

Модель спроса на деньги со стороны фирм

Мертон Миллер и Даниель Орр

Модель Миллера и Орра

Почему модель была придумана:

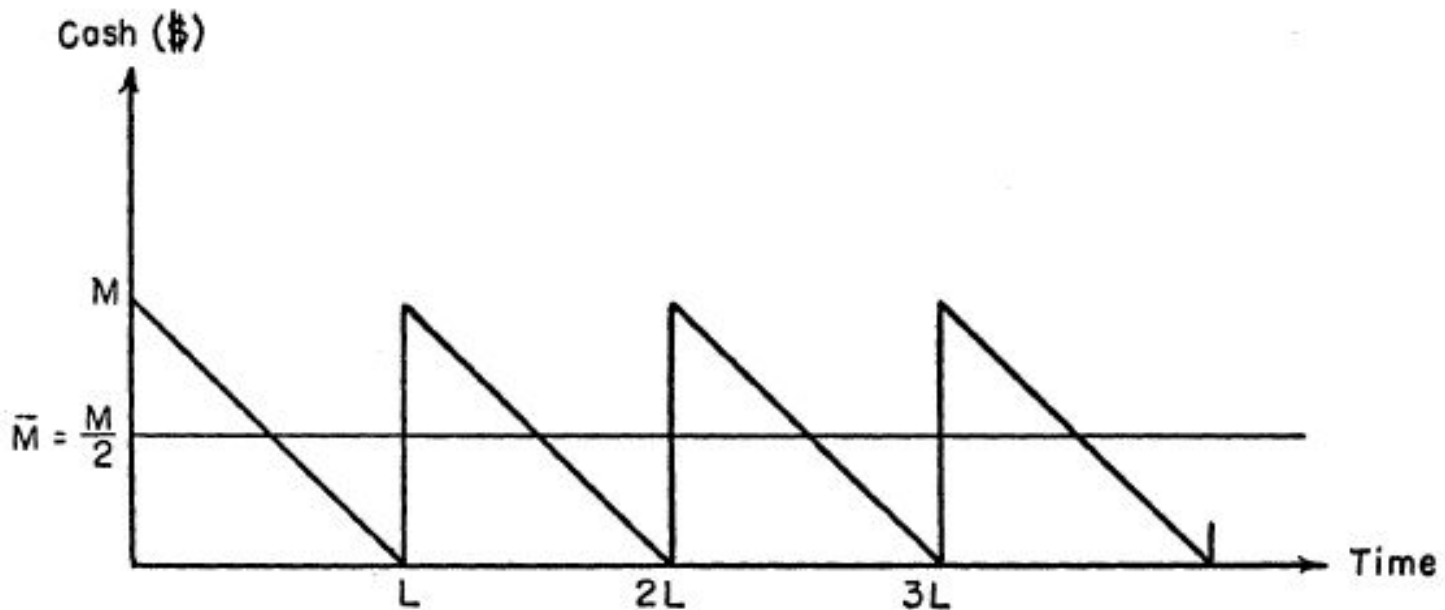


FIGURE 1a

Модель Миллера и Орра

Почему модель была придумана:

