

Кафедра ИСКТ

Преподаватель Кривошеев В.П.

---

Переходные процессы в цифровых  
системах. Анализ устойчивости  
цифровых систем

---

# Переходные процессы в цифровых системах

Методы определения переходных процессов в цифровых САУ основываются на Z-преобразовании переходного процесса, которые при единичном входном сигнале имеют вид  $H(z) = W(z) \frac{z}{z-1}$ .

Для расчета дискретного переходного процесса нужно найти обратное Z<sup>-1</sup>-преобразование уравнения (1). При этом следует применять формулу обращения, которая устанавливает, что дискретные значения переходного процесса:

$$h(nT) = \sum_{i=1,2,\dots,e} \operatorname{Res}_{z=z_i} H(z) \left(\frac{z}{z-1}\right)^{n-1} \Big|_{z=z_i}, \quad \text{где } z_i \text{ — полюсы уравнения}$$

# Переходные процессы в цифровых системах

Вычет в простом полюсе вычисляется по формуле

$$\operatorname{Res} H(z) \cdot z^{n-1} = \lim_{z \rightarrow z_i} (z - z_i) \cdot H(z) \cdot z^{n-1}.$$

Вычет в полюсе кратности  $K$

$$\operatorname{Res} H(z) \cdot z^{n-1} = \frac{1}{(K-1)!} \lim_{z \rightarrow z_i} \frac{d^{K-1}}{dz^{K-1}} [(z - z_i)^K \cdot H(z) \cdot z^{n-1}]$$

Дискретные значения переходного процесса могут быть найдены также путем разложения  $H(z)$  в ряд Лорана. Для этого нужно числитель  $H(z)$  разделить на его знаменатель. В результате получим:

(5)

$$H(z) = h_0 z^0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_k z^{-k} + \dots + \dots$$

# Переходные процессы в цифровых системах

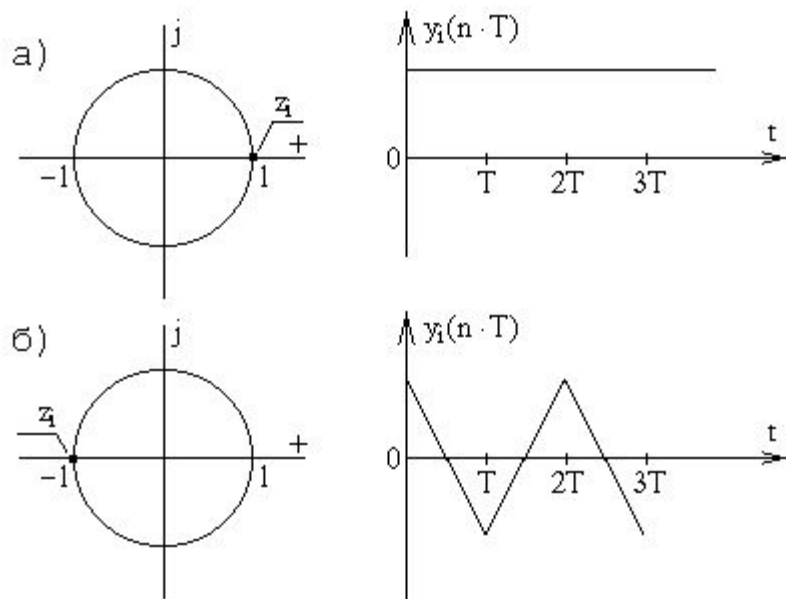


Рис. 1. Дискретный переходный процесс:

а – расположение полюсов; б – составляющие переходного процесса

# Переходные процессы в цифровых системах

---

Коэффициенты при  $z$  определяют значения переходного процесса. Для наглядности графика переходного процесса рекомендуется его дискретные значения соединять прямолинейными отрезками.

