



Лекция 6. Математические методы управления инвестиционной деятельностью

Содержание лекции:

1. Классификация методов принятия инвестиционных решений в условиях неопределённости
2. Метод альтернативных целей
3. Анализ приоритета объектов инвестирования АНР-методом
4. Применение теории многоатрибутной полезности для принятия инвестиционных решений
5. Моделирование инвестиционного риска



Литература

Шелобаев С.И. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — Раздел III.

Управление фирмой / Под ред. *Л.Л. Разумновой*. М.: МАКС Пресс, 2009. — Часть 2, с. 40-51.

Моделирование экономических процессов: Учебник / Под ред. *М.В. Грачёвой, Л.Н. Фадеевой, Ю.Н. Черемных*. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — Глава 9.

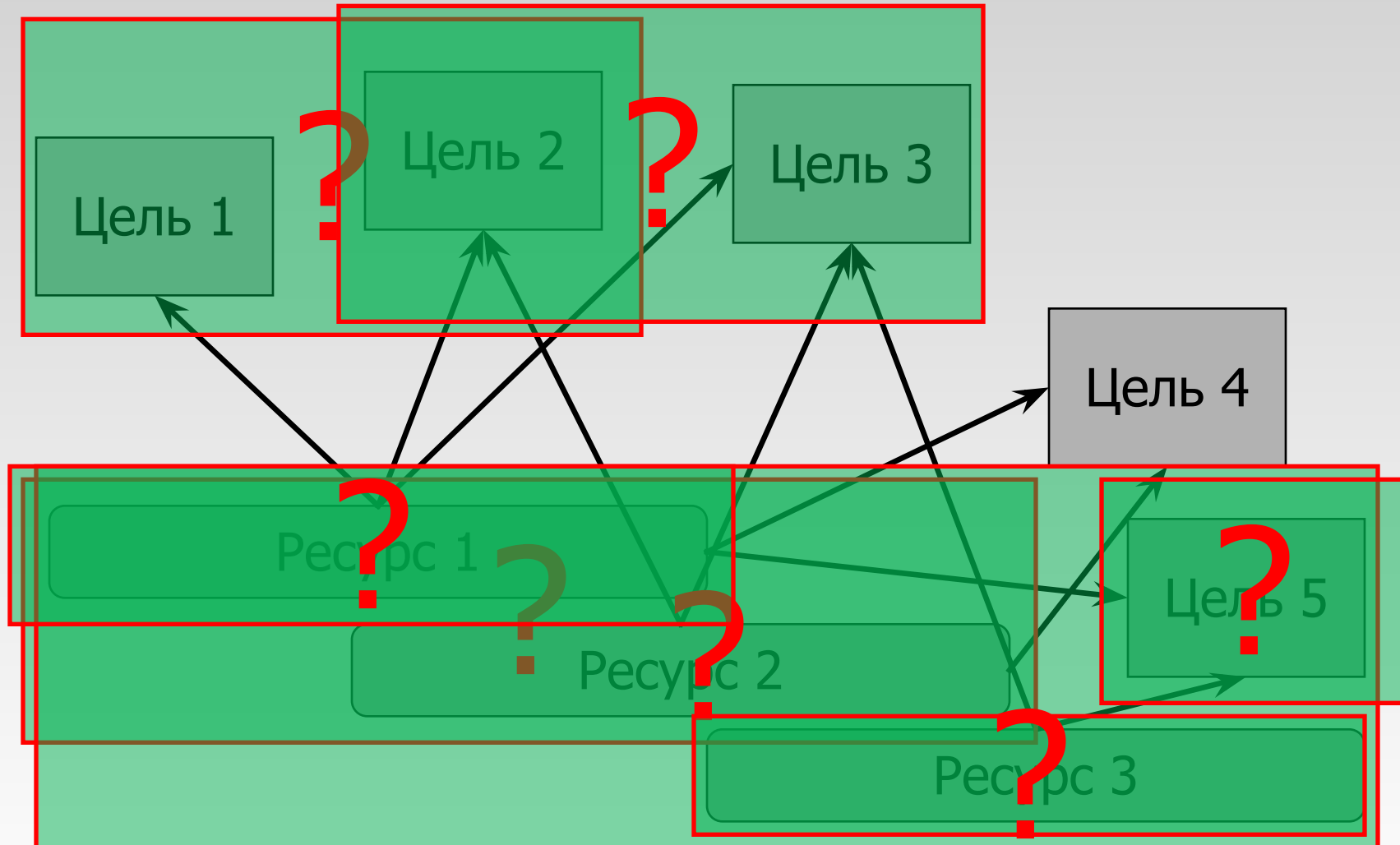
Шарп У. и др. Инвестиции. М.: ИНФРА-М, 1997.



6.1.



6.2. Метод альтернативных целей



6.2

Максимум экономического эффекта:

$$\max \sum_{d \in D} c_d x_d - \sum_{r \in R} \left(c_r - \sum_{s \in R_r} c_s \right) x_r$$

Затраты бюджетных средств:

$$\sum_{r \in R} \left(c_r - \sum_{s \in R_r} c_s \right) x_r \leq B$$

Количество используемых ресурсов:

$$\alpha_{dr} x_d \leq x_r, \quad d \in D, r \in R_d$$

Несовместимые цели:

$$\sum_{d \in D_i} x_d \leq 1, \quad i \in I$$

Заменяемость ресурсов:

$$x_r \leq x_s, \quad r \in R, s \in R_r$$

Логические переменные:

$$x_d \in \{0;1\}, \quad d \in D$$

Целочисленные переменные:

$$x_r \in \{0\} \cup N$$



6.2

- D – множество возможных целей инвестиционной программы
- R_d – множество ресурсов, необходимых для достижения цели $d \in D$
- R – множество всех ресурсов
- R_r – множество ресурсов, которые могут быть заменены ресурсом r
- I – множество множеств несовместимых целей
- D_i – i -е множество несовместимых целей ($i \in I$)
- x_d – логическая переменная, означающая включение (1) или исключение (0) цели $d \in D$ из инвестиционной программы
- x_r, x_s – количество ресурсов r и s соответственно ($r \in R, s \in R$)
- B – максимально возможный объём финансирования
- c_d – выгоды (в денежном выражении), обусловленные достижением цели d
- c_r, c_s – затраты (в денежном выражении) на единицу ресурсов r и s соответственно ($r \in R, s \in R$)
- α_{dr} – количество ресурса $r \in R_d$, необходимое для достижения цели $d \in D$
- N – множество натуральных чисел



6.3. Метод АНР

■ Входная информация

- ◆ дерево целей
 - ◆ «достичь», «построить», «освоить», «внедрить», «завершить», «приступить к»
- ◆ попарное сравнение значимости целей, относящихся к одной и той же вышестоящей цели
 - ◆ каждой паре целей ставится в соответствие неотрицательное число v_{ik}
 - во сколько раз цель i важнее цели k
 - экспертная оценка
 - $v_{ik} = 1/v_{ki}$; $v_{ii} = 1$

NB: применяется, если стоимостная оценка целей недоступна или невозможна


■ Алгоритм

- ◆ Расчёт коэффициентов приоритета целей
- ◆ Проверка органичности оценки приоритетов
- ◆ Расчёт обобщённых приоритетов для всей системы целей
- ◆ Оценка проекта




6.3

- **Расчёт коэффициентов приоритета целей**
 - ◆ $\mathbf{V} = (v_{ik})$
 - ◆ находим для этой матрицы *собственный вектор* \mathbf{w} из уравнения $(\mathbf{V} - k\mathbf{I})\mathbf{w} = \mathbf{0}$
 - ◆ Принимаем w_i в качестве коэффициента приоритета цели i , полагая $\mathbf{w} = (w_i)$
 - ◆ Расчёт повторяется для каждого набора целей, относящихся к одной и той же вышестоящей цели
- **Проверка органичности оценок**
 - ◆ Об органичности судят, сопоставляя величину k с числом целей, представленным матрицей \mathbf{V}
 - ◆ Расчётные формулы содержатся в рекомендуемой литературе
 - ◆ Если оценка не органична, экспертное сравнение значимости целей проводят заново
- **Расчёт обобщённых приоритетов для всей системы целей**
 - ◆ Обобщённый приоритет цели равен произведению коэффициента её приоритета и коэффициентов приоритета всех целей, вышестоящих по отношению к ней
- **Оценка проекта**
 - ◆ Если издержки не имеют значения (укладываются в имеющийся финансовый ресурс), выбирают проект, реализующий набор целей, имеющий наибольшую сумму обобщённых приоритетов
 - ◆ Можно учесть степень достижения цели, умножая соответствующий коэффициент на её обобщённый приоритет
 - ◆ Если издержки по проекту известны, то их **делят** на сумму обобщённых приоритетов достигаемых данным проектом целей и выбирают проект по минимальному значению получившегося показателя



6.4. Теория многоатрибутивной полезности и её применение

- Идентифицируются критерии качества достижения цели инвестиционной деятельности
 - ◆ Обычно используется метод их иерархической структуризации
 - ◆ Чем обширнее список критериев, тем точнее анализ
 - ◆ Чем менее критерии зависимы друг от друга (чем ниже корреляция между ними), тем точнее анализ
 - ◆ Если критерий качественный, используется корреляция рангов
- Определяется функция полезности каждого критерия по отношению к цели инвестиционной деятельности
 - ◆ Экспертная оценка с последующим отображением её результатов на выбранную функциональную форму
 - ◆ Область значений – $[0; 1]$.
 - ◆ Подробности – в рекомендуемой литературе
- Определяются коэффициенты соизмерения единичных значений полезности для каждой пары критериев
 - ◆ Экспертная оценка или анализ статистических данных
- Для каждого проекта определяются:
 - ◆ значение каждого критерия
 - ⇒ значение каждой функции полезности
 - ⇒ общая полезность
 - ⇒ выбирается проект, обеспечивающий наибольшую полезность



6.5. Моделирование инвестиционного риска

- Пример
 - ◆ Определение эффективного инвестиционного портфеля по критериям доходности и риска
- Метод Марковица
 - ◆ Риск измеряется дисперсией дохода
 - ◆ Учитывается взаимозависимость доходности различных видов вложений (ценных бумаг)
 - ◆ Исходные данные:
 - о доходности ценных бумаг в течение достаточно большого количества моментов времени
или
 - о статистическом распределении доходности
 - ◆ Предположение:
 - распределение вероятностей доходов по каждой ценной бумаге не зависит от времени (не имеет тренда)



6.5

Мат. ожидание дохода от ценной бумаги i : $v_i = \sum_{t=1}^T v_{it} / T$

Фактически наблюдаемые доходы в расчёте на рубль вложений

Дисперсия дохода от ценной бумаги i : $\sigma_i^2 = \left(\sum_{t=1}^T v_{it}^2 \right) - v_i^2$

Ковариация доходов от ценных бумаг i и j : $c_{ij} = r_{ij} \sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}$

Дисперсия доходов от портфеля: $\sigma_0^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} s_i s_j$

Коэффициент парной корреляции по Пирсону

(подразумевается $\sum_{i=1}^n s_i = 1; s_i \geq 0, i = 1 \dots n$)

Доли ценных бумаг каждого вида в портфеле (n – число видов ц.б.)

Условия оптимальности:

$$\max \sum_{i=1}^n s_i v_i;$$

$$\min \sigma_0^2$$

Множество Парето удобнее всего исследовать весовым методом