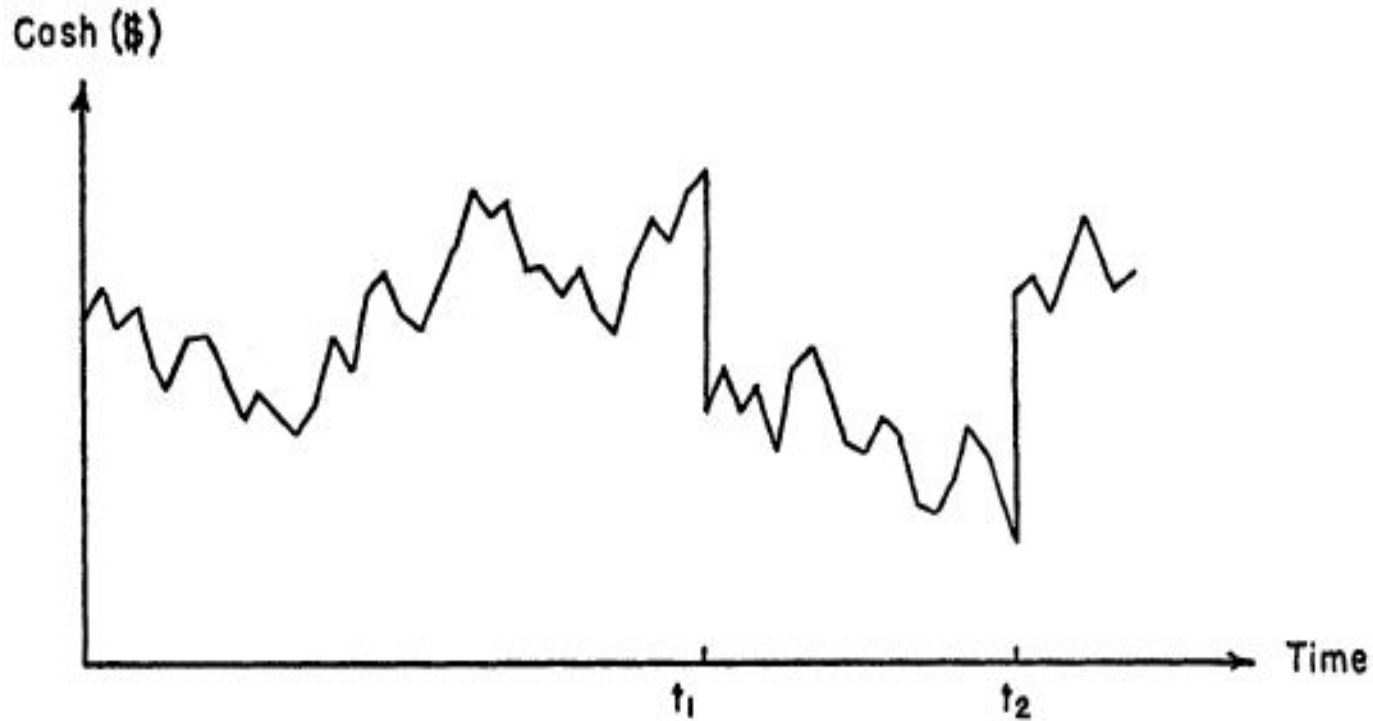


FIGURE 1b

Модель Миллера и Орра

Предпосылки:

- 1) Два типа активов – кассовая наличность (cash balance) и ценные бумаги (earning assets)
- 2) Перевод дохода из одного актива в другой возможен в любое время по цене γ
- 3) Перевод осуществляется мгновенно

Модель Миллера и Орра

Предпосылки:

- 4) Точно определен минимальный уровень кассовой наличности. Полагаем его равным нулю
- 5) Потоки наличности случайны, стохастичны
- 6) Сильная предпосылка о том, что $p=q=1/2$ в распределении Бернулли (**симметричное движение наличности, или нулевое движение**)

Модель Миллера и Орра

Техническая сторона модели:

1) Математическое ожидание кассовой наличности по прошествии n дней:

$$\mu_n \varphi = \text{Успех} * \left(\begin{array}{c} \text{Вероятность} \\ \text{успеха} \end{array} \right) + \text{Неудача} * \left(\begin{array}{c} \text{Вероятность} \\ \text{неудачи} \end{array} \right)$$

$$\mu_n \varphi = t * m * n(p - q)$$

Модель Миллера и Орра

2) Дисперсия изменения кассовой наличности по прошествии n дней:

$$\mu_n \varphi^2 = (\text{Успех})^2 * \left(\frac{\text{Вероятность}}{\text{успеха}} \right) + (\text{Неудача})^2 * \left(\frac{\text{Вероятность}}{\text{неудачи}} \right)$$

