# Режимы движения жидкости

## Элементы электронного пособия при изучении гидродинамики

Автор: преподаватель общетехнических дисциплин Чиркина С.С.

Ростов-на-Дону

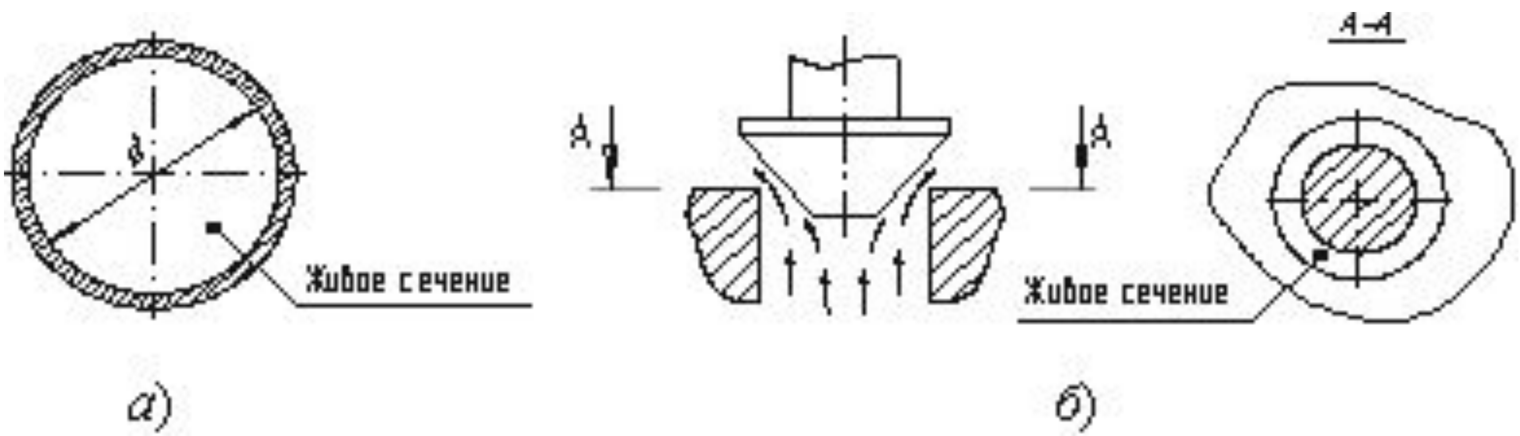
2019г.

***Гидродинамика*** – раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями.

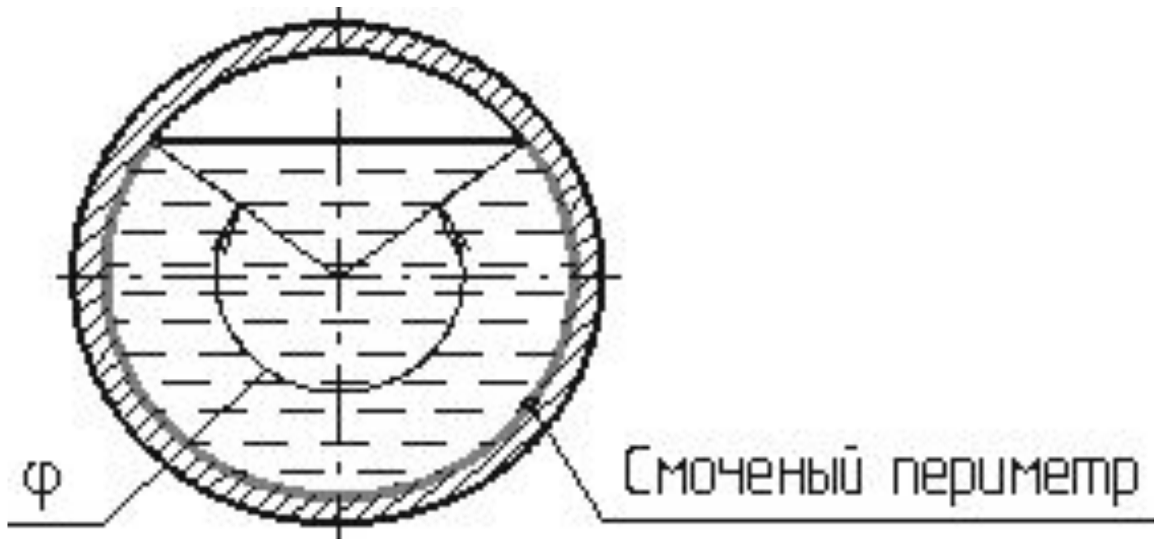
Если отдельные частицы абсолютно твердого тела жестко связаны между собой, то в движущейся жидкой среде такие связи отсутствуют. Движение жидкости состоит из чрезвычайно сложного перемещения отдельных молекул.

## Основные понятия о движении жидкости

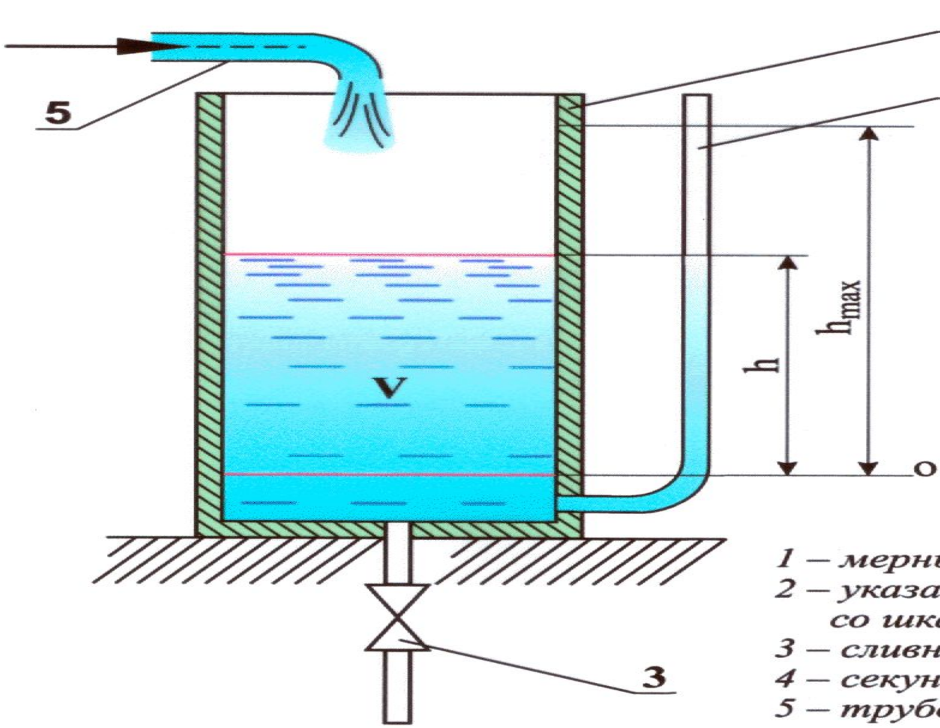
*Живым сечением* ω (м²) называют площадь поперечного сечения потока, перпендикулярную к направлению течения. Например, живое сечение трубы – круг ,живое сечение клапана – кольцо с изменяющимся внутренним диаметром.

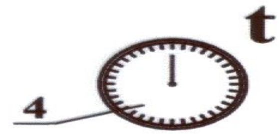


*Смоченный периметр* χ ("хи") – часть периметра живого сечения, ограниченное твердыми стенками , выделен утолщенной линией).



# Расход

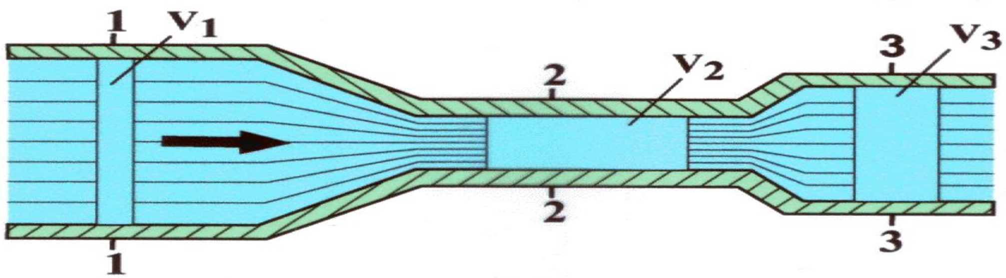



$$Q = V/t$$

*1 – мерный бак;*
*2 – указатель уровня жидкости со шкалой значения объёма жидкости;*
*3 – сливной кран;*
*4 – секундомер;*
*5 – трубопровод подачи жидкости*

## Закон сохранения масс. Уравнение неразрывности.




1-1; 2-2 ; 3-3 – *поперечные сечения потока*

$$V_1 = V_2 = V_3; \quad V_i = \upsilon_{i\,cp} \cdot S_i \cdot t; \quad Q = V/t$$

