приводит к изменению замыкания $F^+$;
- удаление любой ФЗ из F приводит к изменению $F^+$.

# ДЕКОМПОЗИЦИЯ

- Декомпозиция – это разбиение на множества, может быть пересекающиеся, такие, что их объединение – это исходное отношение.
- Восстановить исходное отношение можно только естественным соединением.
- Говорят, что декомпозиция обладает свойством соединения без потерь, если для любого отношения $r = \pi_{R1}(r) \triangleright\triangleleft \pi_{R2}(r) \triangleright\triangleleft \ldots \triangleright\triangleleft \pi_{Rn}(r)$.

# А что происходит с зависимостями при декомпозиции?

- Можно определить $\pi_Z(F)$: $X \rightarrow Y$ $XY \subseteq Z$
- Декомпозиция сохраняет множество зависимостей, если из объединения всех проекций зависимостей логически следует $F$.

# Проектирование реляционных отношений

- 1 нормальная форма (НФ)– значения не являются множествами и кортежами.
- Атрибут называется первичным, если входит в состав любого возможного ключа.
- 2 нормальная форма – 1 НФ + любой атрибут, не являющийся первичным, полностью зависит от любого его ключа, но не от подмножества ключа.
- Фирма, Адрес, Телефон, Товар, Цена

# 3 НФ

- Транзитивная зависимость: пусть $A$, $B$, $C$ – атрибуты, $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $A$ не зависит от $B$ и $B$ не зависит от $C$. Тогда говорят, что $C$ транзитивно зависит от $A$.
- 3 нормальная форма – если отношение находится во 2 нормальной форме и любой атрибут, не являющийся первичным, нетранзитивно зависит от любого возможного ключа.

# Примеры:

- Универмаг, Товар, Номер отдела, Заведующий

- Город, Индекс, Адрес

# Примеры:

- 3 нормальная форма – (Город, Индекс, Адрес)
- 2 нормальная форма, но не 3 нормальная форма – (Универмаг, Товар, Номер отдела, Заведующий)
- *УТ*→*Н*, *УН*→*З*, ключ – *УТ*.

# НФ Бойса-Кодда

- Нормальная форма Бойса–Кодда – если $X \to A$, $A \notin X$, то $X \supseteq$ ключ $R$.
- (Город, Индекс, Адрес) – 3 нормальная форма, но не форма Бойса–Кодда. Если разобьем на две (Город, Индекс), (Индекс, Адрес), пропадает зависимость Город, Адрес→Индекс.

# НФ Бойса-Кодда

- (Город, Индекс, Адрес) – 3 нормальная форма, но не форма Бойса–Кодда. Если разобьем на две (Город, Индекс), (Индекс, Адрес), пропадает зависимость Город, Адрес→Индекс.

# Вывод:

- Каждая схема отношений может быть приведена к форме Бойса–Кодда, так что декомпозиция обладает свойством соединения без потерь.
- Любая схема может быть приведена к 3 нормальной форме с соединением без потерь и с сохранением функциональной зависимости.
- Но не всегда можно привести к форме Бойса–Кодда с сохранением функциональных зависимостей.

# Шаги при декомпозиции

1. Находим минимальное покрытие множества функциональных зависимостей
2. Выделяем зависимость, нарушающую НФ
   $X \rightarrow Y$ (и нет атрибутов, зависящих от $Y$).
3. Находим зависимости с такой же левой частью.
   $X \rightarrow W$, $X \rightarrow Z$
4. Выделяем в отдельное отношение XYWZ

# Пример

- S Студент
- G Группа
- H Время
- R Аудитория
- C Предмет
- T Преподаватель