

Режимы движения жидкости

Элементы электронного пособия при изучении гидродинамики

Автор: преподаватель общетехнических дисциплин Чиркина С.С.

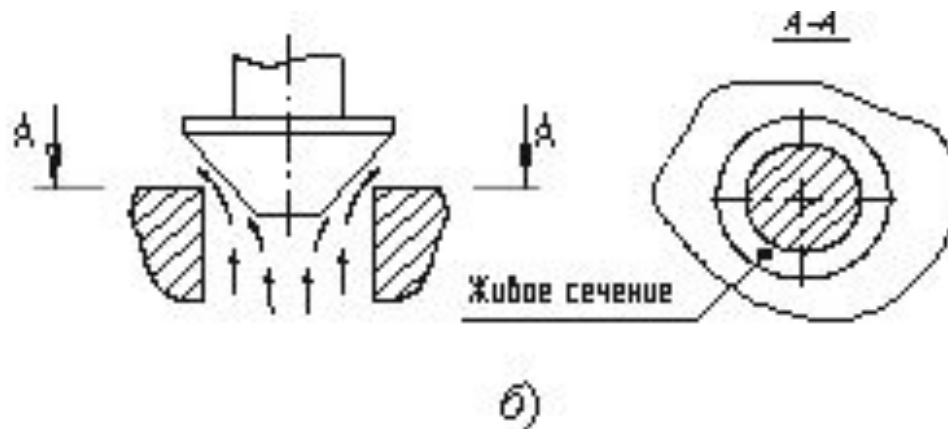
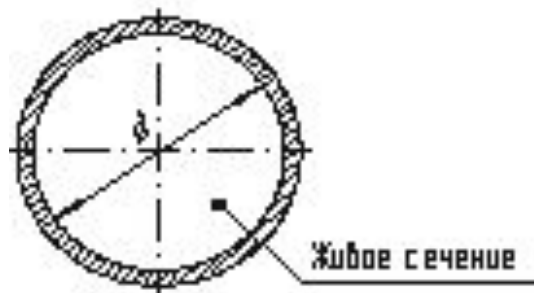
Ростов-на-Дону
2019г.

Гидродинамика – раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями.

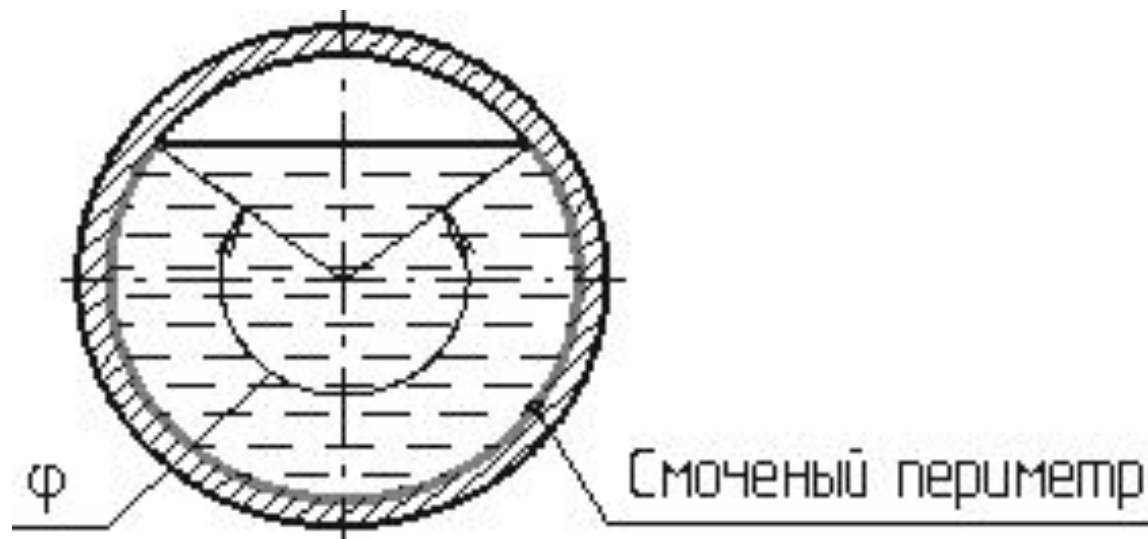
Если отдельные частицы абсолютно твердого тела жестко связаны между собой, то в движущейся жидкой среде такие связи отсутствуют. Движение жидкости состоит из чрезвычайно сложного перемещения отдельных молекул.

Основные понятия о движении жидкости

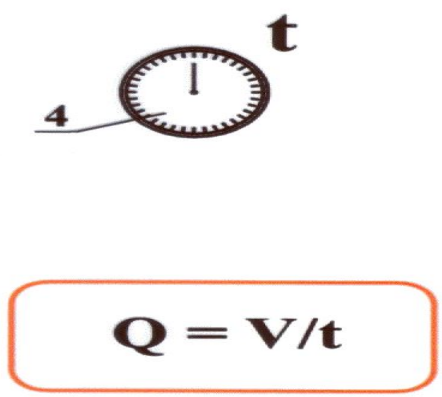
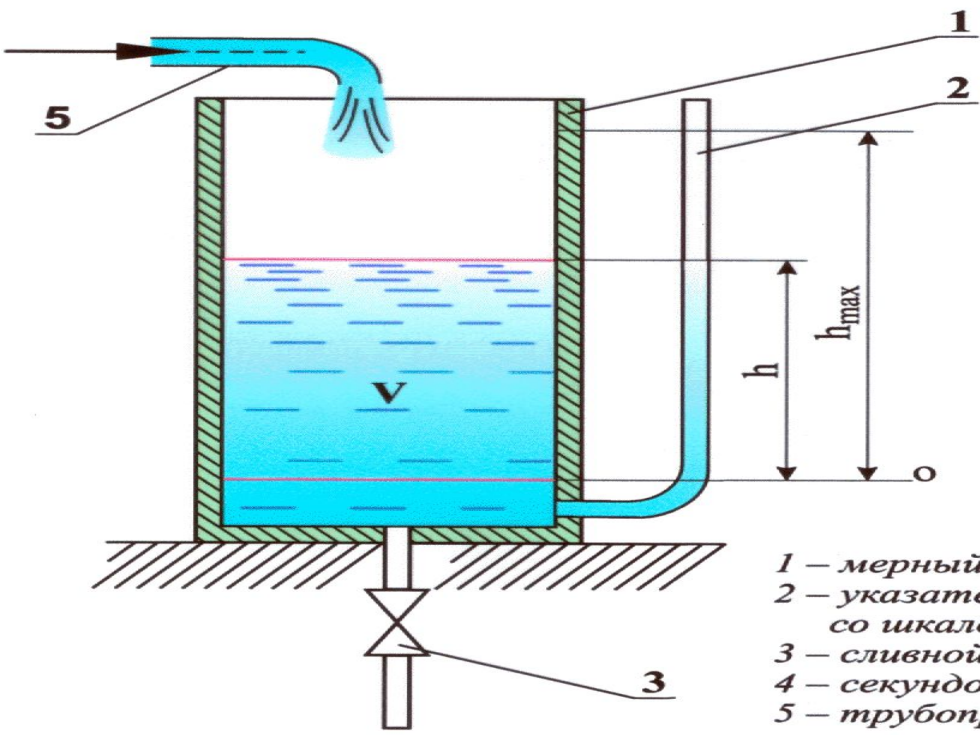
Живым сечением ω (м^2) называют площадь поперечного сечения потока, перпендикулярную к направлению течения. Например, живое сечение трубы – круг, живое сечение клапана – кольцо с изменяющимся внутренним диаметром.



Смоченный периметр χ ("хи") – часть периметра живого сечения, ограниченное твердыми стенками, выделен утолщенной линией).

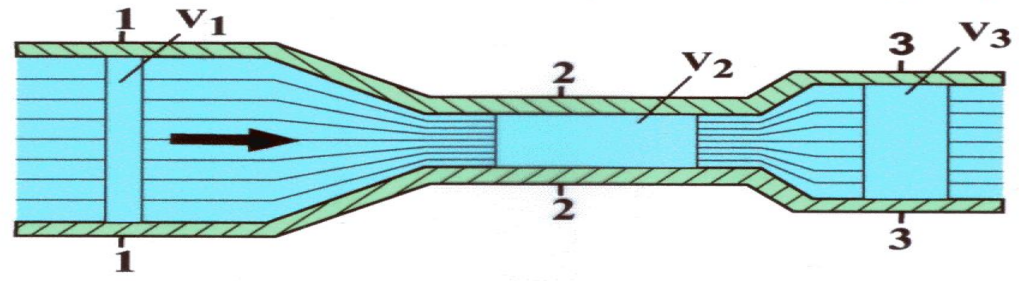


Расход



- 1 – мерный бак;
- 2 – указатель уровня жидкости со шкалой значения объёма жидкости;
- 3 – сливной кран;
- 4 – секундомер;
- 5 – трубопровод подачи жидкости

Закон сохранения масс. Уравнение неразрывности.