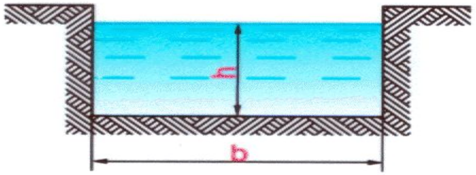
$$Q = \upsilon_{1cp} S_1 = \upsilon_{2\,cp} S_2 = \mathrm{const}; \quad \upsilon_{1cp}/\upsilon_{2\,cp} = S_2/S_1$$

# Расход жидкости в русле конечных размеров. Гидравлический радиус потока

Расход жидкости через поперечное сечение русла, площадью S:

$$\boxed{Q = \upsilon_{ср}\, S}$$

### *Прямоугольное сечение потока*

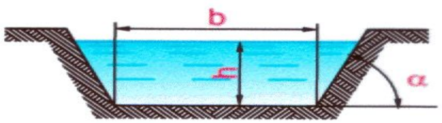



$$S = b \cdot h$$

$$\Pi = 2h + b$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{bh}{2h + b}$$

### *Трапецеидальное сечение потока*

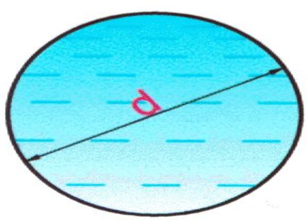



$$S = \frac{2h\,\mathrm{ctg}\,\alpha + 2b}{2}\,h = h\,(h\,\mathrm{ctg}\,\alpha + b)$$

$$\Pi = b + 2\sqrt{h^2 + \mathrm{ctg}\,\alpha^2\, h^2} = b + 2h\sqrt{1 + \mathrm{ctg}\,\alpha^2}$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{h\,(h\,\mathrm{ctg}\,\alpha + b)}{b + 2h\sqrt{1 + \mathrm{ctg}\,a^2}}$$

### *Круглое сечение, полностью заполненное*

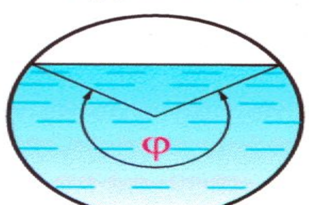



$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\Pi = \pi d$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2}$$

### *Круглое сечение, частично заполненное*



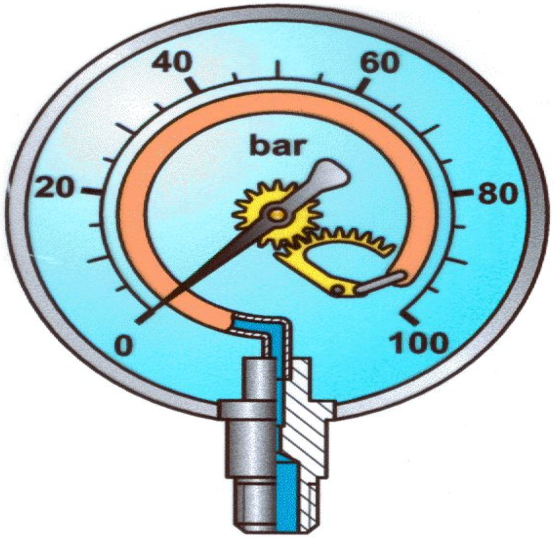

$$S = \frac{d^2}{8}\left(\frac{\varphi\pi}{180^\circ} - \sin\varphi\right)$$

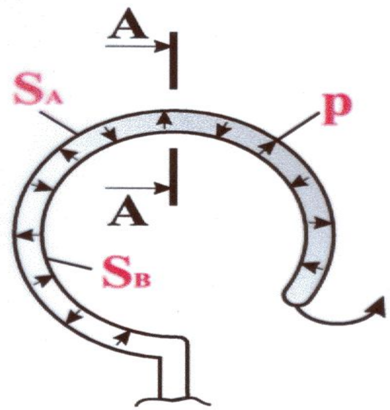
$$\Pi = \frac{\varphi\pi d}{360^\circ}$$

$$R = \frac{d}{4}\left(1 - \frac{180^\circ \sin\varphi}{\varphi\pi}\right)$$

# Приборы для измерения давления жидкости

## Манометр часового типа

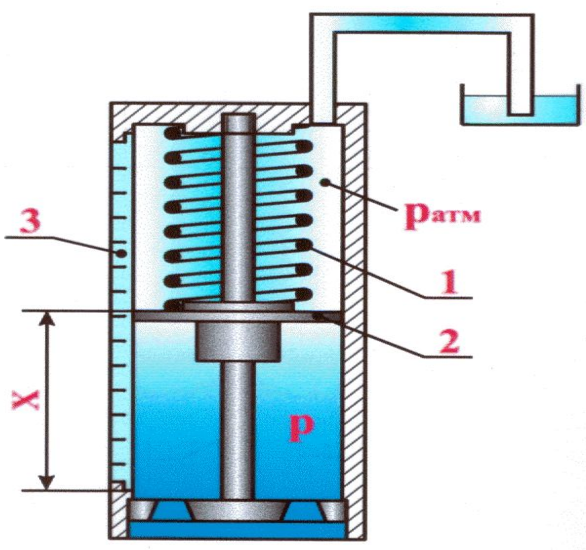



A – A
(Увеличено)

$$S_A \cdot p > S_B \cdot p$$

## Поршневой индикатор давления

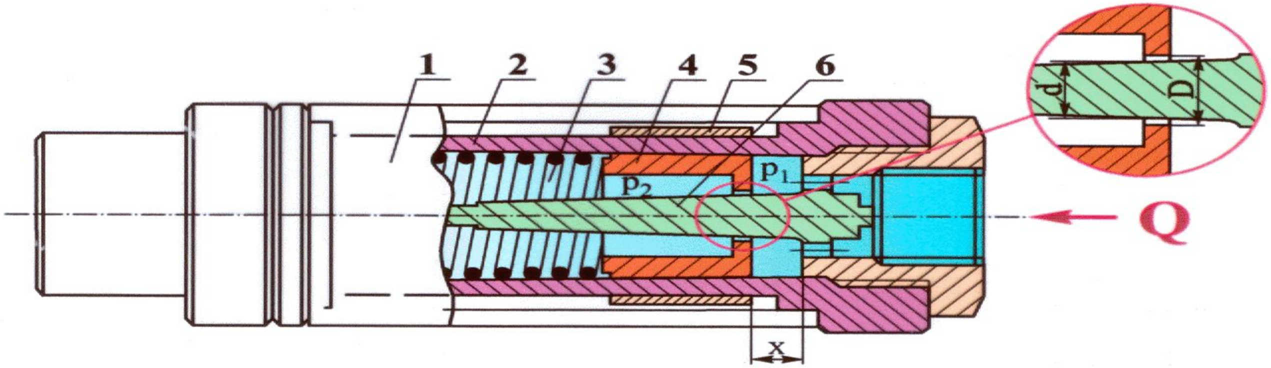



1. Пружина жесткостью $C$
2. Поршень площадью $S$
3. Прозрачная шкала с делениями

