

Движение – жизнь! Движение в графиках.



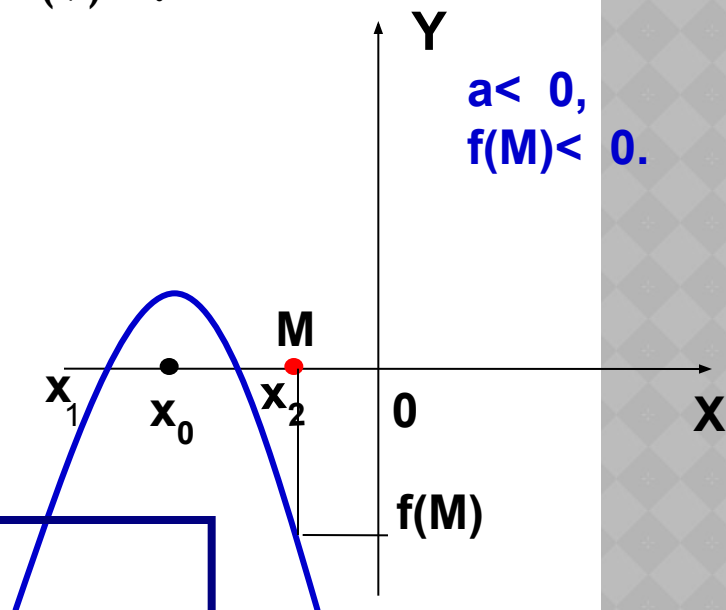
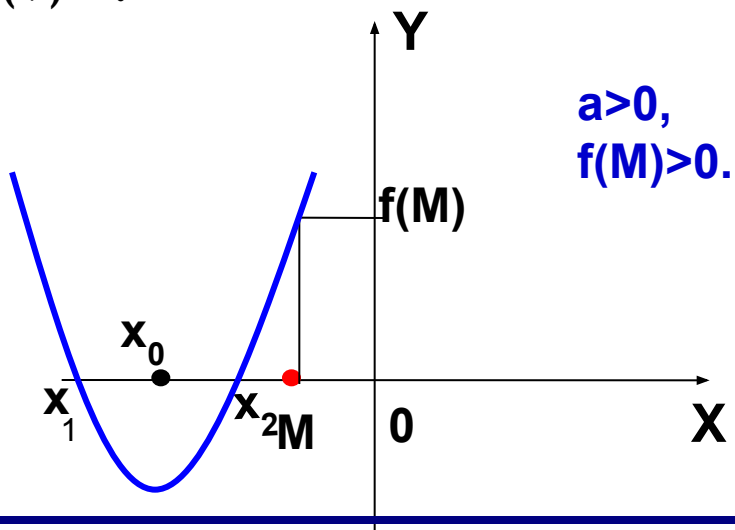
I. $F(X)=AX^2+BX+C$

M - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были меньше числа M ,
 $X_1 < X_2 < M$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 < M, \\ f(M) > 0. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 < M, \\ f(M) < 0. \end{array} \right.$$



Эти два случая можно объединить:

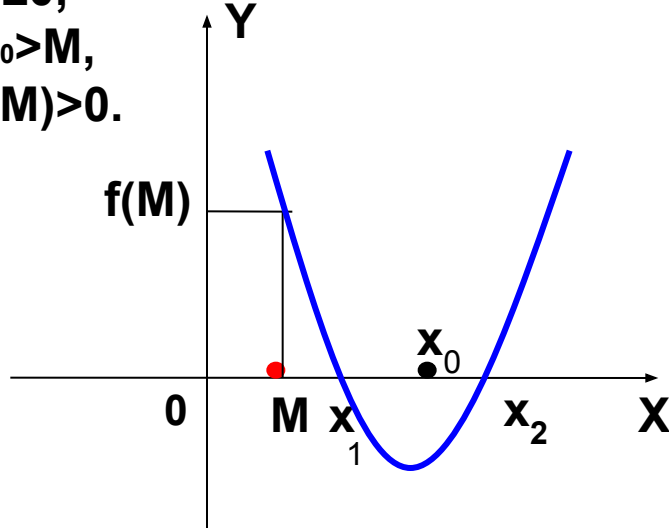
$$\left\{ \begin{array}{l} D \geq 0 \\ X_0 < M, \\ a \times f(M) > 0; \text{ здесь } f(M) = aM^2 + bM + c. \end{array} \right.$$

II. $F(X)=AX^2+BX+C$

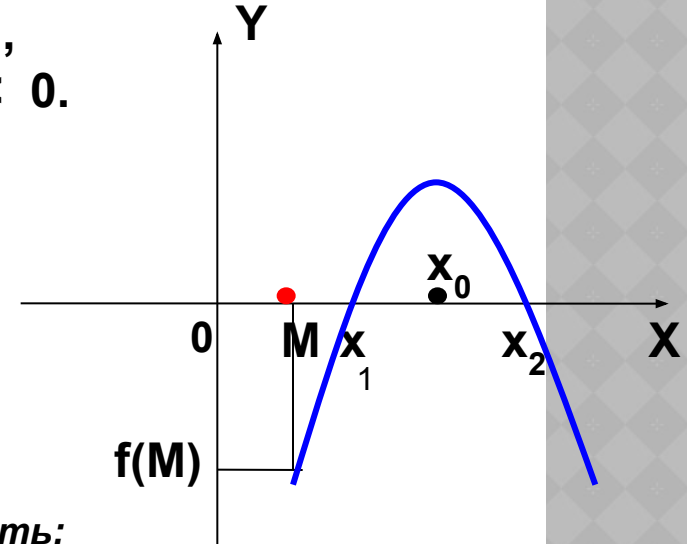
M - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были больше числа M , $M < X_1 < X_2$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ f(M) > 0. \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ f(M) < 0. \end{array} \right.$$



Эти два случая можно объединить:

$$\left\{ \begin{array}{l} D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ a \times f(M) > 0, \end{array} \right. \quad \text{здесь } f(M) = aM^2 + bM + c.$$

