

# Прогнозирование сезонных процессов

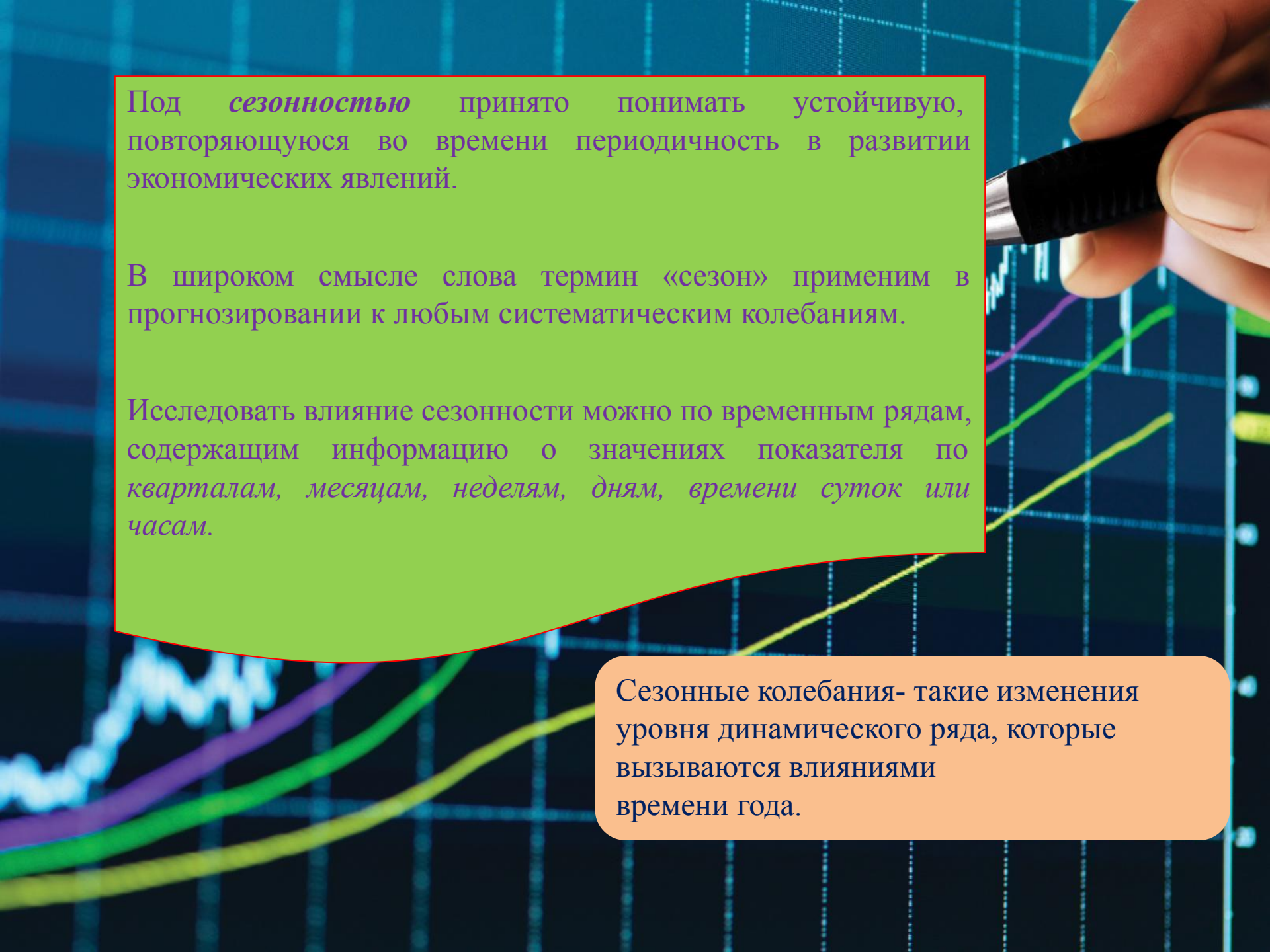
Презентацию выполнили:  
студенты группы 16-Губо-10  
Егоров Евгений, Женов Дмитрий,  
Комлев Андрей, Войнов Максим

# Введение

Природе многих экономических явлений внутренне присуща повторяющаяся во времени неравномерность развития

Влияние сезонного фактора обусловлено календарными и климатическими причинами





Под *сезонностью* принято понимать устойчивую, повторяющуюся во времени периодичность в развитии экономических явлений.

В широком смысле слова термин «сезон» применим в прогнозировании к любым систематическим колебаниям.

