

# Движение – жизнь! Движение в графиках.



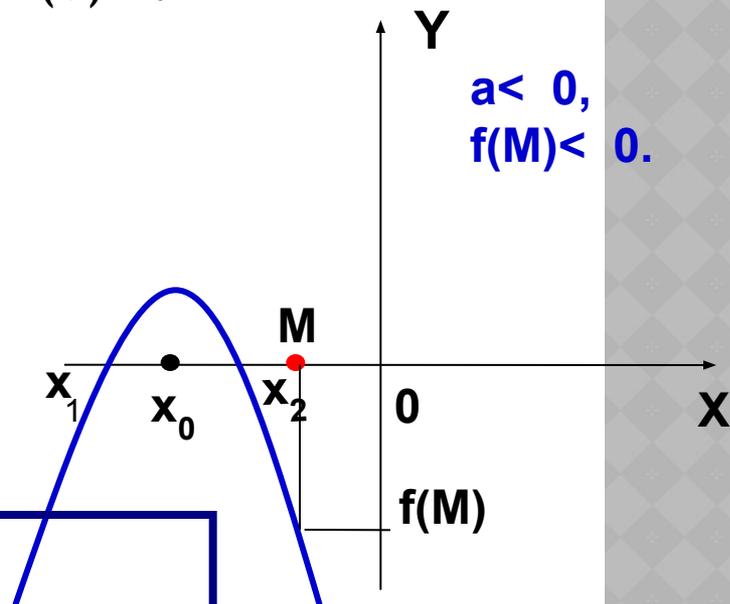
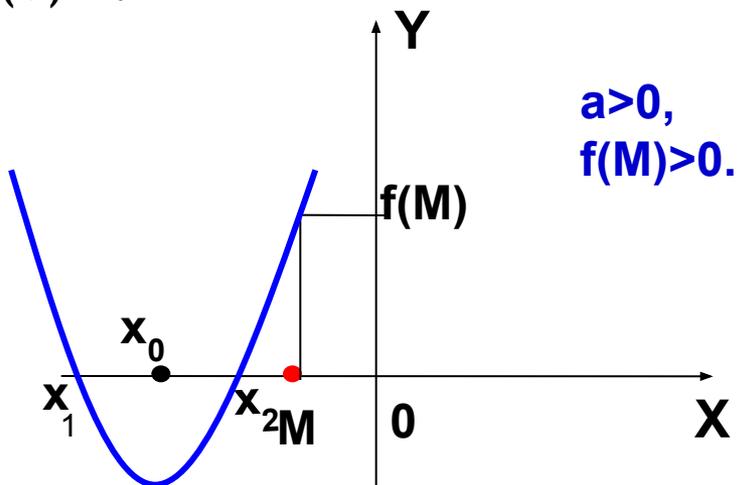
# I. $F(X)=AX^2+BX+C$

$M$  - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были меньше числа  $M$ ,  
 $X_1 < X_2 < M$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left[ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 < M, \\ f(M) > 0. \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 < M, \\ f(M) < 0. \end{array} \right.$$



*Эти два случая можно объединить:*

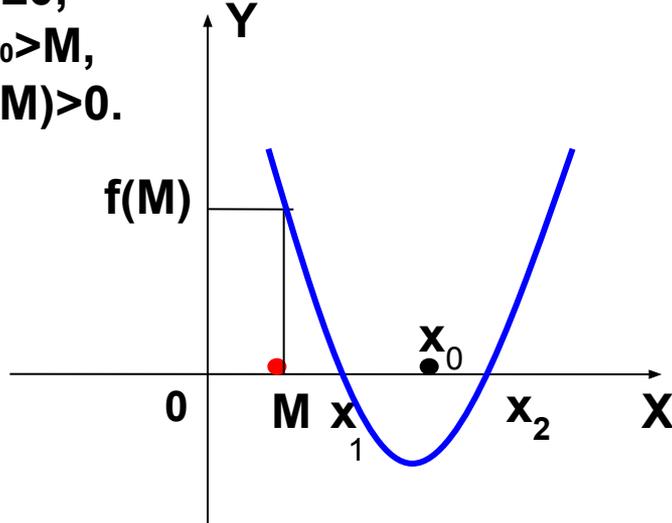
$$\left[ \begin{array}{l} D \geq 0 \\ X_0 < M, \\ a \times f(M) > 0; \text{ здесь } f(M) = aM^2 + bM + c. \end{array} \right.$$

## II. $F(X)=AX^2+BX+C$

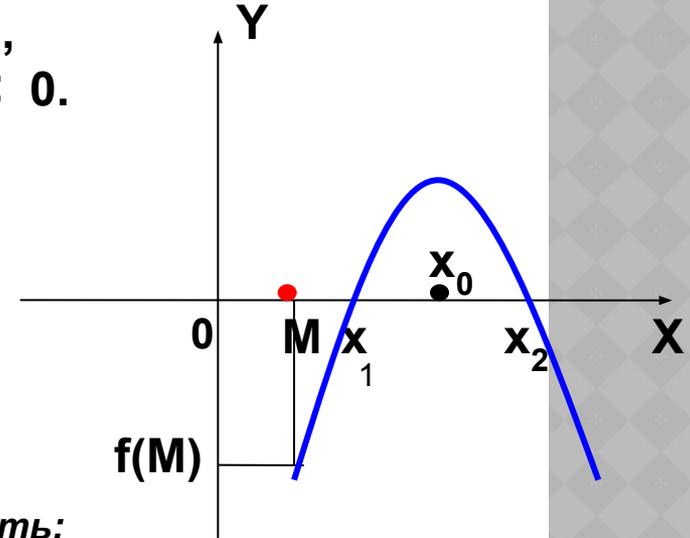
$M$ - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были больше числа  $M$ ,  $M < X_1 < X_2$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ f(M) > 0. \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ f(M) < 0. \end{array} \right.$$



Эти два случая можно объединить:

$$\left\{ \begin{array}{l} D \geq 0, \\ X_0 > M, \\ a \times f(M) > 0, \end{array} \right. \quad \text{здесь } f(M) = aM^2 + bM + c.$$