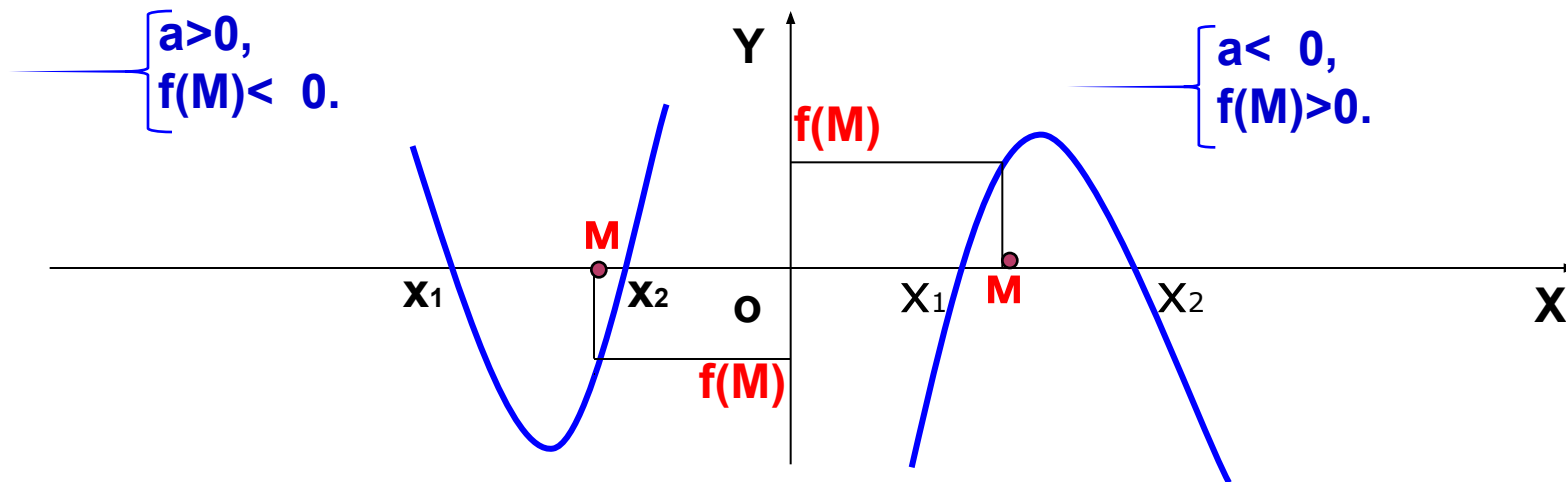
III. $F(X)=AX^2+BX+C$

M - точка на оси абсцисс.

Чтобы один из корней квадратного трехчлена был больше числа M , а другой меньше M , $X_1 < M < X_2$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$a \times f(M) < 0,$$

здесь $f(M) = a \cdot M^2 + b \cdot M + c$.



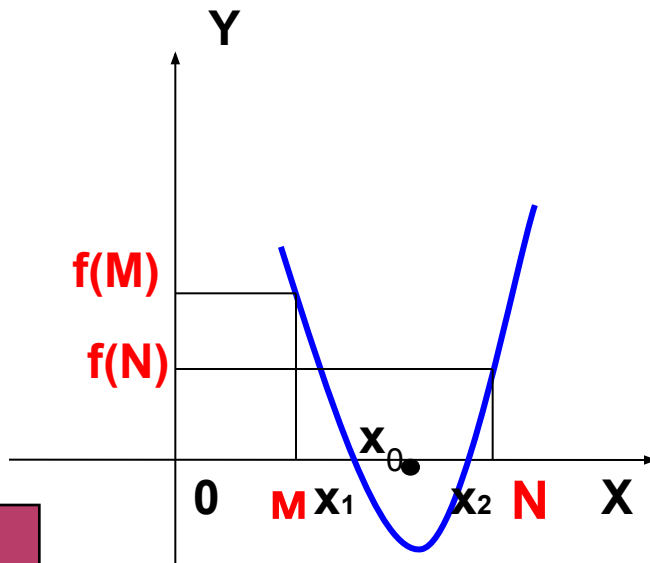
Задача

IV. $F(X)=AX^2+BX+C$

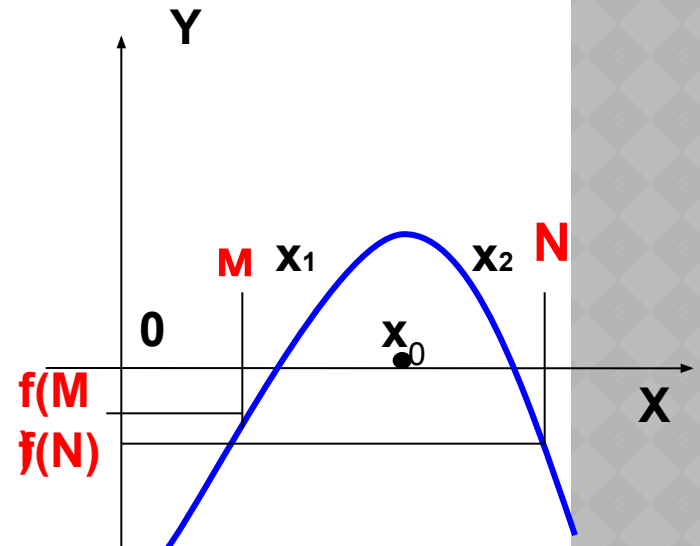
M и N - точки на оси абсцисс.

Чтобы оба корня квадратного трехчлена лежали на интервале (M,N) , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0 \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) < 0, \\ f(N) < 0 \end{array} \right.$$