1-1; 2-2 ; 3-3 – поперечные сечения потока

$$v_1 = v_2 = v_3; \quad v_i = v_{i\text{cp}} \cdot S_i \cdot t; \quad Q = v/t$$

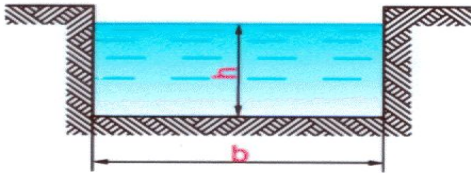
$$Q = v_{1\text{cp}} S_1 = v_{2\text{cp}} S_2 = \text{const}; \quad v_{1\text{cp}}/v_{2\text{cp}} = S_2/S_1$$

Расход жидкости в русле конечных размеров. Гидравлический радиус потока

Расход жидкости через поперечное сечение русла, площадью S :

$$Q = v_{cp} S$$

Прямоугольное сечение потока

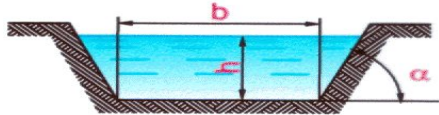


$$S = b \cdot h$$

$$\Pi = 2h + b$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{bh}{2h + b}$$

Трапецидальное сечение потока

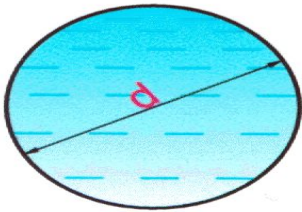


$$S = \frac{2h \operatorname{ctg} \alpha + 2b}{2} h = h(h \operatorname{ctg} \alpha + b)$$

$$\Pi = b + 2\sqrt{h^2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha h^2} = b + 2h\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{h(h \operatorname{ctg} \alpha + b)}{b + 2h\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$$

Круглое сечение, полностью заполненное

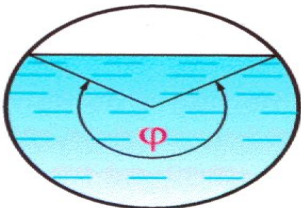


$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\Pi = \pi d$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2}$$

Круглое сечение, частично заполненное



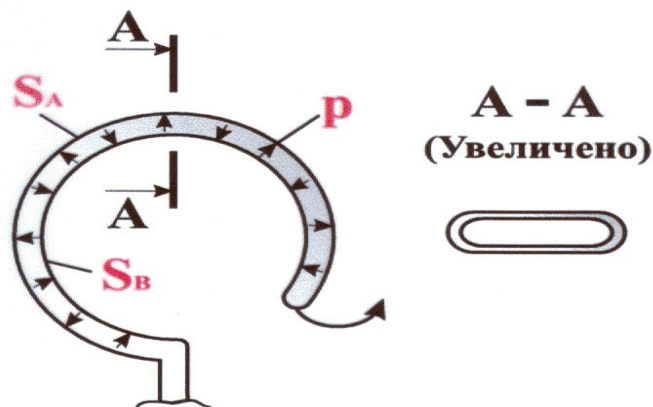
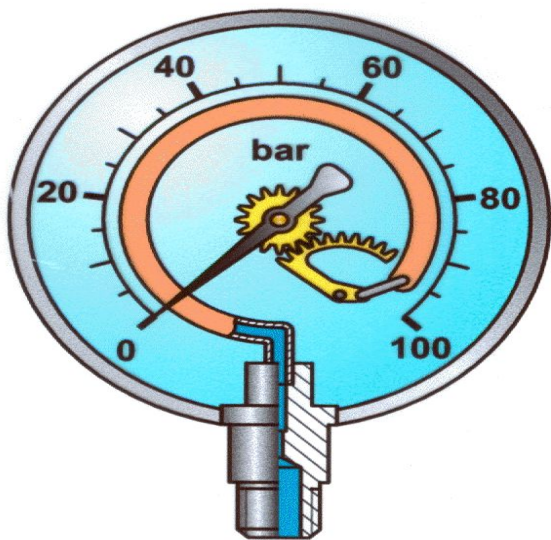
$$S = \frac{d^2}{8} \left(\frac{\varphi \pi}{180^\circ} - \sin \varphi \right)$$

$$\Pi = \frac{\varphi \pi d}{360^\circ}$$

$$R = \frac{d}{4} \left(1 - \frac{180^\circ \sin \varphi}{\varphi \pi} \right)$$

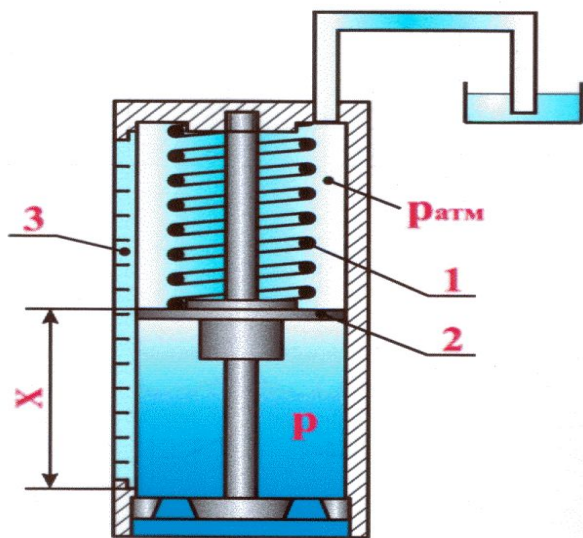
Приборы для измерения давления жидкости

Манометр часового типа



$$S_A \cdot p > S_B \cdot p$$

Поршневой индикатор давления

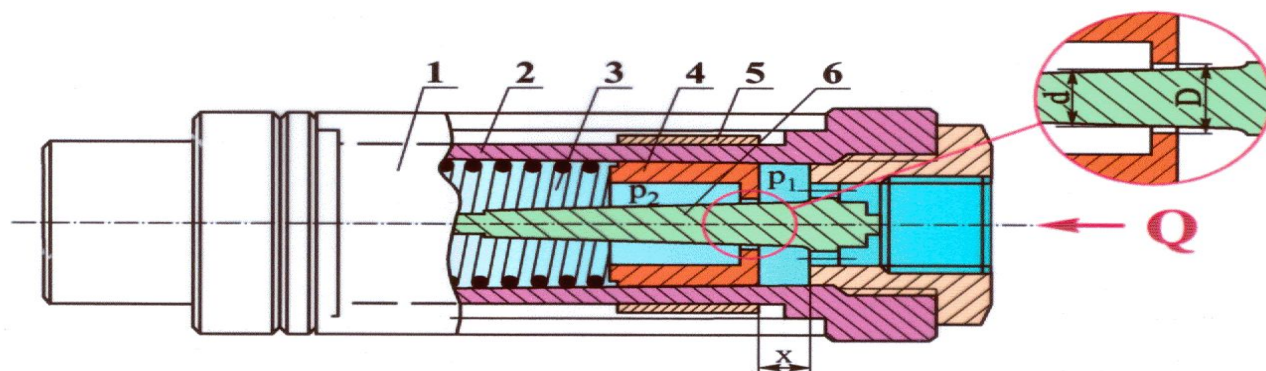


1. Пружина жесткостью C
2. Поршень площадью S
3. Прозрачная шкала с делениями

$$x \cdot C = p \cdot S$$

Приборы для измерения расхода жидкости

Попларково-пружинный расходомер



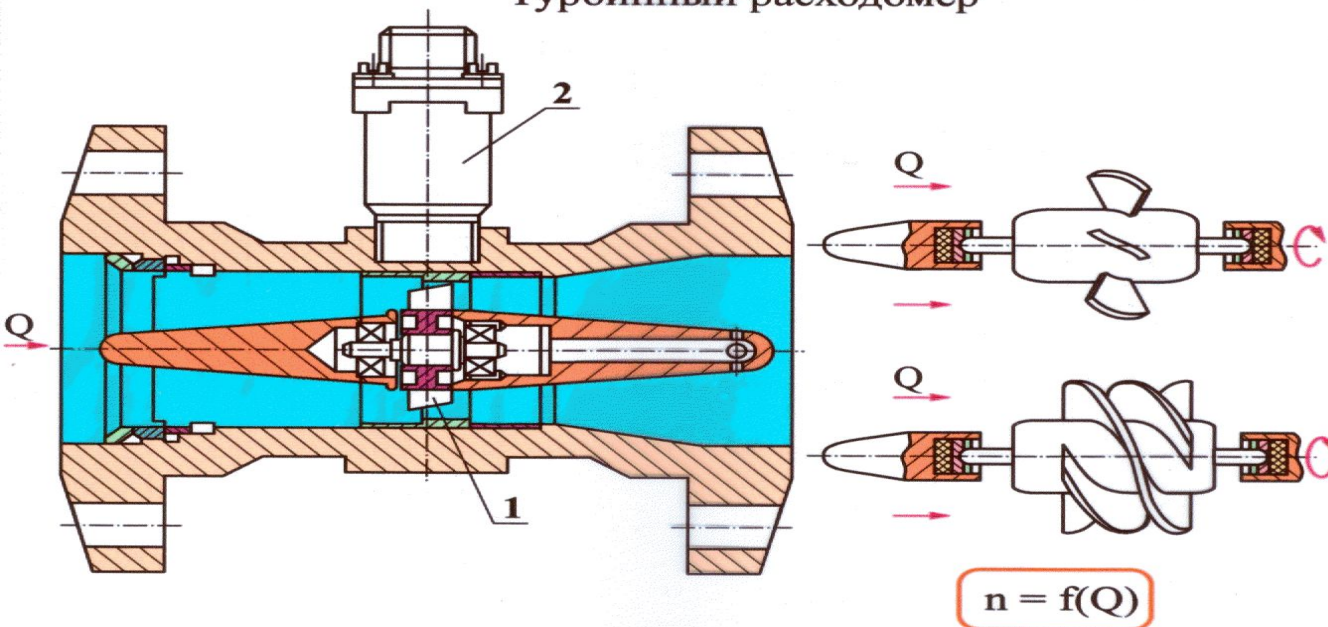
$$S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4}$$

