

# Методы финансовых и коммерческих расчетов в оценочной деятельности

# Проценты, основные определения

- Под *процентными деньгами (процентами, interest)*, понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг в любой форме.
- *Процентная ставка (rate of interest)* это относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени, т.е. Отношение дохода к сумме долга за единицу времени.
- Временной интервал, к которому приурочена процентная ставка, называют *периодом начисления*.

# Наращение по простой процентной ставке

- Под *наращенной суммой* (*amount, maturity value*) ссуды (долга, депозита и т.п.) понимают первоначальную ее сумму с начисленными процентами к концу срока. Формулы наращенной суммы простых процентов:

$$I = Pni$$

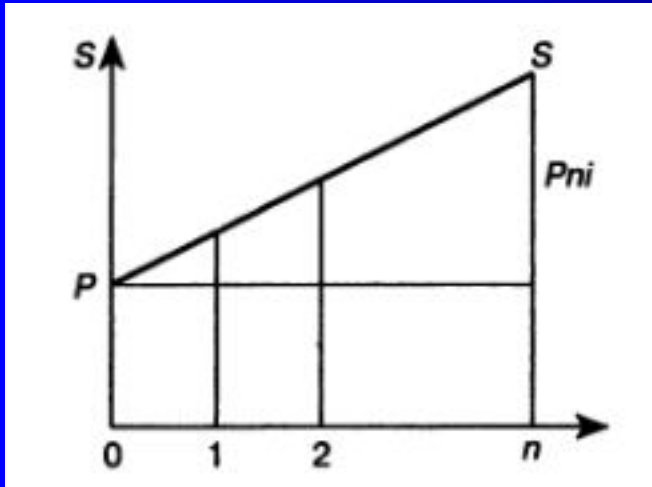
где  $I$  – проценты за весь срок ссуды,  $P$  – первоначальная сумма долга,  $n$  – срок ссуды,  $i$  – ставка наращенной суммы (десятичная дробь).

# Наращенная сумма, простые проценты

- Выражение для нахождения наращенной суммы:

$$S = P + I = P(1 + ni)$$

- где  $S$  – наращенная сумма,  $P$  – первоначальная сумма долга.
- Замечание: увеличение процентной ставки или срока в  $k$  раз увеличит множитель наращения в  $(1 + kni) / (1 + ni)$



# Пример

- Определить проценты и сумму накопленного долга, если ссуда равна 700 тыс. руб, срок 4 года, проценты простые, ставка – 20 % годовых. А так же во сколько увеличиться наращенная сумма, если процентную ставку увеличить в 2 раза.
- $I=700*4*0.2=560$ ,  $S=700+560=1260$
- $(1+2*4*0.2)/(1+4*0.2)=1.44$  раза

# Варианты расчета простых процентов

- При сроке ссуды меньше года необходимо определять, какая часть годового процента уплачивается кредитору

$$n = t / K$$

- Где  $t$  – число дней ссуды(точно либо примерно (30 дней в месяце)),  $K$  – число дней в году (360 либо 365(366)).

# Варианты расчета простых процентов

- Точные проценты с точным числом дней обозначается  $365/365$  или АСТ/АСТ
- Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды (банковский метод), обозначается  $365/360$ . Данный метод дает больший результат чем точные проценты.
- Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды  $360/360$

# Пример

- Ссуда в размере 1 млн.руб выдана 20 января до 5 октября включительно под 18% годовых. Какую сумму должен заплатить должник в конце срока. Рассчитать тремя методами
- 1.  $S=1000000(1+258/365*0.18)=1127232.88$
- 2.  $S=1000000(1+258/360*0.18)=1129000$
- 3.  $S=1000000(1+255/360*0.18)=1127500$



# Начисление процентов в смежных периодах

- Если операция захватывает два периода, причем в первом периоде приходится срок  $n_1$ , на второй –  $n_2$ , то

$$I = I_1 + I_2 = Pn_1i + Pn_2i$$

# Переменные ставки

- В кредитных соглашениях иногда предусматриваться изменяющиеся во времени процентные ставки. Нарощенная сумма при этом равна

$$S = P(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \dots + n_m i_m) = P(1 + \sum_i n_i i_i)$$