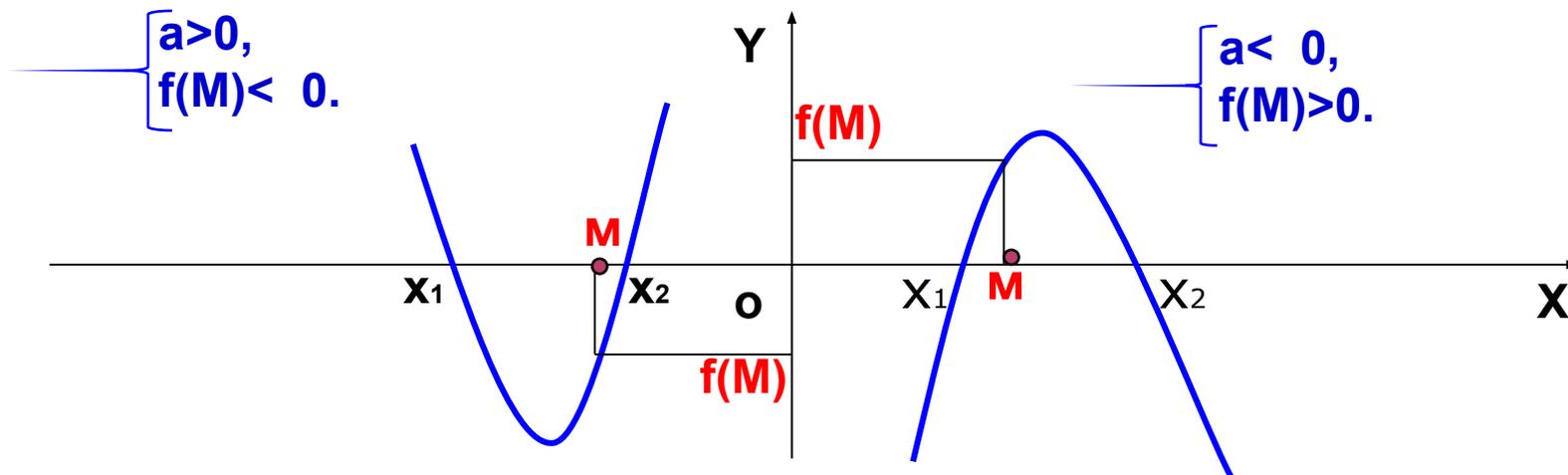
### III. $F(X)=AX^2+BX+C$

$M$ - точка на оси абсцисс.

Чтобы один из корней квадратного трехчлена был больше числа  $M$ , а другой меньше  $M$ ,  $X_1 < M < X_2$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$a \times f(M) < 0,$$

здесь  $f(M) = a \cdot M^2 + b \cdot M + c$ .



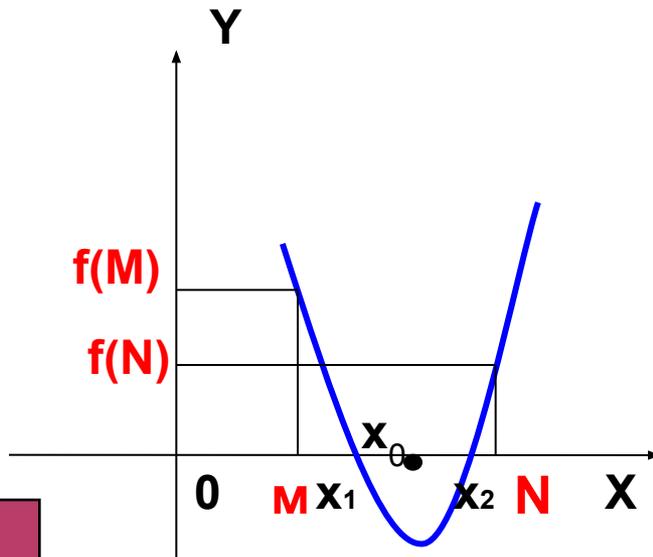
Задача

# IV. $F(X)=AX^2+BX+C$

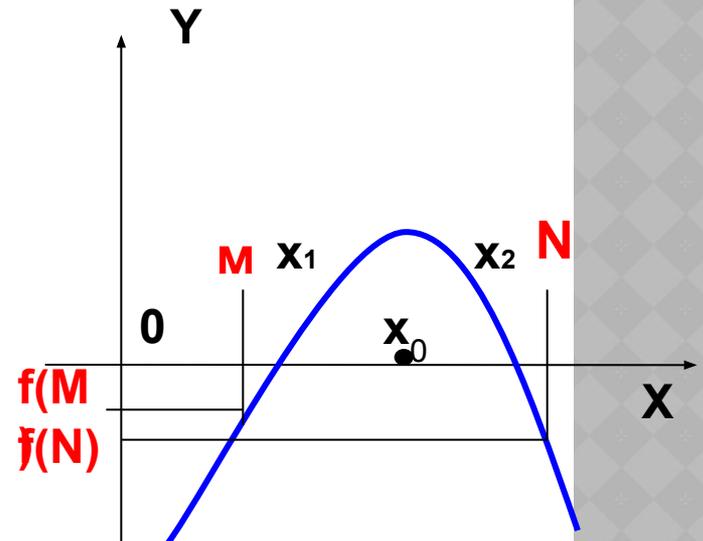
$M$  и  $N$  - точки на оси абсцисс.

Чтобы оба корня квадратного трехчлена лежали на интервале  $(M,N)$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0 \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0, \\ D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) < 0, \\ f(N) < 0 \end{array} \right.$$