$$d = f(x)$$

$$Q = \mu \cdot S \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

$$Q = f(x)$$

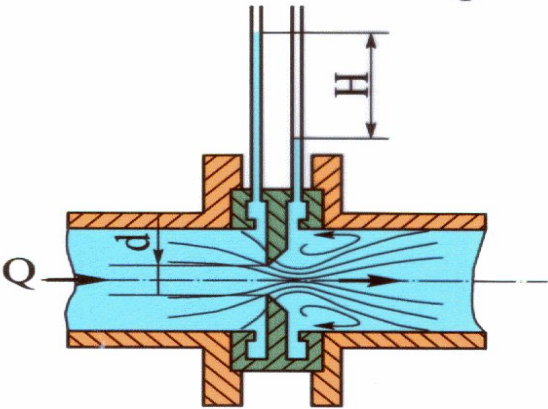
Турбинный расходомер



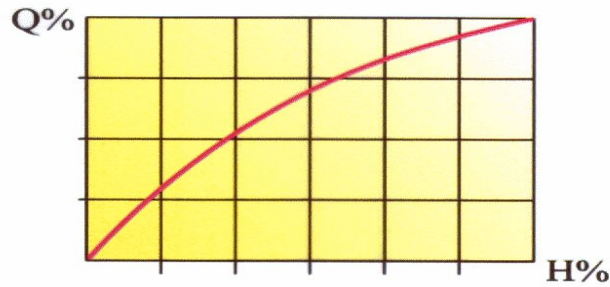
$$n = f(Q)$$

Приборы для измерения расхода жидкости

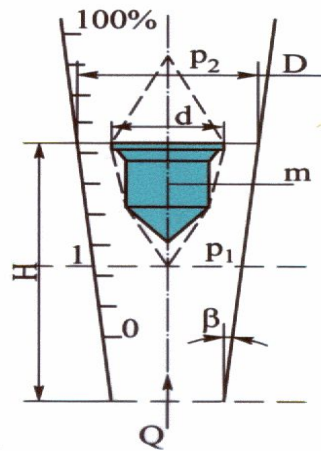
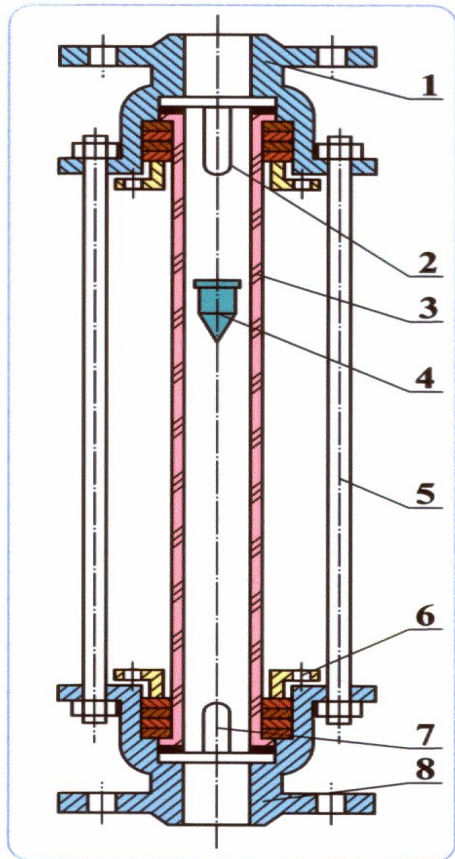
Измерительная диафрагма



$$Q = \mu \pi \frac{d^2}{4} \sqrt{2gH}$$



Расходомеры обтекания постоянного перепада давления



$$S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4}$$

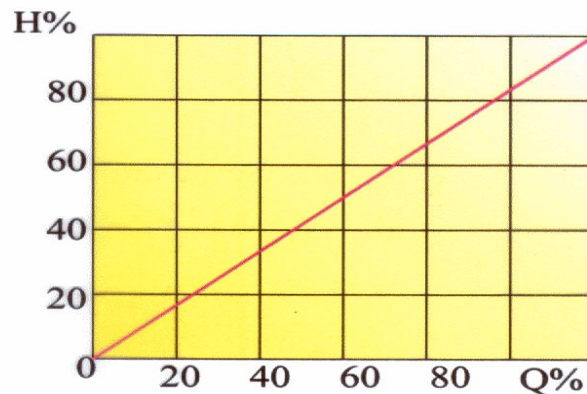
$$mg = (p_1 - p_2) \cdot \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow$$

$$p_1 - p_2 = \text{const}$$

$$Q = \mu S \sqrt{2 \frac{(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

$$D = f(H)$$

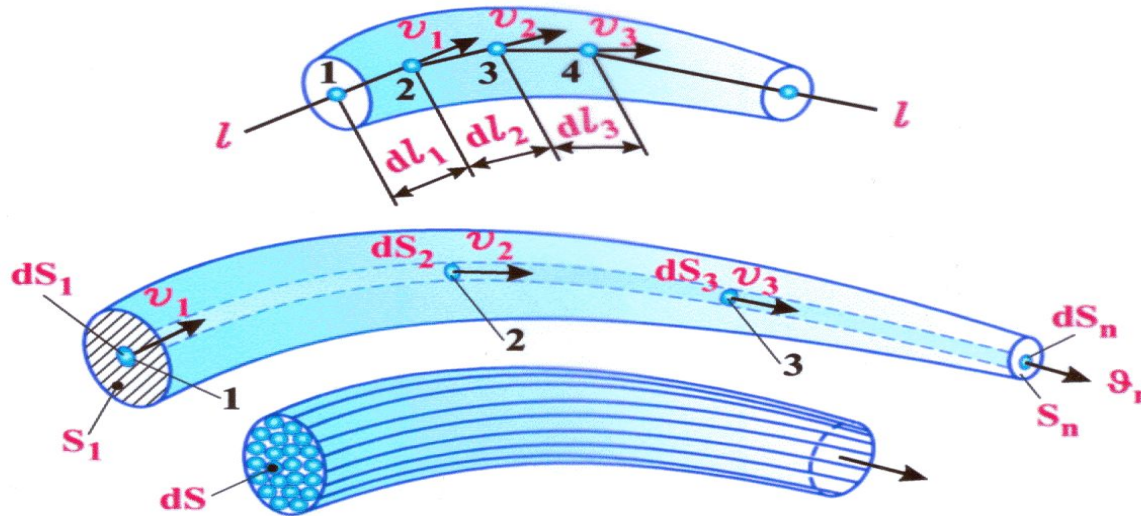
$$Q = f(H)$$



Движение жидкости

Параметр \ Вид	Установившееся движение	Неустановившееся движение
Скорость частицы	$v = f_1(x, y, z)$	$v = f_1(x, y, z, t)$
Давление в потоке	$p = f_2(x, y, z)$	$p = f_2(x, y, z, t)$

Понятие о струйной модели потока



Расход жидкости

Объемный расход	$dQ = v dS$	m^3 / c
Массовый расход	$dQ_m = \rho dQ$	$кг / c$
Весовой расход	$dQ_G = \rho g dQ$	H / c

