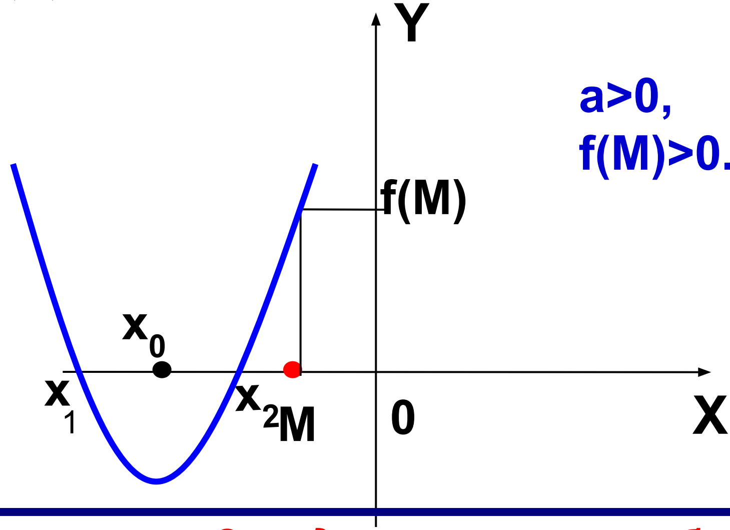
Движение – жизнь! Движение в графиках.

I. $F(X)=AX^2+BX+C$

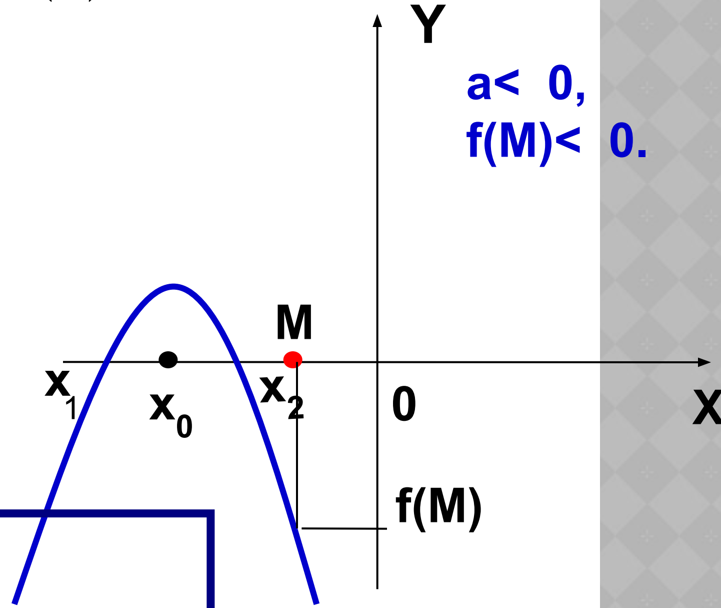
M - точка на оси абсцисс.

Чтобы корни квадратного трехчлена были меньше числа M, $X_1 < X_2 < M$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\begin{cases} a>0, \\ D\geq 0, \\ X_0<M, \\ f(M)>0. \end{cases} \qquad \begin{cases} a<0, \\ D\geq 0, \\ X_0<M, \\ f(M)<0. \end{cases}$$



a>0,
f(M)>0.



a< 0,
f(M)< 0.

Эти два случая можно объединить:

$$\begin{cases} D\geq 0 \\ X_0<M , \\ a \times f(M)>0; \text{ здесь } f(M)=aM^2+bM+c. \end{cases}$$

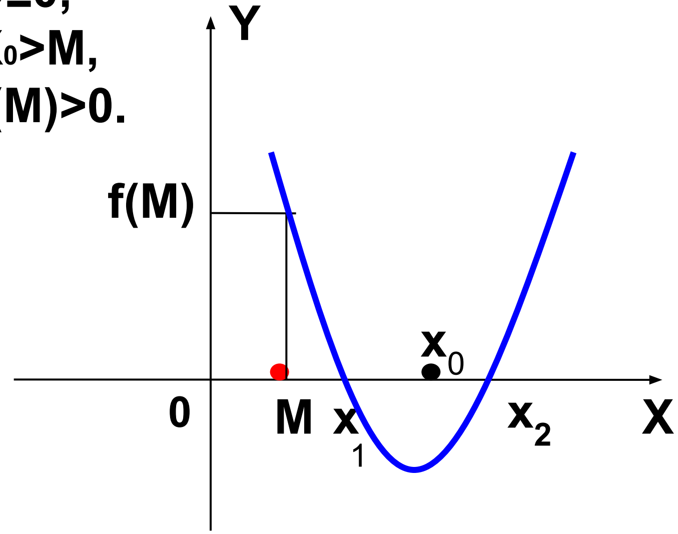
II. $F(X)=AX^2+BX+C$

M- точка на оси абсцисс.

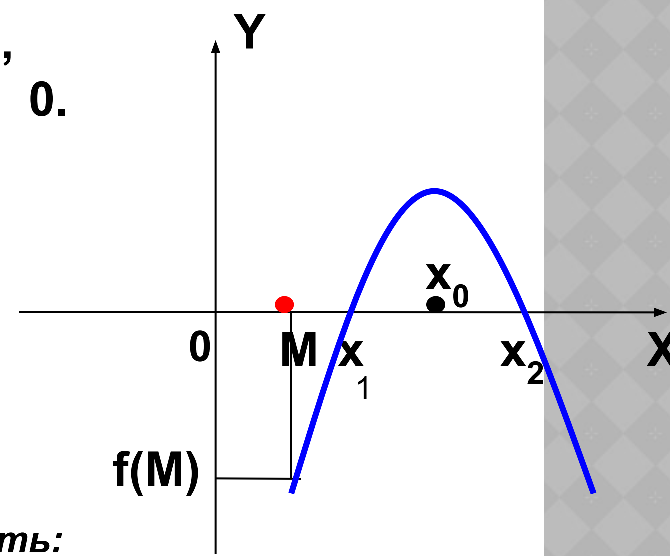
Чтобы корни квадратного трехчлена были больше числа M,

$M< X_1< X_2$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\begin{cases} a>0, \\ D\geq 0, \\ X_0>M, \\ f(M)>0. \end{cases}$$



$$\begin{cases} a< 0, \\ D\geq 0, \\ X_0>M, \\ f(M)< 0. \end{cases}$$



Эти два случая можно объединить:

$$\begin{cases} D\geq 0, \\ X_0>M, \\ a\times f(M)>0, \end{cases}$$

здесь $f(M)=aM^2+bM+c$.