Задача

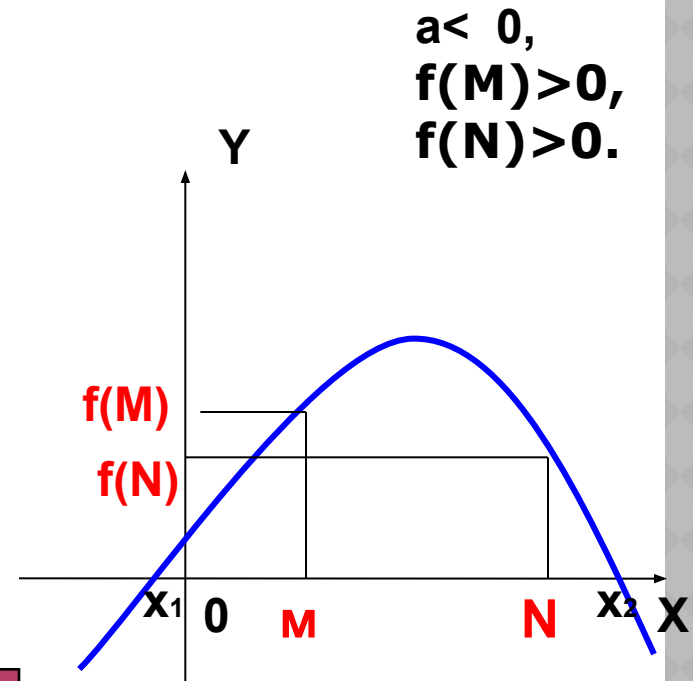
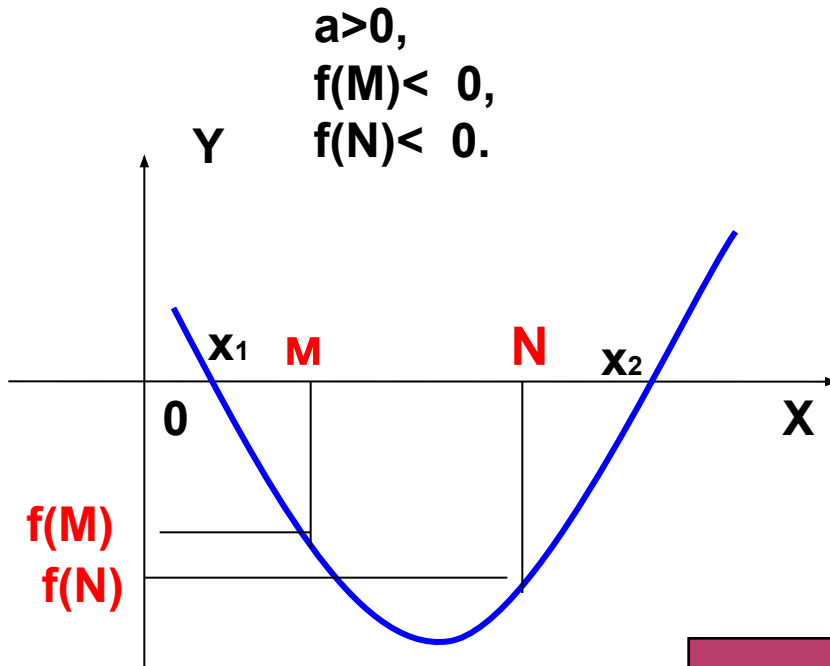
V. $F(X)=AX^2+BX+C$

M и N - точки на оси абсцисс.

Чтобы отрезок $[M,N]$ целиком лежал на интервале $(x_1;x_2)$, необходимо, чтобы выполнялись условия:

$$a \cdot f(M) < 0,$$

$$a \cdot f(N) < 0.$$



Задача

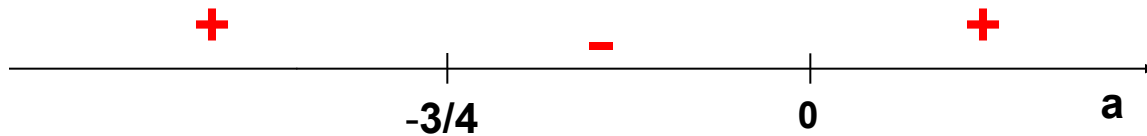
ЗАДАЧА

При каких a один корень уравнения $ax^2+x+1=0$
больше 2,
а другой меньше 2?

Решение.

Чтобы выполнялось условие $x_1 < 2 < x_2$ необходимо и достаточно, чтобы $af(2) < 0$, здесь $f(2) = 4a + 2 + 1 = 4a + 3$
(смотри сюда - СЛУЧАЙ III).

Решим неравенство $a(4a+3) < 0$ методом интервалов:



$$-3/4 < a < 0$$

Ответ: - $3/4 < a < 0$.

ЗАДАЧА

При каких a оба корня уравнения $x^2 - ax + 2 = 0$ лежат на интервале $(0; 3)$?

Решение

Коэффициент при x^2 положителен ($a > 0$). Чтобы x_1 и x_2 принадлежали интервалу $(0; 3)$ необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\left. \begin{array}{l} D \geq 0, \\ x_0 \in (M, N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0. \end{array} \right\}$$

здесь $D = a^2 - 8$, $x_0 = a/2$ и $f(3) = 9 - 3a + 2$ (смотри сюда – **СЛУЧАЙ** здесь $D = a^2 - 8$, $x_0 = a/2$ и $f(3) = 9 - 3a + 2$ (смотри сюда – **СЛУЧАЙ IV**).

Решим получившуюся систему

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 - 8 \geq 0, \\ a/2 \in (0; 3), \\ 9 - 3a + 2 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| \geq \sqrt{8}, \\ a \in (0; 6), \\ a < 11/3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \geq 2\sqrt{2}, \\ a \in (0; 6), \\ a < 11/3. \end{array} \right.$$

Ответ: $2\sqrt{2} \leq a \leq 11/3$

ЗАДАЧА

При каких a один корень уравнения $ax^2+x+1=0$ меньше 0, а второй корень больше 3?

Решение

- ◆ Коэффициент при x^2 положителен ($a > 0$). Чтобы x_1 был меньше 0, а x_2 больше 3, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\begin{cases} a \cdot f(0) < 0, \\ a \cdot f(3) < 0. \end{cases} \quad (\text{смотри сюда - } \underline{\text{СЛУЧАЙ}} \text{ СЛУЧАЙ } \underline{V})$$

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} f(0)=1 \\ \nearrow \\ \left[\begin{array}{l} a \cdot 1 < 0, \\ a \cdot (9a+4) < 0 \end{array} \right] \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} f(3)=9a+4 \\ \uparrow \\ \left[\begin{array}{l} a \cdot 1 < 0, \\ a \cdot (9a+4) < 0 \end{array} \right] \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} \left[\begin{array}{l} a < 0, \\ 9a^2+4a < 0 \end{array} \right] \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} \left[\begin{array}{l} a < 0, \\ \text{+} \quad \text{-} \quad \text{+} \\ -4/9 \quad 0 \quad X \end{array} \right] \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} \left[\begin{array}{l} a < 0, \\ -4/9 < a < 0 \end{array} \right] \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad -4/9 < a < 0. \end{aligned}$$

Ответ: $-4/9 < a < 0$.



ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ



Задача

Паровоз движется со скоростью 36 км/ч.
Какое расстояние он пройдёт за 10 минут?