Q - расход потока конечных размеров

v_{cp} - средняя скорость потока

R - гидравлический радиус потока

S - площадь поперечного сечения потока

Π - периметр смоченной поверхности

$$Q = \int_S v dS$$

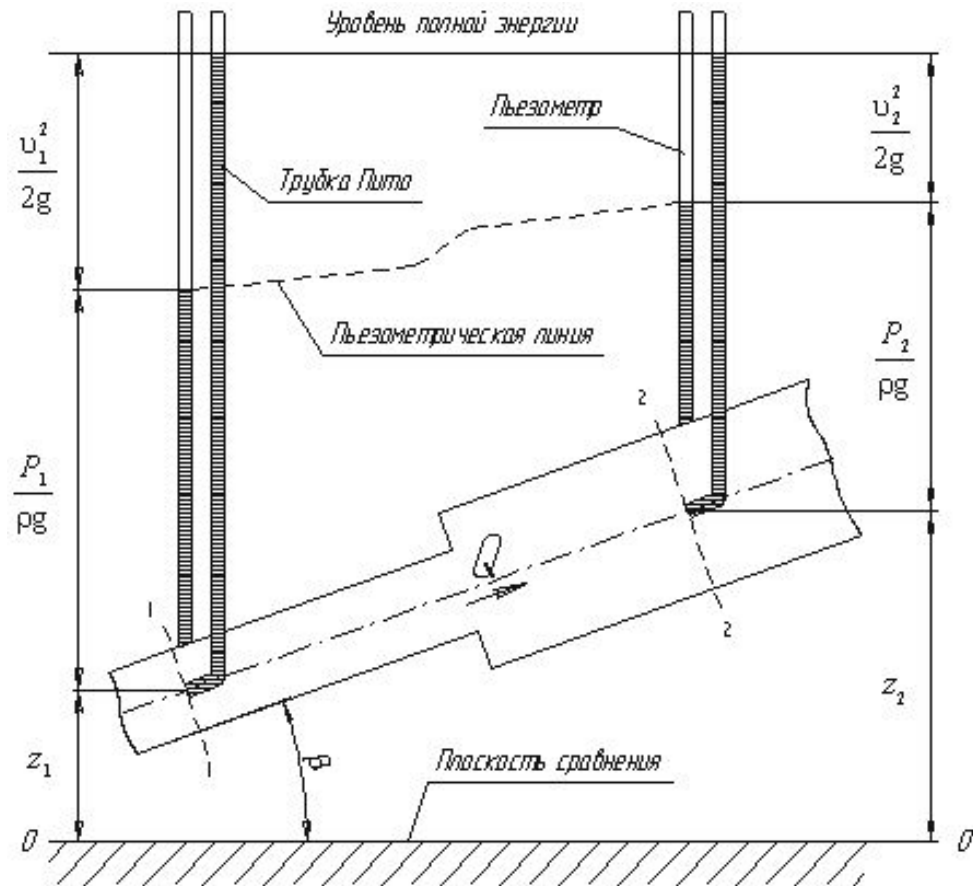
$$v_{cp} = \frac{Q}{S}$$

$$R = \frac{S}{\Pi}$$

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

Уравнение Даниила Бернулли, полученное в 1738 г., является фундаментальным уравнением гидродинамики. Оно дает связь между давлением P , средней скоростью u и пьезометрической высотой z в различных сечениях потока и выражает закон сохранения энергии движущейся жидкости. С помощью этого уравнения решается большой круг задач.

Рассмотрим трубопровод переменного диаметра, расположенный в пространстве под углом



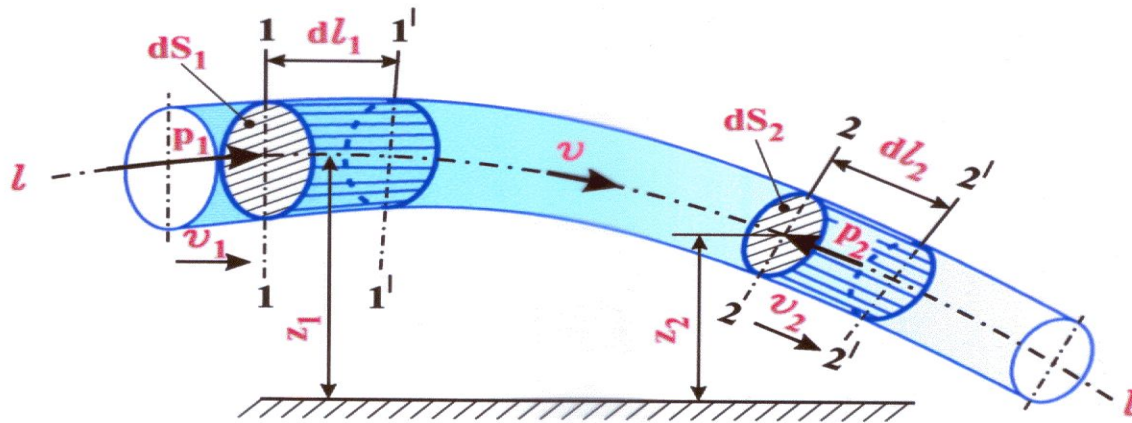
Выберем произвольно на рассматриваемом участке трубопровода два сечения: сечение 1-1 и сечение 2-2. Вверх по трубопроводу от первого сечения ко второму движется жидкость, расход которой равен Q .

Для измерения давления жидкости применяют *пьезометры* - тонкостенные стеклянные трубки, в которых жидкость поднимается на высоту $P/\rho g$. В каждом сечении установлены пьезометры, в которых уровень жидкости поднимается на разные высоты.

*Кроме пьезометров в каждом сечении 1-1 и 2-2 установлена трубка, загнутый конец которой направлен навстречу потоку жидкости, которая называется *трубка Пито*. Жидкость в трубках Пито также поднимается на разные уровни, если отсчитывать их от *пьезометрической линии*.*

Уравнение Бернулли для элементарной струйки

Работа сил давления	$p_1 dS_1 dl_1 - p_2 dS_2 dl_2$
Работа сил тяжести	$z_1 g dm - z_2 g dm$
Изменение кинетической энергии	$(v_2^2 - v_1^2) \frac{dm}{2}$



$$dm_1 = dm_2 = dm$$

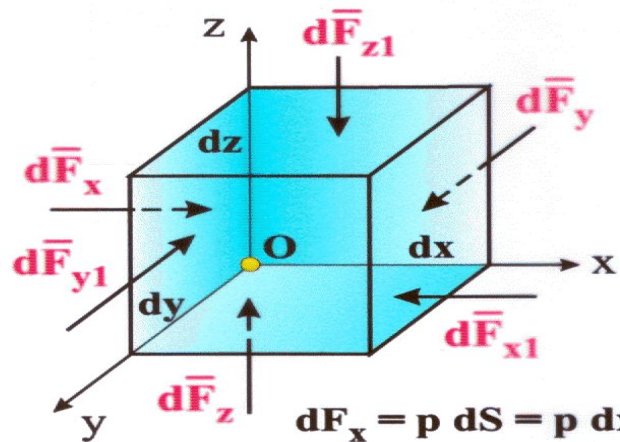
$$dm = \rho dl_1 dS_1 = \rho dl_2 dS_2$$

$$dl_1 = v_1 dt; \quad dl_2 = v_2 dt$$

Уравнение Бернулли для элементарной струйки

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости



Малый объем
в форме куба,
выделенный
в жидкости

$$dF_x = p dS = p dx dy dz$$

$$dF_{x1} = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dS = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz$$

$$ma = \Sigma F_i$$

$$\rho dx dy dz \frac{dv_x}{dt} = dF_x - dF_{x1} - X \rho dx dy dz$$

Система уравнений Л.Эйлера

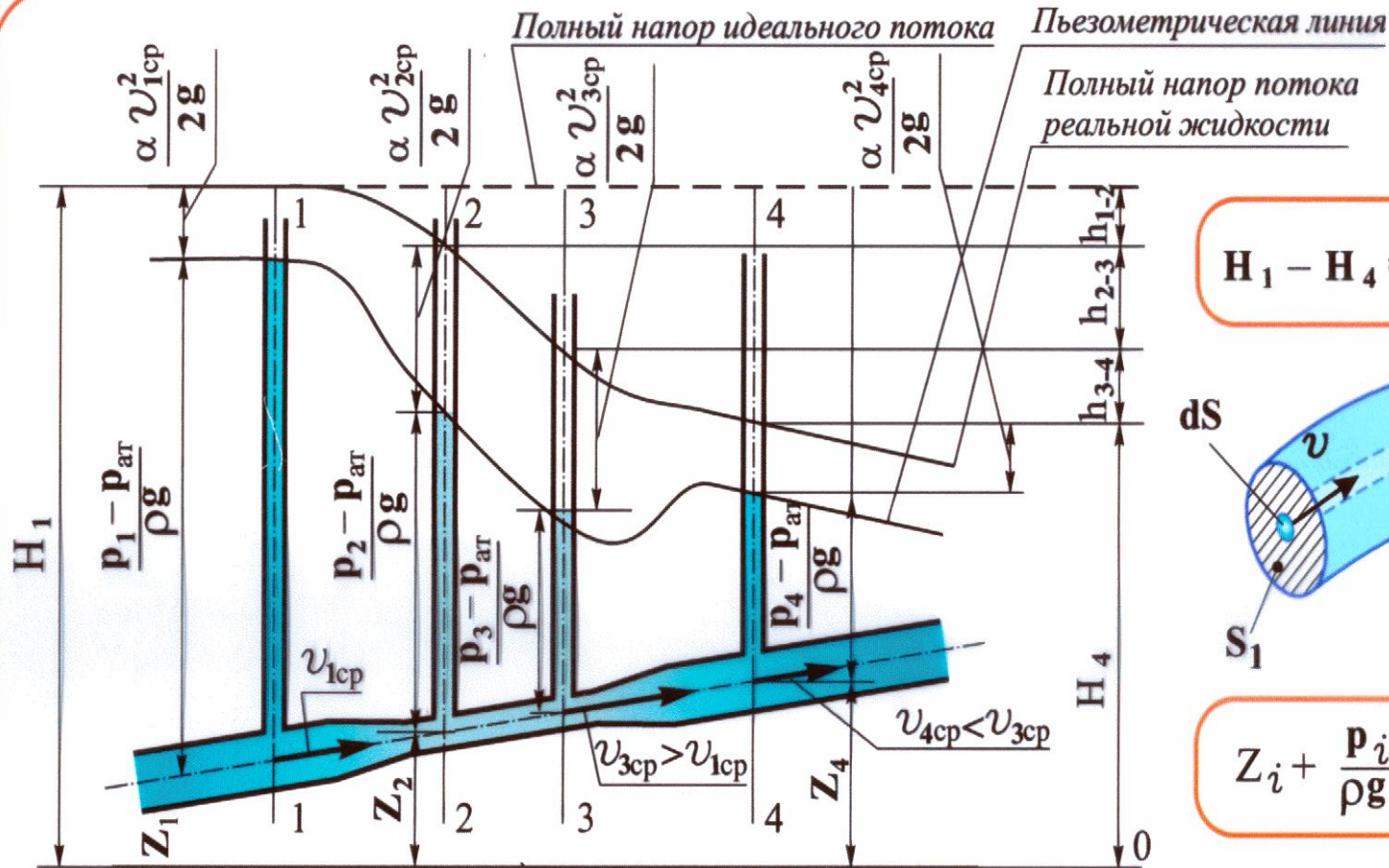
$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{dv_y}{dt} &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{dv_z}{dt} &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\}$$