$$x \cdot C = p \cdot S$$

# Приборы для измерения расхода жидкости

## Поплавково-пружинный расходомер



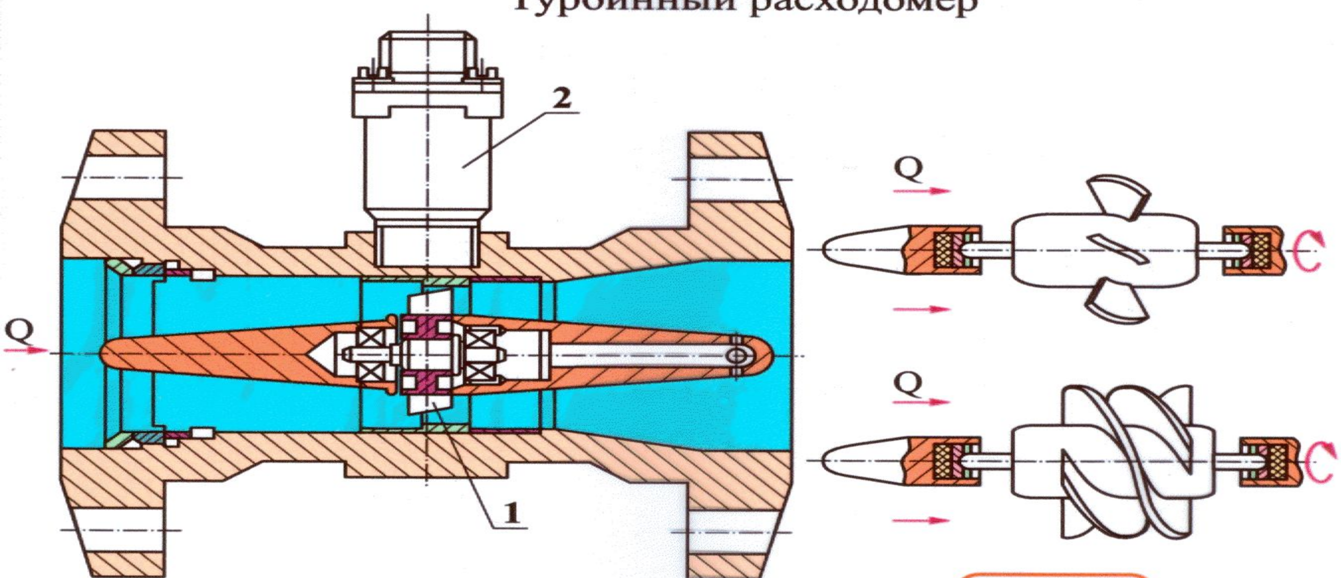

$$S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4}$$

$$d = f(x)$$

$$Q = \mu \cdot S\sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

$$Q = f(x)$$

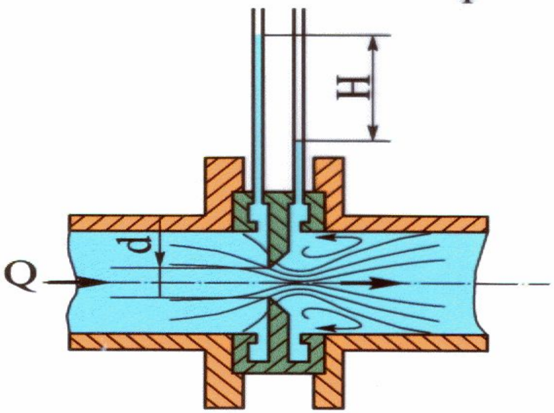
## Турбинный расходомер



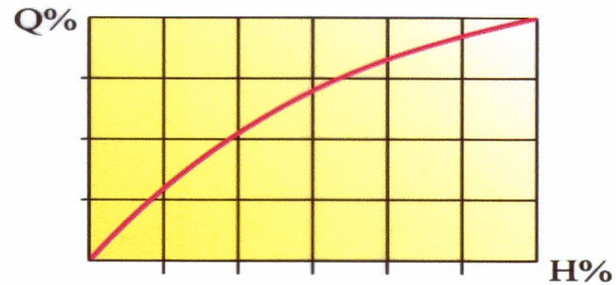

$$n = f(Q)$$

# Приборы для измерения расхода жидкости

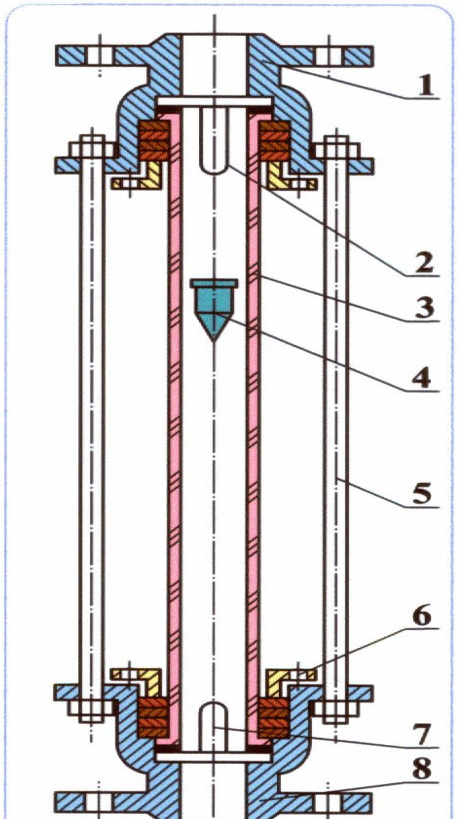
## Измерительная диафрагма

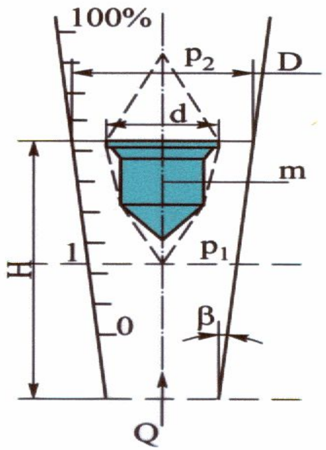



$$Q = \mu \pi \frac{d^2}{4} \sqrt{2gH}$$




## Расходомеры обтекания постоянного перепада давления




$$S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4}$$

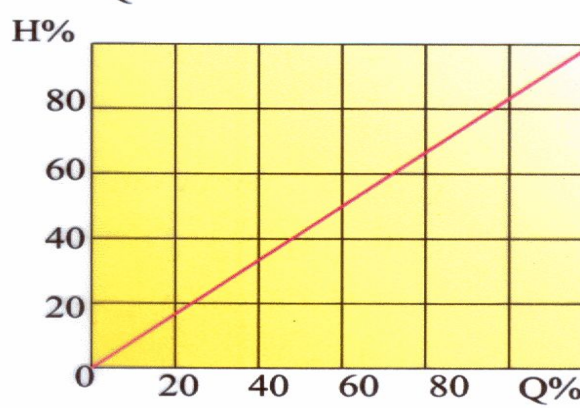
$$mg = (p_1 - p_2) \cdot \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow$$

$$p_1 - p_2 = const$$

$$Q = \mu S \sqrt{2\frac{(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

$$D = f(H)$$

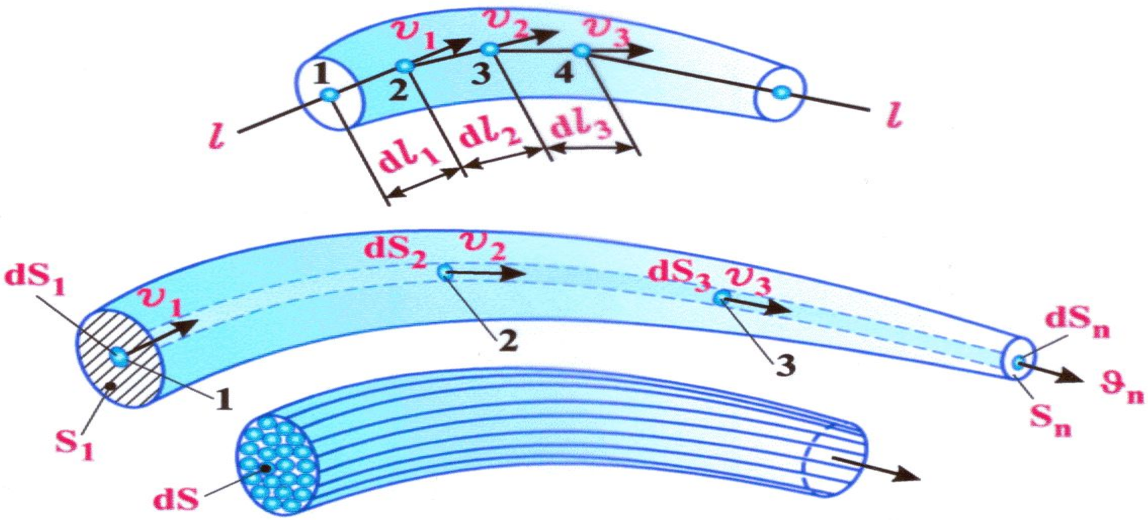
$$Q = f(H)$$



## Движение жидкости

| Вид / Параметр | Установившееся движение | Неустановившееся движение |
|---|---|---|
| Скорость частицы | $\upsilon = f_1(x, y, z)$ | $\upsilon = f_1(x, y, z, t)$ |
| Давление в потоке | $p = f_2(x, y, z)$ | $p = f_2(x, y, z, t)$ |

## Понятие о струйной модели потока




## Расход жидкости

| | | |
|---|---|---|
| Объемный расход | $dQ = \upsilon\, dS$ | $м^3$ / с |
| Массовый расход | $dQ_m = \rho\, dQ$ | кг / с |
| Весовой расход | $dQ_G = \rho\, g dQ$ | Н / с |