Дано:

СИ

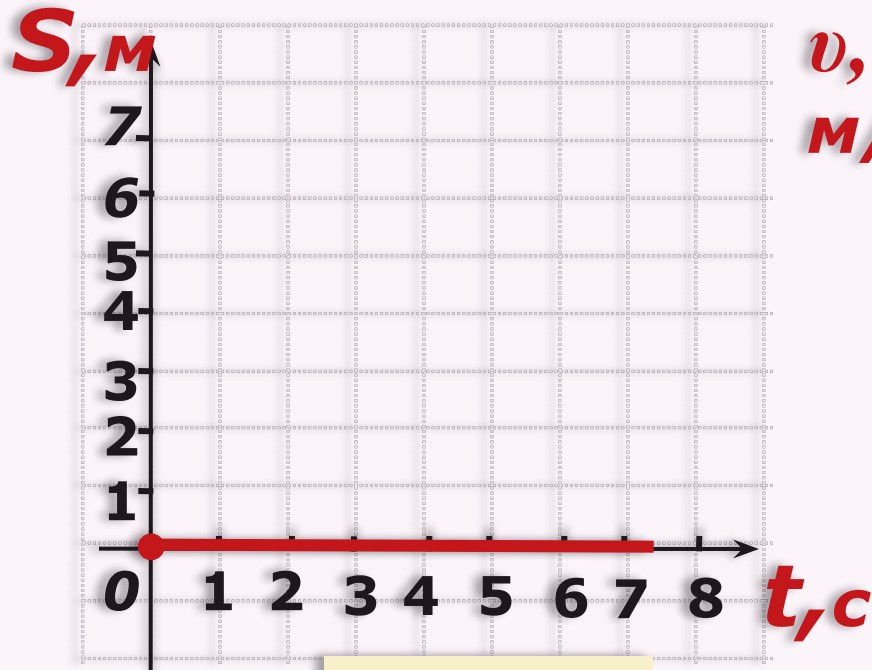
Решение:

Ответ: 6 000 м.

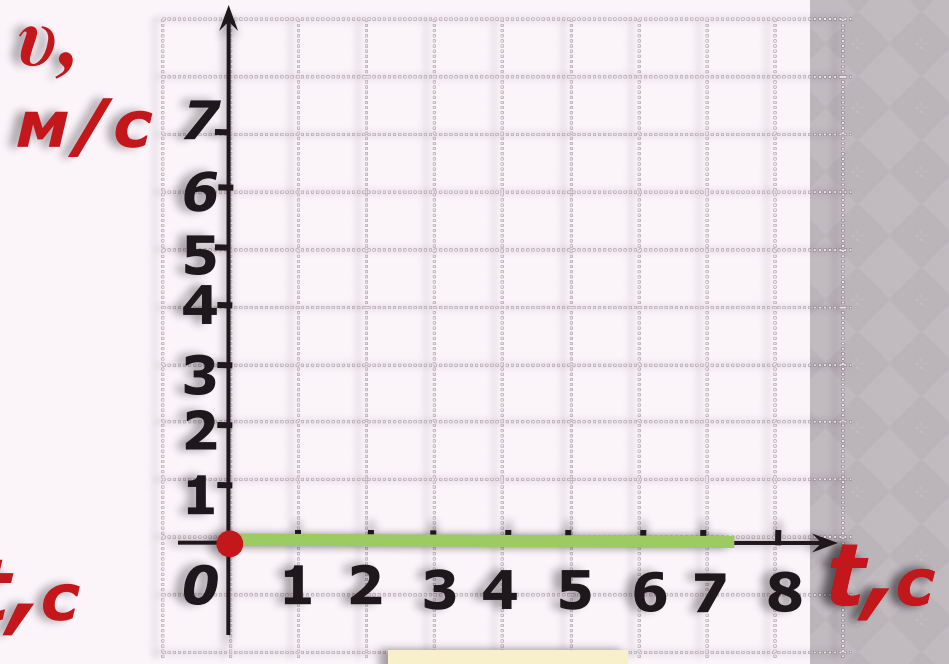


Графики зависимости пути от времени, скорости от времени

Тело находится в покое.



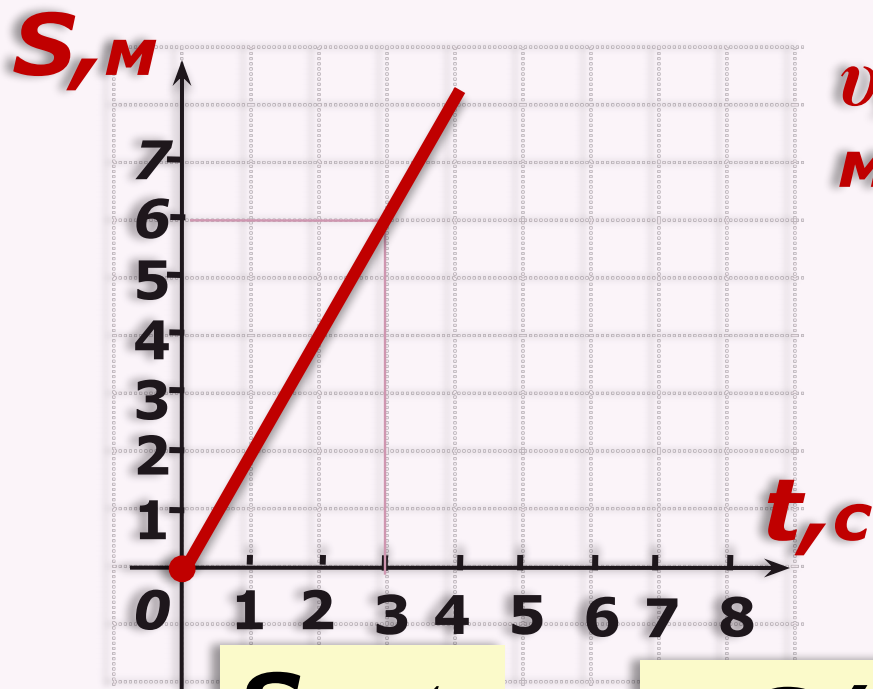
$$S = 0$$



$$v = 0$$

Графики зависимости пути от времени, скорости от времени

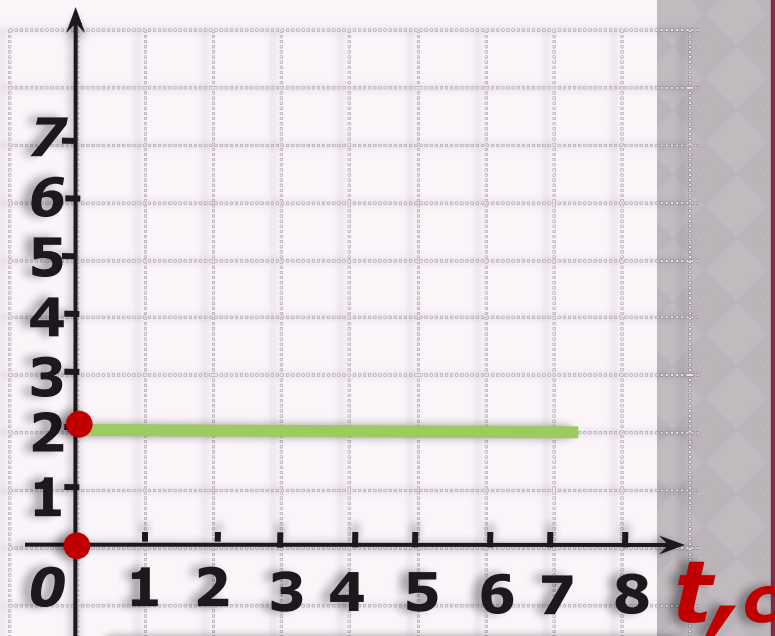
Тело движется равномерно.