$$X dx + Y dy + Z dz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) =$$

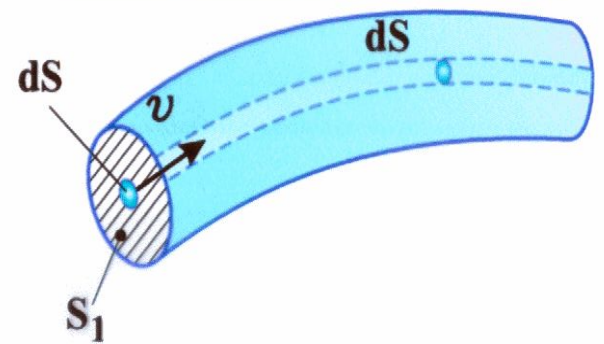
$$= v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z$$

$$X dx + Y dy + Z dz = \frac{1}{\rho} dp + d \left(\frac{v^2}{2} \right)$$

Уравнение Бернулли для реальной жидкости



$$H_1 - H_4 = h_{1-2} + h_{2-3} + h_{3-4}$$



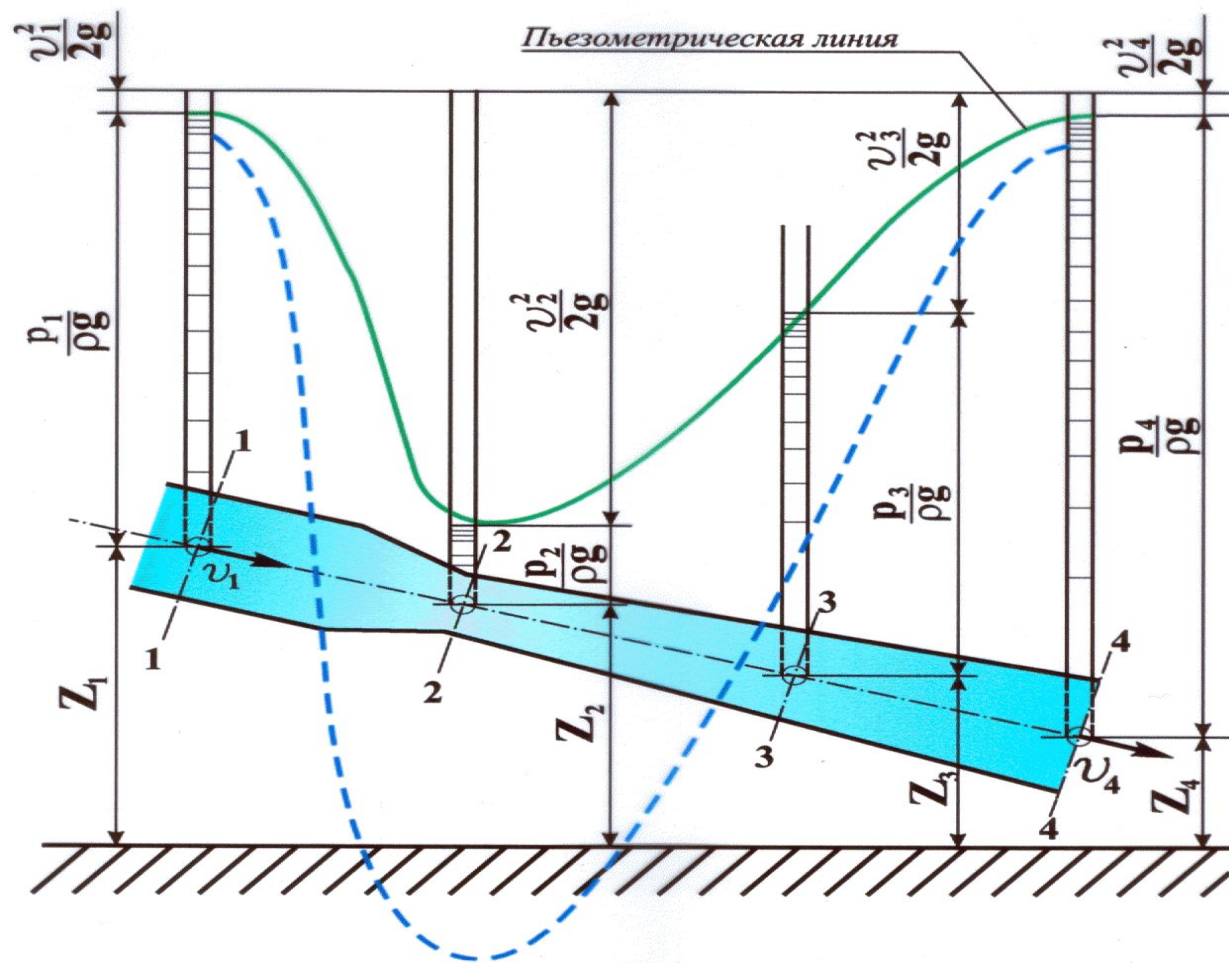
$$Z_i + \frac{p_i}{\rho g} + \frac{\alpha v_{i\text{cp}}^2}{2g} = H_i$$

$$dN = (\rho g z + p + \rho \frac{v^2}{2}) \cdot v dS \quad N = \int_S dN = \int_S (\rho g z + p + \rho \frac{v^2}{2}) \cdot v dS$$

При плавном изменении направления потока в каждом сечении выполняется: $Z_i + \frac{p_i}{\rho g} = \text{const}$

$$\left. \begin{aligned} N &= (\rho g z + p) \int_S v dS + \rho \int_S \frac{v^3}{2} dS \\ \int_S v dS &= Q = v_{cp} \cdot S \end{aligned} \right\} \Rightarrow \alpha = \frac{\int_S v^3 dS}{v_{cp}^3 S}$$