**Q** - расход потока конечных размеров $\quad Q = \int_S \upsilon dS$

$\upsilon_{ср}$ - средняя скорость потока $\quad \upsilon_{ср} = \dfrac{Q}{S}$

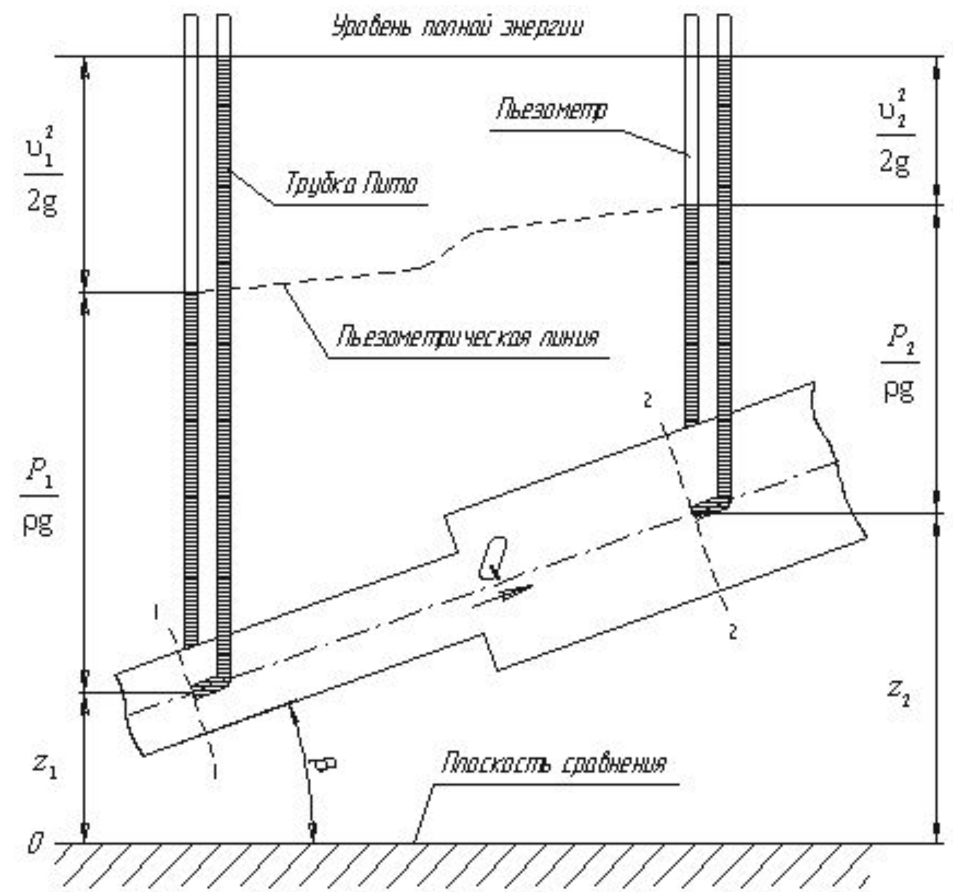
**R** - гидравлический радиус потока $\quad R = \dfrac{S}{П}$

**S** - площадь поперечного сечения потока

**П** - периметр смоченной поверхности

## Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

Уравнение Даниила Бернулли, полученное в 1738 г., является фундаментальным уравнением гидродинамики. Оно дает связь между давлением *P*, средней скоростью υ и пьезометрической высотой *z* в различных сечениях потока и выражает закон сохранения энергии движущейся жидкости. С помощью этого уравнения решается большой круг задач.
Рассмотрим трубопровод переменного диаметра, расположенный в пространстве под углом



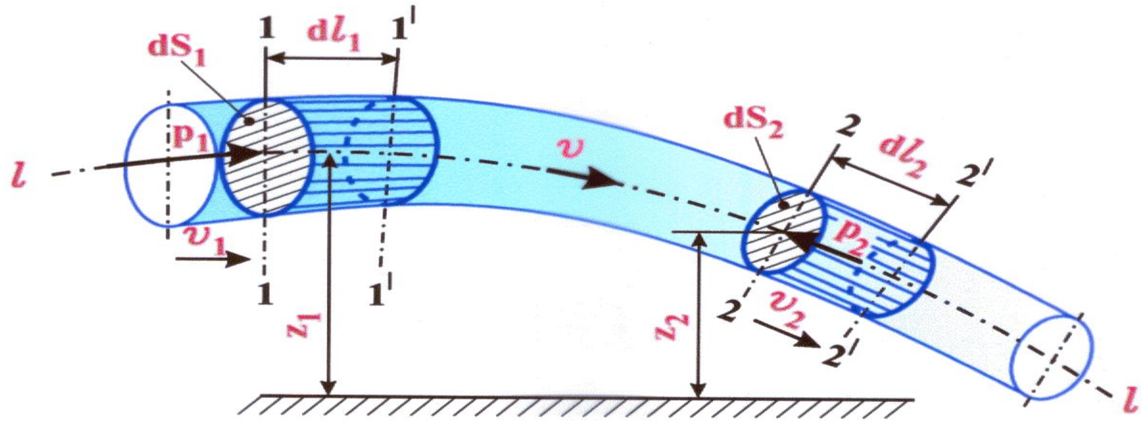
Выберем произвольно на рассматриваемом участке трубопровода два сечения: сечение *1-1* и сечение *2-2*. Вверх по трубопроводу от первого сечения ко второму движется жидкость, расход которой равен $Q$.

Для измерения давления жидкости применяют *пьезометры* – тонкостенные стеклянные трубки, в которых жидкость поднимается на высоту $P/\rho\ g$. В каждом сечении установлены пьезометры, в которых уровень жидкости поднимается на разные высоты.

*Кроме пьезометров в каждом сечении 1-1* и *2-2* установлена трубка, загнутый конец которой направлен навстречу потоку жидкости, которая называется *трубка Пито*. Жидкость в трубках Пито также поднимается на разные уровни, если отсчитывать их от *пьезометрической линии*.

## Уравнение Бернулли для элементарной струйки

| | |
|---|---|
| Работа сил давления | $p_1 dS_1 dl_1 - p_2 dS_2 dl_2$ |
| Работа сил тяжести | $z_1 g\, dm - z_2 g\, dm$ |
| Изменение кинетической энергии | $(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2)\dfrac{dm}{2}$ |




$$dm_1 = dm_2 = dm$$

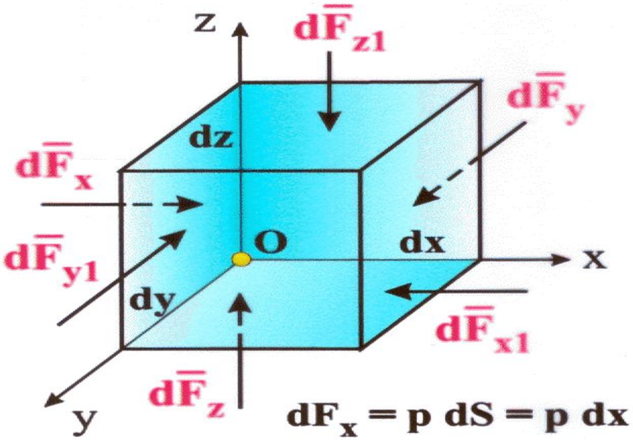
$$dm = \rho\, dl_1\, dS_1 = \rho\, dl_2\, dS_2$$

$$dl_1 = \upsilon_1\, dt; \qquad dl_2 = \upsilon_2\, dt$$

<u>Уравнение Бернулли для элементарной струйки</u>

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{\upsilon_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{\upsilon_2^2}{2g}$$

## Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости




Малый объем в форме куба, выделенный в жидкости

$$dF_x = p\,dS = p\,dx\,dy\,dz$$

$$dF_{x1} = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dS = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz$$

$$ma = \Sigma F_i$$

$$\rho\,dx\,dy\,dz\,\frac{d\upsilon_x}{dt} = dF_x - dF_{x1} - X\rho\,dx\,dy\,dz$$

**Система уравнений Л.Эйлера**

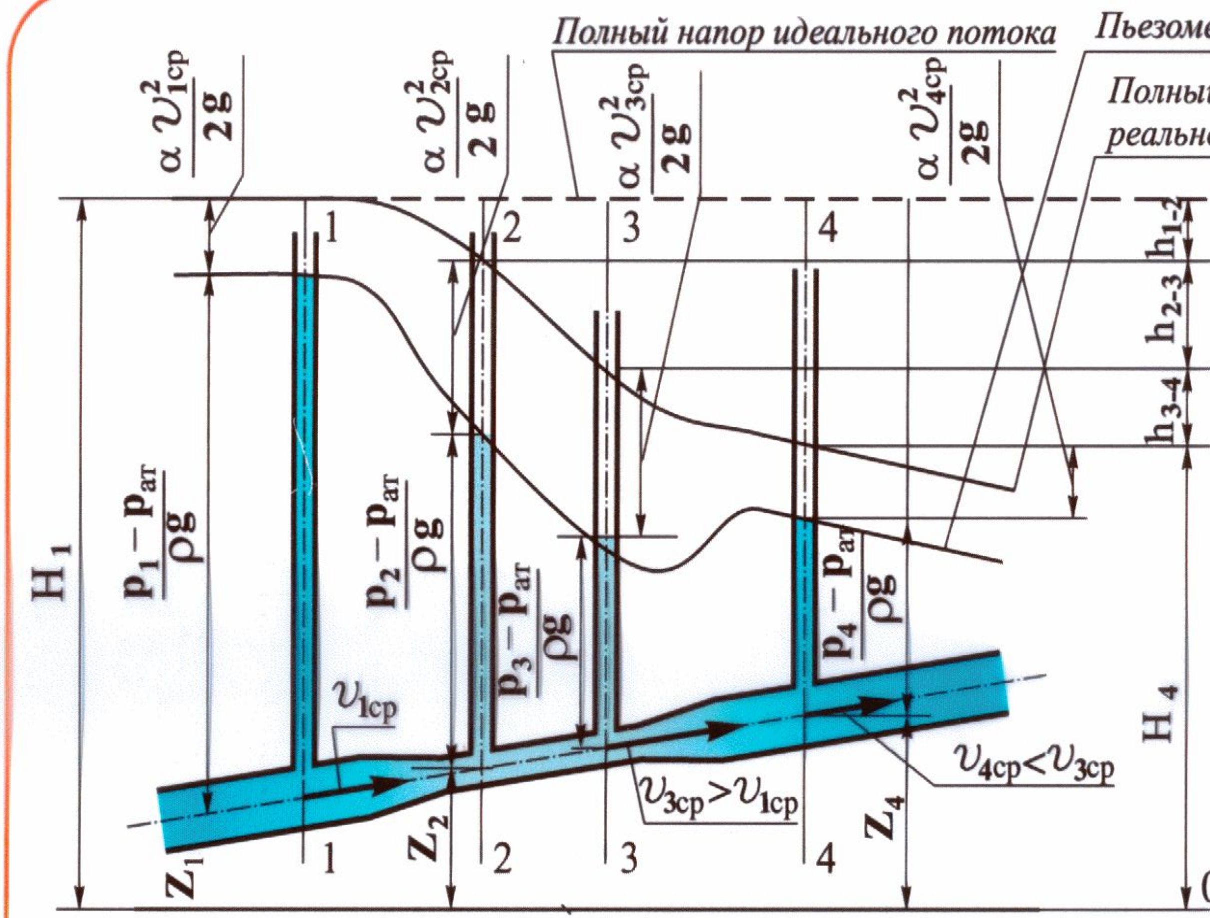
$$\left.\begin{aligned} \frac{d\upsilon_x}{dt} &= X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{d\upsilon_y}{dt} &= Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{d\upsilon_z}{dt} &= Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned}\right\}$$

