

# ЛЕКЦИЯ № 4

## СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ В СТАТИСТИКЕ

# § 1. ПОНЯТИЕ СРЕДНЕЙ ВЕЛИЧИНЫ

$\bar{x}$  СРЕДНЯЯ ВЕЛИЧИНА В  
СТАТИСТИКЕ- **ОБОБЩАЮЩИЙ**  
**ПОКАЗАТЕЛЬ**, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЙ  
ТИПИЧНЫЙ УРОВЕНЬ ЯВЛЕНИЯ,  
СВОДНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА  
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ТОГО  
ПРОЦЕССА, В КОТОРЫХ ОН  
ПРОТЕКАЕТ.

- ◆ Величины, в которых находят выражение общие условия, закономерность изучаемого явления;
- ◆ Величины, отражающие то общее, что складывается в каждом единичном объекте;
- ◆ Обобщённая количественная признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени;
- ◆ Является обобщением какого-то одного свойства изучаемого явления или процесса.

# Определяющее свойство средней

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(\bar{x}, \bar{x}, \bar{x}, \dots, \bar{x})$$

**Исходное соотношение  
средней (ИСС)**

Суммарное значение осредняемого  
показателя

---

ИСС=

Количество единиц совокупности  
(объём)



# ИСС для некоторых экономических показателей

Средняя цена  
реализованного=  
товара

Стоимость реализованного товара

Количество реализованного товара

Средняя  
себе стоимость=  
продукции

Затраты на производство продукции

Количество произведённой продукции

Средняя  
Зарботная =  
плата

Фонд заработной платы

Количество работающих

Средний  
процент =  
выполнения плана

Фактически достигнутый показатель

Запланированный показатель

# ВИДЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН В СТАТИСТИКЕ

- ◆ Средняя арифметическая (простая, взвешенная, средняя из групповых средних);
- ◆ Средняя гармоническая;
- ◆ Средняя геометрическая;
- ◆ Средняя квадратическая, кубическая и т.д.;
- ◆ Структурные средние.

# § 2 СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

Используется для расчёта  
среднего значения признака  
при известном объёме  
совокупности

# Средняя арифметическая простая

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Используется для расчёта среднего значения признака при известных индивидуальных значениях признака (для несгруппированных данных)



# Средняя арифметическая взвешенная

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i * f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Используется для расчёта среднего  
значения группировочного  
признака  
(для сгруппированных данных)

# РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

ДИСКРЕТНЫЙ  
РЯД

$x_i$  - конкретное  
значение  
признака в  $i$ - й  
группе

ИНТЕРВАЛЬНЫЙ  
РЯД

$x_i$  - середина  
 $i$ - го интервала

# Средняя из групповых средних

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_i}{k}$$

Используется для расчёта среднего значения результативного признака  
( при сгруппированных данных )

# Свойства средней арифметической величины

**1.** Если каждое значение признака изменить на одно и то же число, то и средняя величина изменится на это же число:

$$\frac{\sum (x_i \pm A) \cdot f_i}{\sum f_i} = \bar{x} \pm A$$

# Свойства средней арифметической величины

2. Если каждое значение признака изменить в  $m$  раз, то и средняя величина изменится в  $m$  раз:

$$\frac{\sum (x_i \cdot m) \cdot f_i}{\sum f_i} = m \cdot \bar{x}$$



# Свойства средней арифметической величины

3. Функция  $f(a) = \sum (x_i - a)^2$   
достигает экстремума  
только при  $a = \bar{x}$

# Свойства средней арифметической величины

$$4. \quad \sum (x_i - \bar{x})^2 = 0$$

# §3. СРЕДНЯЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ

Используется  
при неизвестном объёме  
совокупности или  
необходимости обобщения  
величины, обратной  
изучаемому признаку.

# Средняя гармоническая

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} \cdot M_i} \longrightarrow M_i \Rightarrow x_i \cdot f_i$$

негруппированные данные  
данные

# §4. СРЕДНЯЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ и другие виды средних

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Используется для расчёта средних  
темпов и коэффициентов роста  
в рядах динамики



# Средняя степенная

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\frac{\sum x_i^n}{n}}$$

несгруппированные  
данные

# Средняя степенная

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\frac{\sum x_i^n \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

сгруппированные данные

# Средняя степенная

- ◆ Является универсальной формулой расчёта всех средних величин;
- ◆ Средняя квадратическая используется в статистике для оценки меры вариации (среднее квадратическое отклонение -  $\sigma$ ).



# Примеры

**1**

Предприятие	Численность промышленно- производственного персонала, чел.	Средняя зароботная плата на предприятии, руб.
A	1	2
1	540	2046
2	275	2220
3	458	2234
4	312	2004
5	204	2056

**Найти среднюю  
зароботную плату на  
предприятии**



**1**

Предприятие	Численность промышленно- производственного персонала, чел.	Средняя зарботная плата на предприятии, руб.	$x_i * f_i$
<b>A</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
1	540	2046	1104840
2	275	2220	610500
3	458	2234	1023172
4	312	2004	625248
5	204	2056	419424
<b>Итого</b>	<b>1789</b>		<b>3783184</b>

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i * f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = 2114,69 \text{ руб.}$$

**2**

<b>Магази н</b>	<b>Выручка от реализации сахара, тыс. руб.</b>	<b>Средняя цена за 1 кг реализованного сахара, руб.</b>
<b>А</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>9,936</b>	<b>18</b>
<b>2</b>	<b>6,279</b>	<b>21</b>
<b>3</b>	<b>8,93</b>	<b>19</b>
<b>4</b>	<b>6,612</b>	<b>19</b>
<b>5</b>	<b>4,788</b>	<b>21</b>
<b>6</b>	<b>14,4942</b>	<b>17,4</b>

**Найти среднюю цену реализованного сахара в коммерческой фирме**

2

Магазин	Выручка от реализации сахара, тыс. руб.	Средняя цена за 1 кг реализованного сахара, руб.	$M_i \cdot \frac{1}{x_i}$
А	руб. 2	3	4
1	9,936	18	552
2	6,279	21	299
3	8,93	19	470
4	6,612	19	348
5	4,788	21	228
6	14,4942	17,4	833
Итого	53,0392		2734

$$\bar{x} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{1}{x_i} \cdot M_i} = 19,40 \text{ руб.}$$

3

№ квартиры	Задолженность по оплате за электроэнергию, руб.
A	2
1	250
2	258
3	1234
4	180
5	194
6	706
Итого	2824

**Найти задолженность по оплате  
за электроэнергию в среднем  
на 1 квартиру**



**3**

№ квартиры	Задолженность по оплате за электроэнергию, руб.
A	2
1	250
2	258
3	1234
4	180
5	194
6	706
<b>Итого</b>	<b>2824</b>

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 470,67 \text{ руб.}$$



# ВЫВОДЫ

- ◆ Выбор формулы для расчёта среднего значения признака начинается с построения ИСС;
- ◆ Основные виды средних величин в статистике - средняя арифметическая, средняя гармоническая и средняя геометрическая;
- ◆ Окончательный выбор формулы зависит от вида исходных данных.