Графическая иллюстрация уравнения Бернулли

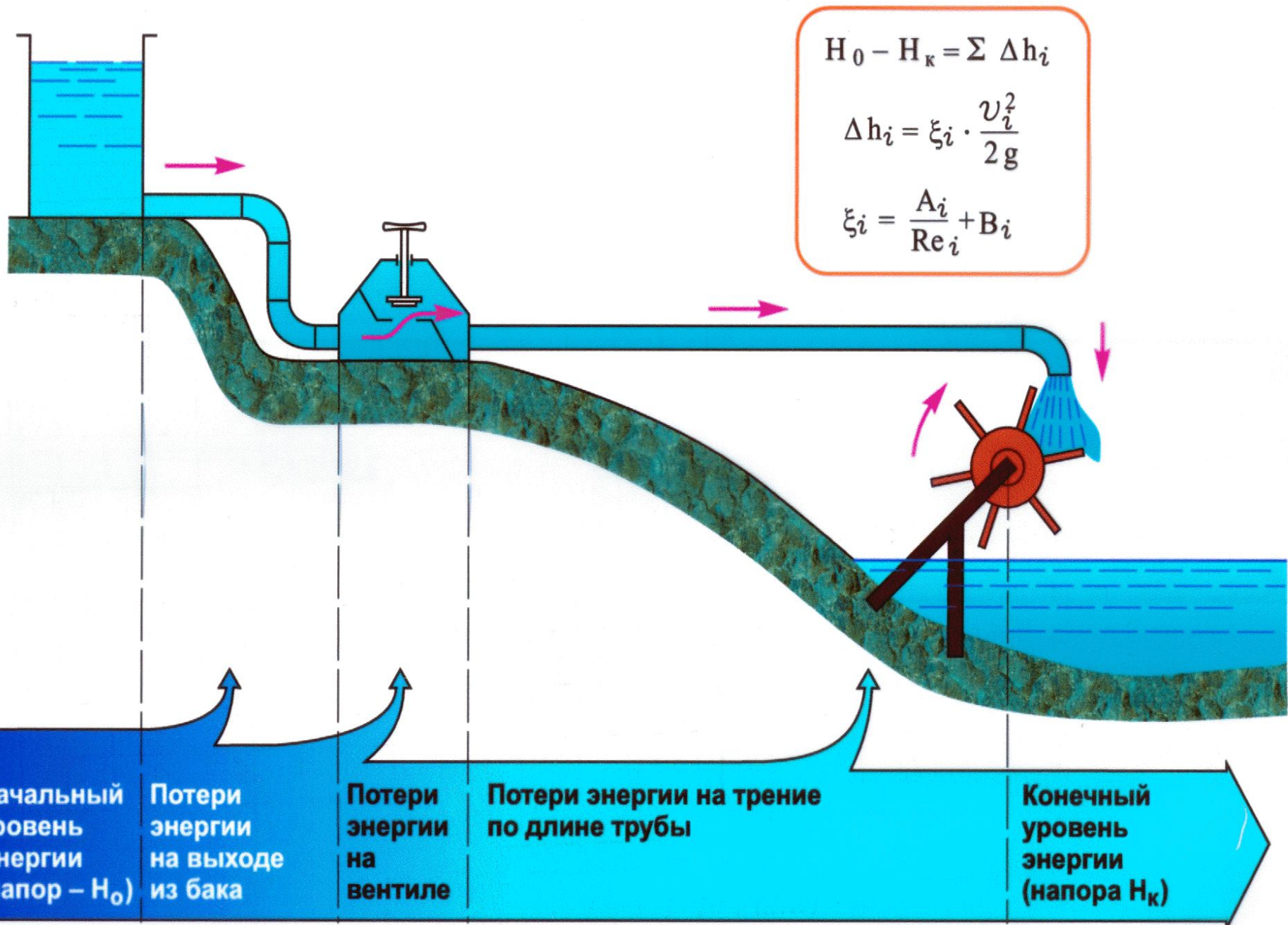


$$v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 = v_3 \cdot S_3 = v_4 \cdot S_4,$$

$$H = \text{const},$$

$$H = Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = Z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} = Z_4 + \frac{p_4}{\rho g} + \frac{v_4^2}{2g}$$

Гидравлические потери. Общие понятия



$$H_0 - H_k = \sum \Delta h_i$$
$$\Delta h_i = \xi_i \cdot \frac{v_i^2}{2g}$$
$$\xi_i = \frac{A_i}{Re_i} + B_i$$

Начальный уровень Энергии (напор $- H_0$)

Потери энергии на выходе из бака

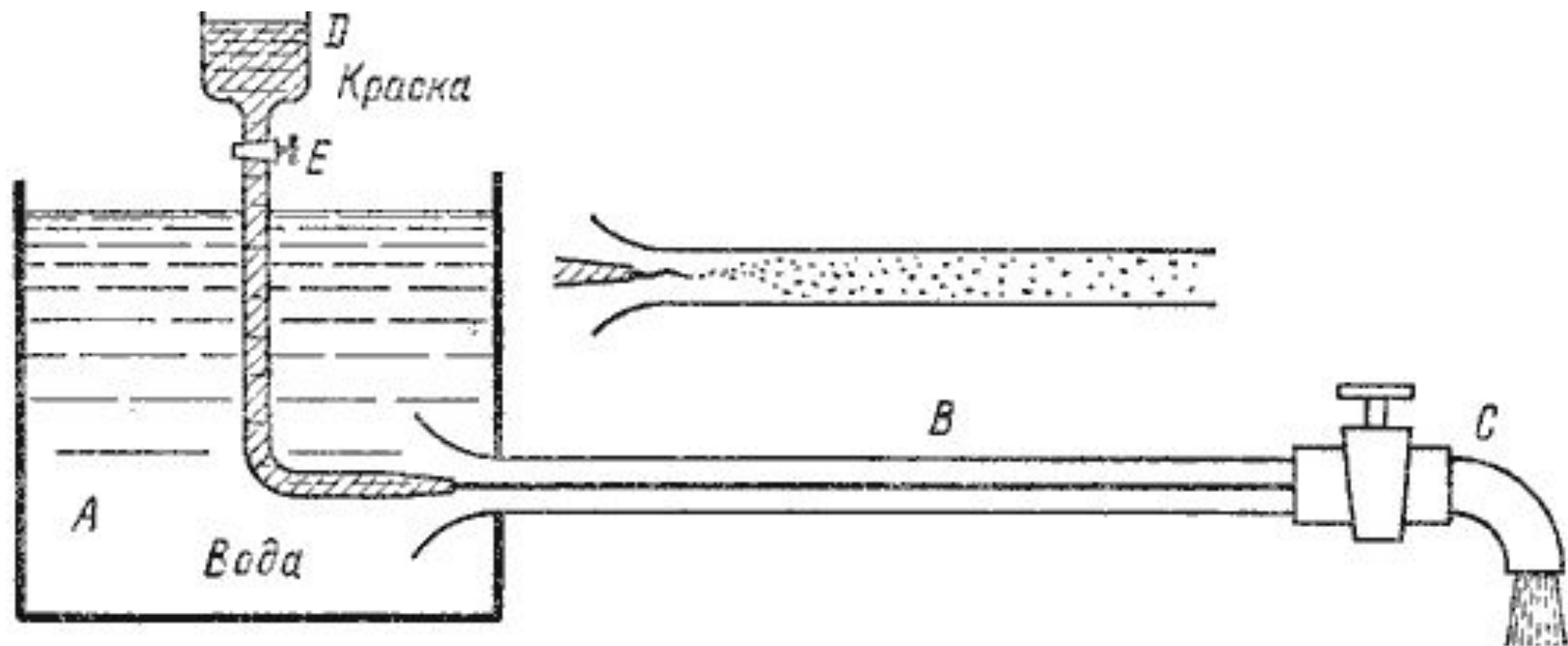
Потери энергии на вентиле

Потери энергии на трение по длине трубы

Конечный уровень энергии (напора H_k)

Режимы движения жидкости

При наблюдении за движением жидкости в трубах и каналах, можно заметить, что в одном случае жидкость сохраняет определенный строй своих частиц, а в других – перемещаются бессистемно. Однако исчерпывающие опыты по этому вопросу были проведены Рейнольдсом в 1883 г.



установка, аналогичная той, на которой Рейнольдс производил свои опыты.

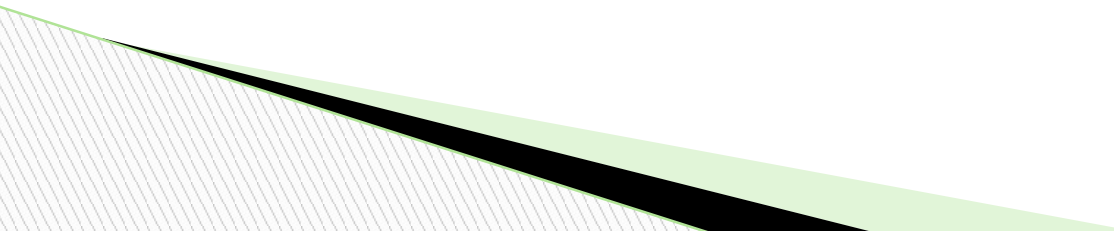
Установка состоит из резервуара *A* с водой, от которого отходит стеклянная труба *B* с краном *C* на конце, и сосуда *D* с водным раствором краски, которая может по трубке вводиться тонкой струйкой внутрь стеклянной трубы *B*.

Первый случай движения жидкости. Если немного приоткрыть кран C и дать возможность воде протекать в трубе с небольшой скоростью, а затем с помощью крана E впустить краску в поток воды, то увидим, что введенная в трубу краска не будет перемешиваться с потоком воды. Струйка краски будет отчетливо видимой вдоль всей стеклянной трубы, что указывает на слоистый характер течения жидкости и на отсутствие перемешивания. Если при этом, если к трубе подсоединить пьезометр или трубку Пито, то они покажут неизменность давления и скорости по времени. Такой режим движения называется *ламинарный*.

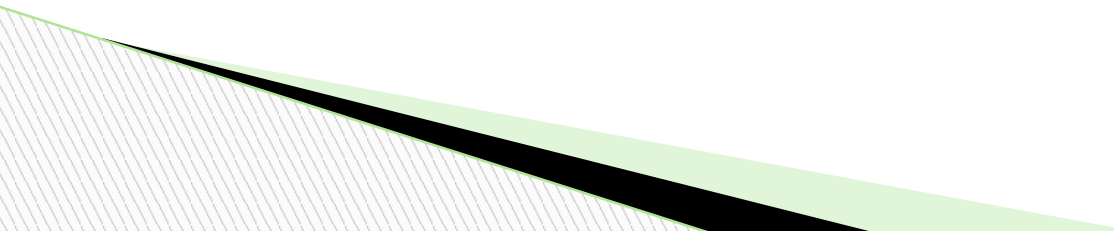
Второй случай движения жидкости. При постепенном увеличении скорости течения воды в трубе путем открытия крана С картина течения вначале не меняется, но затем при определенной скорости течения наступает быстрое ее изменение. Струйка краски по выходе из трубки начинает колебаться, затем размывается и перемешивается с потоком воды, причем становятся заметными вихреобразования и вращательное движение жидкости. Пьезометр и трубка Пито при этом покажут непрерывные пульсации давления и скорости в потоке воды. Такое течение называется *турбулентным*

Если уменьшить скорость потока, то восстановится ламинарное течение.