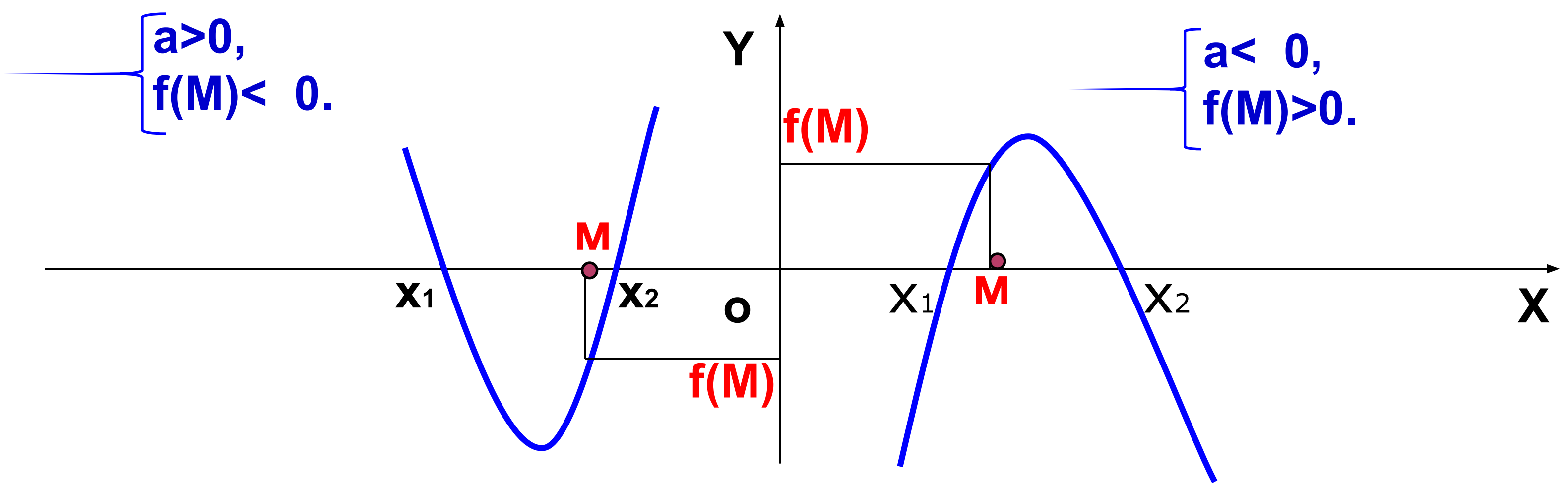
III. $F(X)=AX^2+BX+C$

M- точка на оси абсцисс.

Чтобы один из корней квадратного трехчлена был больше числа M, а другой меньше M , $X_1 < M < X_2$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$a \times f(M) < 0,$$

здесь $f(M)=a*M^2+b*M+c$.



Задача

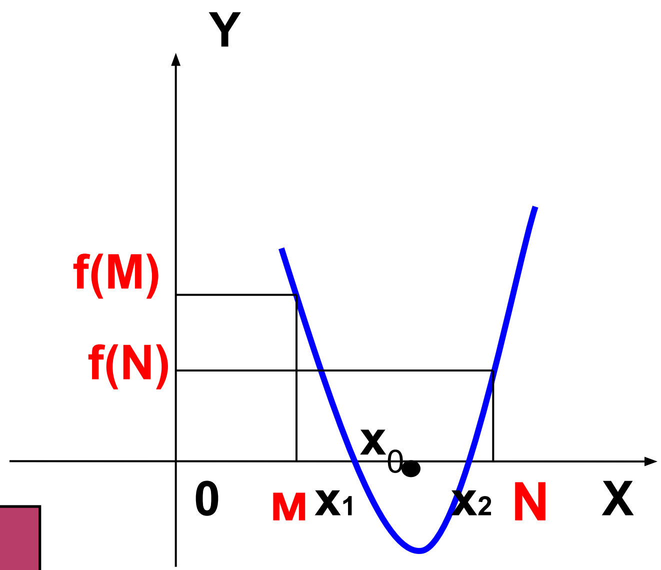
IV. $F(X)=AX^2+BX+C$

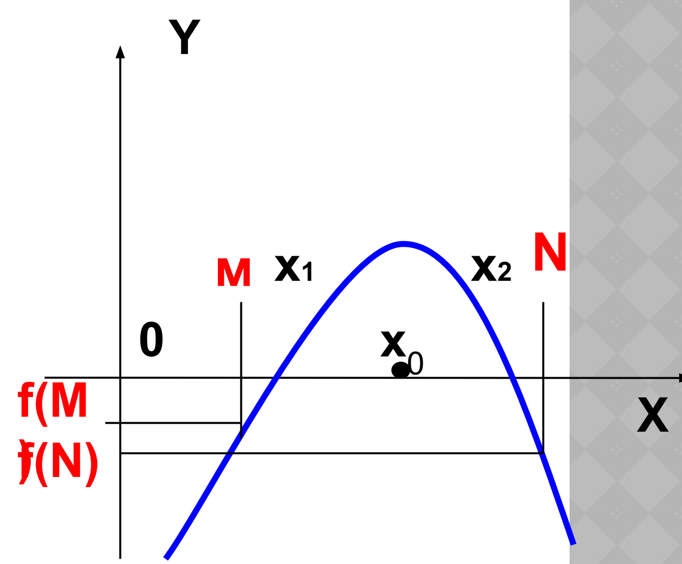
M и N - точки на оси абсцисс.