$$D^2_n \varphi = (t * m * n)^2 * 4 * p * q$$

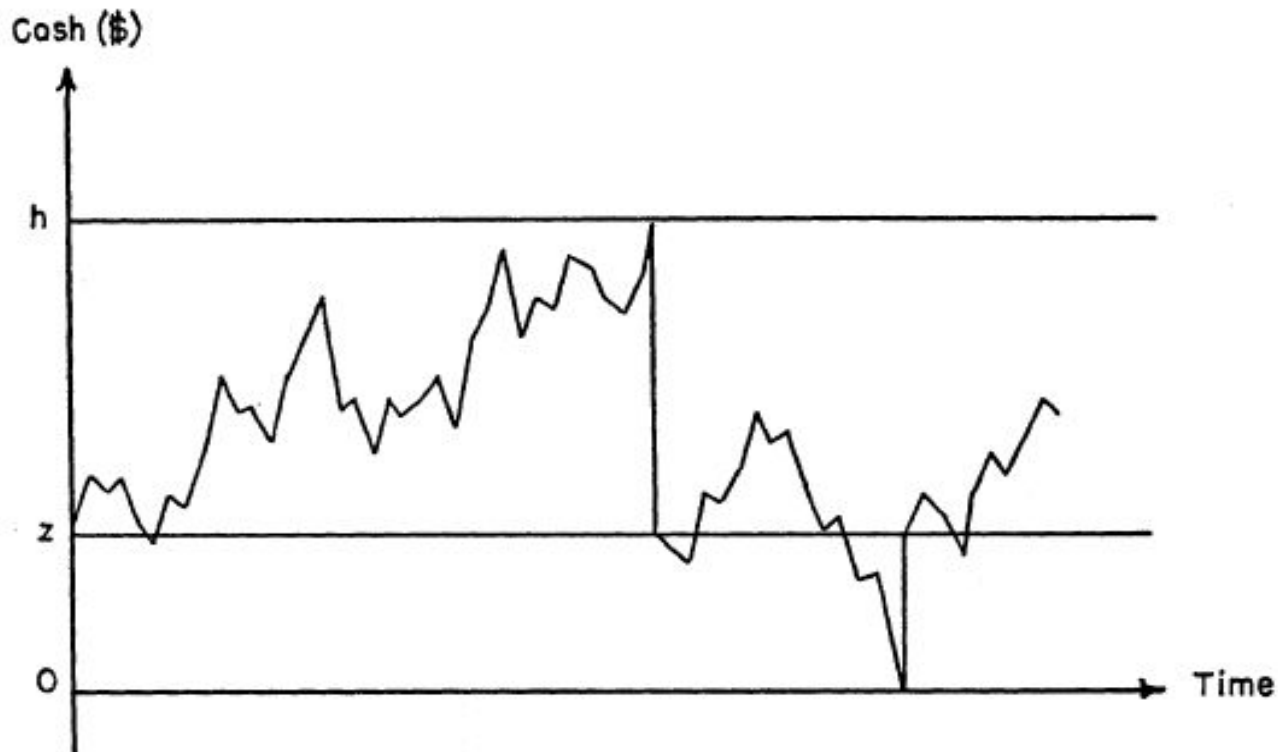
3) На основании того, что $p = q = \frac{1}{2}$:

$$\mu_n \varphi = 0 \quad D^2 \varepsilon = m^2 * t$$

Модель Миллера и Орра

h – допустимый максимум наличности

z - промежуточная точка возврата



Модель Миллера и Орра

$$\varepsilon(c) = \gamma \frac{\varepsilon(N)}{T} + v * \varepsilon(M) \rightarrow \min$$

- 1) T – горизонт планирования
- 2) $\varepsilon(N)$ - ожидаемое число переводов в течение T
- 3) γ - стоимость одного перевода
- 4) $\varepsilon(M)$ - средний ежедневный объем кассовой наличности
- 5) v – ставка процента

Решение должно быть выражено через параметры контроля объема наличности z и h .