Итак, ламинарным называется слоистое течение без перемешивания частиц жидкости и без пульсации скорости и давления. При ламинарном течении жидкости в прямой трубе постоянного сечения все линии тока направлены параллельно оси трубы, при этом отсутствуют поперечные перемещения частиц жидкости.

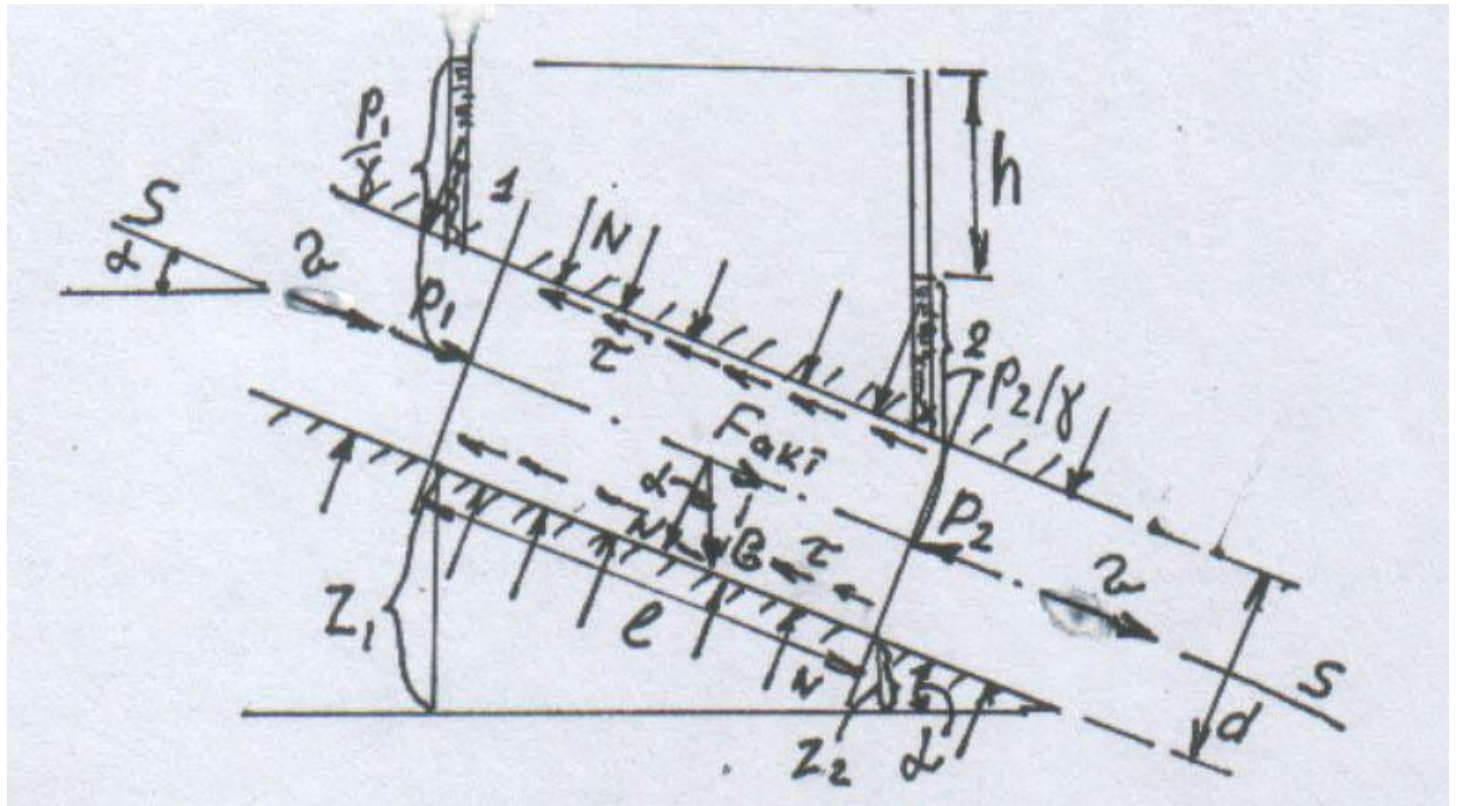


Турбулентным называется течение, сопровождающееся интенсивным перемешиванием жидкости с пульсациями скоростей и давлений. Наряду с основным продольным перемещением жидкости наблюдаются поперечные перемещения и вращательные движения отдельных объемов жидкости. Переход от ламинарного режима к турбулентному наблюдается при определенной скорости движения жидкости.



Основное уравнение равномерного движения

Рассмотрим равномерное движение жидкости в трубопроводе.



Используя принцип Д'Аламбера напишем уравнение динамического равновесия. При равномерном движении ускорение равно 0, т.к. движение потока равномерное силы инерции равны 0. Поэтому в проекции всех сил на горизонтальную ось S

$$\sum F_{\text{акт.}} = \sum F_{\text{сопр.}}$$

Тогда движущие силы равны

1. Сила веса $G = \rho g \omega \ell$ ее проекция на ось $S-S$

$$G \sin \alpha = \rho g \omega \sin \alpha \square = \rho g \omega (Z_1 - Z_2)$$

$$\square \sin \alpha = (Z_1 - Z_2)$$

2. На торцевые стенки, те силы P_1 и P_2 т.к. движение жидкости в трубе равномерное, то распределение давления в поперечных сечениях происходит по законам гидростатики при равномерном движении, поэтому

$$F_1 = p_1 \omega \quad F_2 = p_2 \omega$$

где p_1 и p_2 – гидростатическое давление в центре трубы. Тогда проекции сил F_1 и F_2 на оси S-S

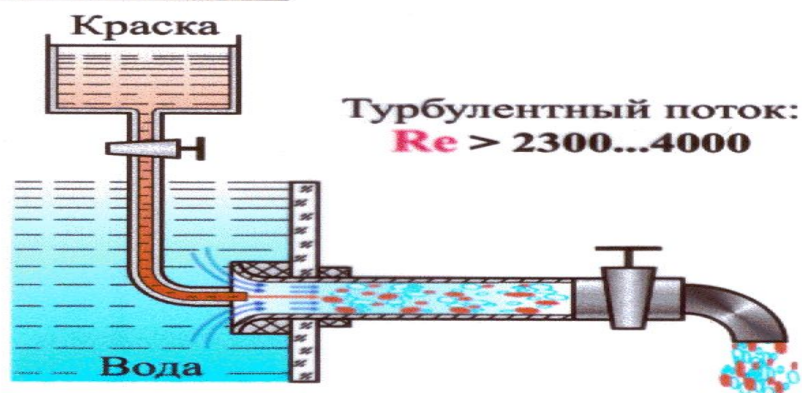
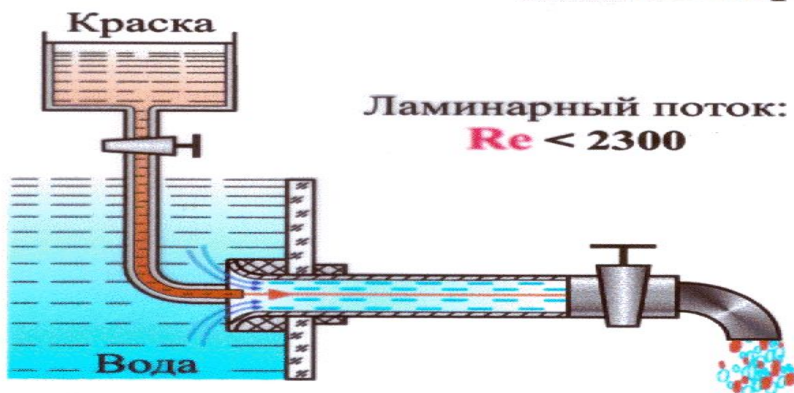
$$\left[\sum P \right] = F_1 - F_2 = \omega (p_1 - p_2)$$

3. Проекции сил N_1 N на ось S-S равны нулю. Тогда левая часть уравнения равна:

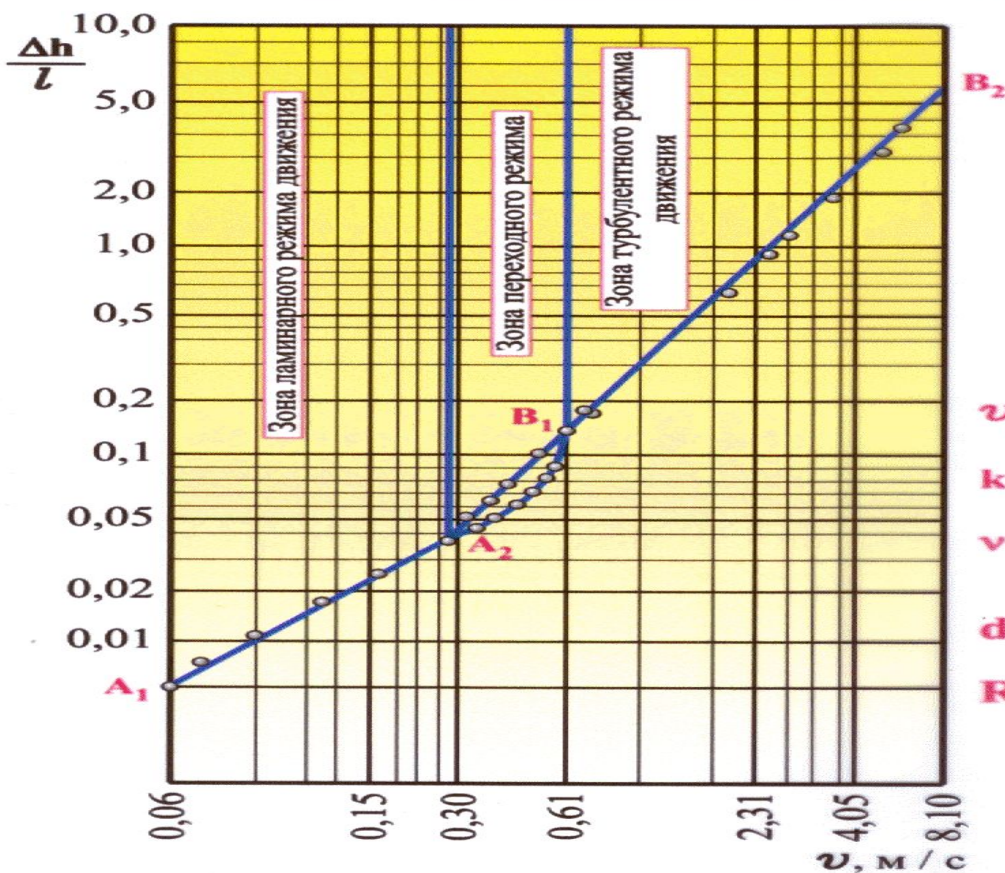
$$\left[\sum F_{\text{акт.}} \right] = \rho g \omega (Z_2 - Z_1) + \omega (P_1 - P_2)$$

Режимы движения жидкости в трубопроводах

Опыт и критерий Рейнольдса



Потери напора в зависимости от скорости потока



$$v_{кр} = \frac{k v}{d}$$

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} d}{\nu}$$

$$\frac{\Delta h}{l} = \frac{\lambda v^2}{d 2g}$$

$v_{кр}$ - критическое значение скорости

k - коэффициент пропорциональности

ν - коэффициент кинематической вязкости

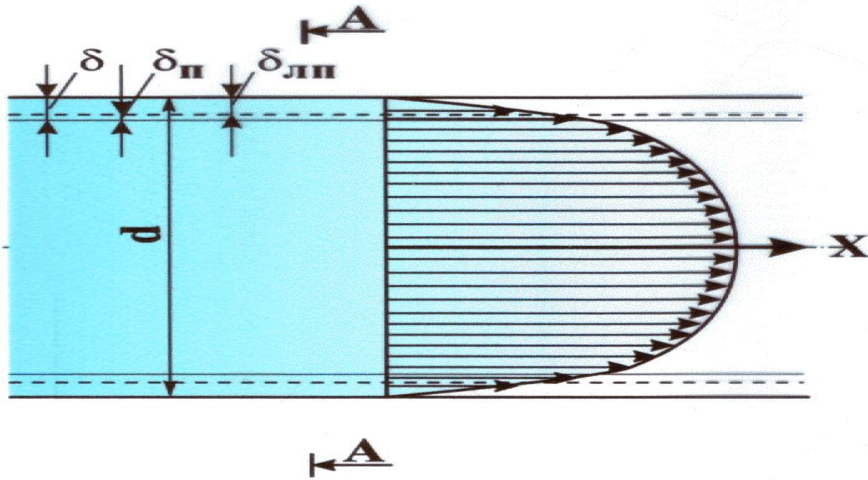
d - диаметр трубопровода

$Re_{кр}$ - критическое значение числа Рейнольдса

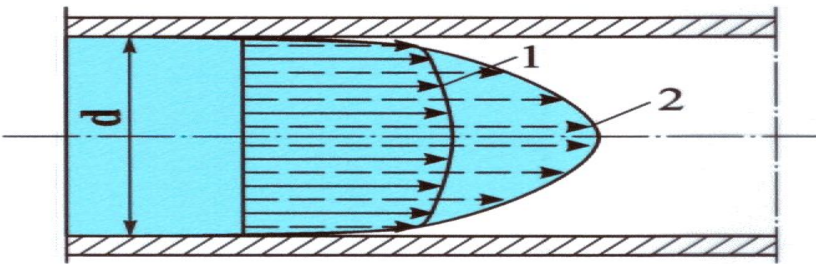
$$Re_{кр} = 2300...4000$$

Турбулентное движение жидкости

Структура турбулентного потока

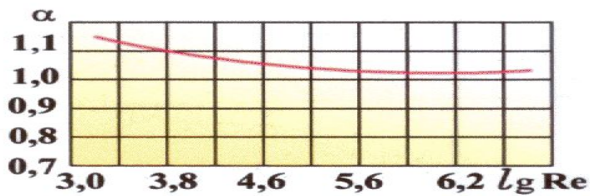


Профиль скорости при турбулентном 1 и ламинарном 2 потоках

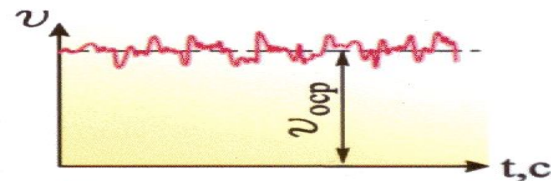


$$\delta_{лп} = d \frac{32,5}{Re \sqrt{\lambda_T}}$$

$$\lambda_T = \varphi \left(Re, \frac{\Delta}{d} \right)$$



Зависимость коэффициента неравномерности распределения скорости α в функции числа Рейнольдса



Пульсация скорости в турбулентном потоке



Характер линий тока в турбулентном потоке

Коэффициент трения при течении жидкости

Абсолютная и относительная шероховатость поверхности



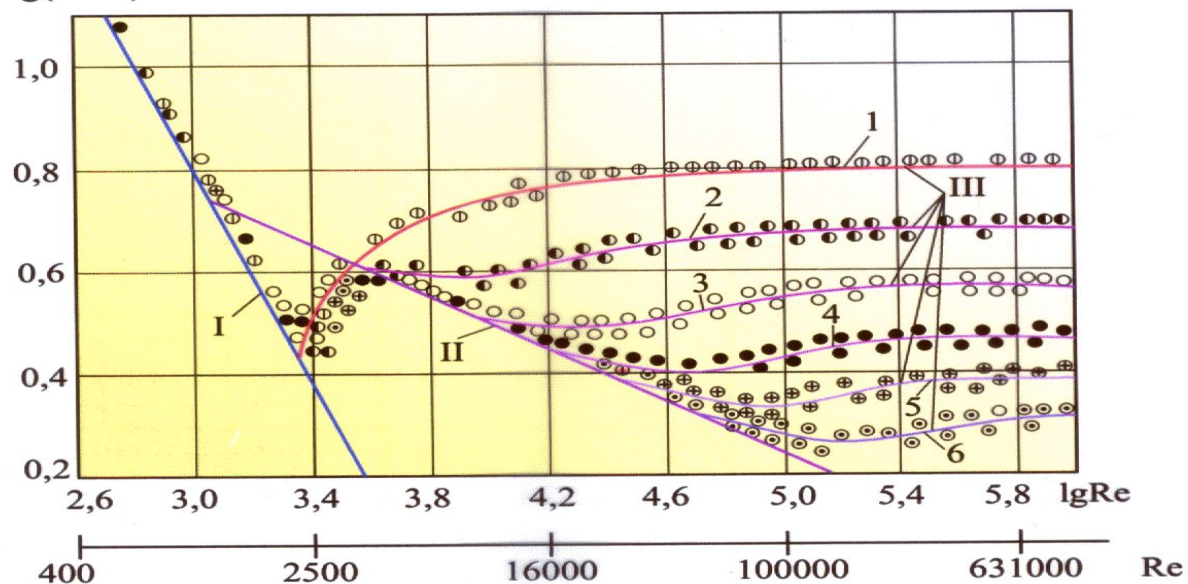
$$r_0 = \frac{d}{2}$$

Δ – абсолютная шероховатость поверхности

d – диаметр трубы

Значение коэффициента трения по опытам Никурадзе

$\lg(100\lambda)$



$$1 - \frac{\Delta}{r_0} = \frac{1}{16}; \quad 2 - \frac{\Delta}{r_0} = \frac{1}{30}; \quad 3 - \frac{\Delta}{r_0} = \frac{1}{60};$$

$$4 - \frac{\Delta}{r_0} = \frac{1}{126}; \quad 5 - \frac{\Delta}{r_0} = \frac{1}{252}; \quad 6 - \frac{\Delta}{r_0} = \frac{1}{500};$$



СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ =)

