

# Улугбек, Галилей и Гук

- **Мирза Мухаммед ибн Шахрух ибн Тимур Улугбек Гураган** (1394-1449) -внук Тамерлана. Известен как выдающийся астроном и выполнял работы не имея **телескопов**.
- В 17 веке итальянец **Г.Галилей** (Galileo Galilei, 1564-1642, итальянский физик и астроном) показал, что воздействие на данное тело окружающих тел – определяет ускорение а не скорость, а также независимость ускорения свободного падения от скорости и массы (закон равноускоренного падения). Первым использовал **телескоп** для наблюдения планет.
- **Роберт Гук** (Robert Hooke, 1635-1703 теплота, упругость, оптика, небесная механика, биология ) в 1666 году опубликовал за 21 год до Ньютона первую работу по тяготению и по словам Сергея Вавилова, который исследовал работы Гука внес неоспоримый вклад. Непосредственное доказал вращение Земли вокруг Солнца
- Портретов **Гука** не сохранилось. Высказал идеи о волнообразном распространении света (более или менее одновременно с Гюйгенсом) и интерференцией света, о поперечном характере световых волн .

**Гуку принадлежит сам термин "клетка" - англ. cell**

# НЬЮТОН

- **И.Ньютон** (Isaak Newton 1643-1727 правильно произносить коротко ) английский физик, алхимик, директор монетного королевского двора и глава Лондонского Королевском обществе в 1687 г. (со ссылкой на Гука и других ученых) изложил свои закономерности механического движения в математической форме , используемой до сих пор.
- **Ньютон** утверждал о независимом и более раннем открытии этой формулы, сделанную им во время чумы, которую однако до открытия Гуком никому не показывал. Имел обширную переписку с Гуком.
- **Яблоня цела ! стоит на берегу реки ???**
- Ньютоновская (классическая) механика не применима для описания движения атомов, элементарных частиц и молекул, а также частиц двигающихся со скоростями близкими к скорости света в вакууме  $c \sim 3 \times 10^8$  м/с.
- Весь вопрос в величине импульса! Большой или маленький?!

**Посмотрим на трубу Ньютона**

**Крыша одного из Two Twins в 2001 –тоже упала с g**

# Относительность движения

- **Относительность движения** определяется относительностью самого пространства. Нельзя говорить о положении в абсолютном пространстве, независимо от находящихся в нем тел, а лишь о положении относительно каких то тел.
- Мы будем считать что **пространство однородно и изотропно** (свойства не зависят от направления). Т.е. фактически Эвклидово пространство. Экспериментально на больших масштабах это **не доказано**.

# Системы отсчета

**Системой отсчета (СО)** - совокупность неподвижных друг относительно друга тел, по отношению к которым рассматривается движение, и отсчитывающих время идеальных часов. После того как выбраны тела отсчета с ними связывают какую-либо **систему координат** и положение тел определяют при помощи этой системы координат. Наиболее часто используется всем известная **декартова прямоугольная система координат (СК)**. Декартова СК может быть **правой или левой**, в зависимости от взаимной ориентации осей. На рис. 1 показана **правая** прямоугольная декартова СК, которой пользуются как стандартной.

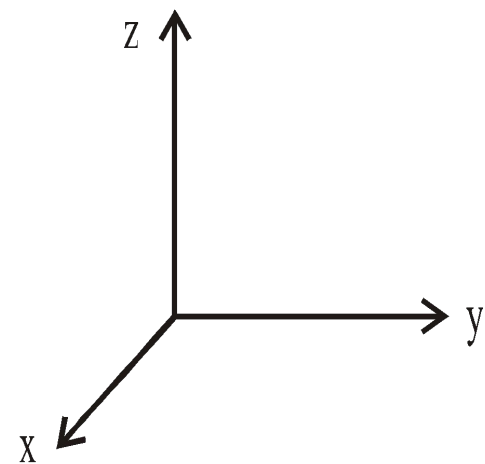


Рис. 1

# Система координат

**Правая** - условное название и оно означает, что ось  $z$  направлена **по правилу правого буравчика**: вращая рукоятку правого штопора от оси  $x$  к оси  $y$  по кратчайшему направлению получаем поступательное движение острия штопора в положительном направлении оси  $z$ , как на рис. 1.

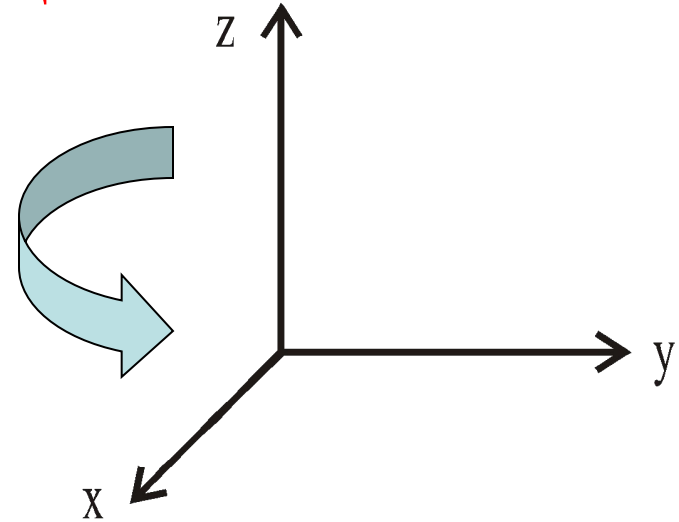


Рис. 1



# СО и СК

- Разные СО и СК равны и одинаковы допустимы
- Число СО и СК – бесконечно
- Надо выбирать СК в которых физические явления и уравнения их описывающие выглядят наиболее просто. Т.е. оси СК надо направлять так, чтобы уравнения описывающие движения выглядели наиболее просто и их было мин. количество.
- Самый простое- движение по прямой. СК - сама прямая

# Материальная точка

- **Материальная точка (МТ)**- тело размерами которого (при изучении его движения) можно пренебречь. Это не связано напрямую с его размерами, зависит от условий задачи.