Исследовать влияние сезонности можно по временным рядам, содержащим информацию о значениях показателя по *кварталам, месяцам, неделям, дням, времени суток или часам.*

Сезонные колебания- такие изменения уровня динамического ряда, которые вызываются влияниями времени года.

Прогнозирование с учетом сезонного фактора крайне важно для принятия управленческих решений, примерами которых могут служить:

оценка потребности в рабочей силе в периоды пиковых нагрузок и т.д.

оценка достаточности мощностей и потребности в резервных мощностях;

выбор тактических приемов ценообразования, учитывающих неравномерность спроса;

# Общий вид индекса сезонности

$$I_{si} = y_i : y_{ti}$$

Отношение исходных (эмпирических) уровней ряда динамики  $y_i$ , к теоретическим (расчетным) уровням  $y_{ti}$ , выступающим в качестве базы сравнения



В процессе прогнозирования сезонных изменений каждый уровень временного ряда можно представить как результат взаимодействия:

□ **трендовой,**  
□ **сезонной,**  
□ **случайной компонент.**

Тренд представляет собой общую систематическую линейную или нелинейную компоненту, которая может изменяться во времени.

Сезонная составляющая - это периодически повторяющаяся компонента

Существует несколько способов оценки (типов моделей) их взаимодействия:

- 1) с **аддитивной** компонентой;
- 2) **мультипликативной** компонентой.

# Методы построения прогноза динамики с учетом сезонных колебаний

1. *Модель с аддитивной компонентой.* Уравнение временного ряда с учетом сезонных колебаний может быть представлено следующим образом:

$$Y_t = T_t + S_t + E_t$$

где  $T_t$  – тренд динамического ряда – регулярная компонента, характеризующая общую тенденцию

$S_t$  – сезонная компонента

$E_t$  – случайная компонента, образующаяся под влиянием различных причин

\* Модель с аддитивной компонентой целесообразно использовать, если среднегодовые значения показателя остаются неизменными на протяжении длительного периода.

# Прогноз базируется на двух компонентах:

- **Компонента тренда** представляет тенденцию временного ряда (базовой линии) к повышению либо к понижению.
- **Компонента сезонности** представляет любое резкое повышение, понижение или пик базовой линии, которые происходят с одинаковым промежутком времени.



Сезонная компонента  $S_t$  имеет период  $T_0$ ,  
т.е.

$$S_{t+T_0} = S_t$$

$T_0 = 12$  для месячных данных  
и  $T_0 = 4$  для квартальных данных.

Величина  $T_0$  содержится в  $T$  целое число  
( $m$ ) раз, т.е.

$$T = m T_0$$

## Построение прогнозной модели с аддитивной компонентой имеет несколько этапов:

- 1) Построение и визуальный анализ графика сезонной волны.
- 2) Расчет значений сезонной компоненты. Сезонная компонента должна показать, на сколько единиц в среднем фактические значения в тот или иной сезон отличались от усредненных за период. Для выделения сезонной компоненты может быть использован метод скользящей средней.
- 3) Десезонализация данных (вычитание сезонной компоненты из фактических значений).
- 4) Расчет тренда на основе полученных десезонализованных данных (используя метод прогнозной экстраполяции).
- 5) Оценка ошибки для оценки степени соответствия модели исходным данным. Расчет среднеквадратического отклонения.
- 6) Построение прогноза с учетом сезонных колебаний.

# Методы построения прогноза динамики с учетом сезонных колебаний

## 2. Модель с мультипликативной компонентой

$$Y_t = T_t * S_t * E_t$$

где  $T_t$  – тренд динамического ряда – регулярная компонента, характеризующая общую тенденцию

$S_t$  – сезонная компонента

$E_t$  – случайная компонента, образующаяся под влиянием различных причин



# Построение модели с мультипликативной компонентой. Первый способ

- 1) Построение и визуальный анализ графика сезонной волны.
- 2) Расчет значений индекса сезонности.  
Например, для расчета поквартальных индексов сезонности среднеквартальные значения показателей можно определить делением суммарных показателей за год на количество сезонов (четыре квартала); затем найти фактические индексы сезонности как отношение фактических значений к среднеквартальным. Индексы сезонности определить как среднее арифметическое из фактических индексов сезонности за соответствующий сезон.
- 3) Десезонализация данных, т.е. деление фактических значений на индекс сезонности.
- 4) Расчет параметров тренда для полученных десезонализированных данных.
- 5) Расчет трендовых значений, по полученному уравнению тренда.
- 6) Расчет прогнозных значений путем умножения трендовой составляющей и скорректированного индекса сезонности.
- 7) Оценка ошибки для оценки степени соответствия модели исходным данным; расчет среднеквадратического отклонения.
- 8) Построение прогноза с учетом сезонных колебаний