Модель Миллера и Орра

Результаты моделирования:

$$\varepsilon(c) = \gamma \frac{\varepsilon(N)}{T} + v * \varepsilon(M) - \text{было}$$

$$\varepsilon(c) = \frac{\gamma * m^2 * t}{z * Z} + \frac{v * (Z + 2z)}{3} - \text{стало, } Z = h - z$$

Оптимальное решение:

$$z^* = \left(\frac{3 * \gamma * m^2 * t}{4 * v} \right)^{1/3} \quad h^* = 3z^*$$

Модель Миллера и Орра

Функция спроса на деньги, полученная на основании результатов

- 1) Среднее значение кассовой наличности: $\frac{h+z}{3}$
- 2) Значение дисперсии: $\sigma^2 = m^2 t$
- 3) Оптимальное значение для h и z :

$$z^* = \left(\frac{3 \cdot \gamma \cdot m^2 \cdot t}{4 \cdot v} \right)^{1/3}, h^* = 3z^*$$

Тогда функция спроса приобретает вид:

$$\bar{M}^* = \frac{h^* + z^*}{3} = \frac{4}{3} z^* = \frac{4}{3} \left(\frac{3 \gamma m^2 t}{4 v} \right)^{1/3} = \frac{4}{3} \left(\frac{3 \gamma}{4 v} \sigma^2 \right)^{1/3}$$

Модель Миллера и Орра

Комментарий функции спроса:

- 1) Возрастающая функция от издержек перевода активов и формирования портфеля
- 2) Функция демонстрирует отрицательную зависимость спроса на деньги от ставки процента
- 3) Нововведением модели является учет в уравнении денежного спроса значения σ^2 , которое выражает отклонение объема кассовой наличности

Модель Миллера и Орра

A. For $\gamma/\nu = 50$

p	z^*	h^*	\bar{M}^*	$ \mu $	σ^2
1.0	1.0	11.0	5.5	1.0	0.00
0.9	1.2	10.6	5.3	0.9	0.36
0.8	1.5	10.0	5.1	0.8	0.64
0.7	1.9	9.5	4.8	0.7	0.84
0.6	2.5	9.4	4.6	0.6	0.96
0.5	3.3	10.0	4.5	0.5	1.00
0.4	4.7	11.7	4.4	0.6	0.96
0.3	6.3	13.9	4.4	0.7	0.84
0.2	7.7	16.1	4.7	0.8	0.64
0.0	11.0	—	5.5	1.0	0.00

B. For $\gamma/\nu = 500$

p	z^*	h^*	\bar{M}^*	$ \mu $	σ^2
1.0	1.0	32.6	16.3	1.0	0.00
0.9	1.6	30.4	15.4	0.9	0.36
0.8	2.2	27.4	14.0	0.8	0.64
0.7	2.9	24.1	12.4	0.7	0.84
0.6	4.1	20.9	10.6	0.6	0.96
0.5	7.2	21.6	9.6	0.5	1.00
0.4	14.2	31.0	9.6	0.6	0.96
0.3	20.0	44.7	11.2	0.7	0.84
0.2	24.5	—	13.1	0.8	0.64
0.0	32.6	—	16.3	1.0	0.00

Модель Миллера и Орра

Решение задачи:

- 1) $g = 12.000$ руб. g - резерв, минимальный запас денежных средств
- 2) $\gamma = 30$ руб., стоимость одного перевода денег
- 3) $\sigma = 2.000$, корень из дисперсии кассовой наличности
- 4) $V = 11,6\%$ – годовая процентная ставка

Решение:

$$(1 + v)^{365} = 1,116, \text{ отсюда } v = 0,0003 \text{ или } 0,03$$

$$\sigma^2 = 2.000^2 = 4.000.000$$

$$z^*: z^* = \sqrt[3]{\frac{3\gamma\sigma^2}{4*v}} = \sqrt[3]{\frac{3*30*4000000}{4*0,0003}} = 6.694 \text{ руб.}$$

размах вариации денежных средств составляет $3z^* = 3 * 6.694 = 20.082$

$$h^*: h^* = g + 3z^* = 12.000 + 20.082 = 32.082 \text{ руб.}$$

Модель Миллера и Орра

Решение задачи: объем кассовой наличности варьируется в интервале (12.000, 32.082) руб.

При выходе за пределы интервала необходимо восстановить средства на расчётном счёте на уровне = 20.082 руб.

Модель Миллера и Орра

Плюсы и минусы подхода:

- + Спрос на деньги объясняется со стороны фирм.
- + Рассматривается случай стохастических потоков денежных средств
- используется ряд сильных предпосылок (например, вероятности успеха и неудачи в каждом испытании Бернулли принимаются по 0,5)