Чтобы оба корня квадратного трехчлена лежали на интервале (M,N), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\begin{cases} a>0, \\ D\geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M)>0, \\ f(N)>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a<0, \\ D\geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M)<0, \\ f(N)<0 \end{cases}$$





Задача

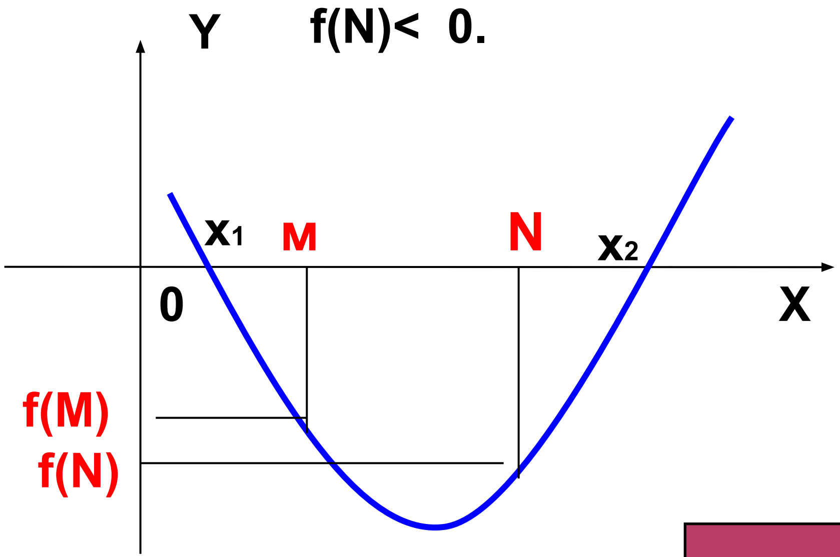
V. $F(X)=AX^2+BX+C$

M и N - точки на оси абсцисс.

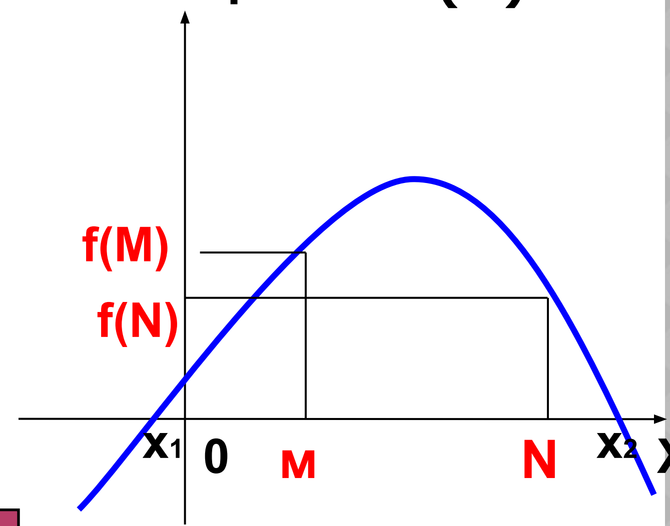
Чтобы отрезок [M,N] целиком лежал на интервале (x_1;x_2), необходимо, чтобы выполнялись условия:

$$a*f(M)<0,$$
$$a*f(N)<0.$$

$a>0$,
$f(M)< 0$,
$f(N)< 0$.



$a< 0$,
$f(M)>0$,
$f(N)>0$.



Задача

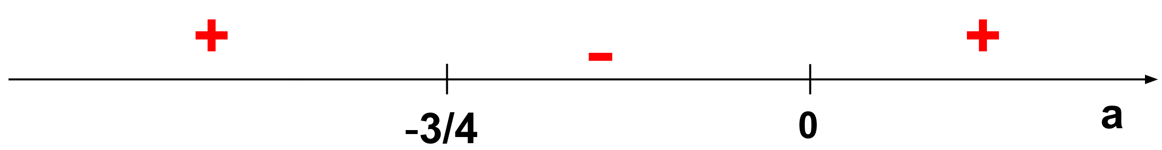
ЗАДАЧА

При каких ***а*** один корень уравнения $ax^2+x+1=0$ больше 2, а другой меньше 2?

Решение.

Чтобы выполнялось условие $x_1<2<x_2$ необходимо и достаточно, чтобы $a\times f(2)<0$, здесь $f(2)=4a+2+1=4a+3$ (*смотри сюда - СЛУЧАЙ III*).

Решим неравенство $a(4a+3)<0$ методом интервалов:



$-3/4<a<0$

***Ответ:* $-3/4<a<0$.**

ЗАДАЧА

При каких ***a*** оба корня уравнения x^2-ax+2=0 лежат на интервале (0;3)?

Решение

Коэффициент при x^2 положителен(a>0). Чтобы x1 и x2 принадлежали интервалу (0;3) необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ X_0 \in (M,N), \\ f(M) > 0, \\ f(N) > 0. \end{cases}$$

здесь D=a2-8, x0=a/2 и f(3)=9-3a+2 (смотри сюда – СЛУЧАЙ
здесь D=a2-8, x0=a/2 и f(3)=9-3a+2 (смотри сюда – СЛУЧАЙ IV).
Решим получившуюся систему

$$\begin{cases} a^2-8 \geq 0, \\ a/2 \in (0;3), \\ 9-3a+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| \geq \sqrt{8}, \\ a \in (0;6), \\ a < 11/3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 2\sqrt{2}, \\ a \in (0;6), \\ a < 11/3. \end{cases}$$

Ответ: **$2\sqrt{2} \leq a \leq 11/3$**

ЗАДАЧА

При каких ***а*** один корень уравнения $ax^2+x+1=0$ меньше 0, а второй корень больше 3?

Решение

- **Коэффициент при x^2 положителен ($a>0$). Чтобы x1 был меньше 0, а x2 больше 3, необходимо, чтобы выполнялось условие** $\begin{cases} a*f(0)<0, \\ a*f(3)<0. \end{cases}$ **(смотри сюда – СЛУЧАЙ СЛУЧАЙ V)**

f(0)=1

f(3)=9a+4

$$\begin{cases} a*1<0, \\ a*(9a+4)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a*1<0, \\ a*(9a+4)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ 9a^2+4a<0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ + \quad - \quad + \quad (-4/9,\ 0,\ X) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ -4/9<a<0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad -4/9<a<0.$$

Ответ: **$-4/9<a<0$.**

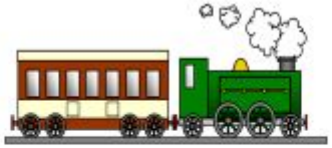
ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Задача

Паровоз движется со скоростью 36 км/ч. Какое расстояние он пройдёт за 10 минут?