$$S = vt$$

$$v = S/t$$

$v,$
 $м/с$

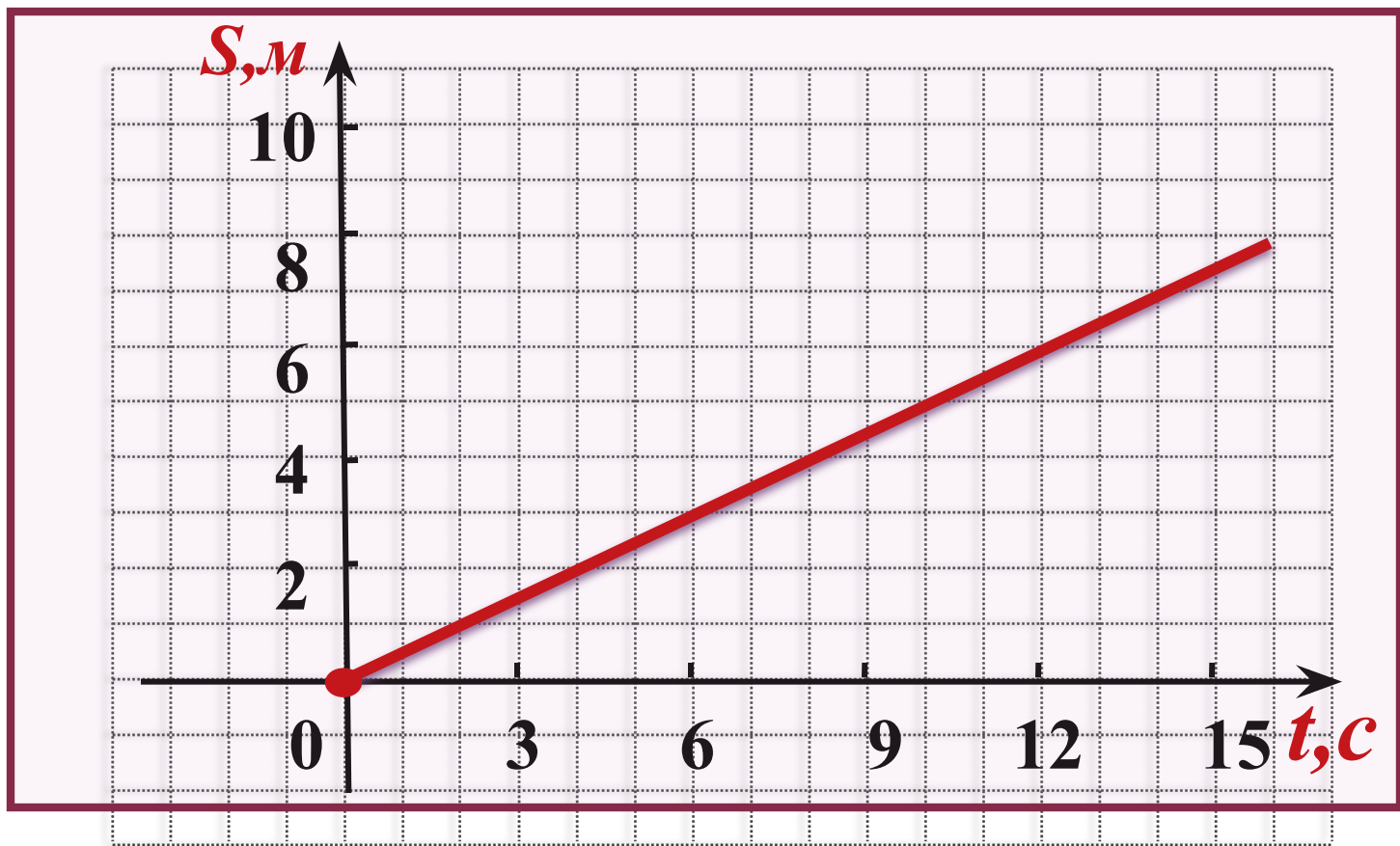


v

$$= 6м/3с = 2м/с$$

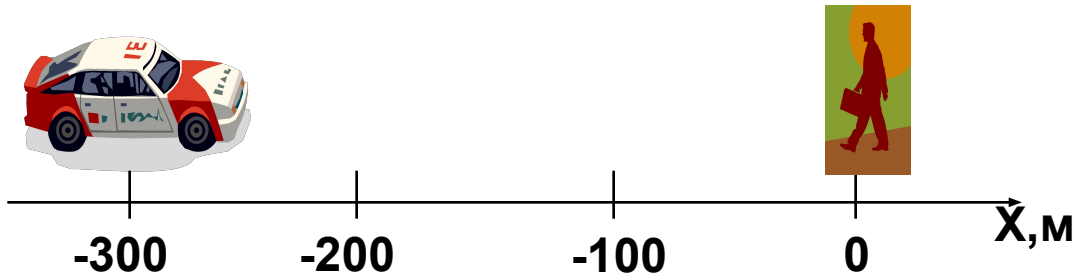
Задача

Дан график движения тела. Каков вид этого движения? Чему равна скорость движения тела? Каков путь, пройденный телом за 8 секунд? Постройте график скорости тела для данного движения.



- 1) $x_1 = -270 + 12t$ – движение грузового автомобиля,
 $x_2 = -1,5t$ – движение пешехода.

Вопрос: с какими скоростями и в каком направлении они двигались? Когда и где они встретились?



Решение

ДАНО

$$x_1 = -270 + 12t$$

$$x_2 = -1.5t$$

$$V_{\text{авт}} - ?$$

$$V_{\text{пеш}} - ?$$

$$t_{\text{встречи}} - ?$$

$$x_{\text{встречи}} - ?$$

$$x = x_0 + vt \longrightarrow$$

$$V_{\text{пеш}} = 1,5 \text{ м/с} - \text{ влево}$$

$$V_{\text{авт}} = 12 \text{ м/с} - \text{ вправо}$$

(Знак говорит о направлении!)