Задача

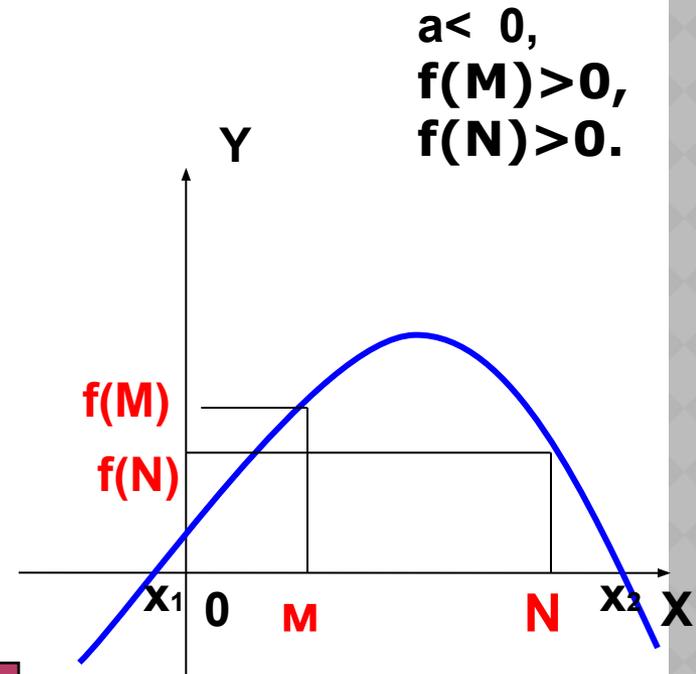
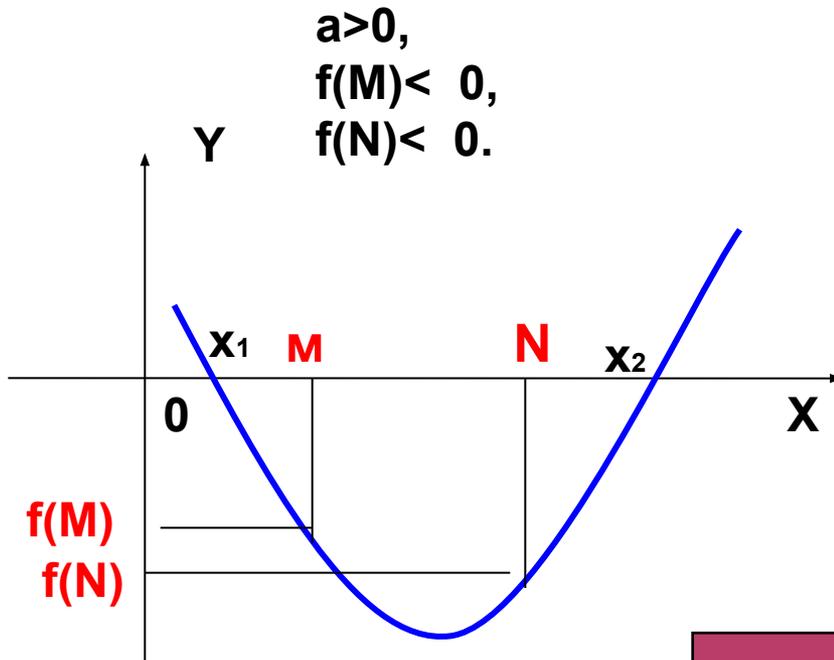
# V. $F(X)=AX^2+BX+C$

M и N - точки на оси абсцисс.

Чтобы отрезок  $[M,N]$  целиком лежал на интервале  $(x_1;x_2)$ , необходимо, чтобы выполнялись условия:

$$a \cdot f(M) < 0,$$

$$a \cdot f(N) < 0.$$



Задача

# ЗАДАЧА

При каких  $a$  один корень уравнения  $ax^2+x+1=0$   
больше 2,  
а другой меньше 2?

## Решение.

Чтобы выполнялось условие  $x_1 < 2 < x_2$  необходимо и достаточно, чтобы  $axf(2) < 0$ , здесь  $f(2) = 4a + 2 + 1 = 4a + 3$   
(смотри сюда - СЛУЧАЙ III).

Решим неравенство  $a(4a+3) < 0$  методом интервалов:



$$-3/4 < a < 0$$

**Ответ:** -  $3/4 < a < 0$ .

# ЗАДАЧА

При каких  $a$  оба корня уравнения  $x^2 - ax + 2 = 0$  лежат на интервале  $(0; 3)$ ?

## Решение

Коэффициент при  $x^2$  положителен ( $a > 0$ ). Чтобы  $x_1$  и  $x_2$  принадлежали интервалу  $(0; 3)$  необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\left. \begin{array}{l} D \geq 0, \\ x_0 \in (M, N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0. \end{array} \right\}$$

здесь  $D = a^2 - 8$ ,  $x_0 = a/2$  и  $f(3) = 9 - 3a + 2$  (смотри сюда – **СЛУЧАЙ** здесь  $D = a^2 - 8$ ,  $x_0 = a/2$  и  $f(3) = 9 - 3a + 2$  (смотри сюда – **СЛУЧАЙ IV**).

Решим получившуюся систему

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 - 8 \geq 0, \\ a/2 \in (0; 3), \\ 9 - 3a + 2 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| \geq \sqrt{8}, \\ a \in (0; 6), \\ a < 11/3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \geq 2\sqrt{2}, \\ a \in (0; 6), \\ a < 11/3. \end{array} \right.$$

**Ответ:**  $2\sqrt{2} \leq a \leq 11/3$

# ЗАДАЧА

При каких  $a$  один корень уравнения  $ax^2+x+1=0$  меньше 0, а второй корень больше 3?

## Решение

- ◆ Коэффициент при  $x^2$  положителен ( $a > 0$ ). Чтобы  $x_1$  был меньше 0, а  $x_2$  больше 3, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\begin{cases} a \cdot f(0) < 0, \\ a \cdot f(3) < 0. \end{cases} \quad (\text{смотри сюда - } \underline{\text{СЛУЧАЙ}} \text{ СЛУЧАЙ } \underline{V})$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} f(0)=1 \\ f(3)=9a+4 \end{array} \right\} \begin{cases} a \cdot 1 < 0, \\ a \cdot (9a+4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot 1 < 0, \\ a \cdot (9a+4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ 9a^2+4a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ -4/9 < a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4/9 < a < 0. \end{aligned}$$

Ответ:  $-4/9 < a < 0$ .



# ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ



## *Задача*

Паровоз движется со скоростью 36 км/ч.  
Какое расстояние он пройдёт за 10 минут?