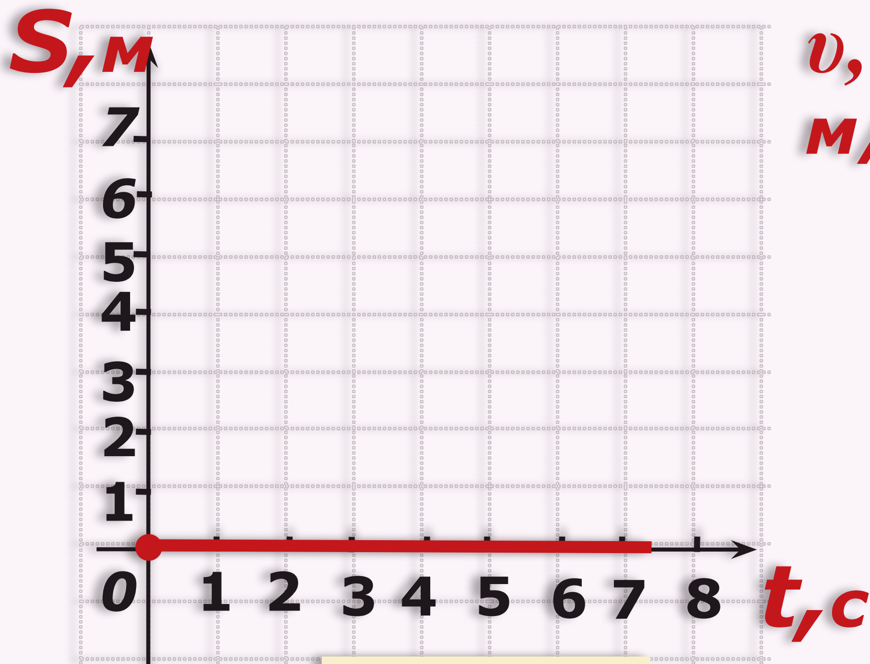
Дано:	*СИ*	*Решение:*

Ответ: 6 000 м.

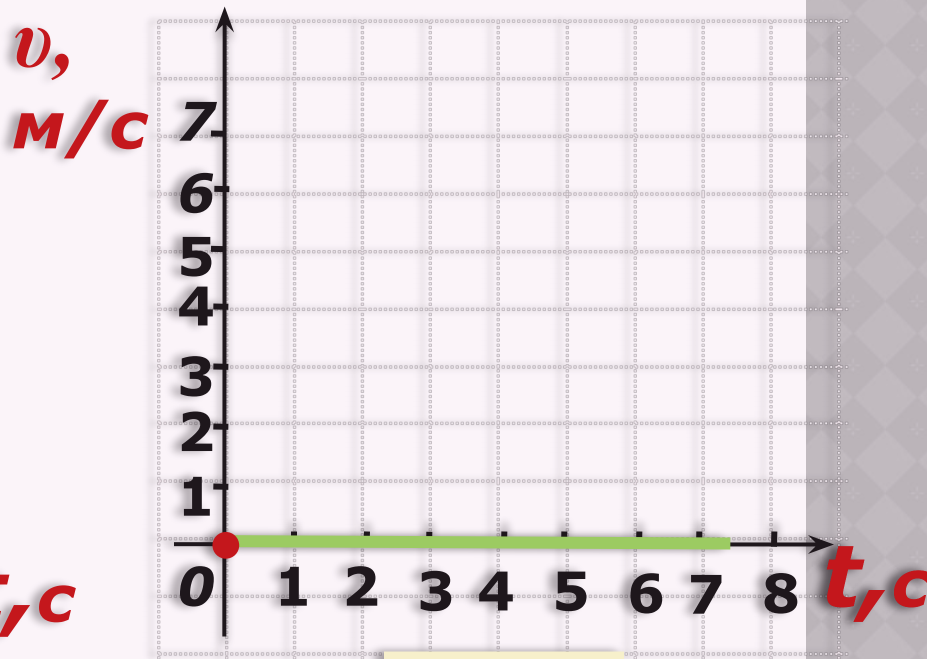


Графики зависимости пути от времени, скорости от времени

Тело находится в покое.



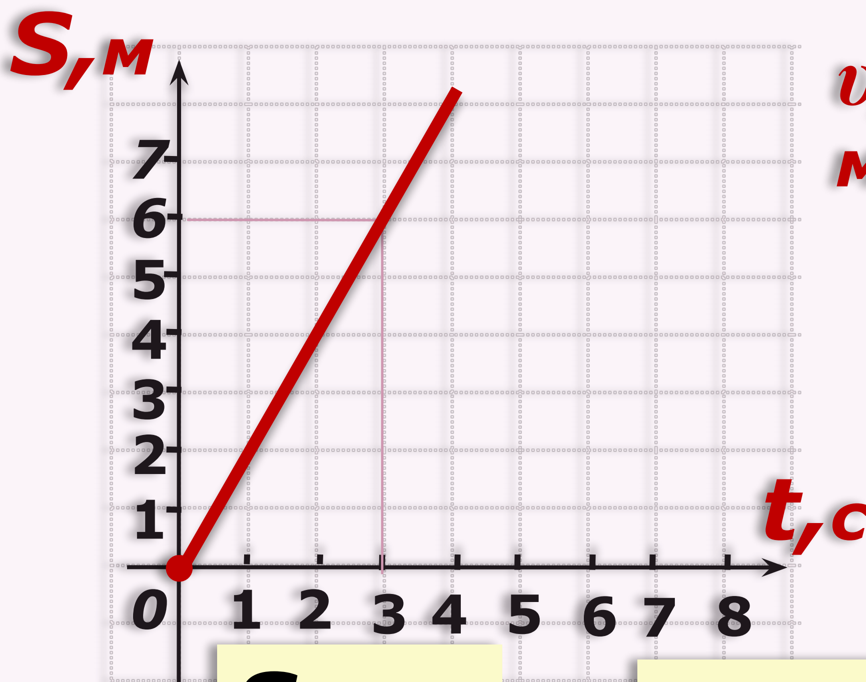
$S = 0$



$\upsilon = 0$

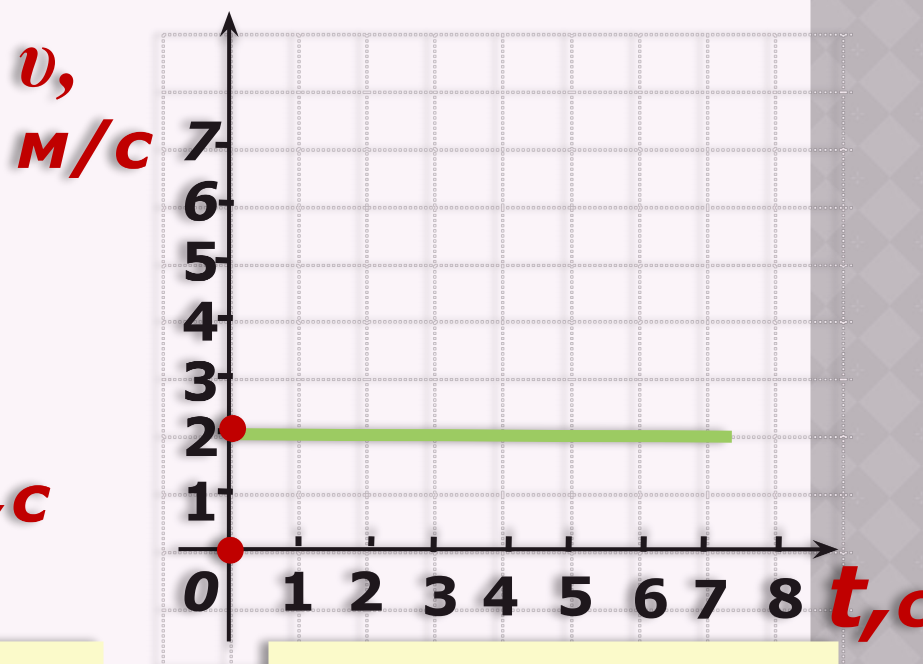
Графики зависимости пути от времени, скорости от времени

Тело движется равномерно.