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) =$$

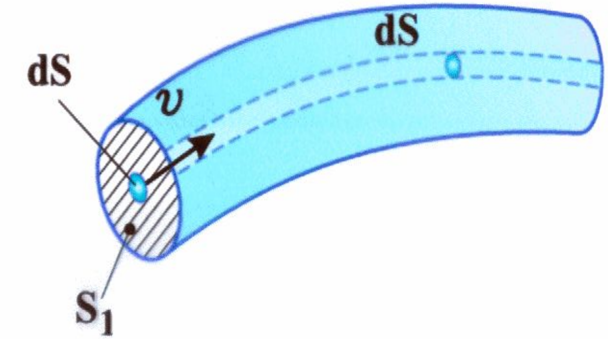
$$= \upsilon_x\,d\upsilon_x + \upsilon_y\,d\upsilon_y + \upsilon_z\,d\upsilon_z$$

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = \frac{1}{\rho}dp + d\left(\frac{\upsilon^2}{2}\right)$$

# Уравнение Бернулли для реальной жидкости




$$H_1 - H_4 = h_{1-2} + h_{2-3} + h_{3-4}$$



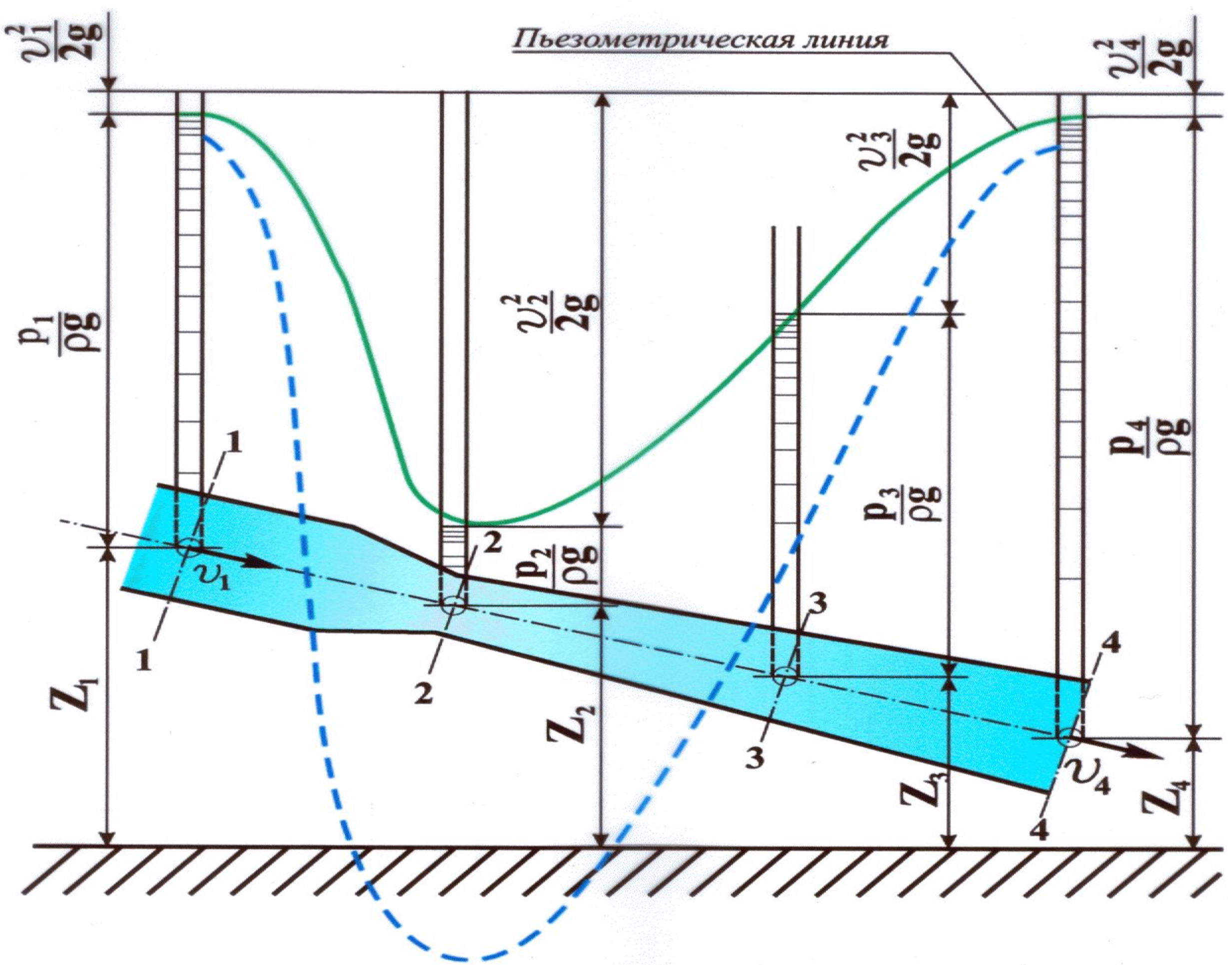

$$Z_i + \frac{p_i}{\rho g} + \frac{\alpha \upsilon_{i\,ср}^2}{2g} = H_i$$

$$dN = (\rho g z + p + \rho\frac{\upsilon^2}{2})\cdot \upsilon\, dS \qquad N = \int_S dN = \int_S (\rho g z + p + \rho\frac{\upsilon^2}{2})\cdot \upsilon\, dS$$

***При плавном изменении направления потока в каждом сечении выполняется:*** $Z_i + \dfrac{p_i}{\rho g} = \text{const}$

$$\left.\begin{aligned} &N = (\rho g z + p)\int_S \upsilon\, dS + \rho \int_S \frac{\upsilon^3}{2} dS \\ &\int_S \upsilon\, dS = Q = \upsilon_{ср} \cdot S \end{aligned}\right\} \Rightarrow \alpha = \frac{\int_S \upsilon^3 dS}{\upsilon_{ср}^3 S}$$

