

ЛЕКЦИЯ № 4

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ В СТАТИСТИКЕ

§ 1. ПОНЯТИЕ СРЕДНЕЙ ВЕЛИЧИНЫ

\bar{x} СРЕДНЯЯ ВЕЛИЧИНА В
СТАТИСТИКЕ- **ОБОБЩАЮЩИЙ**
ПОКАЗАТЕЛЬ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЙ
ТИПИЧНЫЙ УРОВЕНЬ ЯВЛЕНИЯ,
СВОДНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ТОГО
ПРОЦЕССА, В КОТОРЫХ ОН
ПРОТЕКАЕТ.

- ◆ Величины, в которых находят выражение общие условия, закономерность изучаемого явления;
- ◆ Величины, отражающие то общее, что складывается в каждом единичном объекте;
- ◆ Обобщённая количественная признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени;
- ◆ Является обобщением какого-то одного свойства изучаемого явления или процесса.

Определяющее свойство средней

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(\bar{x}, \bar{x}, \bar{x}, \dots, \bar{x})$$

**Исходное соотношение
средней (ИСС)**

Суммарное значение осредняемого
показателя

ИСС=

Количество единиц совокупности
(объём)

ИСС для некоторых экономических показателей

Средняя цена
реализованного=
товара

Стоимость реализованного товара

Количество реализованного товара

Средняя
себе стоимость=
продукции

Затраты на производство продукции

Количество произведённой продукции

Средняя
Зарботная =
плата

Фонд заработной платы

Количество работающих

Средний
процент =
выполнения плана

Фактически достигнутый показатель

Запланированный показатель

ВИДЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН В СТАТИСТИКЕ

- ◆ Средняя арифметическая (простая, взвешенная, средняя из групповых средних);
- ◆ Средняя гармоническая;
- ◆ Средняя геометрическая;
- ◆ Средняя квадратическая, кубическая и т.д.;
- ◆ Структурные средние.

§ 2 СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

Используется для расчёта
среднего значения признака
при известном объёме
совокупности

Средняя арифметическая простая

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Используется для расчёта среднего значения признака при известных индивидуальных значениях признака (для несгруппированных данных)

Средняя арифметическая взвешенная

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i * f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Используется для расчёта среднего
значения группировочного
признака
(для сгруппированных данных)

РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

ДИСКРЕТНЫЙ
РЯД

x_i - конкретное
значение
признака в i -й
группе

ИНТЕРВАЛЬНЫЙ
РЯД

x_i - середина
 i -го интервала

Средняя из групповых средних

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_i}{k}$$

Используется для расчёта среднего значения результативного признака
(при сгруппированных данных)

Свойства средней арифметической величины

1. Если каждое значение признака изменить на одно и то же число, то и средняя величина изменится на это же число:

$$\frac{\sum (x_i \pm A) \cdot f_i}{\sum f_i} = \bar{x} \pm A$$

Свойства средней арифметической величины

2. Если каждое значение признака изменить в m раз, то и средняя величина изменится в m раз:

$$\frac{\sum (x_i \cdot m) \cdot f_i}{\sum f_i} = m \cdot \bar{x}$$

Свойства средней арифметической величины

3. Функция $f(a) = \sum (x_i - a)^2$
достигает экстремума
только при $a = \bar{x}$

Свойства средней арифметической величины

$$4. \quad \sum (x_i - \bar{x})^2 = 0$$

§3. СРЕДНЯЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ

Используется
при неизвестном объёме
совокупности или
необходимости обобщения
величины, обратной
изучаемому признаку.

Средняя гармоническая

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{x_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \cdot M_i \longrightarrow M_i \Rightarrow x_i \cdot f_i$$

негруппированные данные
данные

§4. СРЕДНЯЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ и другие виды средних

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Используется для расчёта средних
темпов и коэффициентов роста
в рядах динамики

Средняя степенная

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\frac{\sum x_i^n}{n}}$$

несгруппированные
данные

Средняя степенная

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\frac{\sum x_i^n \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

сгруппированные данные

Средняя степенная

- ◆ Является универсальной формулой расчёта всех средних величин;
- ◆ Средняя квадратическая используется в статистике для оценки меры вариации (среднее квадратическое отклонение - σ).



Примеры

1

Предприятие	Численность промышленно- производственного персонала, чел.	Средняя зарботная плата на предприятии, руб.
A	1	2
1	540	2046
2	275	2220
3	458	2234
4	312	2004
5	204	2056

**Найти среднюю
заработную плату на
предприятии**

1

Предприятие	Численность промышленно- производственного персонала, чел.	Средняя зарботная плата на предприятии, руб.	$x_i * f_i$
А	1	2	3
1	540	2046	1104840
2	275	2220	610500
3	458	2234	1023172
4	312	2004	625248
5	204	2056	419424
Итого	1789		3783184

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i * f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = 2114,69 \text{ руб.}$$

2

Магази н	Выручка от реализации сахара, тыс. руб. 2	Средняя цена за 1 кг реализованного сахара, руб. 3
1	9,936	18
2	6,279	21
3	8,93	19
4	6,612	19
5	4,788	21
6	14,4942	17,4

Найти среднюю цену реализованного сахара в коммерческой фирме

2

Магазин	Выручка от реализации сахара, тыс. руб.	Средняя цена за 1 кг реализованного сахара, руб.	$M_i \cdot \frac{1}{x_i}$
А	руб. 2	3	4
1	9,936	18	552
2	6,279	21	299
3	8,93	19	470
4	6,612	19	348
5	4,788	21	228
6	14,4942	17,4	833
Итого	53,0392		2734

$$\bar{x} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{1}{x_i} \cdot M_i} = 19,40 \text{ руб.}$$

3

№ квартиры	Задолженность по оплате за электроэнергию, руб.
A	2
1	250
2	258
3	1234
4	180
5	194
6	706
Итого	2824

**Найти задолженность по оплате
за электроэнергию в среднем
на 1 квартиру**

3

№ квартиры	Задолженность по оплате за электроэнергию, руб.
A	2
1	250
2	258
3	1234
4	180
5	194
6	706
Итого	2824

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 470,67 \text{ руб.}$$

ВЫВОДЫ

- ◆ Выбор формулы для расчёта среднего значения признака начинается с построения ИСС;
- ◆ Основные виды средних величин в статистике - средняя арифметическая, средняя гармоническая и средняя геометрическая;
- ◆ Окончательный выбор формулы зависит от вида исходных данных.