

# ЛЕКЦИЯ № 6

**МЕРЫ**

**ВАРИАЦИИ**

# *Что такое вариация ?*

**Различие в значениях одного и того же признака у разных единиц совокупности в один и тот же момент времени, возникающее в результате разнообразных условий (факторов)**

# § 1. ОСНОВНЫЕ МЕРЫ ВАРИАЦИИ

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

**КОЛЕБЛЕМОСТЬ ПРИЗНАКА**

Данные о производительности труда  
по двум магазинам коммерческого  
предприятия (тыс.руб./чел.)

	<b>1 отдел</b>	<b>2 отдел</b>	<b>3 отдел</b>
<b>магазин № 1</b>	<b>9,5</b>	<b>10</b>	<b>10,5</b>
<b>магазин № 2</b>	<b>7,5</b>	<b>10</b>	<b>12,5</b>

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 10 \text{ тыс.руб./чел.}$$

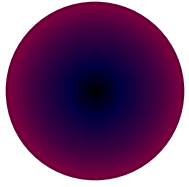
**КОЛЕБЛЕМОСТЬ  $R$**

**для первого магазина - 1 т.р.;**

**для второго магазина - 5 т.р.**

# ОБОБЩЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПРИЗНАКА

- Среднее линейное отклонение
- Среднее квадратическое отклонение



$$\bar{d} = \begin{cases} \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} & \text{несгруппированные} \\ & \text{данные} \\ \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} & \text{сгруппированные} \\ & \text{данные} \end{cases}$$

# ДИСПЕРСИЯ

$$\sigma^2 = \begin{cases} \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} & \text{несгруппированные} \\ & \text{данные} \\ \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} & \text{сгруппированные} \\ & \text{данные} \end{cases}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

**Среднее  
квадратическое  
отклонение**

# СВОЙСТВА ДИСПЕРСИИ

1. Если к каждому значению признака прибавить одно и то же число, то дисперсия не изменится:

$$\frac{\sum [(x_i + A) - (\bar{x} + A)]^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \sigma^2$$

2. Если каждое значение признака изменить в  $k$  раз, то дисперсия изменится в  $k^2$  раз:

$$\frac{\sum [(x_i \cdot k) - (\bar{x} \cdot k)]^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = k^2 \cdot \sigma^2$$



*Расчёт показателей по способу  
моментов (для интервальных  
рядов с равными интервалами)*

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i \cdot f_i}{\sum f_i} \cdot h + A$$

*Расчёт показателей по способу  
моментов (для интервальных  
рядов с равными интервалами)*

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x'_i)^2 \cdot f_i}{\sum f_i} \cdot h^2 - (\bar{x} - A)^2$$

*Расчёт показателей по способу  
моментов (для интервальных  
рядов с равными интервалами)*

$$x'_i = \frac{x_i - A}{h}$$

# ОДНОРОДНОСТЬ СОВОКУПНОСТИ

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% \leq 33\%$$

**Коэффициент вариации**

# *ВАРИАЦИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПРИЗНАКА*

*1 - значение признака для единиц  
совокупности, обладающих изучаемым  
свойством*

*0 - значение признака для единиц  
совокупности, необладающих  
изучаемым свойством*

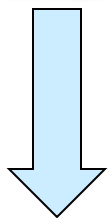
# *ВАРИАЦИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПРИЗНАКА*

*$p$  - доля единиц, обладающих  
изучаемым свойством*

*$q$  - доля единиц, необладающих  
изучаемым свойством*

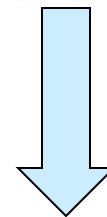
# ВАРИАЦИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПРИЗНАКА

единицы, обладающие единицы, необладающие  
изучаемым свойством изучаемым свойством



$$x_1 = 1$$

$$f_1 = p$$



$$x_2 = 0$$

$$f_2 = q$$



*ВАРИАЦИЯ  
АЛЬТЕРНАТИВНОГО  
ПРИЗНАКА*

$$p + q = 1 \Rightarrow q = 1 - p$$





$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \\ &= \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p + q} = p\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\Sigma f_i} = \\ &= \frac{(1-p)^2 \cdot p + (0-p)^2 \cdot q}{p+q} = \\ &= p \cdot q\end{aligned}$$

# ПРИМЕР:

Группы по выручке, тыс.у.е., $x_i$		Число предприятий, ед., $f_i$
118	257	3
257	396	5
396	535	9
535	674	6
674	813	4
813	952	3

Найти среднюю стоимость выручки на предприятиях отрасли  
и оценить вариацию средней по способу моментов

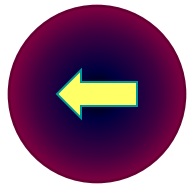
# ПРИМЕР:

Группы по выручке, тыс.у.е., $x_i$		Число предприятий, ед., $f_i$	$x_i'$	$x_i' * f_i$	$x_i'^2 * f_i$
118	257	3	-2	-6	12
257	396	5	-1	-5	5
396	535	9	0	0	0
535	674	6	1	6	6
674	813	4	2	8	16
813	952	3	3	9	27
Итого:		30	3	12	66

$$A = \frac{535 + 396}{2} = 465,5 \quad h = 535 - 396 = 139$$

$$\bar{x} = \frac{12}{30} \cdot 139 + 465,5 = 521,1 \quad \sigma^2 = \frac{12}{30} \cdot 139^2 - (521,1 - 465,5)^2$$

# § 2. ПРАВИЛО СЛОЖЕНИЯ, ДИСПЕРСИИ



# ВАРИАЦИЯ

**Влияние факторов можно выделить, произведя группировку и оценив влияние вариации фактора группировки на изучаемый признак, рассчитав три вида дисперсий:**