# Построение модели с мультипликативной компонентой. Второй способ

- 1) Определение вида тренда по фактическим значениям и расчет параметров тренда без учета сезонных колебаний.
- 2) Построение и визуальный анализ графика сезонной волны.
- 3) Расчет индексов сезонности. Формула индекса сезонности, определенного по средней арифметической, следующий вид:

$$I_l = \sum_{j=1}^k \frac{y_j}{\bar{y}_j} : k \cdot 100,$$

- где  $y_j$  — фактическое значение в момент времени  $j$ ;
- $\bar{y}_j$  — трендовое значение в момент времени  $j$ ;
- $L$  — номер сезона;
- $k$  — количество сезонов (слагаемых) в рассматриваемом временном интервале

# Построение модели с мультипликативной компонентой. Второй способ

- 4) Расчет скорректированных индексов сезонности. Индексы сезонности, рассчитанные по формуле среднего арифметического, необходимо скорректировать на коэффициент, учитывающий фактическую погрешность расчетов. Индекс корректировки можно определить по формуле:

$$K = \frac{\sum I_L}{n}$$

Скорректированные индексы сезонности рассчитать по формуле:

$$I_L^* = \frac{I_L}{K}$$



## Построение модели с мультипликативной компонентой. Второй способ

- 5) Расчет прогнозных значений путем умножения трендовой составляющей и скорректированного индекса сезонности.
- 6) Оценка ошибки для оценки степени соответствия модели исходным данным; расчет среднеквадратического отклонения.
- 7) Построение прогноза с учетом сезонных колебаний.

**Задача. Объемы продажи картофеля в области по кварталам за 2009-2012 гг. (тыс. тонн)**

Квартал	2009 год	2010 год	2011 год	2012 год
1-й	17,4	18,8	19,3	18,0
2-й	15,5	13,9	18,0	13,0
3-й	23,5	22,4	29,7	24,0
4-й	19,9	19,1	26,7	20