Примеры:

- Земля движется вокруг Солнца – Земля **МТ**
- Суточное вращение Земли вокруг оси – Земля не **МТ**.

# СКАЛЯР И ВЕКТОР

**Скаляр** - физическая величина, характеризующуюся только одним численным значением. Примером могут быть **объем, температура, масса, время** и т.д.

**Вектора** - величины, характеризующиеся **численным значением** (т.е. некоторым абсолютным значением или модулем) и **направлением, и, кроме того, складывающиеся по правилу параллелограмма** (бывают величины, изображаемые направленными отрезками, но не складывающиеся по правилу параллелограмма и, следовательно, не являющиеся векторами). Векторами являются, например, **скорость, ускорение, сила**. На рисунках вектор изображается стрелкой, начало которой находится в точке, где он определен (например, в случае силы  $F$  – в точке приложения силы). При любых операциях вектор **может переноситься параллельно самому себе**. При этом ни его модуль ни ориентация не изменяются.



# Модуль

Численное значение вектора называется его **модулем**. Мы будем обозначать векторы жирными наклонными буквами:  $V, a, F$ . Модуль вектора будем обозначать той же нежирной буквой обычного шрифта  $V, a, F$ . В книгах модуль обозначают также символом вектора между двумя вертикальными черточками :

$$|V| \equiv V, |a| \equiv a, |F| \equiv F.$$

# Скалярное произведение

Векторы могут перемножаться скалярно. **Скалярным произведением векторов  $a$  и  $b$**  называется число, равное произведению модулей векторов на косинус угла между ними:

$$ab = |a||b| \cos \alpha$$

Скалярное произведение **коммутативно**:  $ab = ba$ .  
Для перпендикулярных векторов ( $\alpha = \pi/2$ ) равно нулю. При  $\alpha < \pi/2$   $ab > 0$ , при  $\alpha > \pi/2$  ( $\cos \alpha < 0$ )  $ab < 0$ .

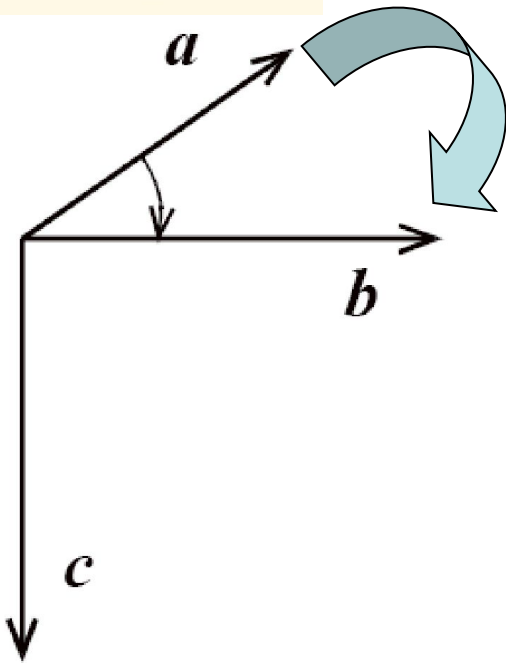
# Векторное произведение



- Векторных произведений в физике очень много. В общем случае **векторным произведением** векторов  $a$  и  $b$  называется вектор  $c$ , модуль которого

$$|c| = |a||b| \sin \alpha$$

- направление определяется по **правилу правого буравчика**: располагаем рукоятку штопора вдоль **первого** вектора  $a$  и вращаем ее по кратчайшему направлению **ко второму** вектору  $b$ , при этом поступательное движение острия штопора укажет направление вектора  $c$ .



вектор  $c$  всегда **перпендикулярен** плоскости, в которой лежат перемножаемые векторы. На рисунке 9 приведен конкретный пример взаимного расположения всех трех векторов  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

Рис. 9

# Коммутативность

В отличие от скалярного, векторное произведение **не** обладает свойством **коммутативности**, то есть результат векторного произведения **зависит от порядка сомножителей**. Например, если первым сомножителем будет  $b$

$$(c = [b a]),$$

то на рисунке 9 вектор  $c$  будет направлен в противоположном направлении (т.е. вверх). Итак:

$$[ab] = -[ba]$$

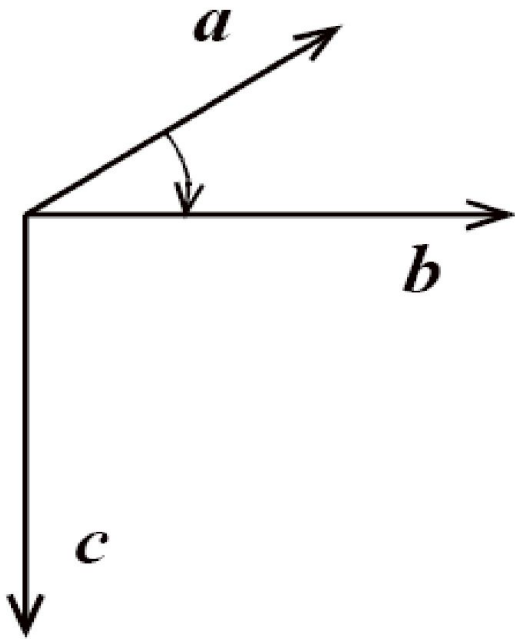


Рис. 9

# Радиус-вектор

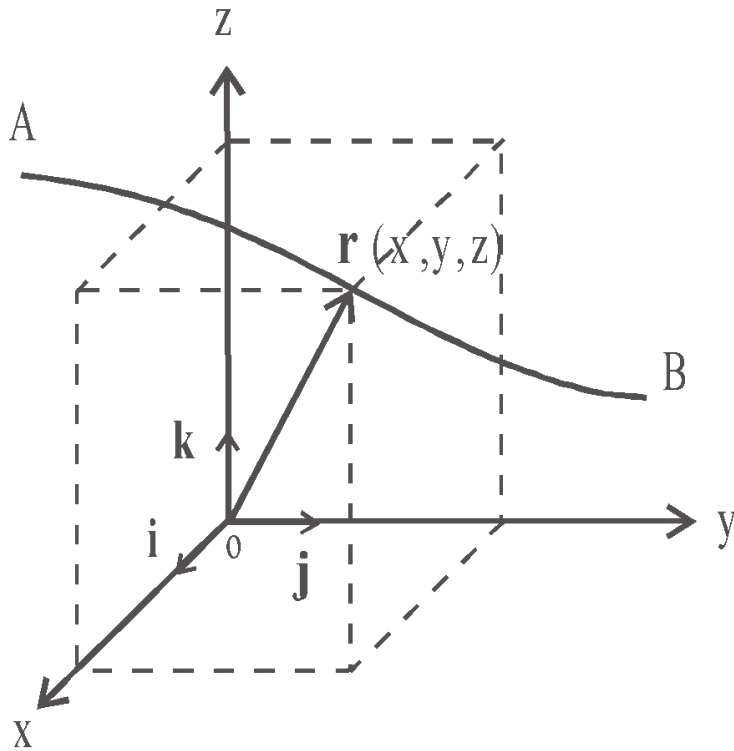


Рис. 2

Положение **МТ** в избранной СК задается тремя координатами  $x, y, z$ . Вектор  $r$ , проведенный из начала координат в данную точку (рис. 2) называется **радиус-вектором**. Координаты  $x, y, z$  являются его проекциями на координатные оси, поэтому положение точки можно задавать ее радиус-вектором.

# Орт

На рис. 2 три взаимно ортогональных единичных вектор  $i, j, k$  ( $|i| = |j| = |k| = 1$ ), называемые **ортами**, направлены вдоль соответствующих координатных осей. Радиус-вектор (как и любой другой вектор) можно записать в виде :

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

При этом компоненты вектора равны:

$$r_x = xi, \quad r_y = yj, \quad r_z = zk$$

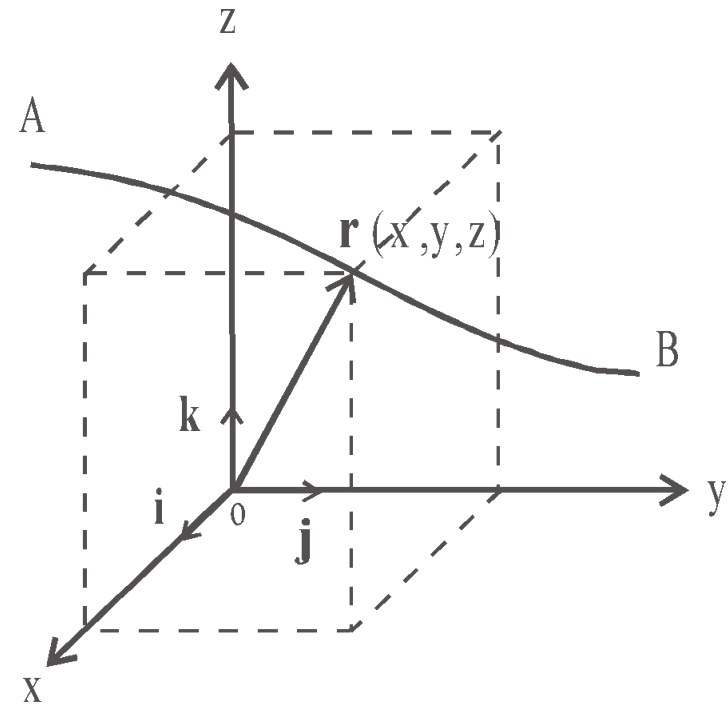


Рис. 2

# Траектория и путь

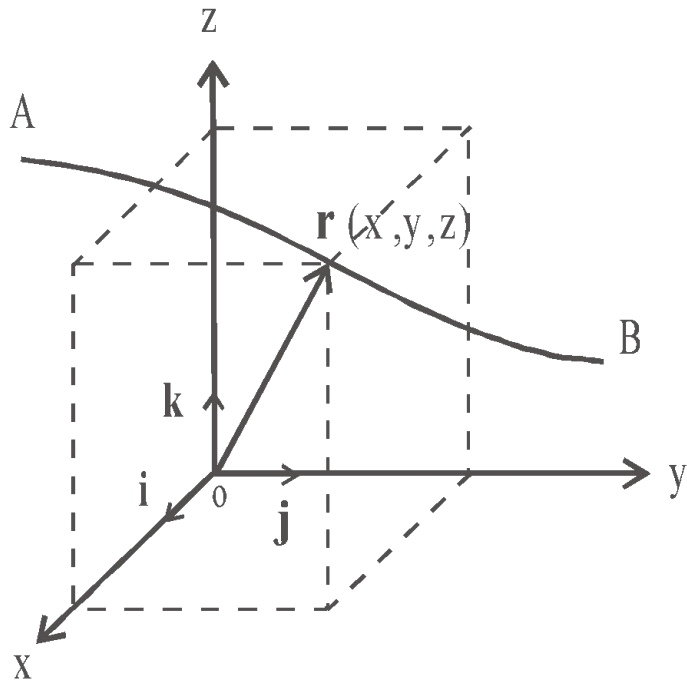


Рис. 2

Линия, описываемая МТ при ее движении, называется **траекторией** (например, кривая АВ на рис. 2).

**Расстояние между точками** (например, А и В), **отсчитанное вдоль траектории**, называется длиной пройденного МТ пути или просто **путем**. Длина пути всегда выражается положительным числом.

# Перемещение

**Перемещением называется направленный отрезок, проведенный из начального положения МТ в конечное.**

Пусть, например, МТ последовательно перемещается вдоль криволинейной траектории из точки 1 в точку 2 и затем в точку 3 (рис. 3).

**Перемещение является вектором  $r_{13}$ .**

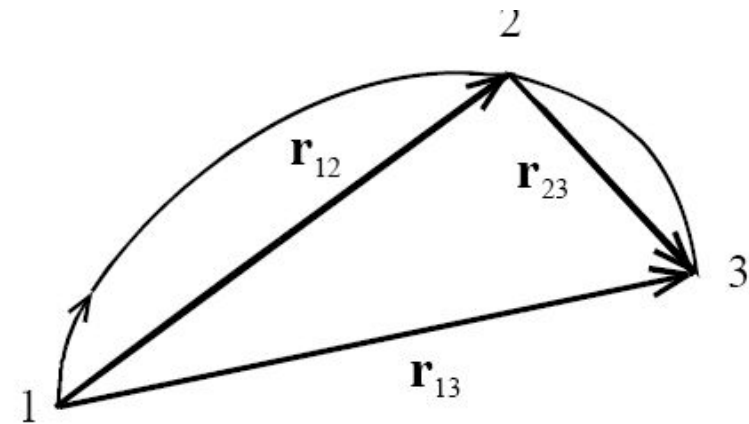


Рис. 3



# СКОРОСТЬ

- **Скорость** – физическая величина, определяющая изменение координат тела со временем. Характеристика быстроты движения. Обозначим  **$v$** , так как далее  **$V$**  будем обозначать объем.  
**Зачем вообще вводить данную физическую величину?**
- Другие физические величины по разному зависят от скорости (например, линейно или квадратично).
- Verone Bugatti развивает скорость более 400 км/ч, а кинетическая энергия растет как квадрат скорости

# Средняя скорость

Перемещение из точки 1 в точку 2 произошло за время  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

Вектор  $r_{12}$  равен изменению радиус-вектора точки за это время:

$r_{12} \equiv \Delta r = r_2 - r_1$ . (Знак  $\equiv$  «тождественно равно»).

Отношение перемещения  $\Delta r$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за которое это

перемещение произошло - **средняя скорость** за время от  $t$  до  $t+\Delta t$ :

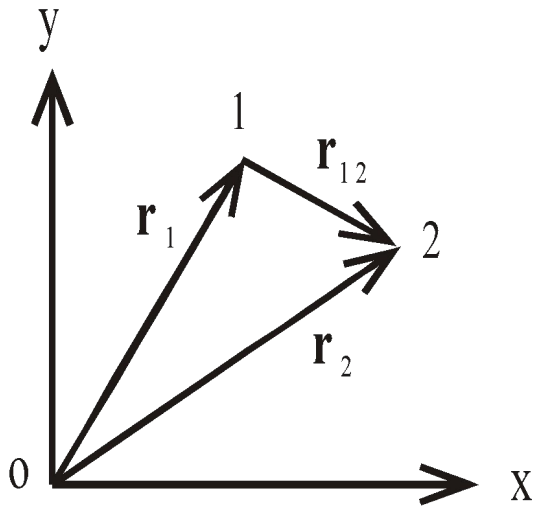


Рис. 4

$$\mathbf{v}_{\text{cp}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

# Равномерное движение

- Если за равные моменты времени **МТ** совершает одинаковые перемещения, то такое движение называется **равномерным**

$$v = \text{const}$$

Если по прямой то – **равномерное и прямолинейное**  
(т.е. сохраняются и абсолютная величина скорости и направление движения или направление вектора )

**Посмотрит опыт!**

**Что для этого необходимо обсудим на следующей лекции.**

# Мгновенная скорость

- При достаточно малых  $\Delta t$  вектор перемещения  $\Delta \mathbf{r}$  является хордой участка траектории (рис. 5). При дальнейшем уменьшении  $\Delta t$  в пределе получаем **мгновенную скорость** в данной точке траектории:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \equiv \dot{\mathbf{r}}$$

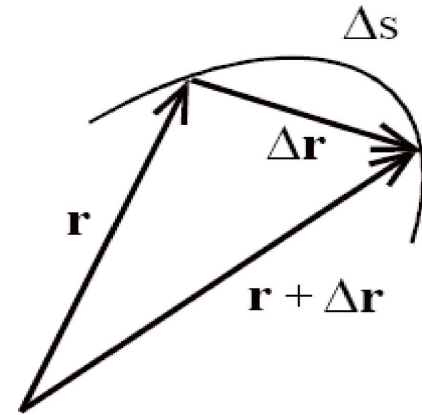


Рис. 5

**Производная вектора сама является векторной величиной!**

# Мгновенная скорость

Предельное значение направления хорды совпадает с направлением касательной к траектории в данной точке.