*ОБЩАЯ*

*ДИСПЕРСИЯ*

**Измеряет вариацию результата по  
всей совокупности под влиянием  
всех факторов**

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

# МЕЖГРУППОВАЯ

Характеризует систематическую вариацию **ДИСПЕРСИЯ** результативного признака под влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$



*Средняя из  
внутригрупповых  
дисперсий*

**Отражает случайную вариацию результата под влиянием неучтённых факторов**

$$\sigma_i^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x}_i)^2 \cdot f_i}{\Sigma f_i} \quad \text{дисперсия в } i\text{-ой группе}$$

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\Sigma \sigma_i^2 \cdot f_i}{\Sigma f_i} \quad \text{средняя из  
внутригрупповых дисперсий}$$

*ПРАВИЛО СЛОЖЕНИЯ  
ДИСПЕРСИЙ*

$$\sigma^2 = \delta^2 + \overline{\sigma_i^2}$$

ЭМПИРИЧЕСКИЙ  
КОЭФФИЦИЕНТ  
ДЕТЕРМИНАЦИИ

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$$

ЭМПИРИЧЕСКАЯ  
КОЭФФИЦИЕНТ  
ДЕТЕРМИНАЦИЯ

*Выражает в процентах  
часть изменений  
результата под влиянием  
вариации фактора*

*Эмпирическое  
корреляционное  
отношение*

$$\sqrt{\eta^2} = \eta$$

*Эмпирическое  
корреляционное  
отношение*

*Показывает силу  
влияния фактора на  
результат по  
специальной шкале*

# *Шкала Чеддока*

<b><math> \eta </math></b>	<b>0,1-0,3</b>	<b>0,3-0,5</b>	<b>0,5-0,7</b>	<b>0,7-0,9</b>	<b>0,9-0,99</b>
<b>сила связи</b>	<b>слабая</b>	<b>умеренная</b>	<b>заметная</b>	<b>сильная</b>	<b>очень сильная</b>

- Силу связи между признаками показывает эмпирическое корреляционное отношение по шкале Чеддока;
- Эмпирический коэффициент детерминации, выраженный в процентах, показывает часть вариации результативного признака, зависящей от вариации фактора



# ПРИМЕР:

Группы работников	Производительность труда на 1 раб., тыс.руб.	Число работников	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
неповышавшие квалификацию	80	8	640	24200
	100	11	1100	13475
	110	6	660	3750
	120	15	1800	3375
<b>По 1 группе</b>	<b>105</b>	<b>40</b>	<b>4200</b>	<b>44800</b>
повышавшие квалификацию	140	17	2380	425
	150	18	2700	4050
	160	14	2240	8750
	180	11	1980	22275
<b>По 2 группе</b>	<b>155</b>	<b>60</b>	<b>9300</b>	<b>35500</b>

$$\bar{x} = \frac{13500}{100} = 135$$

$$\sigma^2 = \frac{80300}{100} = 803$$

$$\sigma_i^2 = \frac{80}{3} - \frac{60}{0} = \frac{20}{3}$$

$$\delta^2 = \frac{(10 - 13)^2 \cdot 4}{5} + \frac{(15 - 13)^2 \cdot 6}{5} = 60$$

**Для нашей задачи**

**- эмпирический коэффициент**

**детерминации равен**

**$600/803=0,854\Rightarrow 85,4\%$ ,**

**- эмпирическое**

**корреляционное**

**отношение-0,747**

# ПРАВИЛО

# 3

# S

$$[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$$

• в интервале находится 68,3% единиц совокупности

$$\bar{x} \pm \sigma$$

$$[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$$

• в интервале находится 95,4% единиц

$$\bar{x} \pm 2\sigma$$

совокупности

$$[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$$

• в интервале находится 99,7% единиц

$$\bar{x} \pm 3\sigma$$

совокупности

ВОПРОСЫ  
ПО  
ИЗУЧЕННОЙ  
ТЕМЕ



*КАКУЮ ЕДИНИЦУ  
ИЗМЕРЕНИЯ ИМЕЕТ  
СРЕДНЕЕ  
ЛИНЕЙНОЕ  
ОТКЛОНЕНИЕ?*

- а) не имеет единицы измерения;**
- б) проценты;**
- в) такую же как и основной показатель**



КАКАЯ ВЕЛИЧИНА

ОПИСЫВАЕТ ОДНОРОДНОСТЬ

СОВОКУПНОСТИ?

- а) ДИСПЕРСИЯ ;
- б) СРЕДНЕЕ КВАДРАТИЧЕСКОЕ ОТКЛОНЕНИЕ ;
- в) КОЭФФИЦИЕНТ ВАРИАЦИИ



# *3 ЧТО ПОКАЗЫВАЕТ МЕЖГРУППОВАЯ ДИСПЕРСИЯ?*

- а) Влияние фактора, положенного в основание группировки, на результат;**
- б) Влияние результата на группировочный признак;**
- в) функциональную зависимость.**



*Какой показатель описывает тесноту связи фактора и результата?*

- а) коэффициент детерминации ;**
- б) коэффициент вариации ;**
- в) эмпирическое корреляционное отношение ;**
- г) средний квадрат отклонений .**





*Какой показатель описывает силу связи фактора и результата?*

- а) коэффициент детерминации ;**
- б) коэффициент вариации ;**
- в) эмпирическое корреляционное отношение ;**
- г) средний квадрат отклонений .**



**СПАСИБО  
ЗА  
ВНИМАНИЕ!**