# Пример

- Контракт предусматривает следующий порядок начисления процентов: первый год – ставка 16%, в каждом последующем полугодии ставка повышается на 1%. Определить множитель наращения за 2,5 года

$$1 + \sum_t n_t i_t = 1 + 1 \cdot 0.16 + 0.5 \cdot 0.17 + 0.5 \cdot 0.18 + 0.5 \cdot 0.19$$

# Реинвестиции

- В практике при инвестировании средств в краткосрочные депозиты иногда прибегают к неоднократному последовательному повторению наращения по простым процентам в пределах заданного срока. Эта операция называется реинвестированием. Основная формула расчета при этом

$$S = P(1 + n_1 i_1)(1 + n_2 i_2) = P(1 + ni)^m$$

# Пример

- 100 тыс. руб. положены 1 марта на месячный депозит под 20% годовых. Какова наращенная сумма, если операция повторяется три раза

Точные

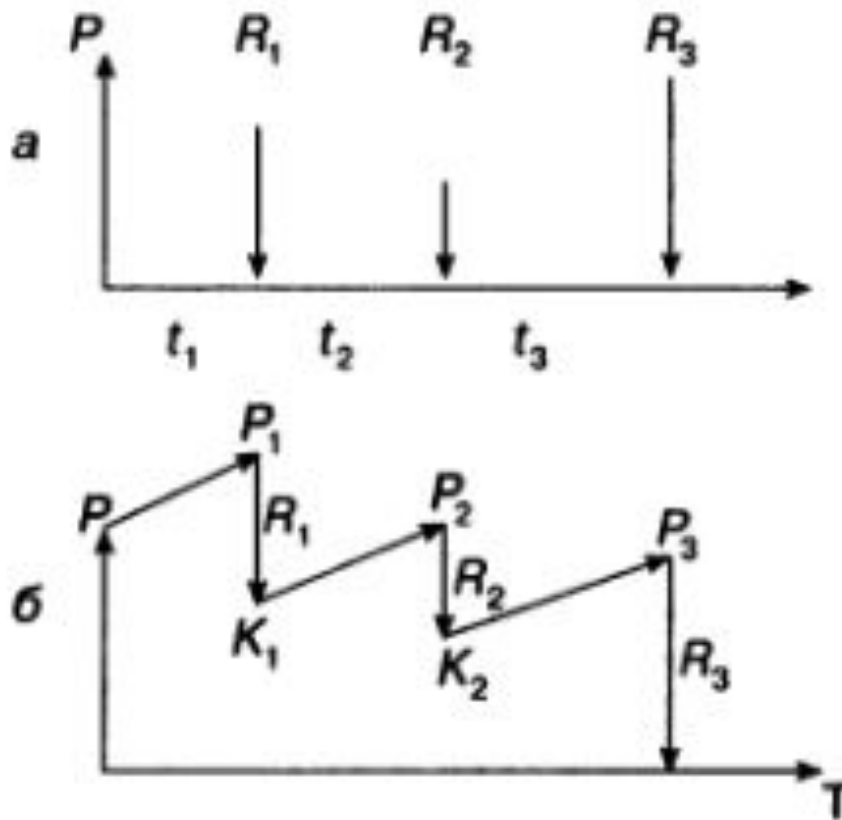
$$S = 100(1 + 31/365 * 0.2)(1 + 28/365 * 0.2)(1 + 31/365 * 0.2) = 105.013$$