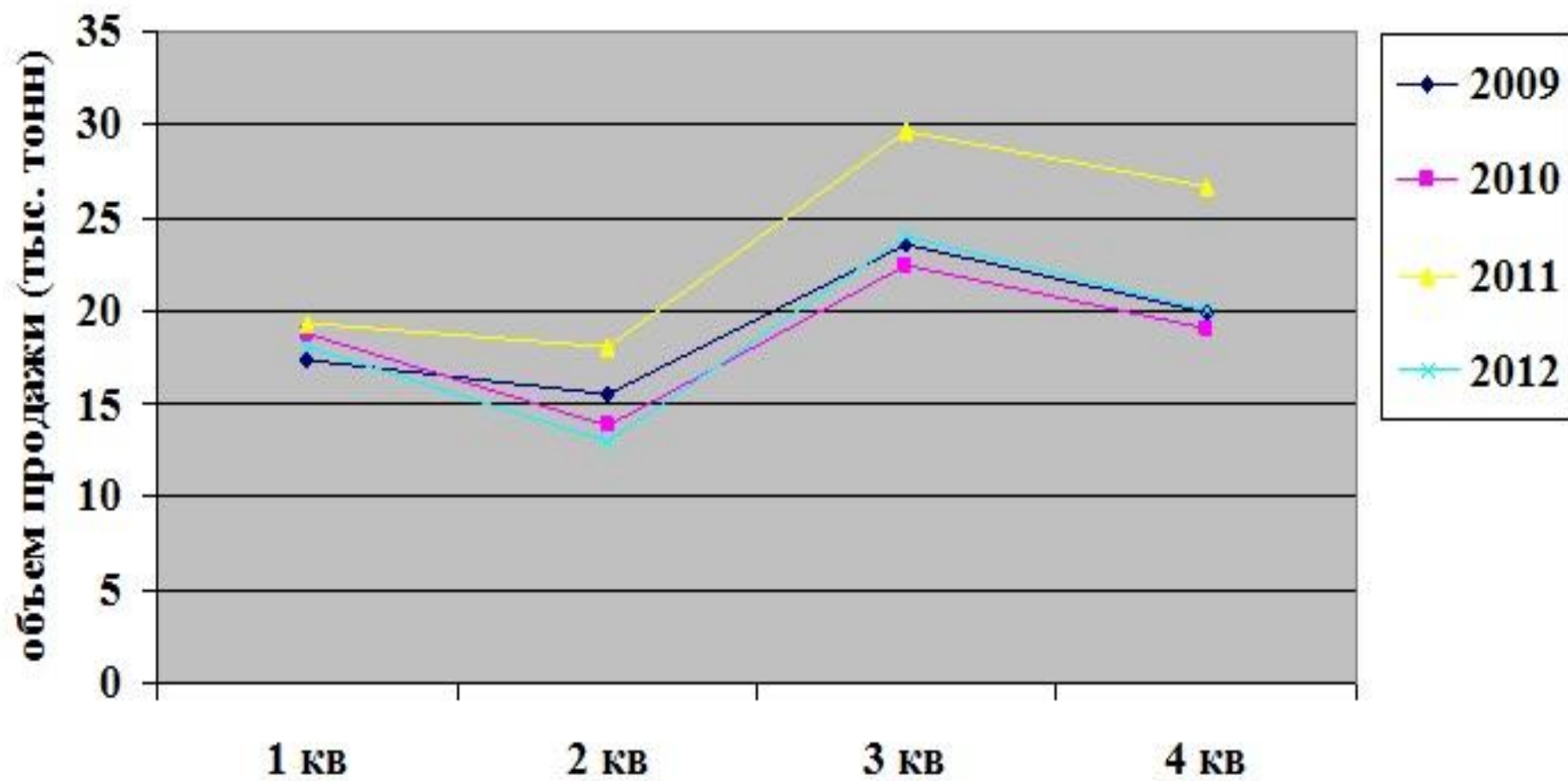
# Требования задачи

1. Постройте график исходных данных и определите наличие сезонных колебаний.

2. Постройте прогноз объема продажи картофеля в области на 2013–2014 гг. с разбивкой по кварталам.

3. Рассчитайте ошибки прогноза.





Год	Квартал	Объем продаж млн. руб. Уф	Показатели сезонности				Условное обозначение времени, X	X <sup>2</sup>	Уф*X	Ур	Расчет средней относительной ошибки
			4-квартальные суммы	4-квартальные средние	Центрированные средние	Показатели сезонности, %					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2009	1	17,4	-	-	-	-	1	1	17,4	21,45	23,28
	2	15,5	-	19,08	-	-	2	4	31	21,25	37,1
	3	23,5	-	19,43	19,26	122,01	3	9	70,5	21,05	10,43
	4	19,9	76,3	19,03	19,23	103,48	4	16	79,6	20,85	4,77
2010	1	18,8	77,7	18,75	18,89	99,52	5	25	94	20,65	9,84
	2	13,9	76,1	18,55	18,65	74,53	6	36	83,4	20,45	47,12
	3	22,4	75,0	18,68	18,62	120,30	7	49	156,8	20,25	9,6
	4	19,1	74,2	19,7	19,19	99,53	8	64	152,8	20,05	6,02
2011	1	19,3	74,7	21,53	20,62	93,60	9	81	173,7	19,85	2,85
	2	18,0	78,8	23,43	22,48	80,07	10	100	180	19,65	9,17
	3	29,7	86,1	23,10	23,27	127,63	11	121	326,7	19,45	34,51
	4	26,7	93,7	21,85	22,48	118,77	12	144	320,4	19,25	27,9
2012	1	18,0	92,4	20,43	21,14	85,15	13	169	234	19,05	5,83
	2	13,0	87,4	18,75	19,59	66,36	14	196	182	18,85	45,0
	3	24,0	81,7	-	-	-	15	225	360	18,65	22,29
	4	20,0	75,0	-	-	-	16	256	320	18,45	7,75
<b>итого</b>		<b>319,2</b>	-	-	-	-	<b>136</b>	<b>1496</b>	<b>2 782,3</b>	-	<b>303,46</b>
Прогноз 2013	1	20,08					17				
	2	16,09					18				
	3	27,19					19				
	4	23,87					20				
Прогноз 2014	1	20,82					21				
	2	16,68					22				
	3	28,18					23				
	4	24,72					24				

# Ур = а \* X + b, (уравнение тренда) расчёт коэффициентов а и b

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (Y\phi * X) - (\sum_{i=1}^n X * \sum_{i=1}^n Y\phi) / n}{\sum_{i=1}^n X^2 - (\sum_{i=1}^n X)^2 / n}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n Y\phi}{n} - a * \frac{\sum_{i=1}^n X}{n}$$

Уф – фактические значения ряда динамики;  
n – число уровней временного ряда.