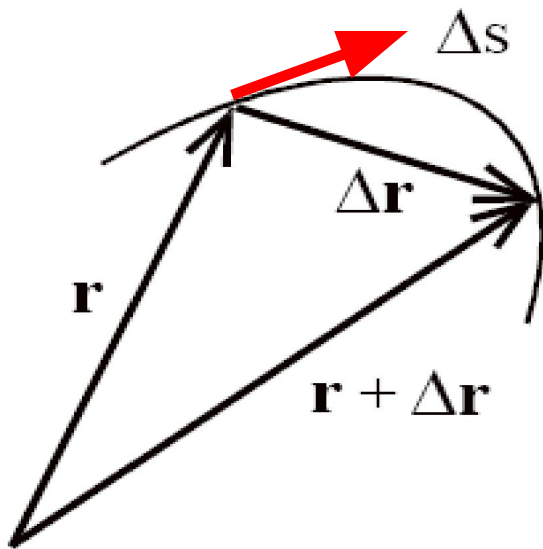


Рис. 5

Итак,

- 1) скорость определяется как производная радиус-вектора по времени.**
- 2) вектор мгновенной скорости  $v$  направлен по касательной к траектории (туда же куда и  $\Delta r$  в пределе при  $\Delta t \rightarrow 0$ )**

# Компоненты скорости

Дифференцируя по времени выражение с учетом постоянства единичных векторов (ортов) получаем выражение для скорости через ее компоненты:

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} = \\ &= v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} = \dot{x} \mathbf{i} + \dot{y} \mathbf{j} + \dot{z} \mathbf{k}\end{aligned}$$

Проекциями производной вектора являются производные его проекций

# Ускорение

- **Ускорение** характеризует изменение скорости  $\mathbf{v}$  с течением времени. Среднее ускорение за  $\Delta t$  равно:

$$a_{\text{cp}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

- **Мгновенным ускорением**, или ускорением в данной точке называется предельное значение  $a_{\text{cp}}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{v}' = \mathbf{r}'' = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$$

# Ускорение

- Дифференцируя по времени соотношение получаем:

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} = \dot{x} \mathbf{i} + \dot{y} \mathbf{j} + \dot{z} \mathbf{k}$$

- **Ускорение характеризует изменение скорости как по величине, так и по направлению.**
- В ряде случаев целесообразно разложить вектор  $\mathbf{a}$  на две составляющие, одна из которых характеризует изменение скорости по величине, а другая – по направлению.



# Компоненты ускорения

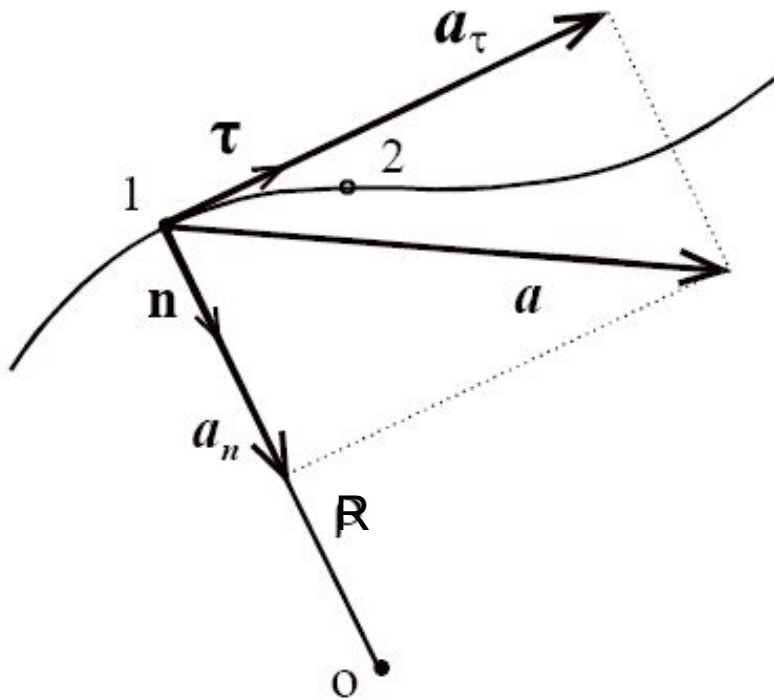


Рис. 6

Пусть на рис. 6 в точке 1 произвольной траектории ускорение равно  $a$ . Разложим вектор  $a$  на две взаимно перпендикулярные составляющие: по касательной к траектории  $a_\tau$  и по нормали  $a_n$ , направленной в центр.

# Компоненты ускорения

- При сближении точек 1 и 2 отрезок траектории между ними стремится к дуге окружности с центром в некоторой точке  $O$ . Эту точку называют **центром кривизны траектории** в данной точке траектории, а радиус  $R$  окружности – **радиусом кривизны траектории** в той же точке.

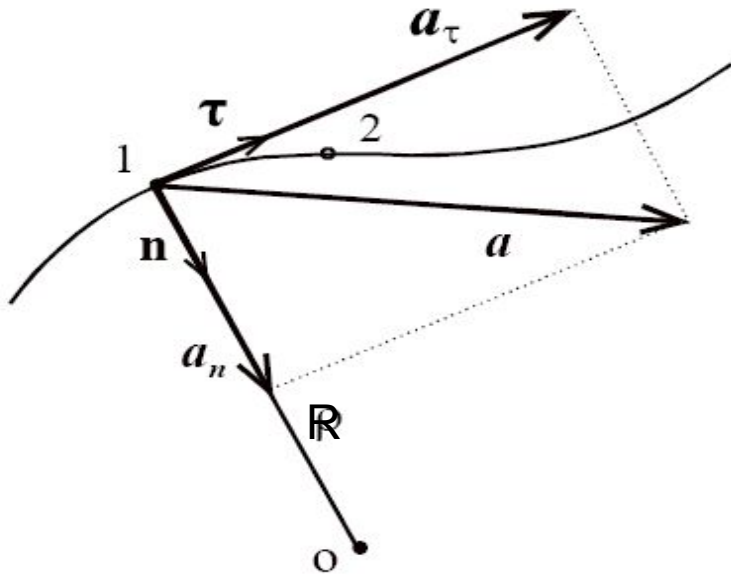
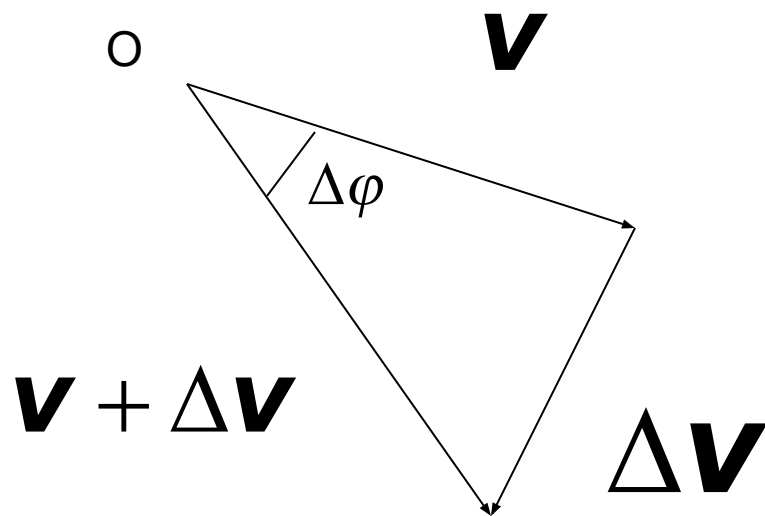


Рис. 6

- Для произвольной траектории - бесконечное множество центров кривизны и радиусов кривизны

# Круговое движение



$$|\Delta V| = \Delta V \approx V\Delta\varphi$$

*перемещение*

$$\Delta S \approx V\Delta t \approx R\Delta\varphi \Rightarrow$$

$$\Delta V \approx V^2 \frac{\Delta t}{R} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta t} \approx \frac{V^2}{R}$$

$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$\mathbf{a}_n = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}, \quad a_n = \frac{v^2}{R}$$

Теперь мы получили ускорение тела, движущегося равномерно по кругу. По модулю величины оно пропорционально квадрату скорости и обратно пропорционально радиусу. Можно строго показать, что  $\mathbf{a}_n \perp \mathbf{v}$  и направлено к центру круга

# Компоненты ускорения

• Т.е .

$$\mathbf{a}_n = \frac{v^2}{R} \mathbf{n}, \quad \mathbf{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \boldsymbol{\tau}$$

где  $\mathbf{n}$  и  $\boldsymbol{\tau}$ - единичные векторы.  $\mathbf{a}_n$  - называется **нормальным** (направлено по нормали к траектории),  $\mathbf{a}_\tau$  - называется **тангенциальным** ускорением.

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_\tau = \frac{v^2}{R} \mathbf{n} + \frac{dv}{dt} \boldsymbol{\tau}$$

В случае движения по окружности нормальное ускорение называется **центростремительным**, так как у окружности только один центр кривизны - центр окружности.

# Модуль ускорения

Модуль полного ускорения легко находим из прямоугольного треугольника на рис. 6 по теореме Пифагора:

$$a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \boxed{v^2}}$$

**Нормальное** ускорение характеризует **изменение направления вектора скорости**. Если траектория является прямой линией, то в каждой ее точке радиус кривизны  $R \rightarrow \infty$  и нормальное ускорение равно нулю. **Тангенциальное** ускорение - **изменение скорости по абсолютной величине**. При **равномерном** движении  $v = const$ ,  $a_\tau = 0$  и  $a = a_n$  (при равномерном движении по окружности)

# Движение по окружности и угловая скорость

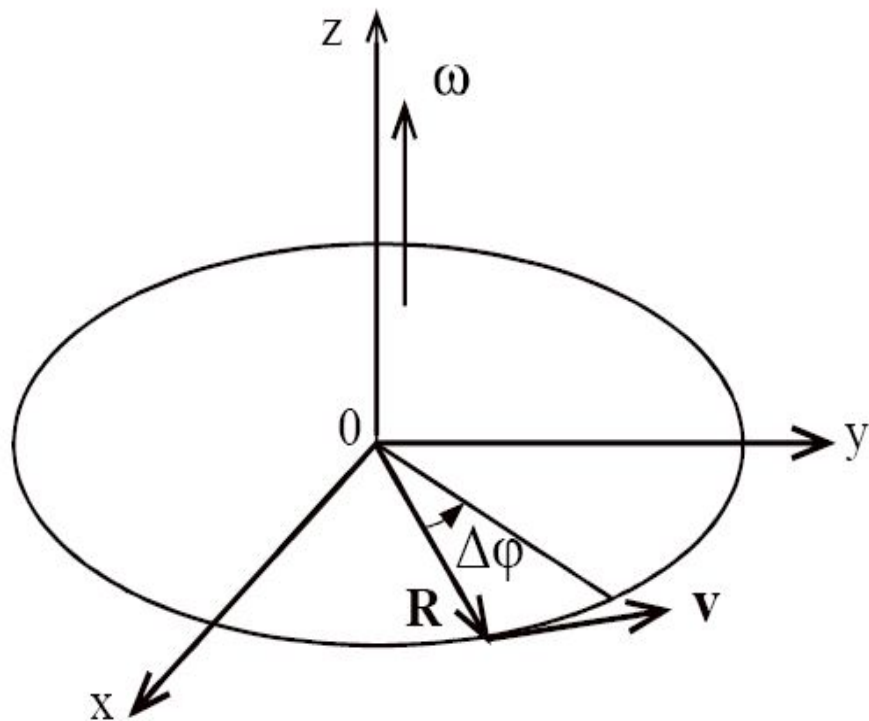


Рис. 7

Пусть за малое время  $\Delta t$  радиус-вектор **MT** повернулся на угол  $\Delta\phi$  (рис. 7). **Угловой скоростью** точки называется вектор  $\omega$ , модуль которого

$$|\omega| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi}$$

$\omega$  - характеризует быстроту изменения угла  $\phi$  со времени

# Равномерное движение по кругу

При **равномерном** движении  $v = const$ ,  $a_{\tau} = 0$  и  $a = a_n$ .  
По окружности количество оборотов  $n = 1/T$

$$\omega = const = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

Длина дуги

$$S = \varphi R \Rightarrow v = \frac{dS}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} R \Rightarrow v = \omega R$$

# Угловая скорость

В общем случае при движении по окружности векторы угловой и линейной скорости связаны простым соотношением:

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega} \mathbf{r}]$$

Квадратные скобки обозначают **векторное произведение векторов**. На рис. 8 показаны векторы, входящие в данное выражение

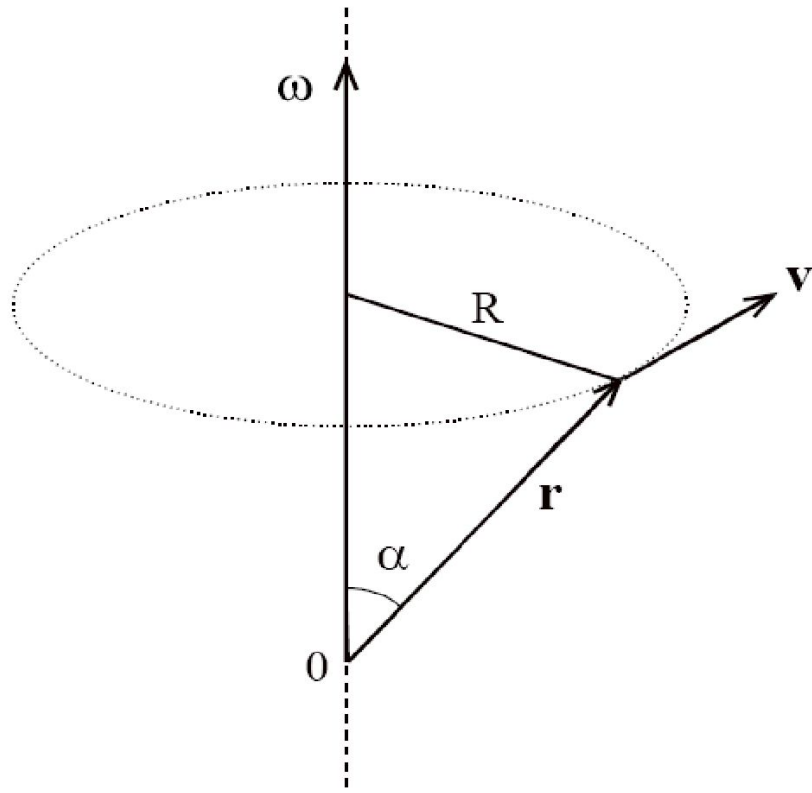


Рис. 8



# Угловая скорость

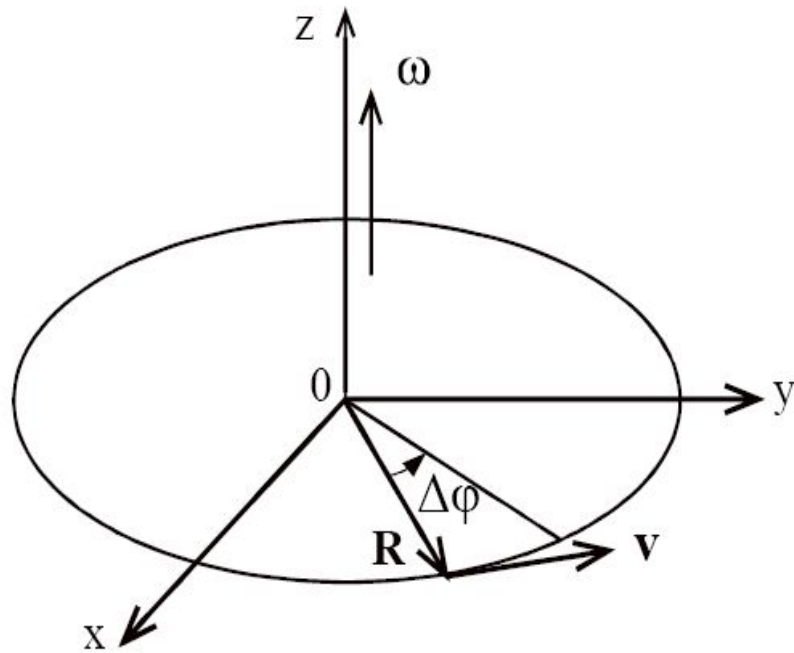
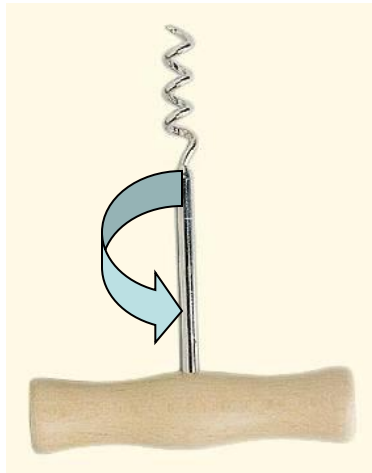


Рис. 7



Направление вектора  $\omega$  - по **правилу правого буравчика**: если расположить рукоятку штопора по радиус-вектору и вращать вместе с ним, то поступательное движение острия штопора укажет направление  $\omega$  (на рис. 7 вектор  $\omega$  направлен вдоль оси вращения  $Oz$ ). Если же на рис. точка будет двигаться в обратном направлении, то  $\omega$  будет направлен вниз, в отрицательном направлении оси  $z$ . Измеряется в радиан/с.

Радян -основная единица измерения плоских углов в современной математике. Радян определяется как угловая величина дуги единичной длины на окружности единичного радиуса. Таким образом, величина полного угла равна  $2\pi$  радиан.

# Угловое ускорение

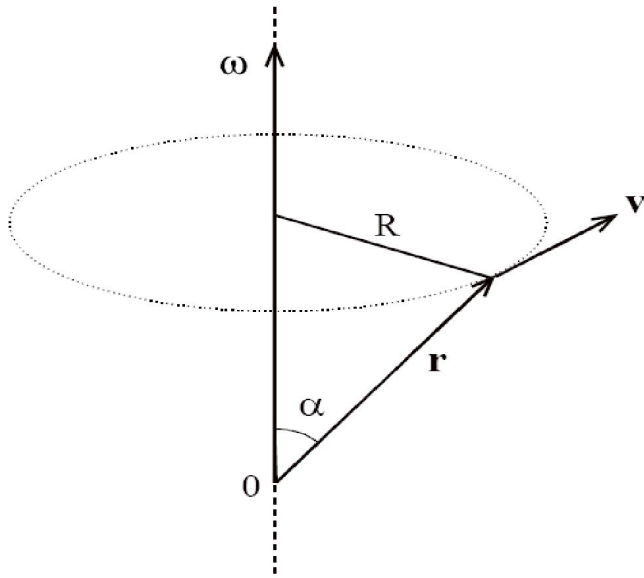


Рис. 8

**Угловым ускорением  $\beta$**  называется производная угловой скорости по времени и напрямую связано с тангенциальным ускорением  $\mathbf{a}_\tau$ :

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}$$

$$\mathbf{a}_\tau = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{R d\omega}{dt} = R\beta$$

Полное ускорение  $\mathbf{a} = \sqrt{\mathbf{a}_n^2 + \mathbf{a}_\tau^2} = \sqrt{\omega^4 R^2 + \beta^2 R^2} = R\sqrt{\omega^4 + \beta^2}$

$\beta$ - вектор сонаправленный с  $\Delta\omega$ . Т.е. если  $\omega$  возрастает то направление  $\beta$  и  $\omega$  совпадает. Если  $\omega$  уменьшается то направления  $\beta$  и  $\omega$  строго противоположны. Измеряется в радиан/с<sup>2</sup>.

# Аккуратность для реальных применений

Следует аккуратно применять уравнения кинематики для описания реальных процессов. Известно из школьной физики, что максимальная дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, достигается при угле бросания  $45$  градусов. Но это нельзя советовать делать, например, футболисту при вбрасывании мяча — здесь необходимо специальное исследование с учетом достижений динамики твердого тела.



**КТО СМОЖЕТ РАССЧИТАТЬ  
РЕАЛЬНЫЙ УГОЛ ВБРАСЫВАНИЯ?**

**ЖДУ С РЕШЕНИЕМ.....**

**ЗАЧЕТ ГАРАНТИРОВАН!\***

\* При условии что есть зачет по практикуму