*Дано:*

*СИ*

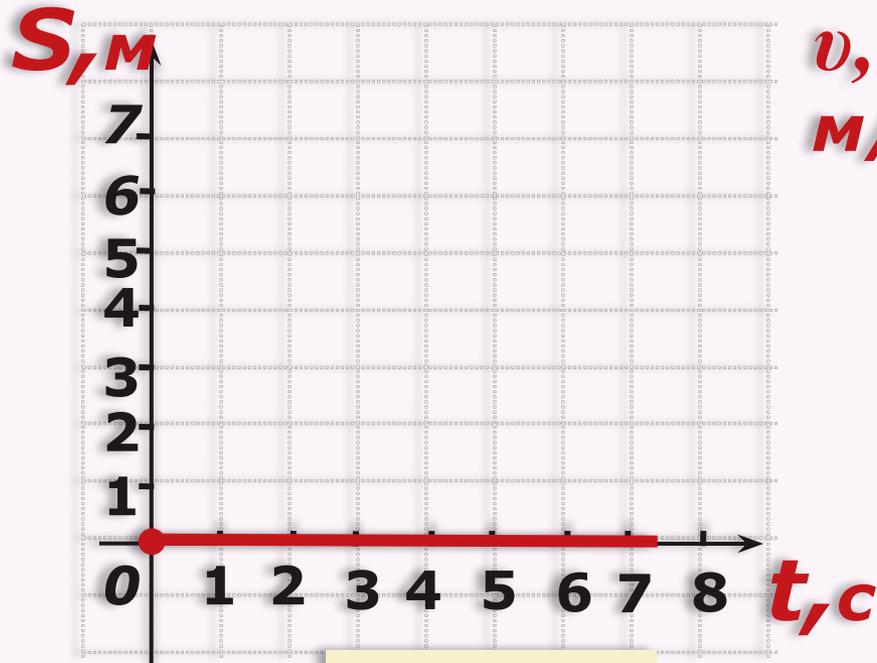
*Решение:*

*Ответ: 6 000 м.*

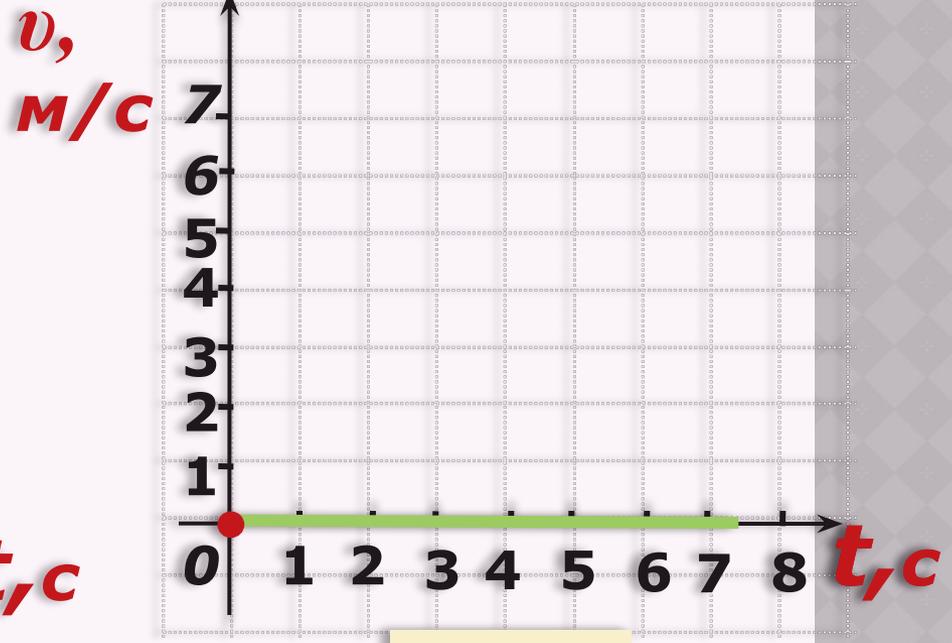


# Графики зависимости пути от времени, скорости от времени

Тело находится в покое.



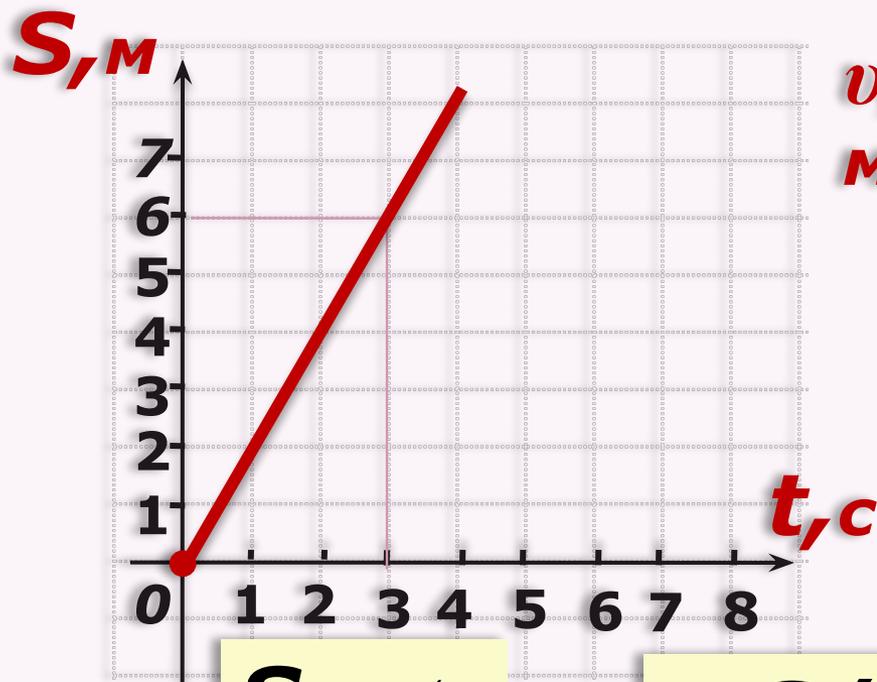
$$S = 0$$



$$v = 0$$

# Графики зависимости пути от времени, скорости от времени

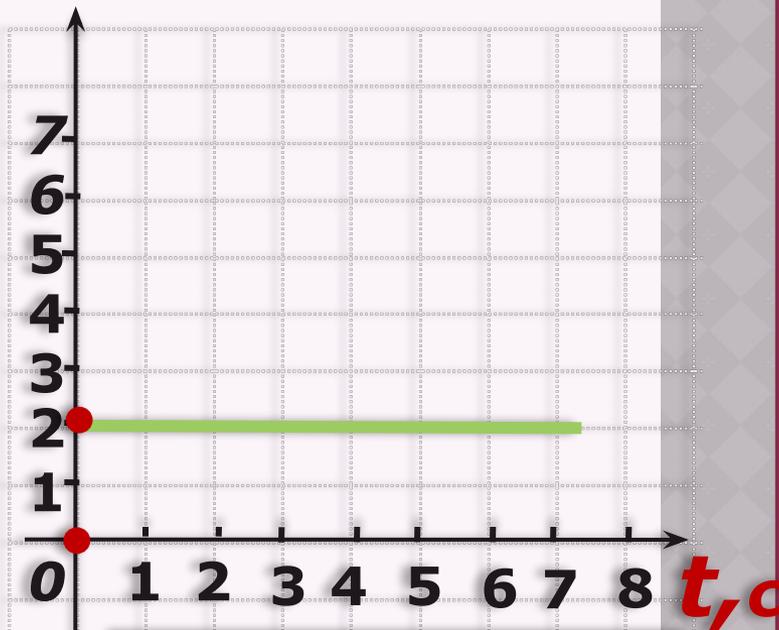
Тело движется равномерно.



$$S = vt$$

$$v = S/t$$

$v,$   
 $м/с$

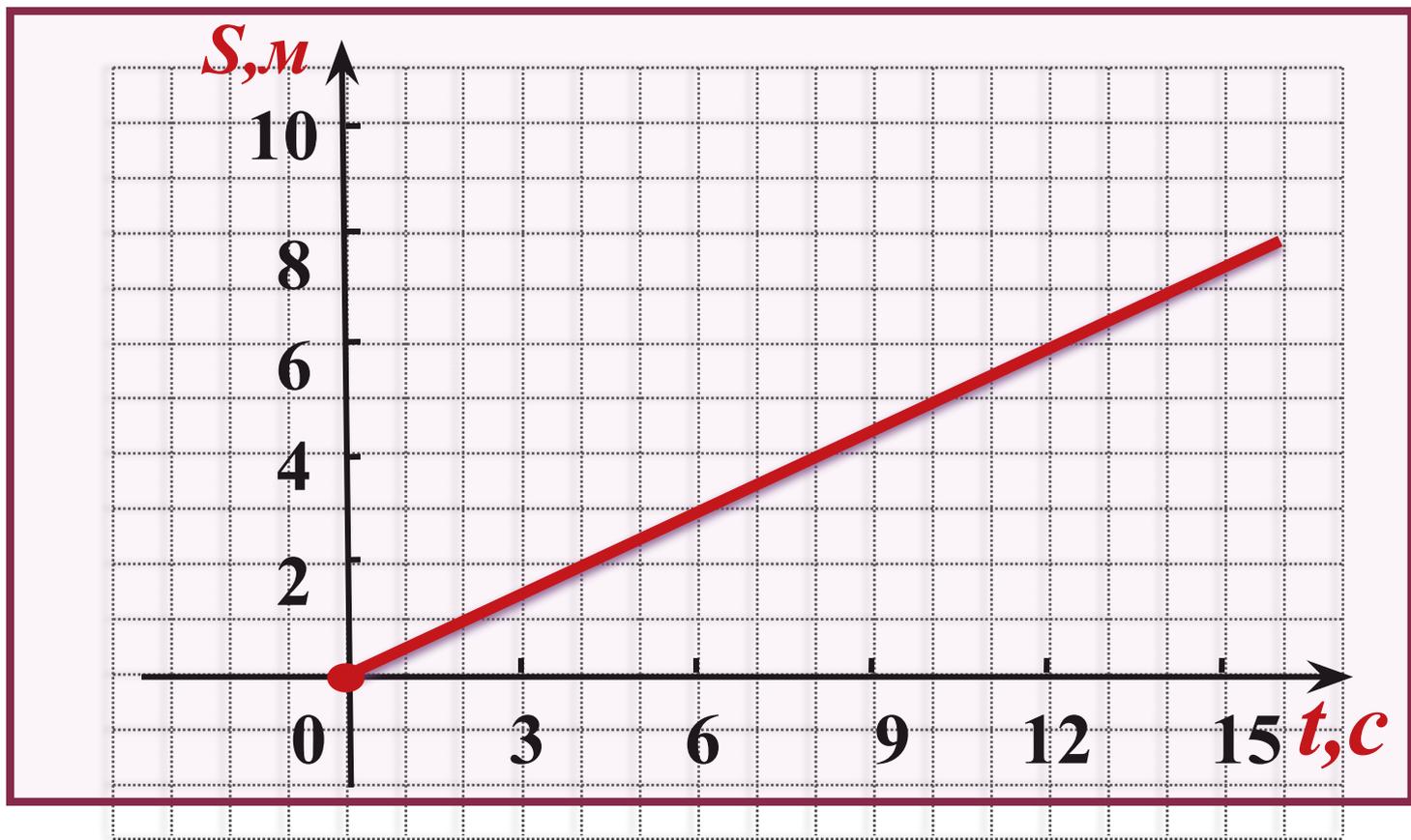


$v$

$$= 6м/3с = 2м/с$$

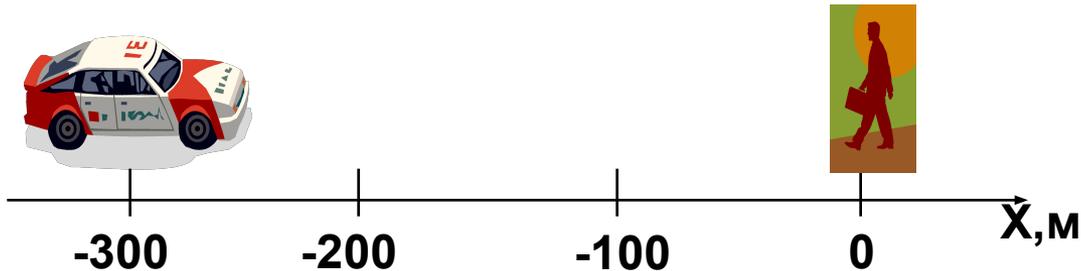
## **Задача**

*Дан график движения тела. Каков вид этого движения? Чему равна скорость движения тела? Каков путь, пройденный телом за 8 секунд? Постройте график скорости тела для данного движения.*



- 1)  $x_1 = -270 + 12t$  – движение грузового автомобиля,  
 $x_2 = -1,5t$  – движение пешехода.

Вопрос: с какими скоростями и в каком направлении они двигались? Когда и где они встретились?



## Решение

**ДАНО**

$$x_1 = -270 + 12t$$

$$x_2 = -1.5t$$

$$V_{\text{авт}} - ?$$

$$V_{\text{пеш}} - ?$$

$$t_{\text{встречи}} - ?$$

$$x_{\text{встречи}} - ?$$

$$x = x_0 + vt \longrightarrow$$

$$V_{\text{пеш}} = 1,5 \text{ м/с} - \text{ влево}$$

$$V_{\text{авт}} = 12 \text{ м/с} - \text{ вправо}$$

(Знак говорит о направлении!)

Когда они встретятся их координаты  $x$  будут равны, поэтому:

$$-270 + 12t = -1.5t \Rightarrow t = 20 \text{ с}$$

Далее подставляем в одно из уравнений найденное  $t$ , получаем:

$$-1.5 * 20 = -30 \text{ м}$$

Ответ: через 20 с в точке с координатой -30 м

2)  $x_1 = 5t$  – движение одного велосипедиста,

$x_2 = 150 - 10t$  - движение второго велосипедиста.

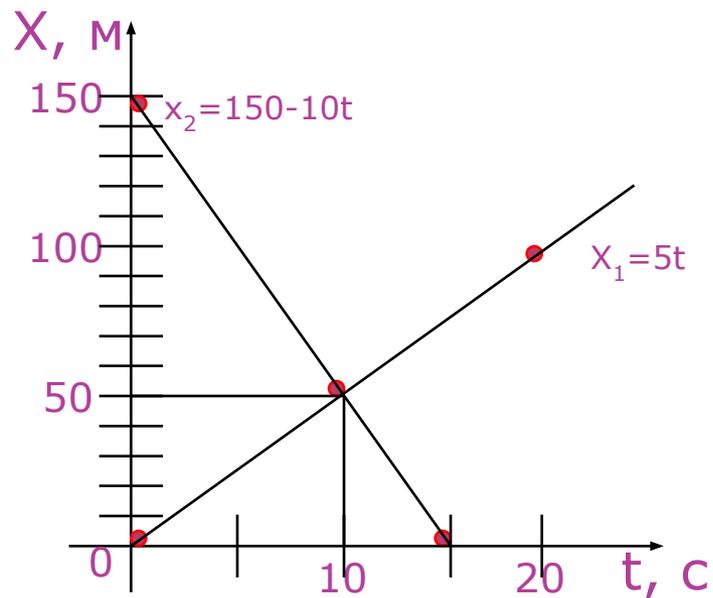
Задание: построить графики зависимости  $x(t)$ . Найти время и место встречи.

$$X_1 = 5t$$

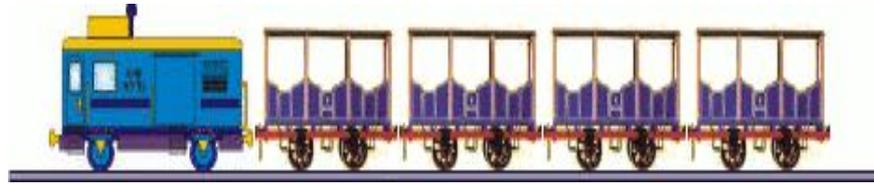
t	0	20
x	0	100

$$x_2 = 150 - 10t$$

t	0	15
x	150	0



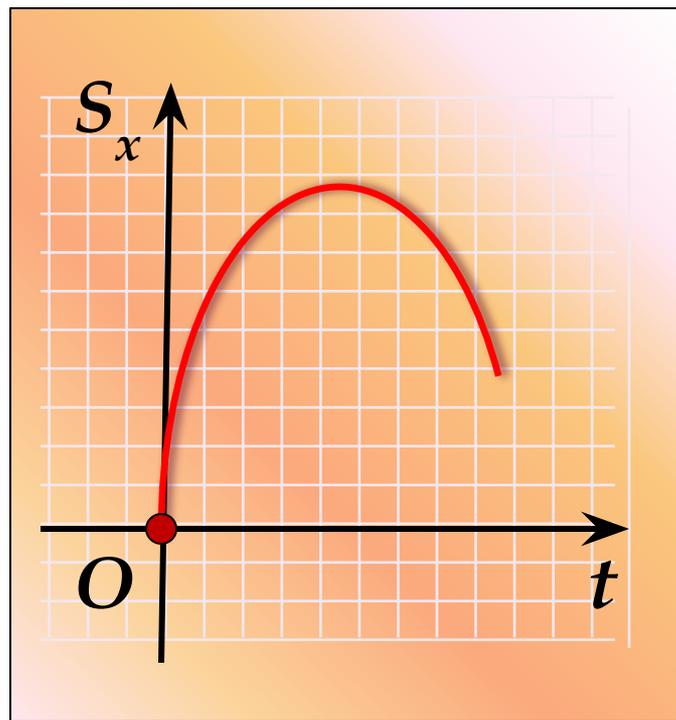
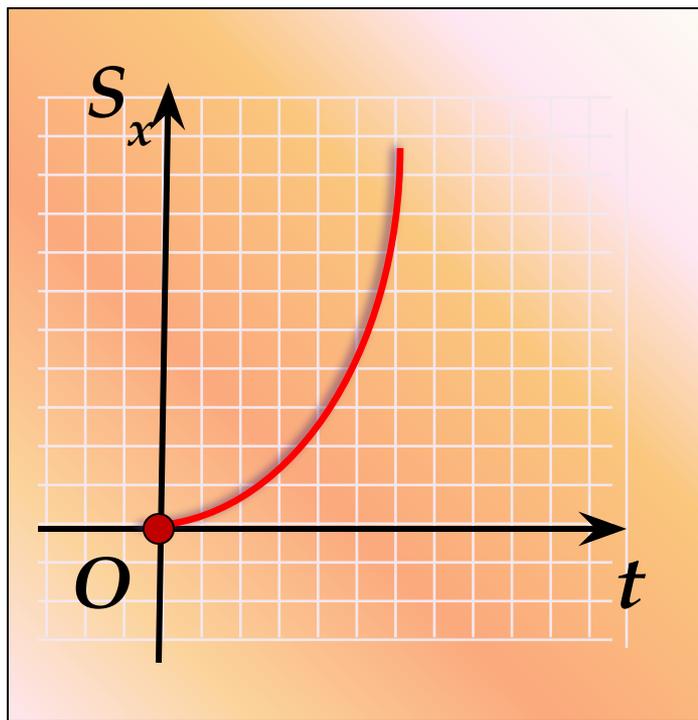
Ответ: через 10 с после начала выезда в точке с координатой 50м



# ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПРИ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ



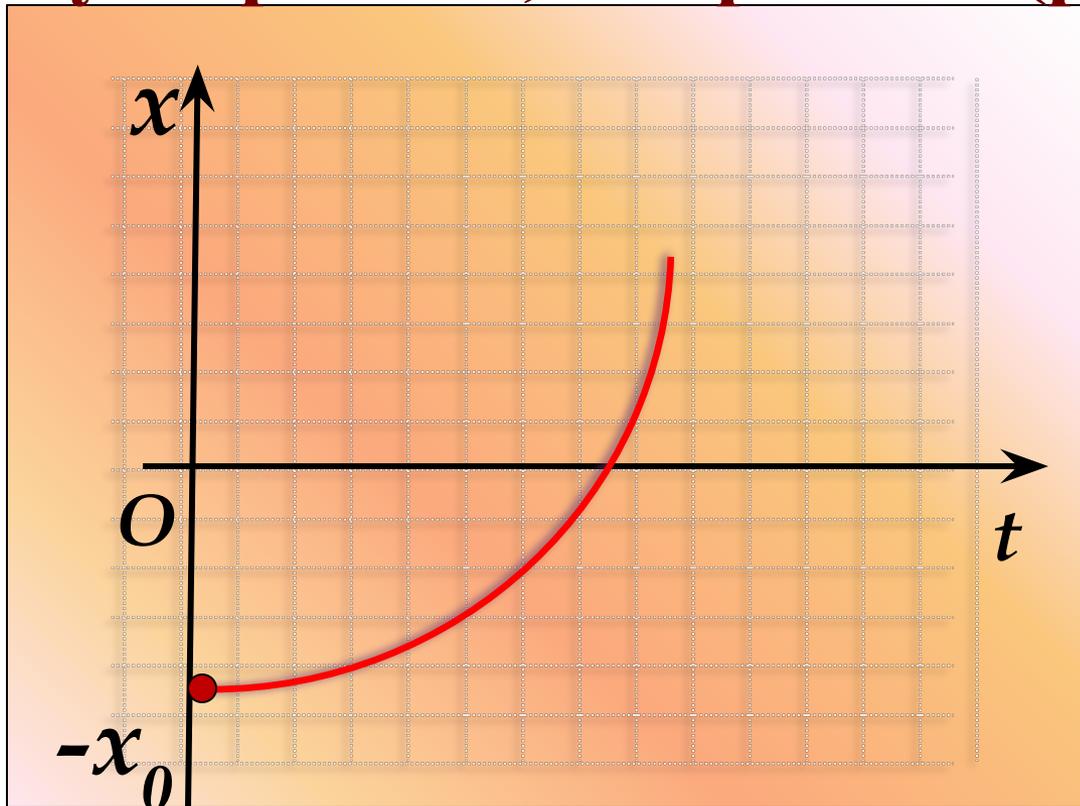
**График зависимости проекции вектора перемещения тела от времени (рис. 6), если тело движется с постоянным ускорением.**



**Рис. 6**  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}_0$

$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}_0$

**График зависимости координаты тела, движущегося с постоянным ускорением, от времени (рис. 7).**



$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

**Рис. 7**

1) Уравнение движения материальной точки имеет вид  $x = -0,2t^2$ . Какое это движение?

Найти координату точки через 5 с и путь, пройденный ею за это время.

Построить график зависимости  $x$  от  $t$ .

Дано:

$$x = -0,2t^2$$

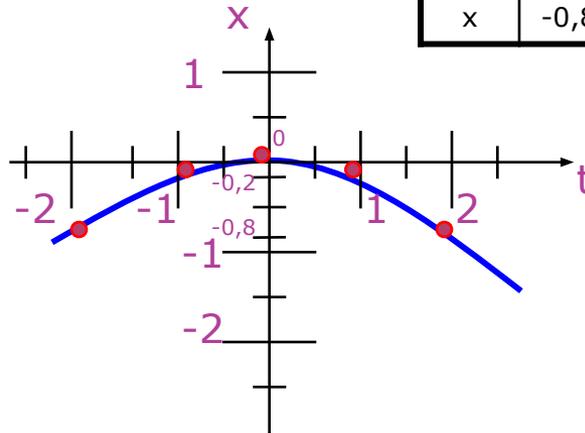
$$t = 5\text{с}$$

$x$ -?

$s$ -?

Решение:

t	-2	-1	0	1	2
x	-0,8	-0,2	0	-0,2	-0,8



Классический вид уравнения

$$x = x_0 + v_{0x} * t + g * t^2 / 2$$

у нас  $x_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$  поэтому наше уравнение принимает вид

$$x = g * t^2 / 2$$

$$x = -0,2 * 5^2 = -5 \text{ м}$$

$$s = |x - x_0| = 5 \text{ м}$$

Ответ: движение равноускоренное;  
координата точки через заданное время -5 м,  
пройденный путь 5 м

2) Уравнения движения по шоссе велосипедиста, бензовоза и

пешехода имеют вид:  $x_1 = -0.4t^2$ ,

$x_2 = 400 - 0.6t$  и  $x_3 = -300$  соответственно.

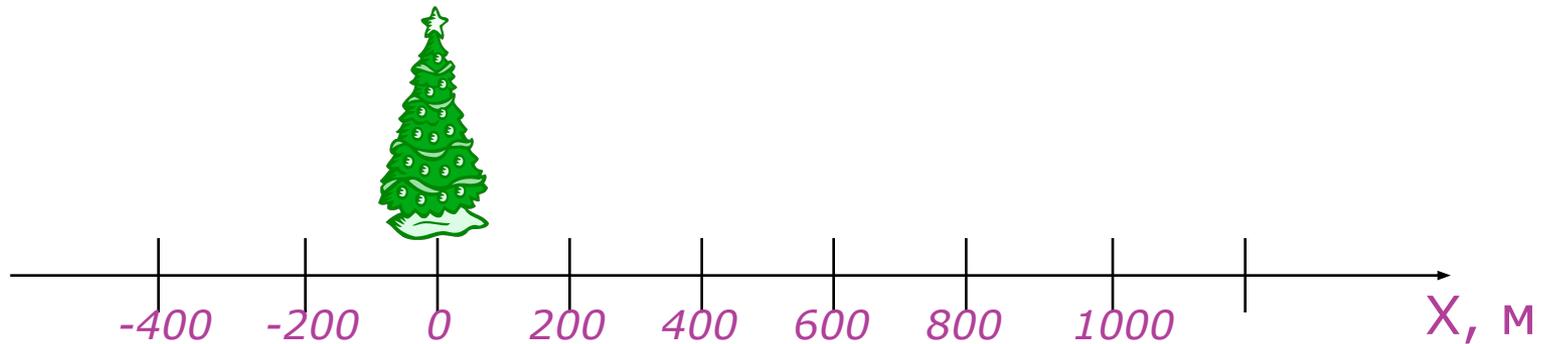
Найти для каждого из тел:

координату в момент начала

наблюдения, проекции начальной

скорости и ускорения, а также

направление и вид движения.



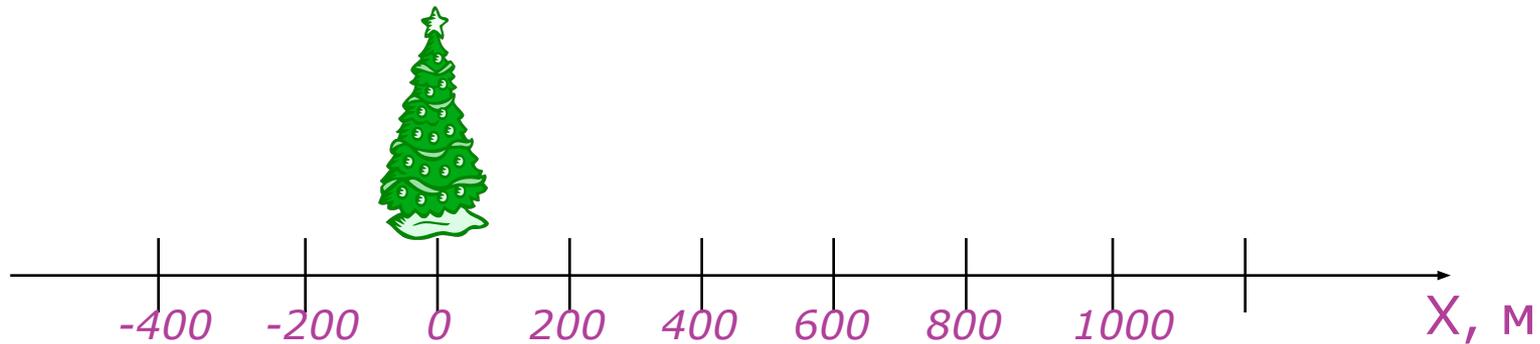
I. Координаты в момент начала наблюдения:

Моменту начала наблюдения соответствует  $t=0$

1.  $x_1 = -0.4 * 0 = 0$  м;

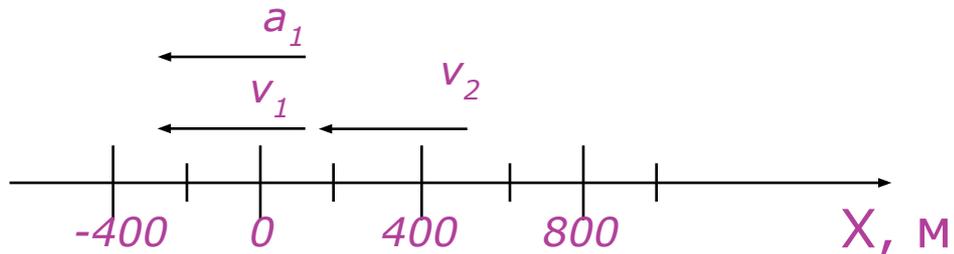
2.  $x_2 = 400 - 0.6 * 0 = 400$  м;

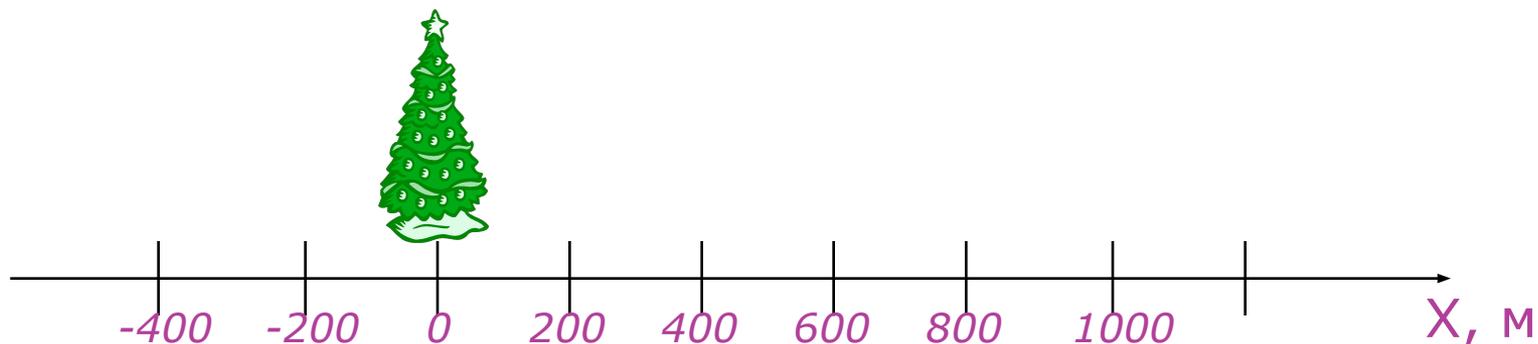
3.  $x_3 = -300$  м



II. Проекции начальной скорости и ускорения:

- 1)  $v_{0x} = 0, a_x = -0.8 \text{ м/с}^2;$
- 2)  $v_{0x} = -0.6 \text{ м/с}, a_x = 0,3 \text{ м/с}^2;$
- 3)  $v_{0x} = 0, a_x = 0$





III. Направление и вид движения:

Вид уравнения определяет вид движения

1)  $x_1 = -0.4t^2$  влево, равноускоренное;

2)  $x_2 = 400 - 0.6t$  влево, равномерное;

3)  $x_3 = -300$  покой

3) Движения двух автомобилей по шоссе заданы уравнениями  $x_1 = 2t + 0.2t^2$  и  $x_2 = 80 - 4t$ . Описать картину движения. Найти: а) время и место встречи автомобилей; б) расстояние между ними через 5 с от начала отсчета времени; в) координату первого автомобиля в тот момент времени, когда второй находился в начале отсчета.

# ДАНО

$$x_1 = 2t + 0.2t^2$$

$$x_2 = 80 - 4t$$

а)  $t$ -?

$x$ -?

б)  $x_2(5) - x_1(5)$ -?

в)  $x_1(t_2)$ -?

если  $x_2 = 0$

## Решение

По виду самих уравнений определяем, что первый движется ускоренно, а второй равномерно.

а) поскольку во время встречи координаты обоих автомобилей будут равны

$$x_1 = x_2$$

$$2t + 0.2t^2 = 80 - 4t$$

$$0.2t^2 + 6t - 80 = 0$$

$$t = 10 \text{ с}$$

теперь в одно из уравнений можно подставить найденное только что время  $t$

$$x = 80 - 4 * 10 = 40 \text{ м}$$

$$\text{б) } x_1 = 2 * 5 + 0.2 * 5^2 = 15 \text{ м}$$

$$x_2 = 80 - 4 * 5 = 60 \text{ м}$$

$$x_2 - x_1 = 60 - 15 = 45 \text{ м}$$

$$\text{в) } x_2 = 0 \Rightarrow 0 = 80 - 4 * t \Rightarrow t = 20$$

$$x_1 = 2 * 20 + 0.2 * 20^2 = 120 \text{ м}$$

- ◎ Многие школьные предметы перекликаются друг с другом, например, такие как физика и математика. Именно поэтому важно знать как решается то или иное уравнение в математике, что бы не допустить ошибки в физике.

# ИСТОЧНИКИ

- ◉ <http://shofer-ok.at.ua>
- ◉ <http://www.emc.spb.ru>
- ◉ <http://www.curator.ru>
- ◉ <http://edu.1c.ru>
- ◉ <http://repetitor.1c.ru>
- ◉ <http://www.globus-kniga.ru>
- ◉ <http://www.emc.spb.ru>
- ◉ [«Первое сентября», 2007 - 2009  
portfolio.1september.ru](http://portfolio.1september.ru)