Обыкновенные

$$S = 100(1 + 30/360 * 0.2)^3 = 105.084$$

# Погашение задолженности частями

- Контур финансовой операции



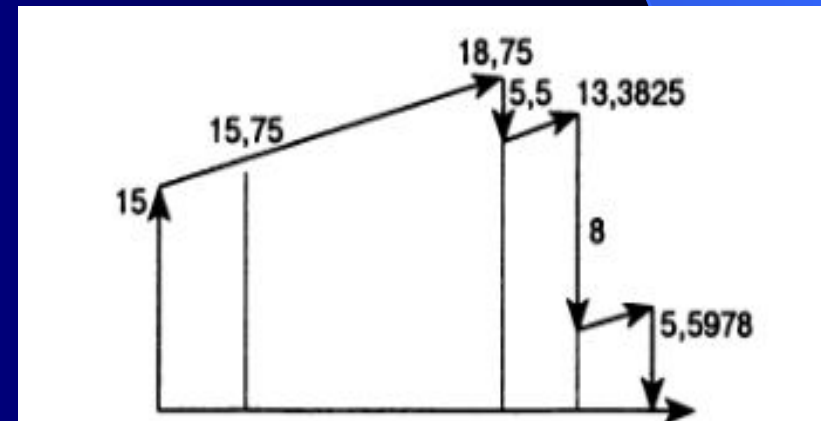
# Актуарный метод

- Актуарный (срок более года). Частичный платеж идет в первую очередь на погашение процентов, начисленных на дату платежа. Если величина платежа больше процентов, оставшаяся часть идет на погашение основного долга, в противном случае данный платеж суммируется с будущим следующим периодом. (пример предыдущий график)

$$K_1 = P_0(1+t_1i) - R_1 \quad K_2 = K_1(1+t_2i) - R_2 \quad K_3 = K_2(1+t_3i) - R_3 = 0$$

# Пример

- Имеется обязательство погасить за 1,5 года (с 12 марта 2007г. по 12 сентября 2008) долг в сумме 15млн. Руб. Кредитор согласен получать частичные платежи. Проценты начисляются по ставке 20% годовых. Частичные поступления характеризуются следующими данными
- 12.06.07 – 500 тыс. руб
- 12.06.08 – 5000 тыс. руб
- 30.06.08 – 8000 тыс. руб
- 12.09.08 - ?





# Правило торговца

- Возможно два варианта.
- 1. Срок меньше года, начисляется долг с процентами и платежи с процентами. Последний взнос должен сбалансировать долг и платежи.
- 2. Срок больше года. Расчеты делаются для годового периода, в конце года из суммы за задолженности вычитается наращенная сумма накопленных платежей. Остаток погашается в следующем году.

$$S = D - K = P(1 + ni) - \sum R_j(1 + t_j i)$$

# Пример

- Обязательство датированное 10.08.94 должно быть погашено 10.06.95. Ссуда (1,5 млн.руб) выдана под 20% годовых. В счет погашения долга 10 декабря 1994 поступило 800 тыс. руб. Остаток долга на конец срока или года

$$S = 1.5(1 + 10/12 * 0.2) - 0.8(1 + 6/12 * 0.2) = 0.87$$

Актуарным методом

$$S = (1.5(1 + 10/12 * 0.2) - 0.8)(1 + 6/12 * 0.2) = 0.88$$

# Дисконтирование

- В финансовых операциях часто сталкиваются с задачей, обратной наращению процентов: по заданной  $S$ , которую следует уплатить через некоторое  $n$ , необходимо определить  $P$ .
- В это случае говорят что  $S$  *дисконтируется*, процесс начисления процентов называют *дисконтированием*, а удержанные проценты *дисконтом (discount)*. Величина  $P$  называется *современной величиной* суммы  $S$ .

# Математическое дисконтирование

- Представляет собой формальное решение обратной задачи наращению.

$$P = \frac{S}{1+ni}$$

- Дробь  $1/(1+ni)$  называют *дисконтным множителем*. Этот множитель показывает какую долю составляет первоначальная величина долга в окончательной его сумме

# Банковский учет

- Согласно этому методу проценты за пользование ссудой в виде дисконта начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока. При этом применяется *учетная ставка d*.

$$P = S - Snd = S(1 - nd)$$

- Дисконтный множитель  $(1 - nd)$

# Пример

- Вексель выдан на сумму 1 млн. руб с уплатой 17 ноября 1995 г по учетной ставке 20%. Оставшейся до конца срока период равен 55 дням. Чему равна полученная при учете сумма

$$P = 1000000(1 - 55 / 360 * 0.2) = 96944.4$$

# Срок ссуды

- Из формулы простых процентов

$$n = \frac{S - P}{Pi} = \frac{S/P - 1}{i} \quad t = \frac{S - P}{Pi} K$$

- Из дисконтирования

$$n = \frac{S - P}{Sd} = \frac{1 - P/S}{d} \quad t = \frac{S - P}{Sd} K$$

# Величина процентной ставки

- Из формулы простых процентов

$$i = \frac{S - P}{Pn} = \frac{S - P}{Pt} K$$

- Из формулы дисконтирования

$$d = \frac{S - P}{Sn} = \frac{S - P}{St} K$$



# Сложные проценты

- При долгосрочных финансовых операциях, если проценты не выплачиваются сразу после их начисления, а присоединяться к сумме долга, для определения суммы применяют сложные проценты

$$S = P(1+i)^n$$

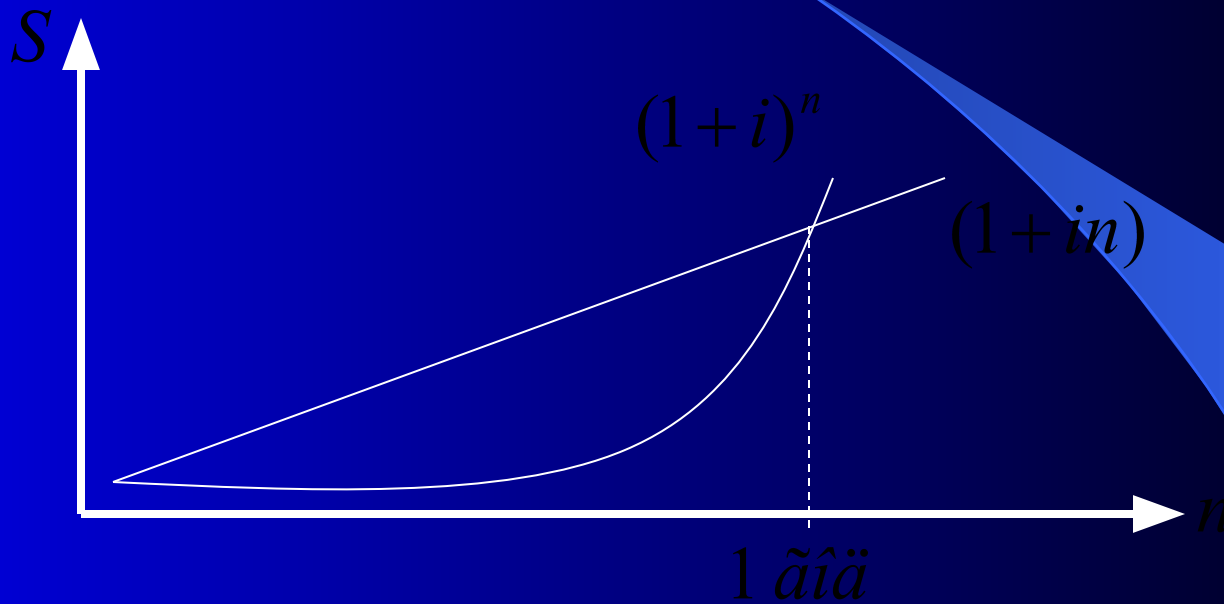
$$I = S - P = P[(1+i)^n - 1]$$

# Сложные проценты

- Величина  $q = (1+i)^n$  называется множителем наращенения по сложным процентам. При начислении с применением *плавающих* процентных ставок используется формула

$$S = P(1+i_1)^{n_1} (1+i_2)^{n_2} \dots (1+i_k)^{n_k}$$

# Сравнение множителей



# Эффективная ставка

- Эта ставка измеряет реальный относительный доход, который получают в целом за год от начисления процентов.