## Анализ устойчивости цифровых систем

Переходный процесс будет затухающим, если все полюсы цифровой САУ на плоскости комплексного переменного расположены внутри круга единичного радиуса. Это условие является необходимым и достаточным для устойчивости системы. Полюсы системы – корни характеристического уравнения, получаемого из передаточной функции замкнутой системы путем приравнивания ее знаменателя нулю:

$$1 + W_p(z) = 0$$

# Анализ устойчивости цифровых систем

## Пример

Определить условие устойчивости дальногомера с одним интегратором, передаточная функция которого в разомкнутом состоянии

$$W_p(z) = \frac{K \cdot T}{z - 1}.$$

Решение. Характеристическое уравнение дальногомера:

$$z - 1 + K \cdot T = 0.$$

Условие устойчивости  $|z_1| = |1 - K \cdot T| < 1$  или  $K < \frac{2}{T}$

## Пример

Расположение корней характеристического уравнения (6) внутри круга единичного радиуса соответствует расположению корней на плоскости комплексного переменного  $S$  слева от мнимой оси в полюсе, которое не может быть проверено ни одним из критериев, используемых для оценки устойчивости непрерывных САУ.



## Пример

Однако если с помощью подстановки  $w = \frac{1+s}{1-s}$  в уравнение (6) перейти к комплексной плоскости  $w$ , то область устойчивости оказывается вся левая полуплоскость и для оценки расположения корней на плоскости могут быть применены критерии устойчивости, разработанные для непрерывных САУ. Так, для проверки устойчивости цифровой САУ по критерию Гурвица необходимо от характеристического уравнения (6) перейти к уравнению:

$$\begin{aligned} 1 + W_p(s) &= \left[ 1 + W_p(s) \right]_{z=(1+s)/(1-s)} = b_e \cdot s^e + b_{e-1} \cdot s^{e-1} + \dots + b_0 = 0. \\ &\stackrel{(7)}{=} b_e \cdot w^e + b_{e-1} \cdot w^{e-1} + \dots + b_0 = 0 \end{aligned}$$

# Анализ устойчивости цифровых систем

## Пример

Так же как и в непрерывных системах, нужно составить матрицу Гурвица:

$$\begin{bmatrix} b_{e-1} & b_{e-3} & b_{e-5} & \dots & 0 \\ b_e & b_{e-2} & b_{e-4} & \dots & 0 \\ 0 & b_{e-1} & b_{e-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & b_0 \end{bmatrix}$$

Условия устойчивости при  $b_e > 0$

$$\Delta_1 = b_{e-1} > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} b_{e-1} & b_{e-3} \\ b_e & b_{e-2} \end{vmatrix} > 0, \dots, \Delta_{e-1} > 0.$$

Если хотя бы один из определителей меньше или равен нулю, то цифровая система неустойчива.

# Анализ устойчивости цифровых систем

Устойчивость цифровых САУ может быть оценена и по частотным критериям устойчивости. Так, для оценки устойчивости по критерию Найквиста нужно построить годограф частотной характеристики разомкнутой системы для круговой частоты или псевдочастоты. В первом и во втором случаях цифровая система, устойчивая в разомкнутом состоянии, устойчива и в замкнутом, если годограф частотной характеристики разомкнутой системы не охватывает точку с координатами  $(-1, j \cdot 0)$ .

## Контрольные вопросы

---

1. Какие методы построения переходных процессов используют для цифровых систем?
2. Как вычисляются коэффициенты ошибок?
3. Чему равна статическая ошибка астатической цифровой системы?
4. Какое необходимое и достаточное условие устойчивости цифровой системы управления?
5. Какие критерии устойчивости используют для анализа устойчивости цифровых систем?

# Рекомендуемая литература

---

1. Кривошеев В.П. Основы теории управления: Конспект лекций. Часть 2. – Владивосток: Изд-во ВГУЭиС, 1999. – 83 с.
2. Лукас В.А. Теория автоматического управления. – М.: Недра, 1990. – 416 с.

---

## Использование материалов презентации

Использование данной презентации, может осуществляться только при условии соблюдения требований законов РФ об авторском праве и интеллектуальной собственности, а также с учетом требований настоящего Заявления.

Презентация является собственностью авторов. Разрешается распечатывать копию любой части презентации для личного некоммерческого использования, однако не допускается распечатывать какую-либо часть презентации с любой иной целью или по каким-либо причинам вносить изменения в любую часть презентации. Использование любой части презентации в другом произведении, как в печатной, электронной, так и иной форме, а также использование любой части презентации в другой презентации посредством ссылки или иным образом допускается только после получения письменного согласия авторов.