# Графическая иллюстрация уравнения Бернулли

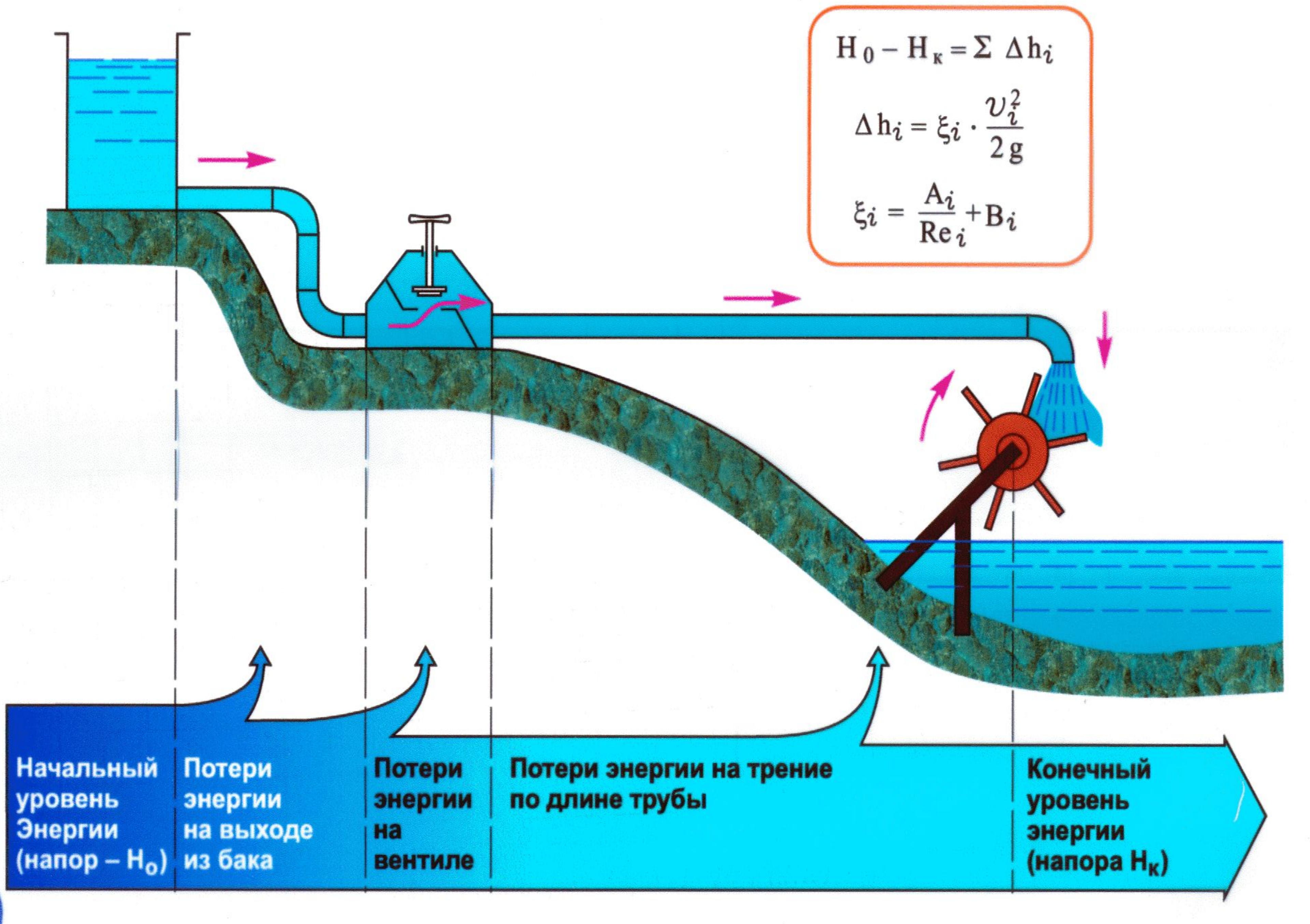



$$\upsilon_1 \cdot S_1 = \upsilon_2 \cdot S_2 = \upsilon_3 \cdot S_3 = \upsilon_4 \cdot S_4\,,$$

$$H = \mathrm{const},$$

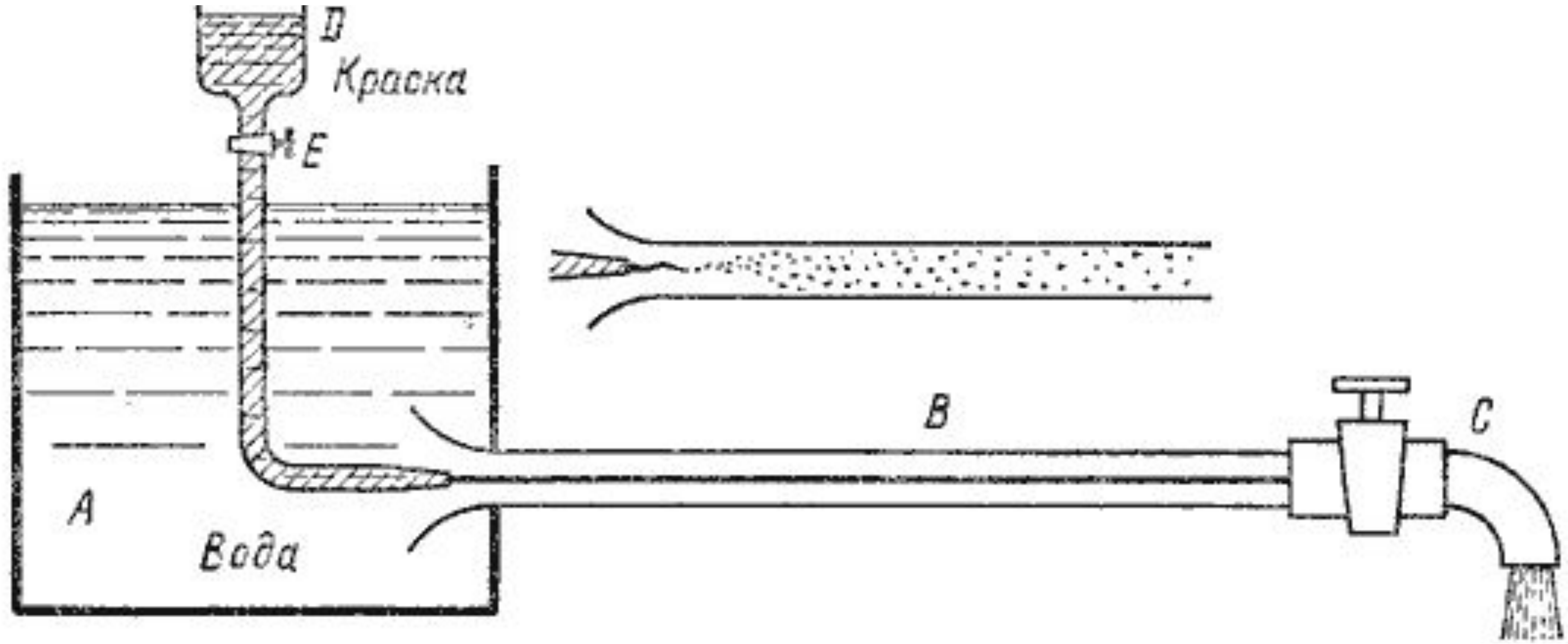
$$H = Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^2}{2g} = Z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{\upsilon_3^2}{2g} = Z_4 + \frac{p_4}{\rho g} + \frac{\upsilon_4^2}{2g}$$

# Гидравлические потери. Общие понятия



# ***Режимы движения жидкости***

При наблюдении за движением жидкости в трубах и каналах, можно заметить, что в одном случае жидкость сохраняет определенный строй своих частиц, а в других – перемещаются бессистемно. Однако исчерпывающие опыты по этому вопросу были проведены Рейнольдсом в 1883 г.




установка, аналогичная той, на которой Рейнольдс производил свои опыты.

**Установка состоит из резервуара *А* с водой, от которого отходит стеклянная труба *В* с краном *С* на конце, и сосуда *D* с водным раствором краски, которая может по трубке вводиться тонкой струйкой внутрь стеклянной трубы *В*.**

***Первый случай движения жидкости.*** Если немного приоткрыть кран *С* и дать возможность воде протекать в трубе с небольшой скоростью, а затем с помощью крана *Е* впустить краску в поток воды, то увидим, что введенная в трубу краска не будет перемешиваться с потоком воды. Струйка краски будет отчетливо видимой вдоль всей стеклянной трубы, что указывает на слоистый характер течения жидкости и на отсутствие перемешивания. Если при этом, если к трубе подсоединить пьезометр или трубку Пито, то они покажут неизменность давления и скорости по времени. Такой режим движения называется *ламинарный*.