$$(1+i)^n = (1+j/m)^{mn}$$

$$i = (1+j/m)^{mn} - 1$$

# Дисконтирование по сложной ставке процента

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} = Sv^n$$

- $v^n$  ДИСКОНТНЫЙ МНОЖИТЕЛЬ

$$D = S - P = S(1 - v^n)$$

- $D$  ДИСКОНТ

# Учет по сложной учетной ставке

$$P = S(1 - d)^n$$

- $d$  сложная годовая учетная ставка

# Задачи

1. Первоначально цену товара снизили на 10%, затем - на 20%, потом еще на 25%. На сколько всего процентов снизили цену?
2. Имеются два обязательства. Условия первого:  $S_1 = 400$  тыс. руб.,  $n_1 = 4$  мес; условия второго:  $S_2 = 420$  тыс. руб.,  $n_2 = 9$  мес. Требуется:
  - найти ставку простого процента, при которой эти обязательства равноценны;
  - определить, какое из этих обязательств выгоднее для получателя денег при ставке простых процентов  $I = 0,1$ .
3. Получив годовой кредит в 5 млн руб. под ставку 12%, финансовый посредник капитализирует его по той же ставке с периодичностью в 3 месяца. Какую годовую процентную маржу и чистый доход он получит с помощью «коротких денег»?

# Задачи

4. Вкладчик внес в Сбербанк под определенный процент 20 тыс руб. Через год он снял со счета половину процентной прибавки, а основной вклад и оставшуюся прибавку оставил в банке. Еще через год у вкладчика на счету оказалось 26400 руб. Каков процент годовых по вкладу в Сбербанке?
5. Найти месячную ставку, эквивалентную простой годовой ставке, равной 10%.
6. Господин Иванов занял у господина Петрова 9800 руб. и выдал ему вексель, по которому обязался выплатить через три месяца 10 тыс. руб. Найти годовой процент  $r$  и соответственно годовую учетную ставку  $d$  оказанной Петровым «финансовой» любезности. Задачу решите для двух вариантов:
  - а)  $r$  и  $d$  — ставки простых процентов;
  - б)  $r$  и  $d$  — ставки сложных процентов



# Задачи

7. Переводной вексель выдан на сумму 100 тыс руб. с уплатой 17 ноября. Владелец учел его в банке 23 сентября по учетной ставке 8%. Какую сумму он получил и чему равен дисконт?
8. Вексель был учтен за 15 дней до срока погашения по ставке 18% годовых. В результате учета владелец векселя получил 49625 руб. Какова номинальная стоимость векселя при условии, что год принимается равным 360 дням.

# Задачи

9. Администрация региона получила кредит в банке на сумму 6,0 млн руб. сроком на 5 лет. Процентная ставка по кредиту определена в 10,5% для 1-го года, для 2-го года предусматривается надбавка к процентной ставке в размере 1,5%, для 3-го года и последующих лет — в размере 0,75%. Определить сумму долга, подлежащую погашению по истечении срока займа.

# Задачи

10. В банк было положено 1500 руб. Через 1 год и 3 месяца на счете оказалось 1631,25 руб. Сколько простых процентов в год выплачивает банк?
11. Определить, какое помещение денег на срок 6 месяцев выгоднее:
- а) под простую ставку процентов в 30% годовых;
  - б) под сложную ставку в 29% годовых при ежеквартальном начислении процентов.

# Задачи

12. Долговое обязательство на сумму 5 млн руб., срок оплаты которого наступает через 5 лет, продано с дисконтом по сложной учетной ставке 15% годовых. Определить:

- а) размер полученной за долг суммы и величину дисконта;
- б) то же при простой учетной ставке;
- в) то же при поквартальном учете;
- г) найти эффективную учетную ставку для случая в).

13. Какая сумма предпочтительнее при ставке 6%: 1 тыс долл. сегодня или 1500 долл. через 6 лет?

14. 1 февраля 2005 г. клиент учел вексель на сумму 40 тыс. руб. 1 июня того же года срок векселя истек, и клиент получил за него 38790 руб. Какова учетная ставка банка?