$S=\upsilon t$

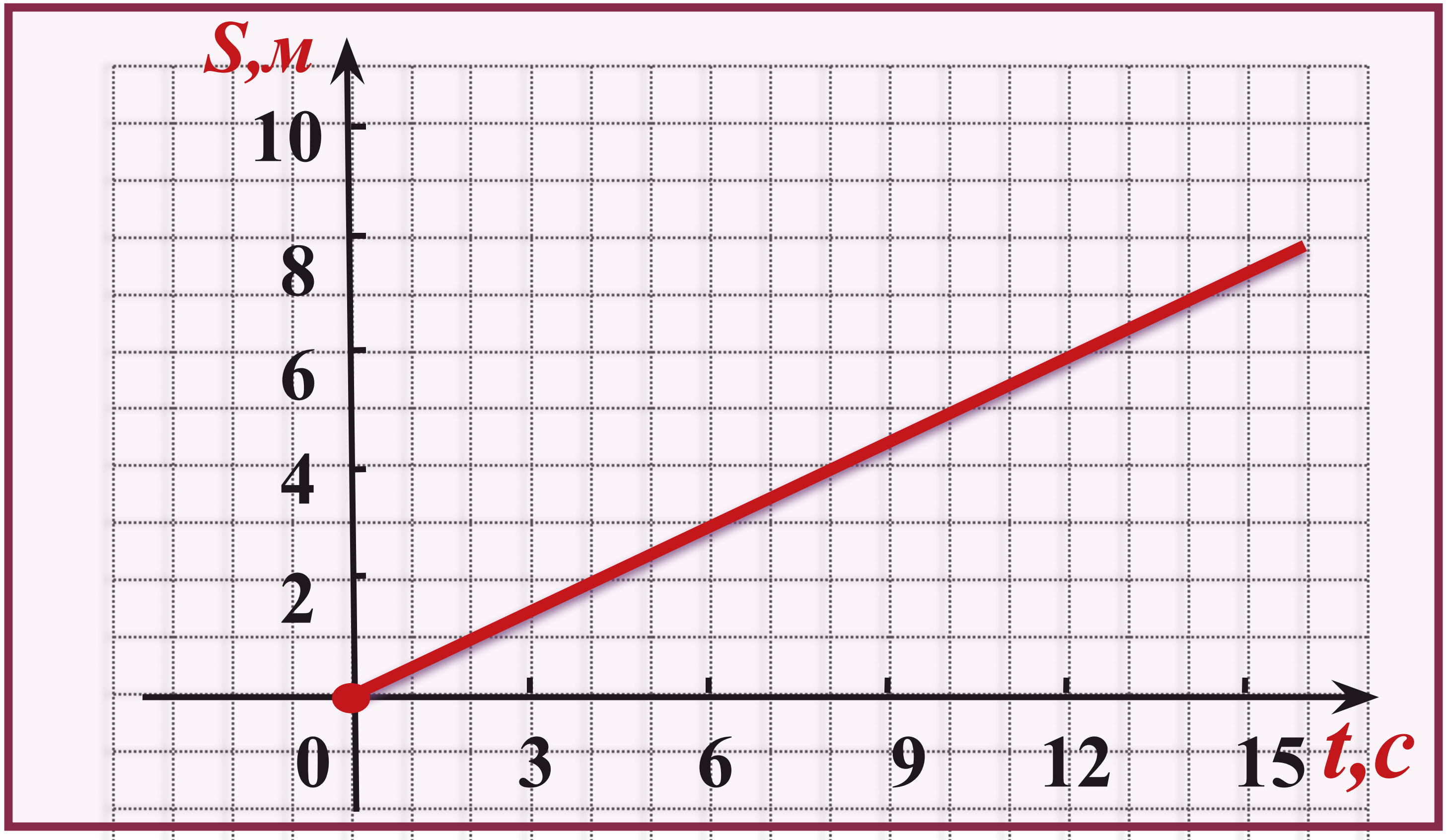
$\upsilon=S/t$



$\upsilon = 6м/3с = 2м/с$

Задача

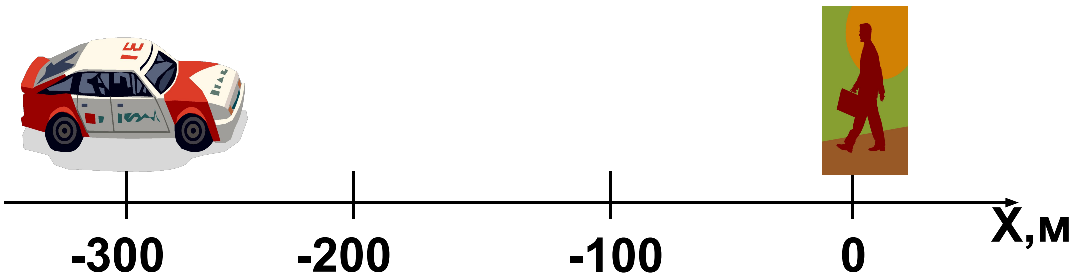
Дан график движения тела. Каков вид этого движения? Чему равна скорость движения тела? Каков путь, пройденный телом за 8 секунд? Постройте график скорости тела для данного движения.



1) $x_1=-270+12t$ – движение грузового автомобиля,

$x_2=-1,5t$ – движение пешехода.

Вопрос: с какими скоростями и в каком направлении они двигались? Когда и где они встретились?



Решение

ДАНО

$x_1=-270+12t$

$x_2=-1.5t$

$V_{авт}$-?

$V_{пеш}$-?

$t_{встречи}$ -?

$x_{встречи}$ -?

$x=x_0+vt$ $\Rightarrow$

$V_{пеш}=1,5$ м/с - влево

$V_{авт}=12$ м/с - вправо

(Знак говорит о направлении!)

Когда они встретятся их координаты x будут равны, поэтому:

$-270+12t=-1.5t \Rightarrow t=20с$

Далее подставляем в одно из уравнений найденное t, получаем:

$-1.5*20=-30м$

Ответ: через 20 с в точке с координатой -30м

2) $x_1=5t$ – движение одного велосипедиста,

$x_2=150-10t$ - движение второго велосипедиста.

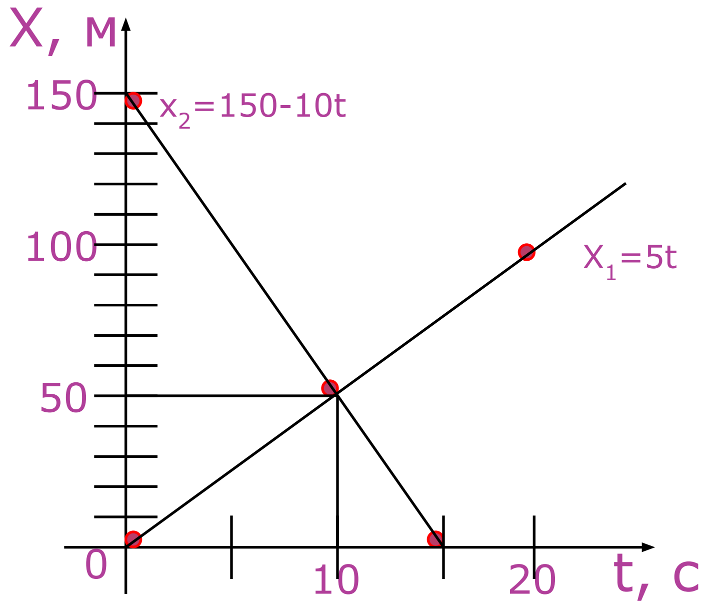
Задание: построить графики зависимости $x(t)$. Найти время и место встречи.

$X_1=5t$

t	0	20
x	0	100

$x_2=150-10t$

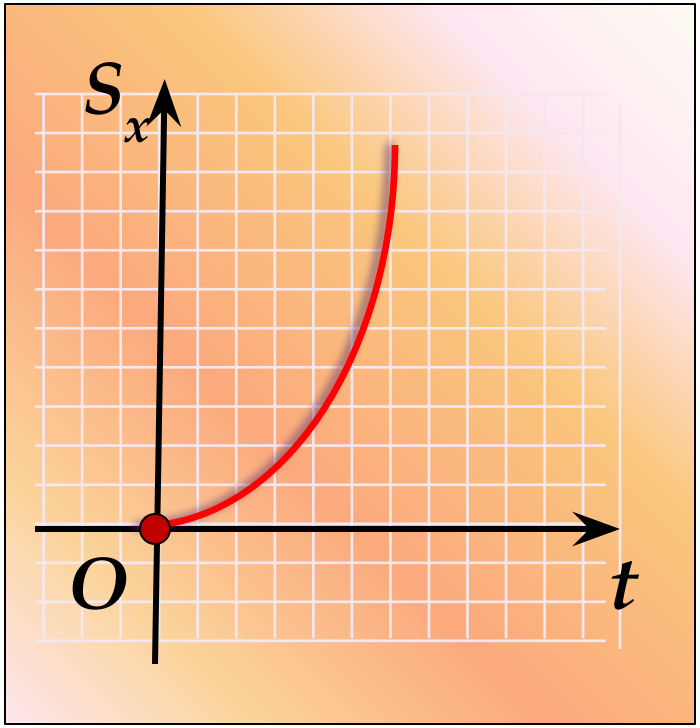
t	0	15
x	150	0



Ответ: через 10 с после начала выезда в точке с координатой 50м

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПРИ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ

График зависимости проекции вектора перемещения тела от времени (рис. 6), если тело движется с с постоянным ускорением.



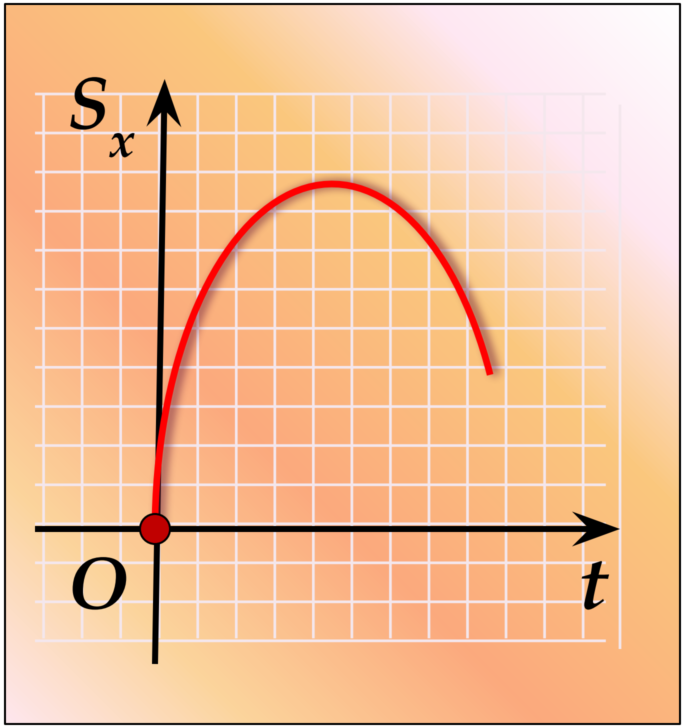
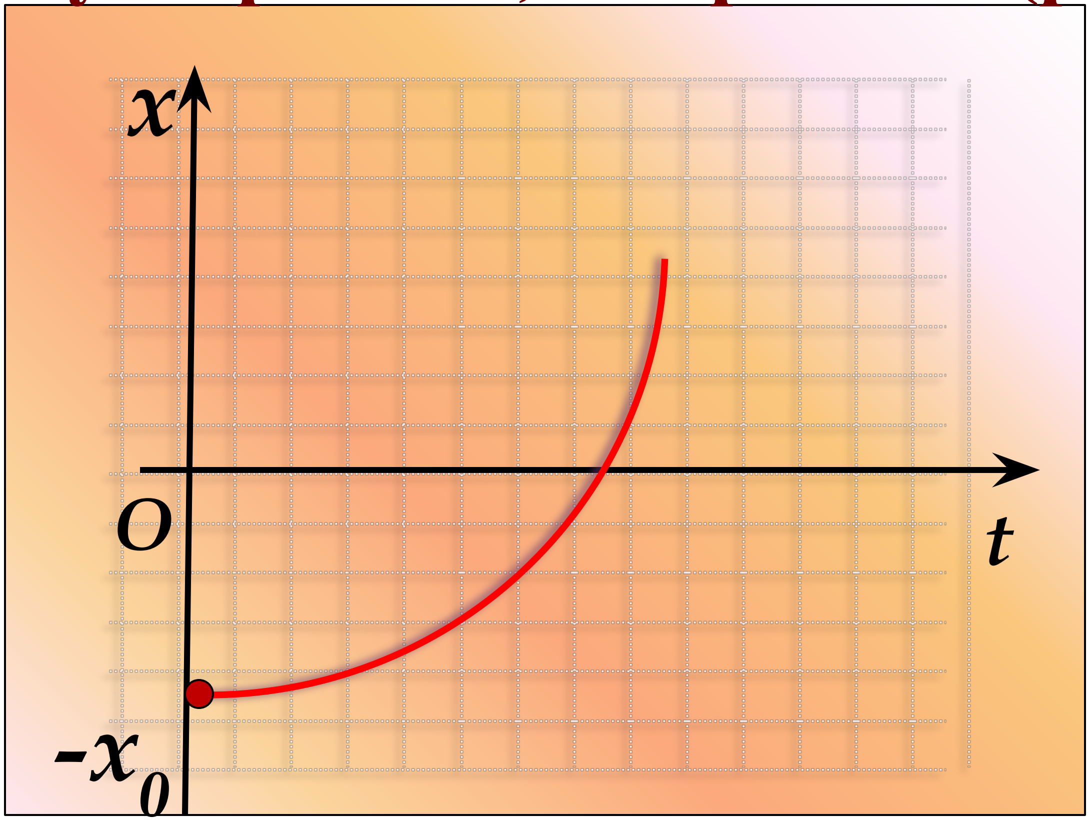


Рис. 6 $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_0$ $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}_0$

График зависимости координаты тела, движущегося с постоянным ускорением, от времени (рис. 7).



$$x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Рис. 7

1) Уравнение движения материальной точки имеет вид $x=-0,2t^2$. Какое это движение?

Найти координату точки через 5 с и путь, пройденный ею за это время.

Построить график зависимости x от t.

Дано:

$x=-0,2t^2$

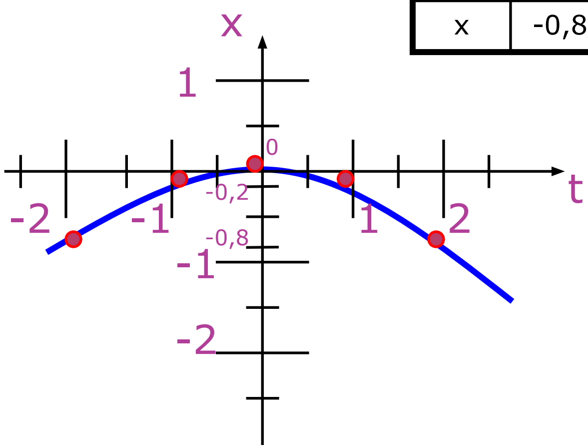
$t=5c$

x-?

s-?

Решение:

t	-2	-1	0	1	2
x	-0,8	-0,2	0	-0,2	-0,8



Классический вид уравнения

$x=x_0 + v_{0x}*t + g*t^2 / 2$

у нас $x_0=0$, $v_0=0$ поэтому наше уравнение принимает вид

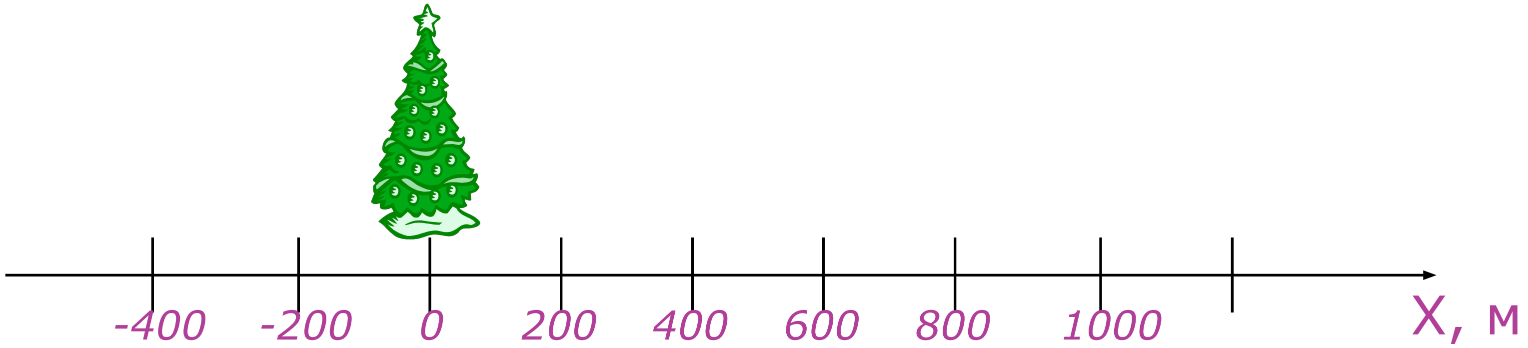
$x=g*t^2 / 2$

$x=-0,2*5^2=-5$ м

$s=|x-x_0|=5$ м

Ответ: движение равноускоренное; координата точки через заданное время -5 м, пройденный путь 5 м

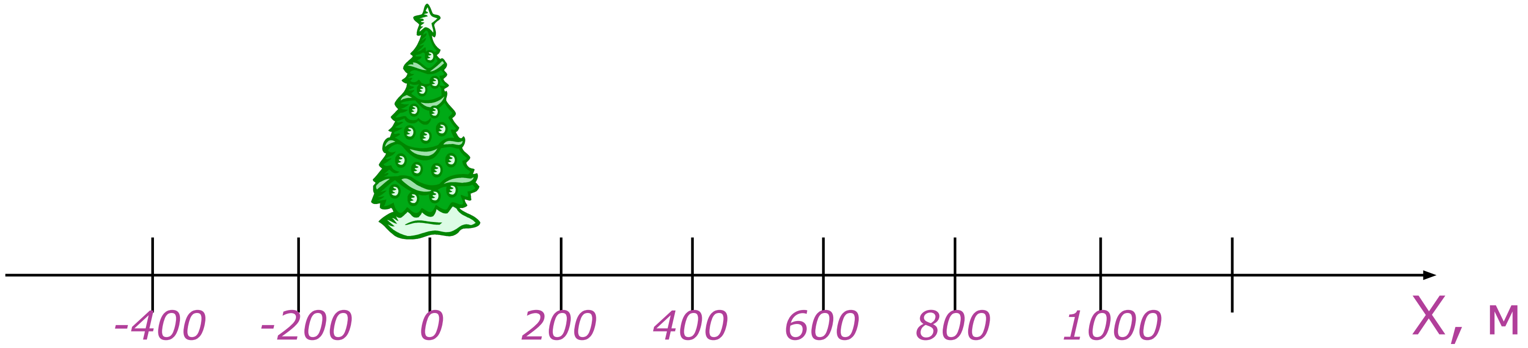
2) Уравнения движения по шоссе велосипедиста, бензовоза и пешехода имеют вид: $x_1=-0.4t^2$, $x_2=400-0.6t$ и $x_3=-300$ соответственно. Найти для каждого из тел: координату в момент начала наблюдения, проекции начальной скорости и ускорения, а также направление и вид движения.



I. Координаты в момент начала наблюдения:

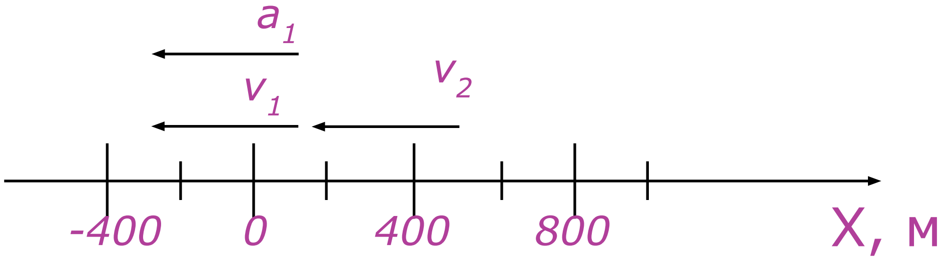
Моменту начала наблюдения соответствует t=0

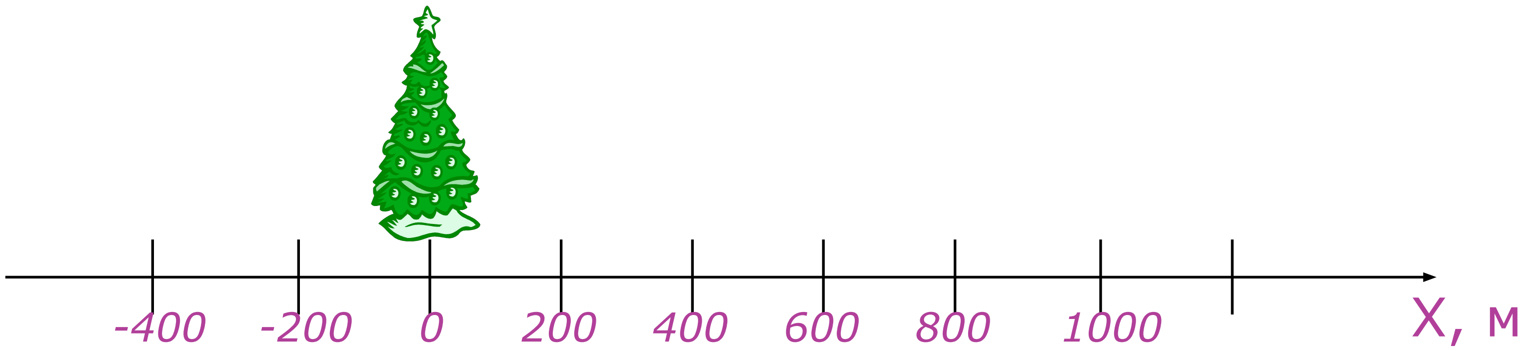
1. $x_1=-0.4*0=0$ м;
2. $x_2=400-0.6*0=400$ м;
3. $x_3=-300$ м



II. Проекции начальной скорости и ускорения:

1) v_{0x}=0, a_x=-0.8 м/с^2;
2) v_{0x}=-0.6 м/с, a_x=0,3 м/с^2;
3) v_{ox}=0, a_x=0





III. Направление и вид движения:
Вид уравнения определяет вид движения

1) $x_1=-0.4t^2$ влево, равноускоренное;

2) $x_2=400-0.6t$ влево, равномерное;

3) $x_3=-300$ покой

3) Движения двух автомобилей по шоссе заданы уравнениями $x_1=2t+0.2t^2$ и $x_2=80-4t$. Описать картину движения. Найти: а) время и место встречи автомобилей; б) расстояние между ними через 5 с от начала отсчета времени; в) координату первого автомобиля в тот момент времени, когда второй находился в начале отсчета.

ДАНО

$x_1=2t+0.2t^2$

$x_2=80-4t$

а) t-?

x-?

б) $x_2(5)-x_1(5)$-?

в) $x_1(t_2)$-? если $x_2=0$

Решение

По виду самих уравнений определяем, что первый движется ускоренно, а второй равномерно.

а) поскольку во время встречи координаты обоих автомобилей будут равны

$x_1=x_2$

$2t+0.2t^2=80-4t$

$0.2t^2+6t-80=0$

$t=10$ с

теперь в одно из уравнений можно подставить найденное только что время t

$x=80-4*10=40$ м

б) $x_1=2*5+0.2*5^2=15$ м

$x_2=80-4*5=60$ м

$x_2 - x_1=60-15=45$ м

в) $x_2=0 \Rightarrow 0=80-4*t \Rightarrow t=20$

$x_1=2*20+0,2*20^2=120$ м

- Многие школьные предметы перекликаются друг с другом, например, такие как физика и математика. Именно поэтому важно знать как решается то или иное уравнение в математике, что бы не допустить ошибки в физике.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ИСТОЧНИКИ

- http://shofer-ok.at.ua
- http://www.emc.spb.ru
- http://www.curator.ru
- http://edu.1c.ru
- http://repetitor.1c.ru
- http://www.globus-kniga.ru
- http://www.emc.spb.ru
- «Первое сентября», 2007 - 2009 portfolio.1september.ru