Когда они встретятся их координаты x будут равны, поэтому:

$$-270 + 12t = -1.5t \Rightarrow t = 20 \text{ с}$$

Далее подставляем в одно из уравнений найденное t , получаем:

$$-1.5 * 20 = -30 \text{ м}$$

Ответ: через 20 с в точке с координатой -30 м

2) $x_1 = 5t$ – движение одного велосипедиста,

$x_2 = 150 - 10t$ - движение второго велосипедиста.

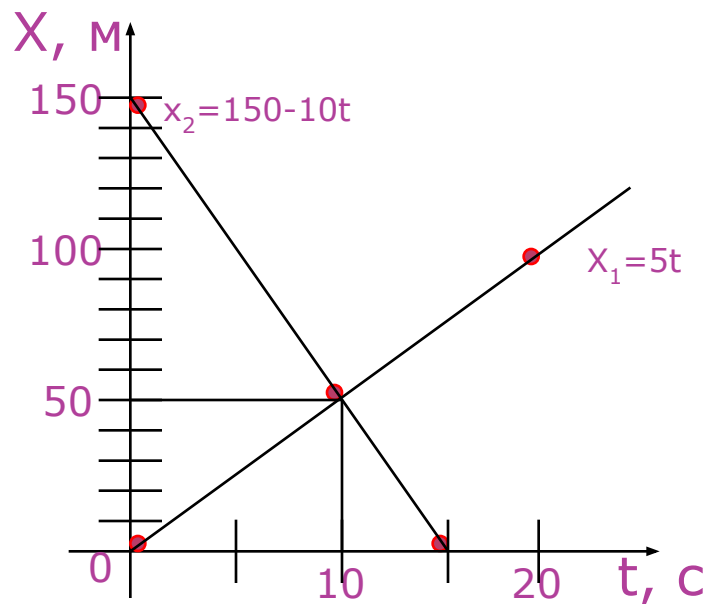
Задание: построить графики зависимости $x(t)$. Найти время и место встречи.

$$X_1 = 5t$$

t	0	20
x	0	100

$$x_2 = 150 - 10t$$

t	0	15
x	150	0



Ответ: через 10 с после начала выезда в точке с координатой 50м



ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПРИ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ



График зависимости проекции вектора перемещения тела от времени (рис. 6), если тело движется с постоянным ускорением.

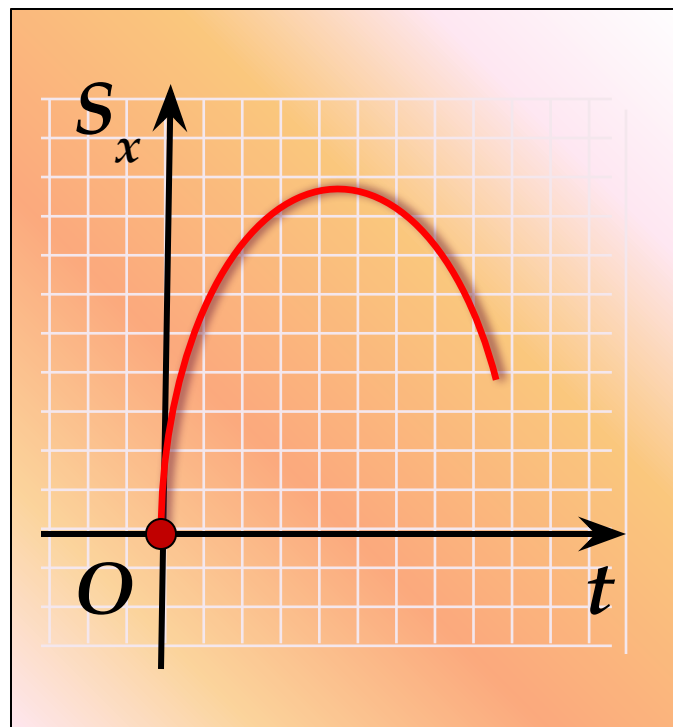
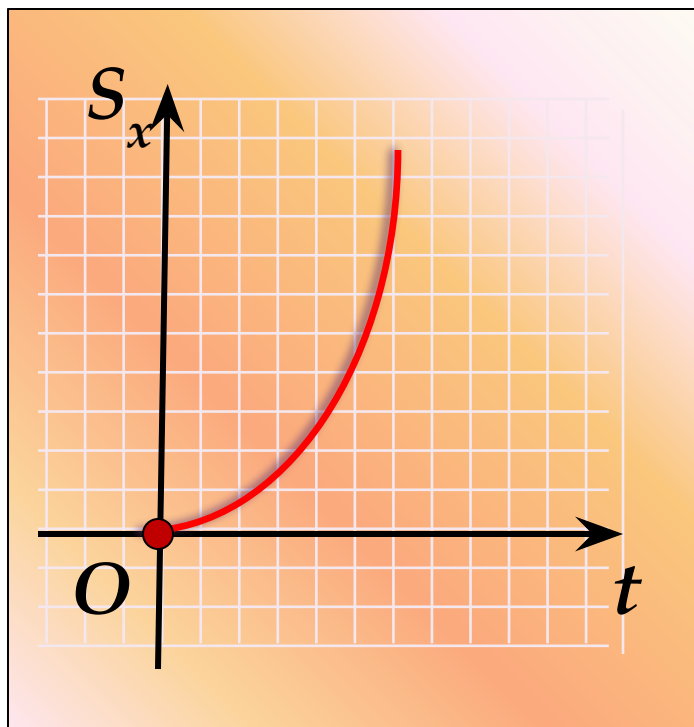
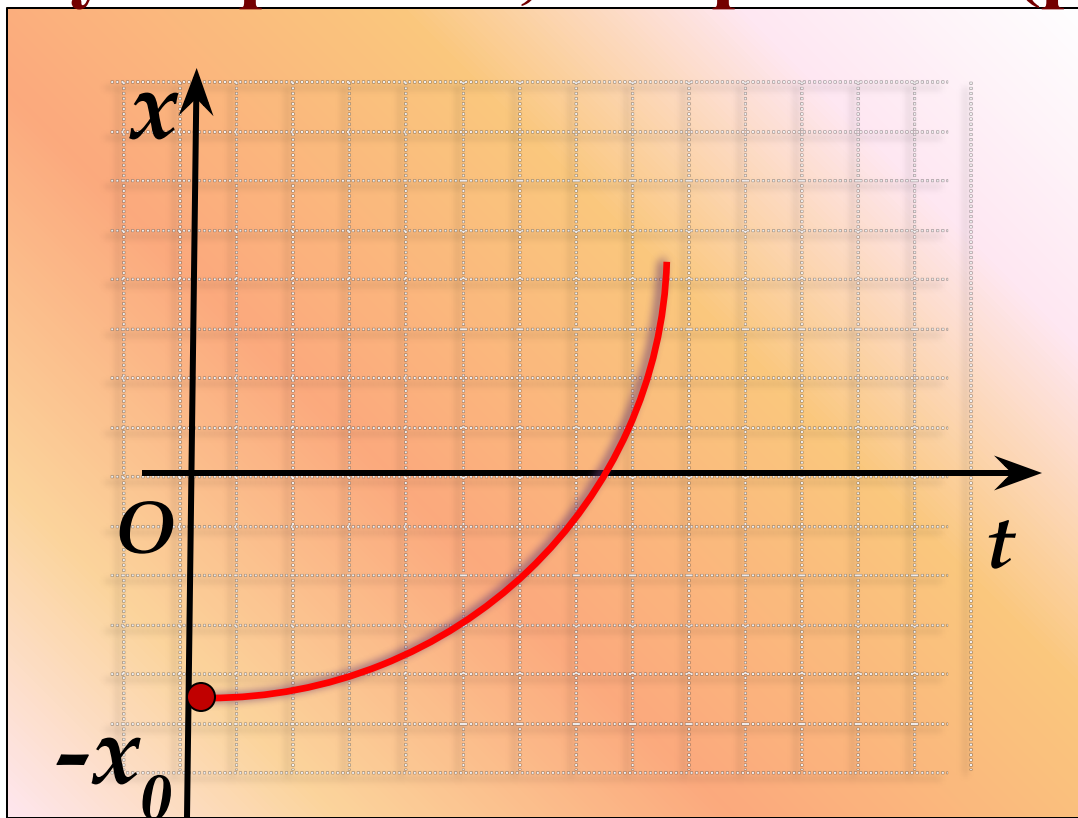


