

Кафедра ИСКТ

Кривошеев В.П.

Управляемость и наблюдаемость.
Критерии управляемости и наблюдаемости
линейных стационарных многомерных
объектов

Управляемость и наблюдаемость. Критерии управляемости и наблюдаемости линейных стационарных многомерных объектов

Управляемость и наблюдаемость.

Математическое описание объекта управления представим в параметрах состояния :

$$\dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B \cdot U(t) \quad (1)$$

$$Y(t) = C \cdot X(t)$$

где $X(t)$ – вектор параметров состояния,

$$X(t) = \{X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)\};$$

$U(t)$ – вектор управляющих воздействий,

$$U(t) = \{U_1(t), U_2(t), \dots, U_r(t)\};$$

$Y(t)$ – вектор выходных переменных,

$$Y(t) = \{Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_l(t)\};$$

A, B, C – матрицы постоянных коэффициентов с размерами соответственно $n \times n, n \times r, l \times n$.

Управляемость и наблюдаемость.

Критерии управляемости и наблюдаемости линейных стационарных многомерных объектов

Объект (1) называют полностью управляемым, если его можно с помощью некоторого ограниченного управляющего воздействия $U(t)$ перевести в течение конечного интервала времени t_k из любого начального состояния $X(0)$ в заданное конечное состояние $X(t_k)$.

Для осуществления такого перевода объекта необходимо, но не достаточно, чтобы каждая из переменных состояния X_i ($i=1, \dots, n$) зависела хотя бы от одной из составляющих U_j ($j=1, \dots, r$) вектора управлений $U(t)$.

Управляемость и наблюдаемость.

Критерии управляемости и наблюдаемости линейных стационарных многомерных объектов

Без доказательства приведём критерий управляемости линейных стационарных объектов.

Пусть матрицы A и B постоянны. Введём так называемую *матрицу управляемости*

$$Q_y = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

которая состоит из столбцов матрицы B и произведений матриц A, A^2, \dots, A^{n-1} и имеет размерность $(n \times nr)$.

Справедлив следующий критерий управляемости: линейный стационарный объект X вполне управляем тогда и только тогда, когда ранг матрицы управляемости (3) равен размерности n пространства состояний объекта, то есть если

$$\text{rank } Q_y = n$$

Управляемость и наблюдаемость.

Критерии управляемости и наблюдаемости линейных стационарных многомерных объектов

Запись в правой части (3) означает матрицу, у которой первые r столбцов совпадают со столбцами матрицы B , следующие r столбцов со столбцами произведения матриц AB и т.д., а последние r столбцов образованы столбцами произведения матриц $A^{n-1}B$. Ранг матрицы находят как наибольший порядок отличных от нуля квадратных миноров матриц.

Необходимое и достаточное условие (4) означает, что матрица управляемости (3) должна содержать n линейно независимых столбцов.

Управляемость и наблюдаемость.

Критерии управляемости и наблюдаемости линейных стационарных многомерных объектов

В частном случае, когда ранг матрицы B больше единицы, например равен k , условие управляемости имеет вид: $rank[B \ AB \ A^2B \dots A^{n-k}B] = n$

Если управление $U(t)$ – скалярная функция времени и матрица B превращается в матрицу–столбец, то для полной управляемости необходимо и достаточно, чтобы квадратная матрица управляемости Q_y не была вырожденной, то есть чтобы её определитель $\det Q_y \neq 0$.

В другом частном случае, когда A – диагональная матрица и все её элементы различны, для управляемости необходимо и достаточно, чтобы матрица B не содержала нулевых строк.

Управляемость и наблюдаемость. Критерии управляемости и наблюдаемости линейных стационарных многомерных объектов

Если ранг матрицы Q_y меньше n , то система будет не полностью управляемой.

Наряду с управляемостью состояния $X(t)$ можно рассматривать управляемость выхода $Y(t)$ объекта [3].

Условие управляемости выхода объекта

$$\text{rank} Q_y = \text{rank}[CB \quad CAB \quad CA^2B \dots CA^{n-1}B] = l$$

где l — размерность вектора выхода $Y(t)$.

Контрольные вопросы

- Каков физический смысл управляемости?
- Какова математическая интерпретация управляемости?
- Каков физический смысл наблюдаемости?
- При каких условиях объект полностью управляем?
- При каких условиях объект полностью наблюдаем?

Рекомендуемая литература

1. Кривошеев В.П. Основы теории управления: Конспект лекций. Часть 2. – Владивосток: Изд-во ВГУЭиС, 1999. – 83 с.
2. Лукас В.А. Теория автоматического управления. – М.: Недра, 1990. – 416 с.

Использование материалов презентации

Использование данной презентации, может осуществляться только при условии соблюдения требований законов РФ об авторском праве и интеллектуальной собственности, а также с учетом требований настоящего Заявления.

Презентация является собственностью авторов. Разрешается распечатывать копию любой части презентации для личного некоммерческого использования, однако не допускается распечатывать какую-либо часть презентации с любой иной целью или по каким-либо причинам вносить изменения в любую часть презентации. Использование любой части презентации в другом произведении, как в печатной, электронной, так и иной форме, а также использование любой части презентации в другой презентации посредством ссылки или иным образом допускается только после получения письменного согласия авторов.