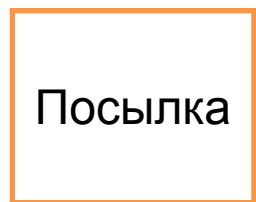


Дедуктивные и индуктивные умозаключения

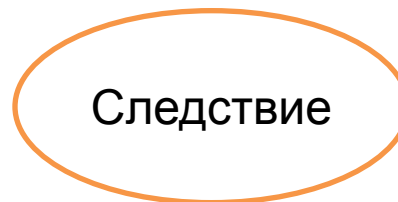
Основные понятия

Умозаключение – есть логическая операция (мыслительная процедура), состоящая в получении нового суждения (высказывания, утверждения) из одной или нескольких ранее известных суждений.

Ранее известные суждения



Новое суждение



Таким образом, умозаключение есть переход от посылок к следствию

Рассуждение – есть последовательность умозаключений, при чем посылками последующих умозаключений служат следствия предыдущих умозаключений данной последовательности

Умозаключения.

Пример

«Записка написана на японском или китайском языке»

«Это - не китайский язык»

«Следовательно – это японский язык»

Умозаключения

Дедуктивные

«от общего к частному»

Основано на анализе логической структуры посылок и следствий

«Если 4-угольник является квадратом, то его диагонали равны»

«4-угольник ABCD – квадрат»

«Диагонали 4-угольника ABCD равны»

«Если число делится на 6, то оно четное»

«Число 18 делится на 6»

«Число 18 четное»

Индуктивные

«от частного к общему»

Основано на анализе содержаний посылок и следствий

«Дуб – лиственное дерево»

«Береза – лиственное дерево»

«Липа – лиственное дерево»

«Все деревья - лиственные»

«Обь замерзает зимой»

«Енисей замерзает зимой»

«Лена замерзает зимой»

«Все сибирские реки замерзают зимой»

Умозаключения

Правильные

Неправильные

Все посылки истинны,
следствие - истинно

Все посылки истинны,
следствие - ложно

Для того чтобы установить, является ли умозаключение правильным, необходимо:

- 1) Формализовать все посылки и следствие;
- 2) Записать формулу, представляющую конъюнкцию посылок, соединенную знаком импликации со следствием;
- 3) Составить таблицу истинности для данной формулы;
- 4) Если формула тождественно-истинна, то умозаключение правильное, если нет – то умозаключение неправильное.

Правильные и неправильные дедуктивные умозаключения

Пример 1. «Если четырехугольник ABCD – параллелограмм, то его противоположные углы равны. Четырехугольник ABCD – параллелограмм. Следовательно его противоположные углы равны».

Структура посылок – $X, X \rightarrow Y$

Структура заключения – Y

По правилу логического заключения рассуждение является правильным

$$\frac{F, F \rightarrow G}{G}$$

Правильные и неправильные дедуктивные умозаключения

Пример 2. «Если курс ЭМЛ неинтересен, то он полезен. Курс ЭМЛ бесполезен или нетруден. Курс ЭМЛ труден. Следовательно, этот курс интересен»

X – «Курс ЭМЛ интересен»

Y – «Курс ЭМЛ полезен»

Z – «Курс ЭМЛ труден»

Логическое следование: $\neg X \rightarrow Y, \neg Y \vee \neg Z, Z \vDash X$

Преобразования:

1. $\neg Y \vee \neg Z = Y \rightarrow \neg Z$

2. $\neg X \rightarrow Y, Y \rightarrow \neg Z \vDash \neg X \rightarrow \neg Z$ (по правилу цепного заключения)

3. $\neg X \rightarrow \neg Z \vDash \neg \neg Z \rightarrow \neg \neg X$ (по правилу контрапозиции)

4. $Z, Z \rightarrow X \vDash X$ - логическое следование справедливо по свойствам логического следования

Правильные и неправильные дедуктивные умозаключения

Пример 3. «Если число натуральное, то оно рациональное.
Число 17 рациональное. Следовательно, число 17 натуральное»

Пример 4. «Если число натуральное, то оно рациональное.
Число $\frac{3}{4}$ рациональное. Следовательно, число $\frac{3}{4}$ натуральное»

Оба примера подчиняются схеме - $X \rightarrow Y$, $Y \neq X$ **не тавтология**

Однако, рассуждения по такой схеме, встречающиеся в математике имеют место быть



ВАЖНО ПОНИМАТЬ

«Из $F \rightarrow G$ следует $\neg G \rightarrow \neg F$ » и «из $a < 3$ следует $a < 5$ »



Логическое следование



Математическое следование

Правильные и неправильные дедуктивные умозаключения

Пример тригонометрического тождества, подчиняющегося схеме:

$$\frac{\sin x + \cos x}{\cos^3 x} = \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x + 1$$

Правильные и неправильные дедуктивные умозаключения

Рассуждения из разряда «занимательной математики»

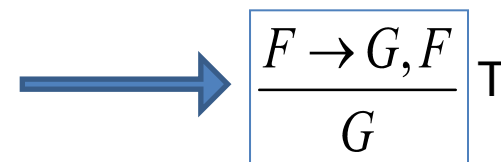
Доказательство равенства $3=7$. «Из чисел 3 и 7 вычитаем одно и то же число 5. Получаем: $3-5=-2$, $7-5=2$. Возводим числа в квадрат. Результат – 4 и 4, числа равны, значит и $3=7$ »

Анализ рассуждения

Шаг 1 (вычитание из целых чисел 3 и 7 целого числа 5)

Посылки: «Если a и b – целые числа, то их разность существует» ($A \rightarrow B$), «Числа 3 и 5 – целые» (A).

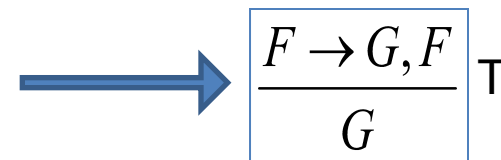
Заключение: «Разности $3-5$ и $7-5$ существуют» (B)



Шаг 2 (возведение чисел -2 и 2 в квадрат).

Посылки: «Если число целое, то его квадрат существует и является >0 » ($A \rightarrow B$), «Число (-2) – целое» (A).

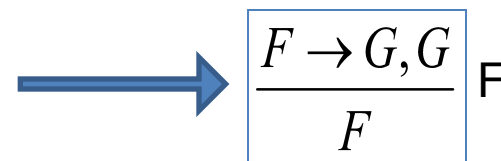
Заключение: «Квадраты чисел (-2) и 2 существуют» (B)



Шаг 3 (заключение о равенстве чисел 3 и 7).

Посылки: «Если целые числа равны, то равны и их квадраты» ($A \rightarrow B$), «Квадраты целых чисел (-2) и $2 = 4$ » (B).

Заключение: «Равны числа -2 и 2 , т.е. их разности, т.е. $3=7$ » (A)



Правильные и неправильные дедуктивные умозаключения

Пример 7. «Если число натуральное, то оно рациональное. Число $\frac{3}{4}$ не натуральное. Следовательно, число $\frac{3}{4}$ не рациональное»

Пример 8. «Если число натуральное, то оно рациональное. Число $\sqrt{2}$ не натуральное. Следовательно, число $\sqrt{2}$ не рациональное»

Оба примера подчиняются схеме - $X \rightarrow Y, \neg X \neq \neg Y$ - **не тавтология**