Рис. 6 $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}_0$

$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}_0$

График зависимости координаты тела, движущегося с постоянным ускорением, от времени (рис. 7).



$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Рис. 7

1) Уравнение движения материальной точки имеет вид $x = -0,2t^2$. Какое это движение?

Найти координату точки через 5 с и путь, пройденный ею за это время.

Построить график зависимости x от t .

Дано:

$$x = -0,2t^2$$

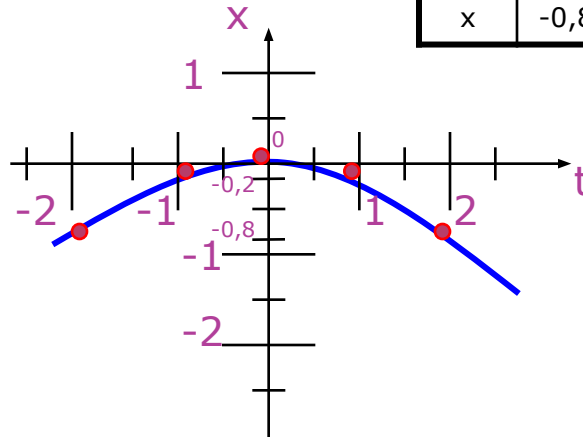
$$t = 5\text{с}$$

x -?

s -?

Решение:

t	-2	-1	0	1	2
x	-0,8	-0,2	0	-0,2	-0,8



Классический вид уравнения

$$x = x_0 + v_{0x} * t + g * t^2 / 2$$

у нас $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ поэтому наше уравнение принимает вид

$$x = g * t^2 / 2$$

$$x = -0,2 * 5^2 = -5 \text{ м}$$

$$s = |x - x_0| = 5 \text{ м}$$

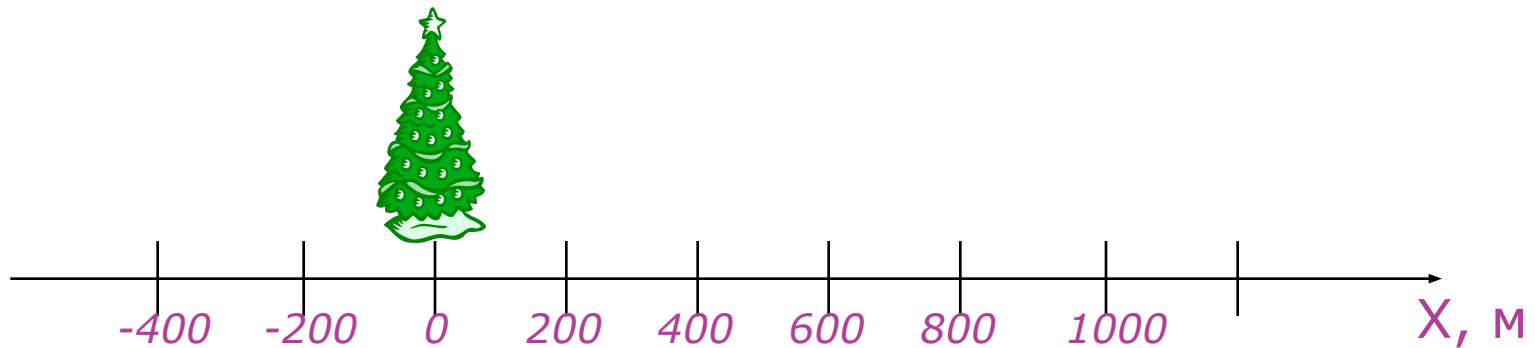
Ответ: движение равноускоренное;
координата точки через заданное время -5 м,
пройденный путь 5 м

2) Уравнения движения по шоссе велосипедиста, бензовоза и

пешехода имеют вид: $x_1 = -0.4t^2$,
 $x_2 = 400 - 0.6t$ и $x_3 = -300$ соответственно.

Найти для каждого из тел:

координату в момент начала наблюдения, проекции начальной скорости и ускорения, а также направление и вид движения.