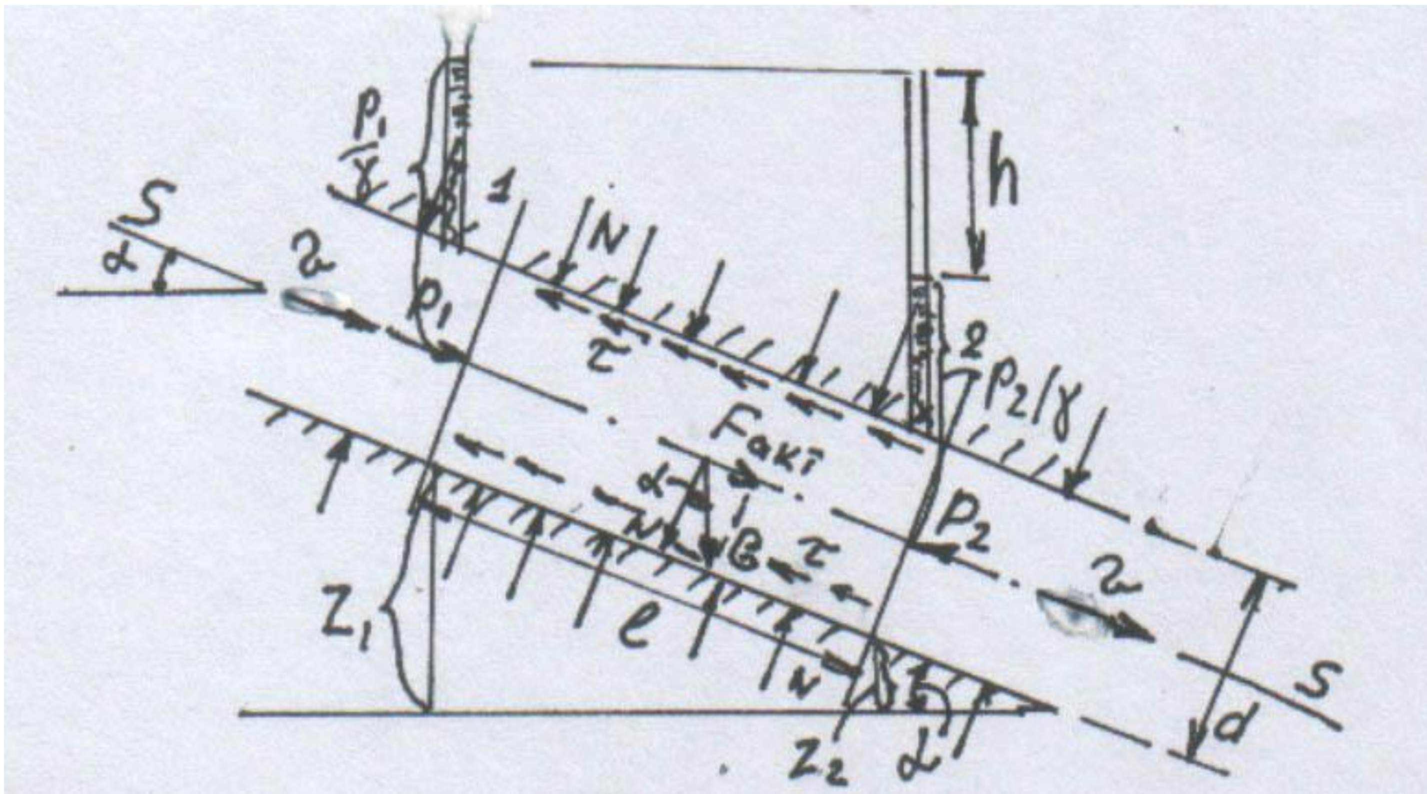
**Второй случай движения жидкости.** При постепенном увеличении скорости течения воды в трубе путем открытия крана *С* картина течения вначале не меняется, но затем при определенной скорости течения наступает быстрое ее изменение. Струйка краски по выходе из трубки начинает колебаться, затем размывается и перемешивается с потоком воды, причем становятся заметными вихреобразования и вращательное движение жидкости. Пьезометр и трубка Пито при этом покажут непрерывные пульсации давления и скорости в потоке воды. Такое течение называется *турбулентным*

Если уменьшить скорость потока, то восстановится ламинарное течение.
Итак, **ламинарным** называется слоистое течение без перемешивания частиц жидкости и без пульсации скорости и давления. При ламинарном течении жидкости в прямой трубе постоянного сечения все линии тока направлены параллельно оси трубы, при этом отсутствуют поперечные перемещения частиц жидкости.

**Турбулентным** называется течение, сопровождающееся интенсивным перемешиванием жидкости с пульсациями скоростей и давлений. Наряду с основным продольным перемещением жидкости наблюдаются поперечные перемещения и вращательные движения отдельных объемов жидкости. Переход от ламинарного режима к турбулентному наблюдается при определенной скорости движения жидкости.

# Основное уравнение равномерного движения

*Рассмотрим равномерное движение жидкости в трубопроводе.*



Используя принцип Д'Аламбера напишем уравнение динамичного равновесия. При равномерном движении ускорение равно 0, т.к. движение потока равномерное силы инерции равны 0. Поэтому в проекции всех сил на горизонтальную ось $S$

$$\sum F_{\text{акт.}} = \sum F_{\text{сопр.}}$$

Тогда движущие силы равны

1. Сила веса $G = \rho\, g\, \omega\, \ell$ ее проекция на ось $S$–$S$

$$G \sin\alpha = \rho g \omega \sin\alpha\, \ell = \rho\, g \omega \left(Z_1 - Z_2\right)$$

$$\ell \sin\alpha = \left(Z_1 - Z_2\right)$$

2. На торцевые стенки, те силы $P_1$ и $P_2$ т.к. движение жидкости в трубе равномерное, то распределение давления в поперечных сечениях происходит по законам гидростатики при равномерном движении, поэтому

$$F_1 = p_1\omega \qquad F_2 = p_2\omega$$

где $p_1$ и $p_2$ – гидростатическое давление в центре трубы.
Тогда проекции сил $F_1$ и $F_2$ на оси S–S

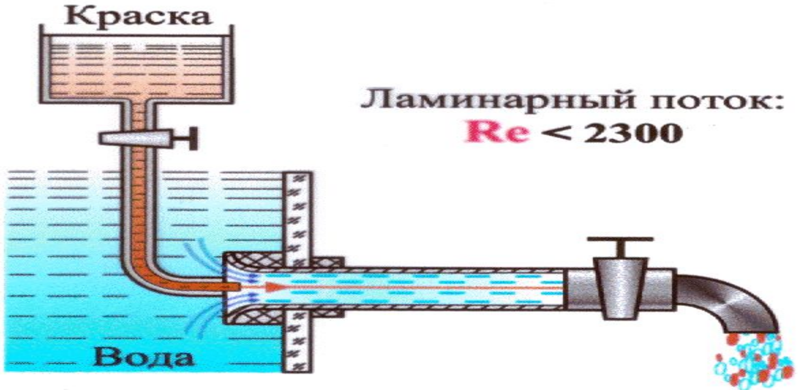
$$\left[\sum P\right] = F_1 - F_2 = \omega\left(p_1 - p_2\right)$$

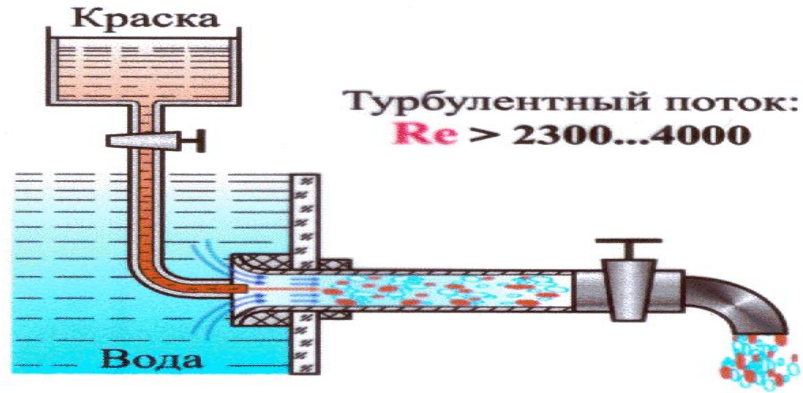
3. Проекции сил $N_1$ $N$ на ось S–S равны нулю. Тогда левая часть уравнения равна:

$$\left[\sum F_{\text{акт.}}\right] = \rho\ g\omega\left(Z_2 - Z_1\right) + \omega\left(P_1 - P_2\right)$$

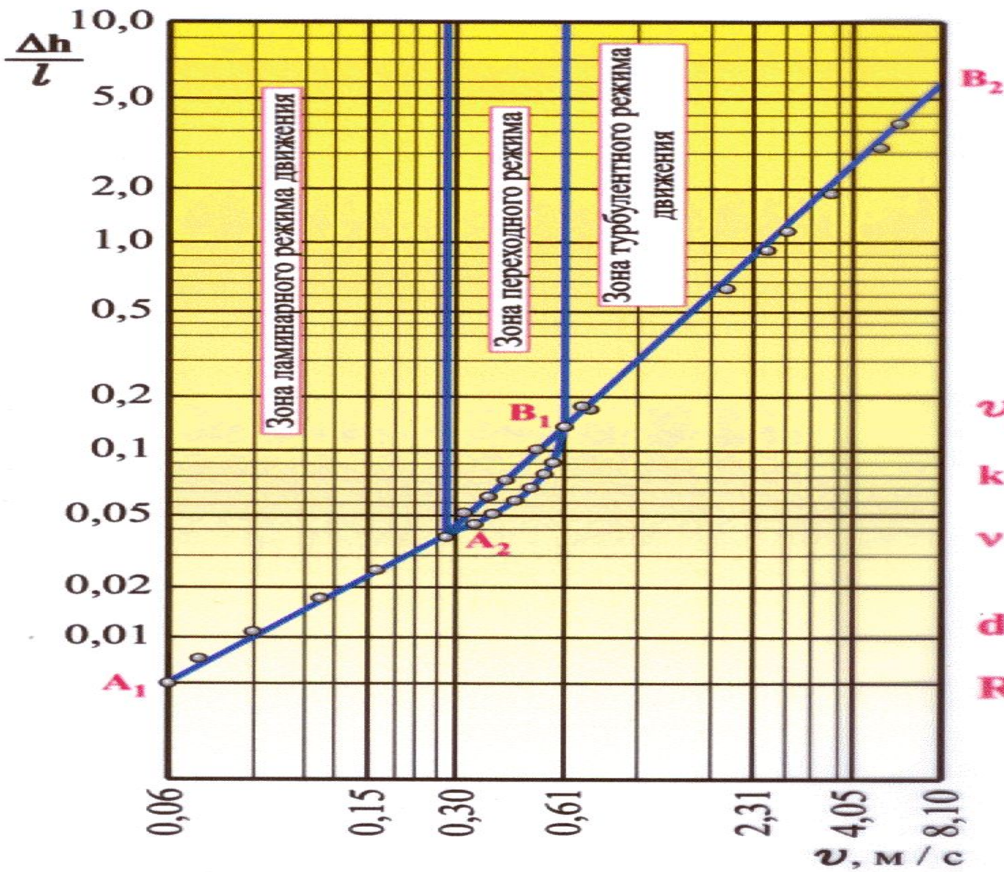
# Режимы движения жидкости в трубопроводах