$$a = [2\,782,3 - (136 * 319,2) / 16] / [1\,496 - 136^2 / 16] = 0,2$$

$$b = 319,2 / 16 - 0,2 * 136 / 16 = 18,25$$



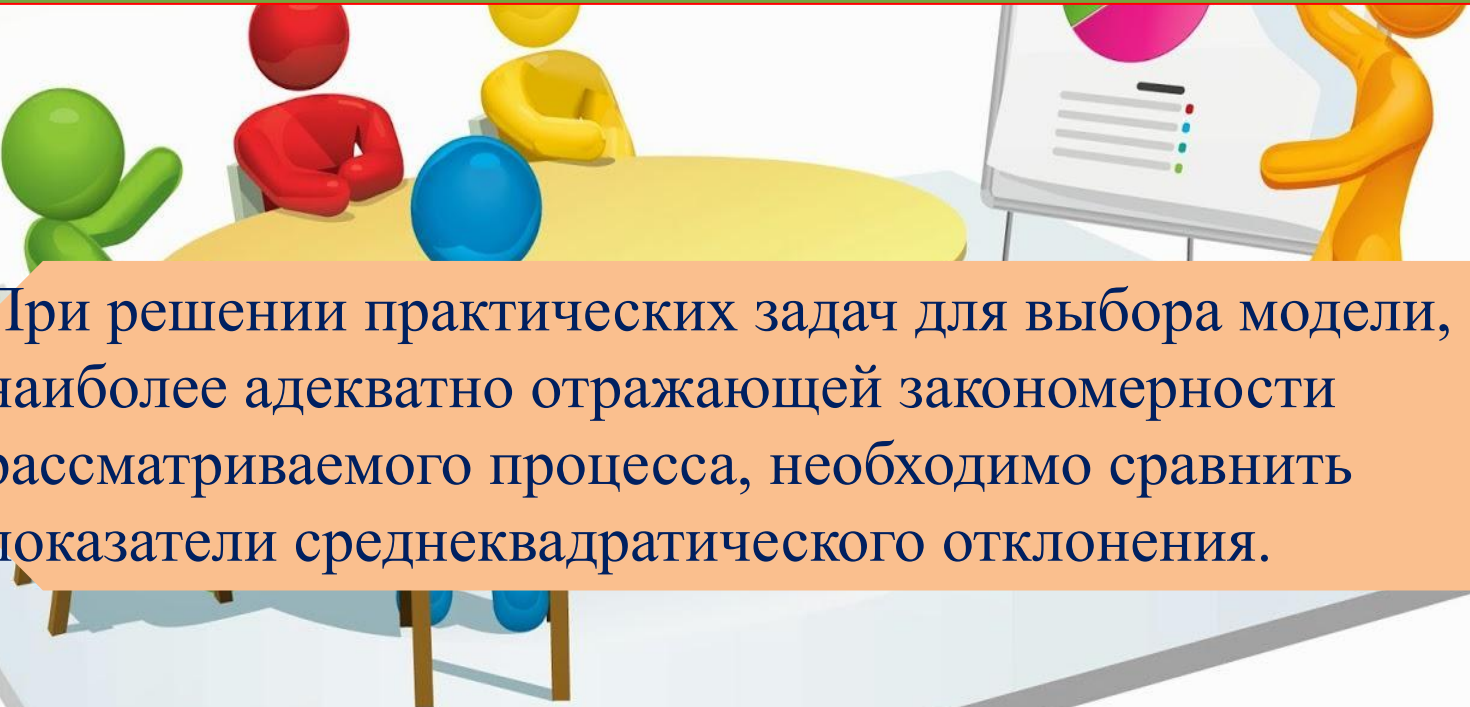
# Средняя относительная ошибка

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 \right]$$

$\varepsilon = 303,46/16 = 18,97\%$  - точность прогноза является хорошей, поскольку входит в пределы 10-20%.



# Вывод по теме



При решении практических задач для выбора модели, наиболее адекватно отражающей закономерности рассматриваемого процесса, необходимо сравнить показатели среднеквадратического отклонения.

Та модель, где получена наименьшая ошибка, может быть признана наиболее точной для решения той или иной прогнозной задачи.

A pair of black-rimmed glasses is positioned over a financial document. The document features several line graphs and tables. One graph is labeled 'S&P 500 Year Treasury' and another 'S&P 500 Year Treasury'. A calculator is visible in the bottom left corner, and a pen lies across the bottom right. The background is a warm, orange-toned light.

**Спасибо за внимание!!!**