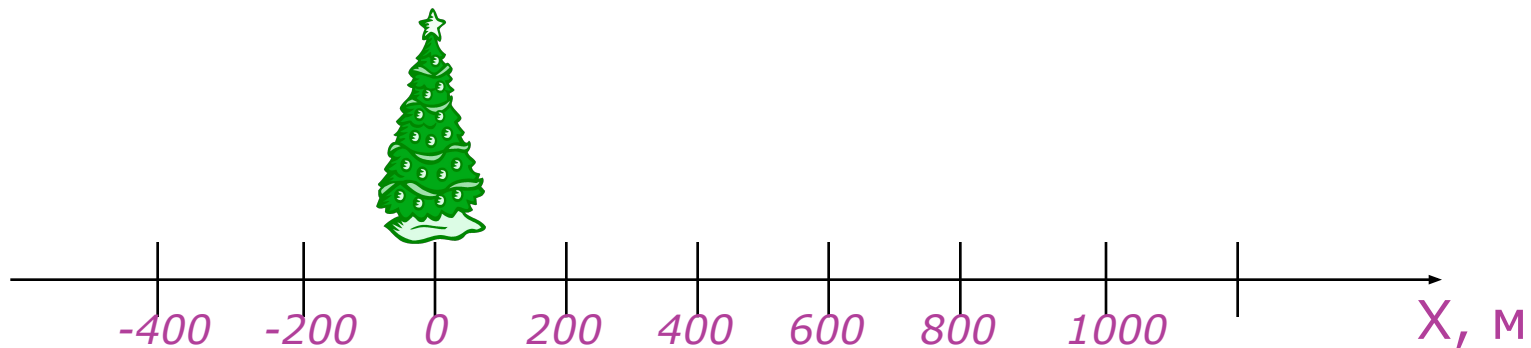
I. Координаты в момент начала наблюдения:

Моменту начала наблюдения соответствует $t=0$

1. $x_1 = -0.4 * 0 = 0$ м;

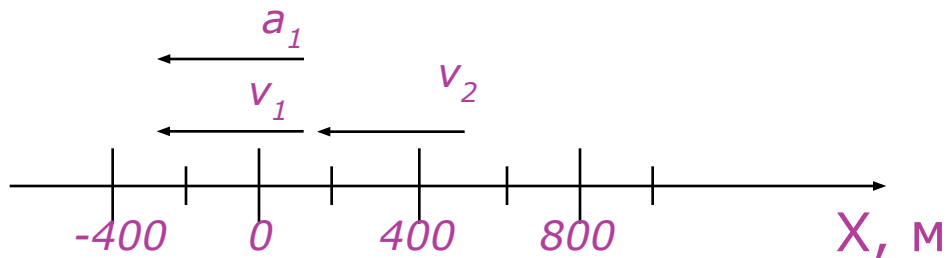
2. $x_2 = 400 - 0.6 * 0 = 400$ м;

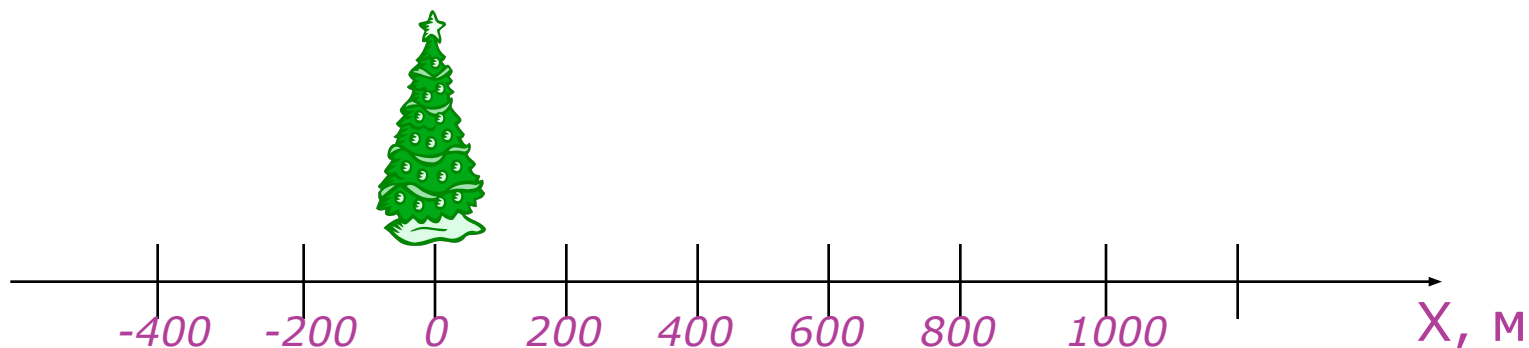
3. $x_3 = -300$ м



II. Проекции начальной скорости и ускорения:

- 1) $v_{0x} = 0, a_x = -0.8 \text{ м/с}^2$;
- 2) $v_{0x} = -0.6 \text{ м/с}, a_x = 0,3 \text{ м/с}^2$;
- 3) $v_{0x} = 0, a_x = 0$





III. Направление и вид движения:

Вид уравнения определяет вид движения

1) $x_1 = -0.4t^2$ влево, равноускоренное;

2) $x_2 = 400 - 0.6t$ влево, равномерное;

3) $x_3 = -300$ покой

3) Движения двух автомобилей по шоссе заданы уравнениями $x_1 = 2t + 0.2t^2$ и $x_2 = 80 - 4t$. Описать картину движения. Найти: а) время и место встречи автомобилей; б) расстояние между ними через 5 с от начала отсчета времени; в) координату первого автомобиля в тот момент времени, когда второй находился в начале отсчета.

ДАНО

$$x_1 = 2t + 0.2t^2$$

$$x_2 = 80 - 4t$$

а) t -?

x -?

б) $x_2(5) - x_1(5)$ -?

в) $x_1(t_2)$ -?

если $x_2 = 0$

Решение

По виду самих уравнений определяем, что первый движется ускоренно, а второй равномерно.

а) поскольку во время встречи координаты обоих автомобилей будут равны

$$x_1 = x_2$$

$$2t + 0.2t^2 = 80 - 4t$$

$$0.2t^2 + 6t - 80 = 0$$

$$t = 10 \text{ с}$$

теперь в одно из уравнений можно подставить найденное только что время t

$$x = 80 - 4 * 10 = 40 \text{ м}$$

$$\text{б) } x_1 = 2 * 5 + 0.2 * 5^2 = 15 \text{ м}$$

$$x_2 = 80 - 4 * 5 = 60 \text{ м}$$

$$x_2 - x_1 = 60 - 15 = 45 \text{ м}$$

$$\text{в) } x_2 = 0 \Rightarrow 0 = 80 - 4 * t \Rightarrow t = 20$$

$$x_1 = 2 * 20 + 0.2 * 20^2 = 120 \text{ м}$$

- ◎ Многие школьные предметы перекликаются друг с другом, например, такие как физика и математика. Именно поэтому важно знать как решается то или иное уравнение в математике, что бы не допустить ошибки в физике.

ИСТОЧНИКИ

- ◉ <http://shofer-ok.at.ua>
- ◉ <http://www.emc.spb.ru>
- ◉ <http://www.curator.ru>
- ◉ <http://edu.1c.ru>
- ◉ <http://repetitor.1c.ru>
- ◉ <http://www.globus-kniga.ru>
- ◉ <http://www.emc.spb.ru>
- ◉ [«Первое сентября», 2007 - 2009
portfolio.1september.ru](http://portfolio.1september.ru)