## Опыт и критерий Рейнольдса




## Потери напора в зависимости от скорости потока




$$\upsilon_{кр} = \frac{k\,\nu}{d}$$

$$Re_{кр} = \frac{\upsilon_{кр}\,d}{\nu}$$

$$\frac{\Delta h}{l} = \frac{\lambda}{d}\frac{\upsilon^2}{2g}$$

$\upsilon_{кр}$ – критическое значение скорости

$k$ – коэффициент пропорциональности

$\nu$ – коэффициент кинематической вязкости

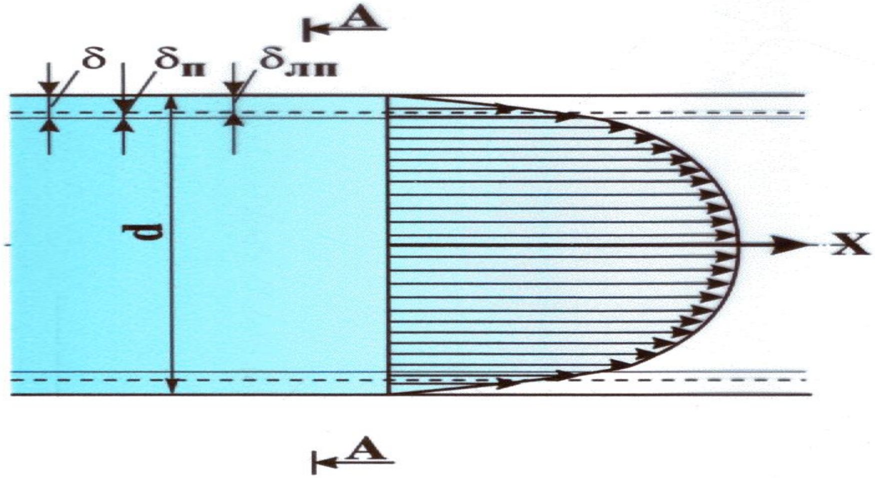
$d$ – диаметр трубопровода

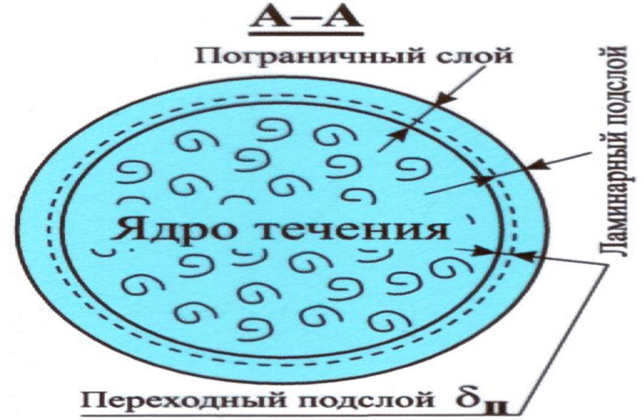
$Re_{кр}$ – критическое значение числа Рейнольдса

$$Re_{кр} = 2300...4000$$

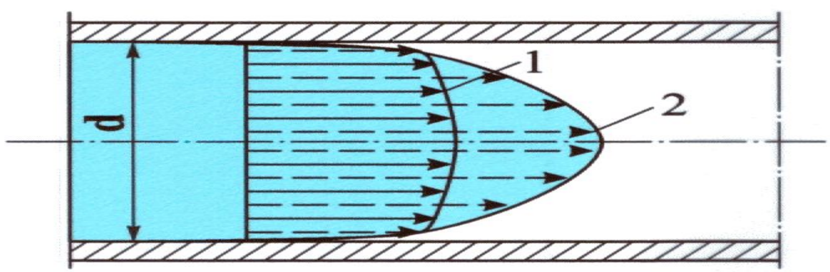
# Турбулентное движение жидкости

## Структура турбулентного потока



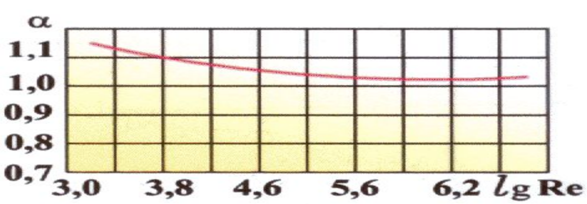




## Профиль скорости при турбулентном 1 и ламинарном 2 потоках

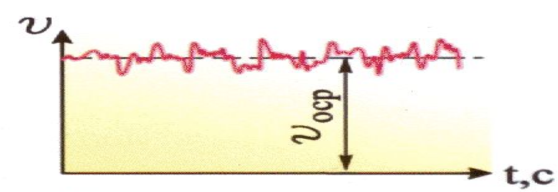



$$\delta_{лп} = d\,\frac{32{,}5}{Re\sqrt{\lambda_{т}}}$$

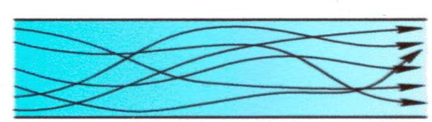
$$\lambda_{т} = \varphi\left(Re, \frac{\Delta}{d}\right)$$




*Зависимость коэффициента неравномерности распределения скорости α в функции числа Рейнольдса*




*Пульсация скорости в турбулентном потоке*



*Характер линий тока в турбулентном потоке*

# Коэффициент трения при течении жидкости

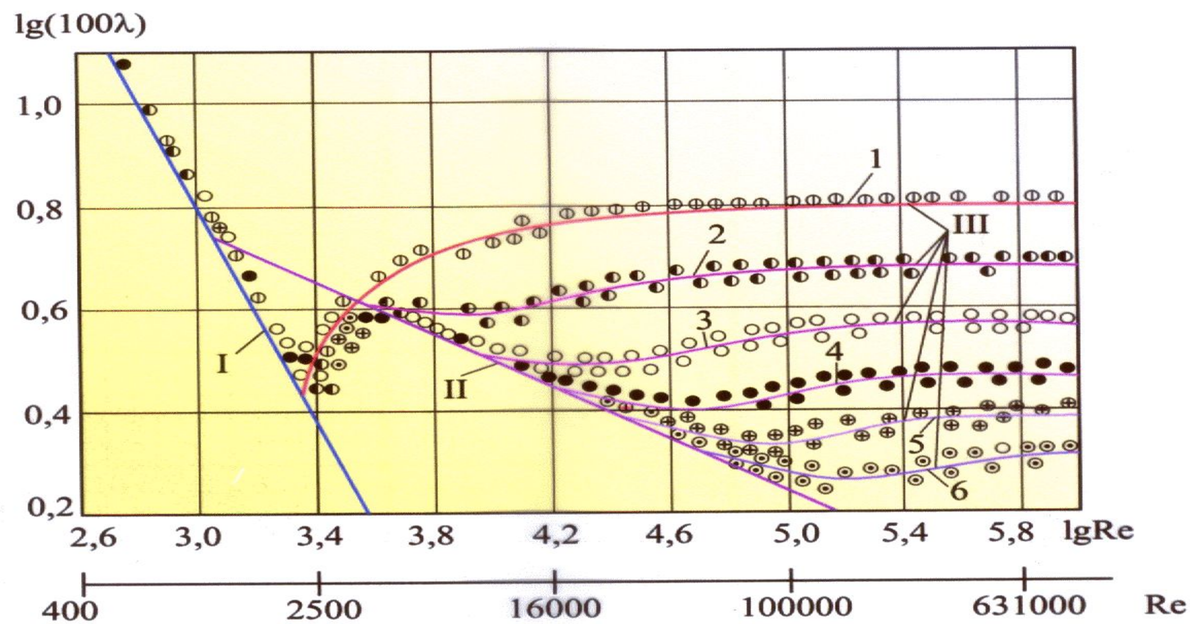
## Абсолютная и относительная шероховатость поверхности


$r_0 = \dfrac{d}{2}$

Δ – абсолютная шероховатость поверхности

d – диаметр трубы

## Значение коэффициента трения по опытам Никурадзе




$1 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{16}$; $2 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{30}$; $3 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{60}$;

$4 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{126}$; $5 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{252}$; $6 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{500}$;

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ =)