Режимы движения жидкости

Элементы электронного пособия при изучении гидродинамики

Автор: преподаватель общетехнических дисциплин Чиркина С.С.

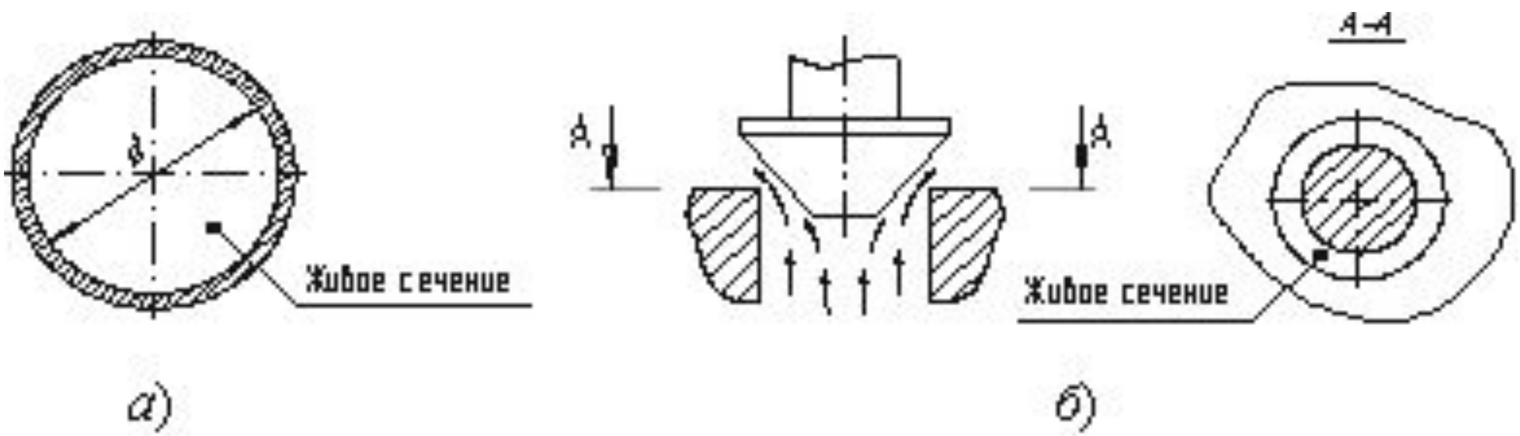
Ростов-на-Дону
2019г.

Гидродинамика – раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости и ее взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями.

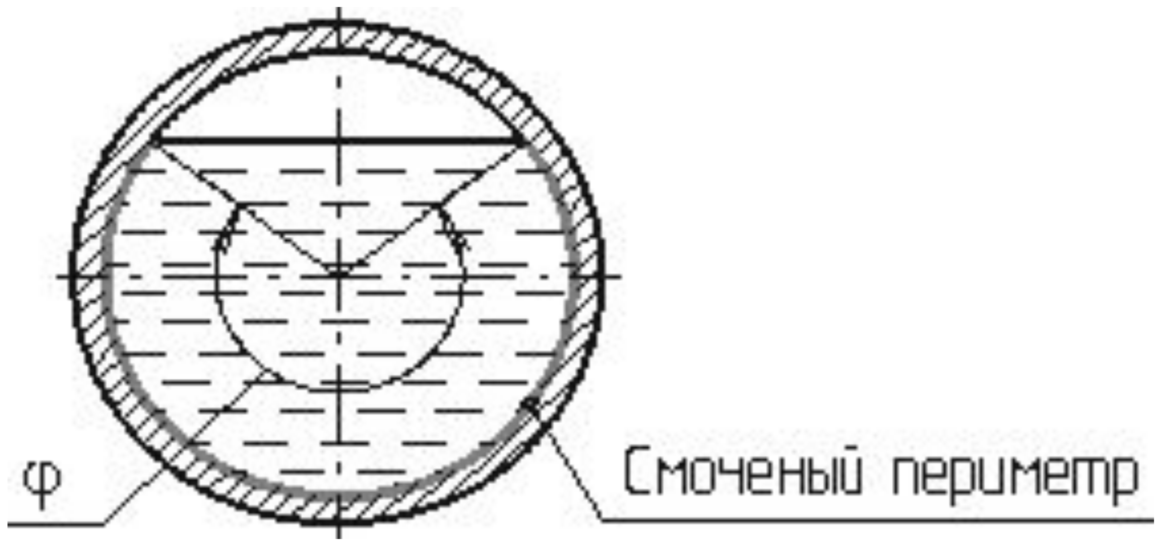
Если отдельные частицы абсолютно твердого тела жестко связаны между собой, то в движущейся жидкой среде такие связи отсутствуют. Движение жидкости состоит из чрезвычайно сложного перемещения отдельных молекул.

Основные понятия о движении жидкости

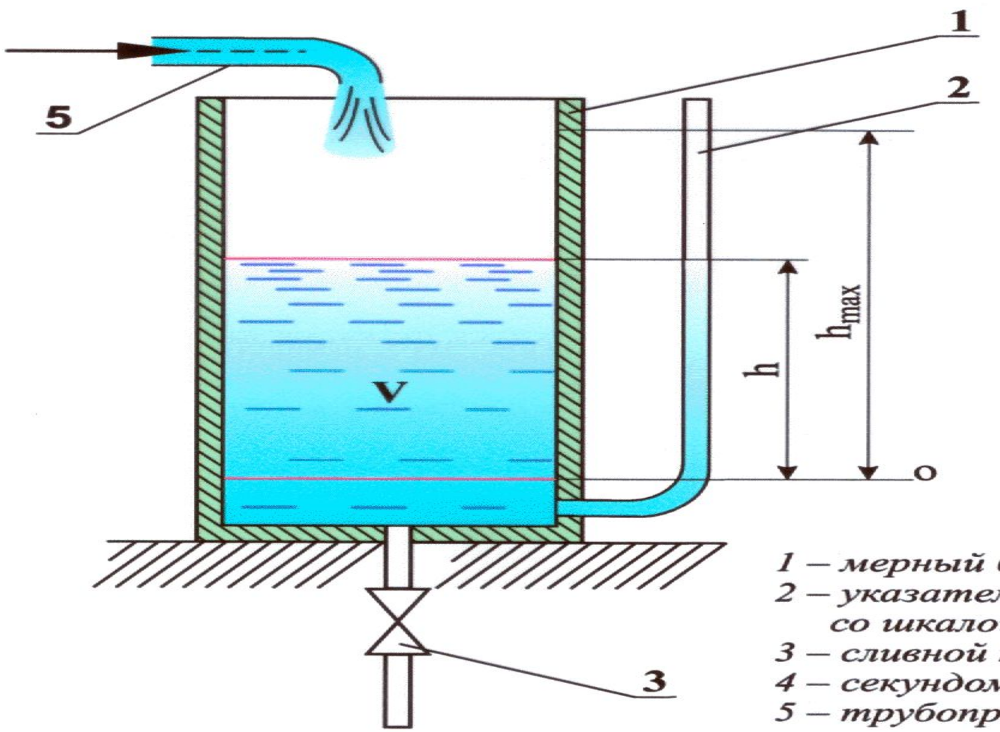
Живым сечением ω (м^2) называют площадь поперечного сечения потока, перпендикулярную к направлению течения. Например, живое сечение трубы – круг ,живое сечение клапана – кольцо с изменяющимся внутренним диаметром.



Смоченный периметр χ ("хи") – часть периметра живого сечения, ограниченное твердыми стенками , выделен утолщенной линией).



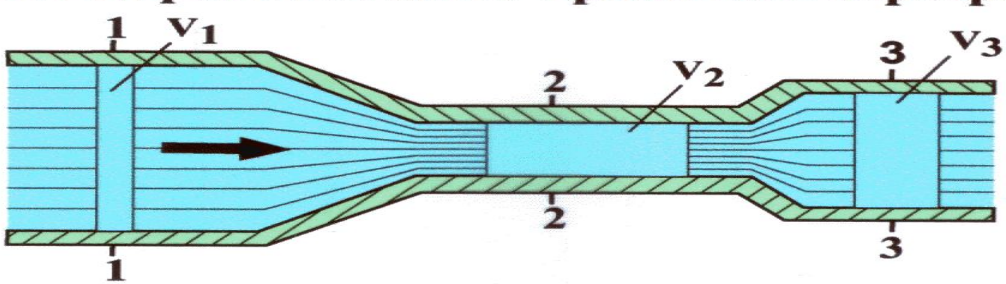
Расход



$$Q = V/t$$

1 – мерный бак;
2 – указатель уровня жидкости со шкалой значения объёма жидкости;
3 – сливной кран;
4 – секундомер;
5 – трубопровод подачи жидкости

Закон сохранения масс. Уравнение неразрывности.



1-1; 2-2 ; 3-3 – *поперечные сечения потока*

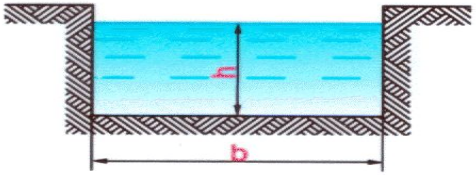
$$V_1 = V_2 = V_3; \quad V_i = \upsilon_{i\,cp} \cdot S_i \cdot t; \quad Q = V/t$$

$$Q = \upsilon_{1cp} S_1 = \upsilon_{2\,cp} S_2 = \text{const}; \quad \upsilon_{1cp}/\upsilon_{2\,cp} = S_2/S_1$$

Расход жидкости в русле конечных размеров. Гидравлический радиус потока

Расход жидкости через поперечное сечение русла, площадью S: $\boxed{Q = \upsilon_{cp} S}$

Прямоугольное сечение потока

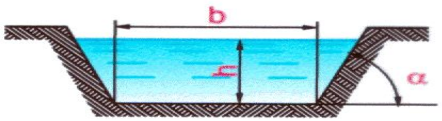


$$S = b \cdot h$$

$$\Pi = 2h + b$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{bh}{2h + b}$$

Трапецеидальное сечение потока

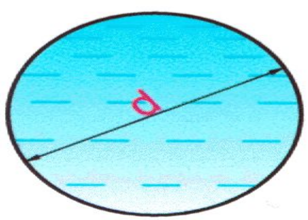


$$S = \frac{2h\ ctg\ \alpha + 2b}{2}\ h = h\ (h\ ctg\ \alpha + b)$$

$$\Pi = b + 2\sqrt{h^2 + ctg\ \alpha^2\ h^2} = b + 2h\sqrt{1 + ctg\ \alpha^2}$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{h\ (h\ ctg\ \alpha + b)}{b + 2h\sqrt{1 + ctg\ a^2}}$$

Круглое сечение, полностью заполненное

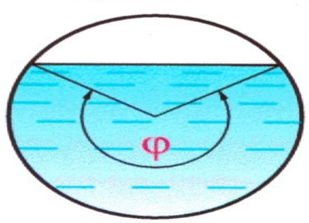


$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\Pi = \pi d$$

$$R = \frac{S}{\Pi} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2}$$

Круглое сечение, частично заполненное



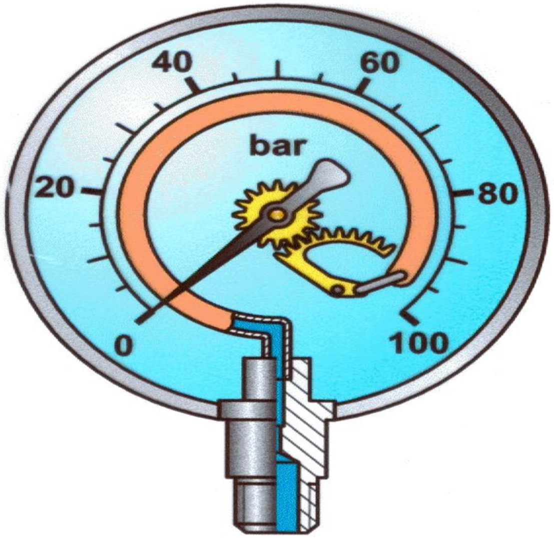
$$S = \frac{d^2}{8}\left(\frac{\varphi\pi}{180^\circ} - \sin\varphi\right)$$

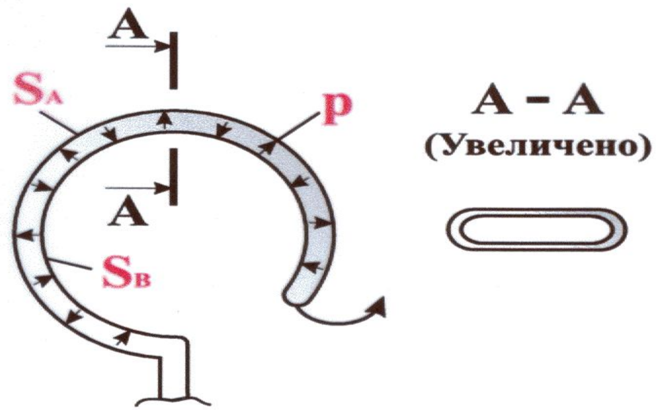
$$\Pi = \frac{\varphi\pi d}{360^\circ}$$

$$R = \frac{d}{4}\left(1 - \frac{180^\circ \sin\varphi}{\varphi\pi}\right)$$

Приборы для измерения давления жидкости

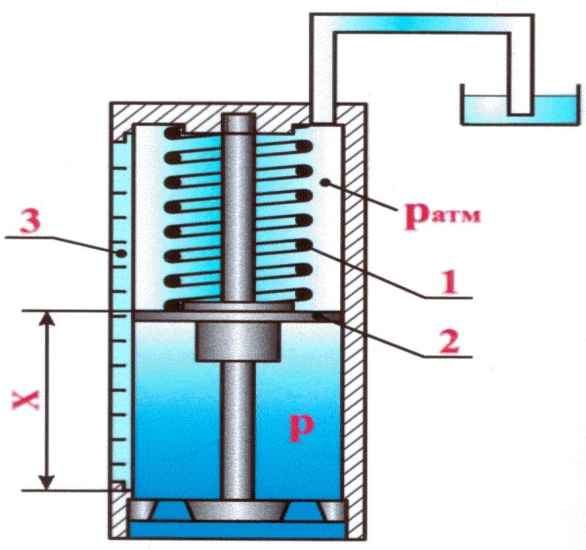
Манометр часового типа





$$S_A \cdot p > S_B \cdot p$$

Поршневой индикатор давления

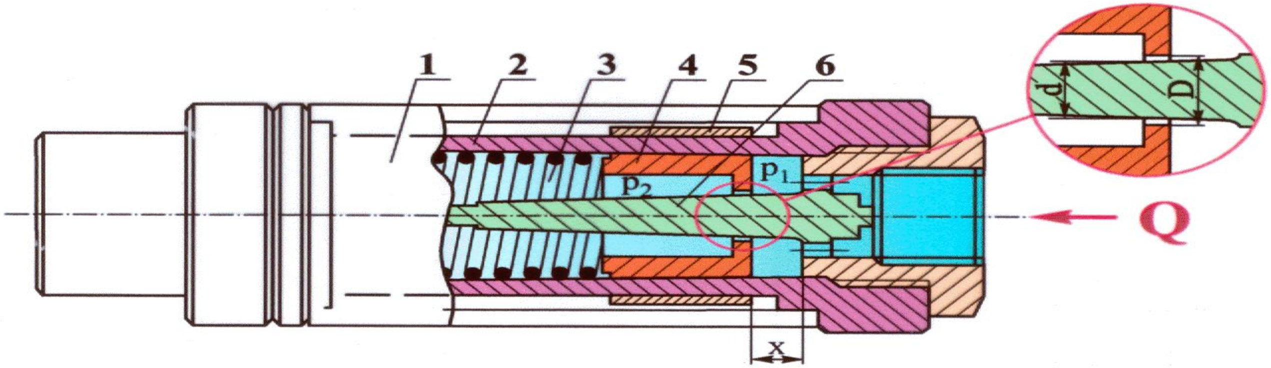


1. Пружина жесткостью C
2. Поршень площадью S
3. Прозрачная шкала с делениями

$$x \cdot C = p \cdot S$$

Приборы для измерения расхода жидкости

Поплавково-пружинный расходомер



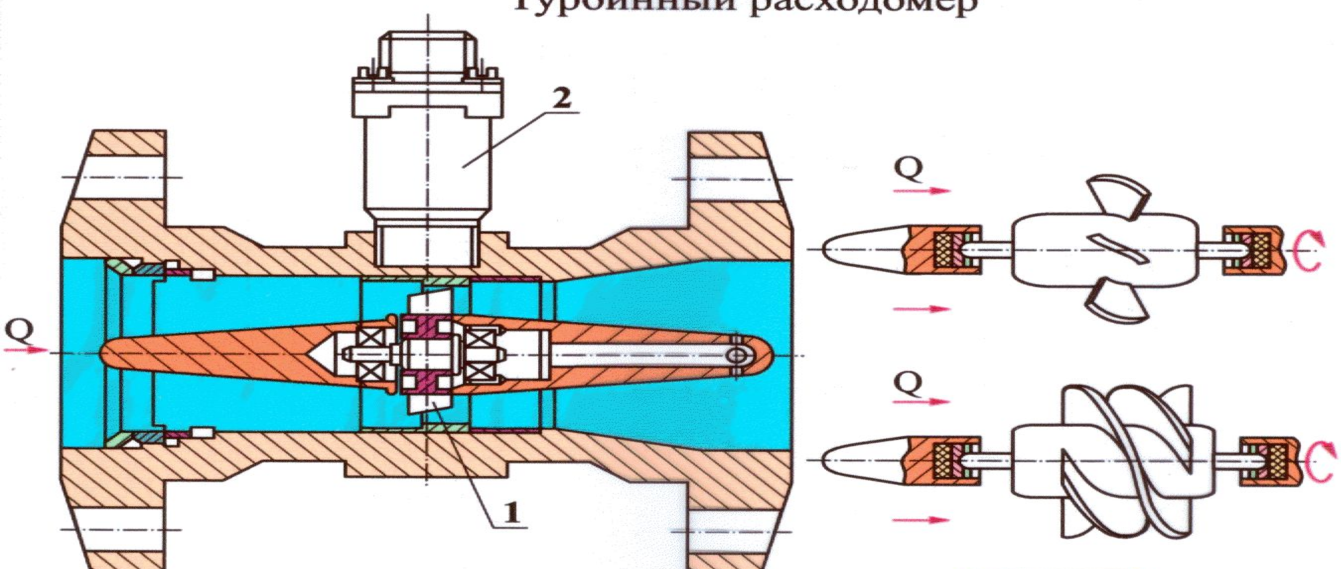
$$S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4}$$

$$d = f\,(x)$$

$$Q = \mu \cdot S\sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

$$Q = f\,(x)$$

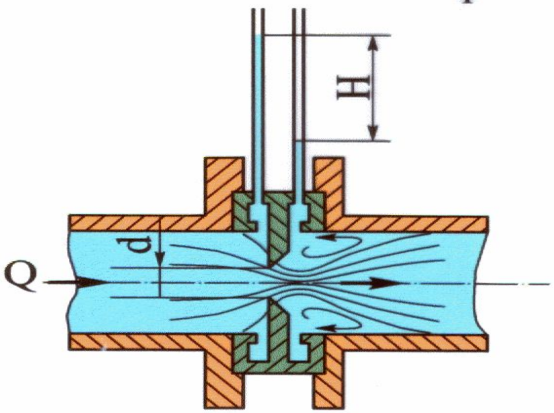
Турбинный расходомер



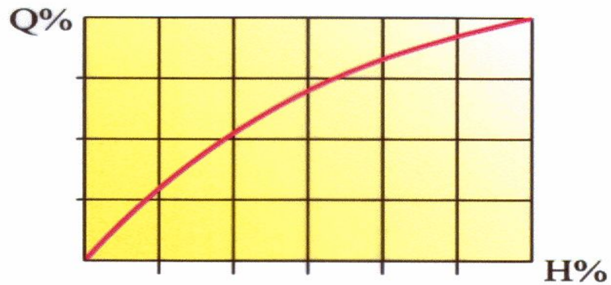
$$n = f(Q)$$

Приборы для измерения расхода жидкости

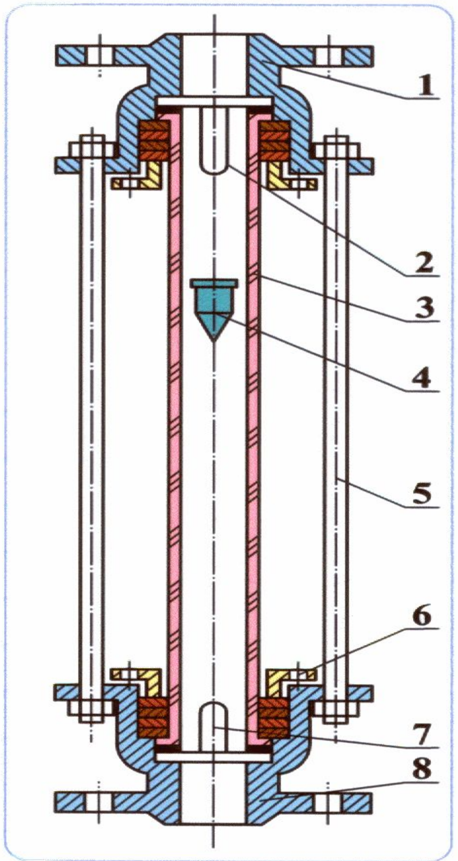
Измерительная диафрагма

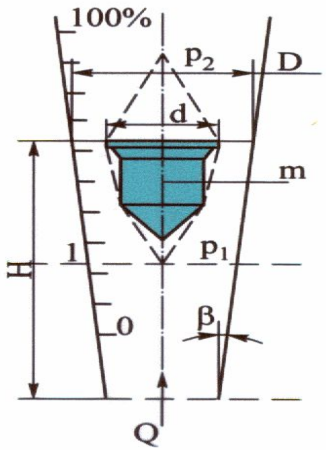


$$Q = \mu \pi \frac{d^2}{4} \sqrt{2gH}$$



Расходомеры обтекания постоянного перепада давления





$$S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4}$$

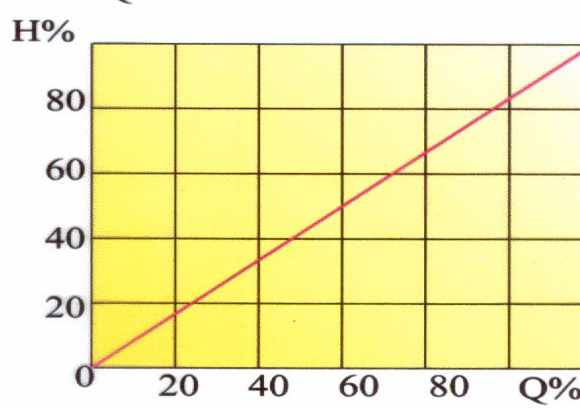
$$mg = (p_1 - p_2) \cdot \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow$$

$$p_1 - p_2 = \text{const}$$

$$Q = \mu S \sqrt{2 \frac{(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

$$D = f(H)$$

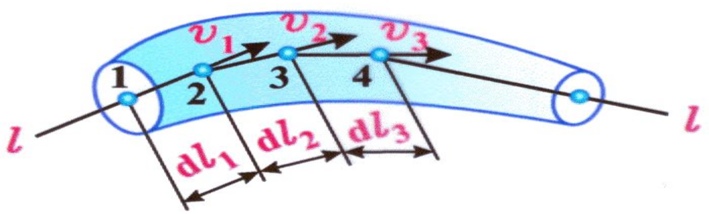
$$Q = f(H)$$

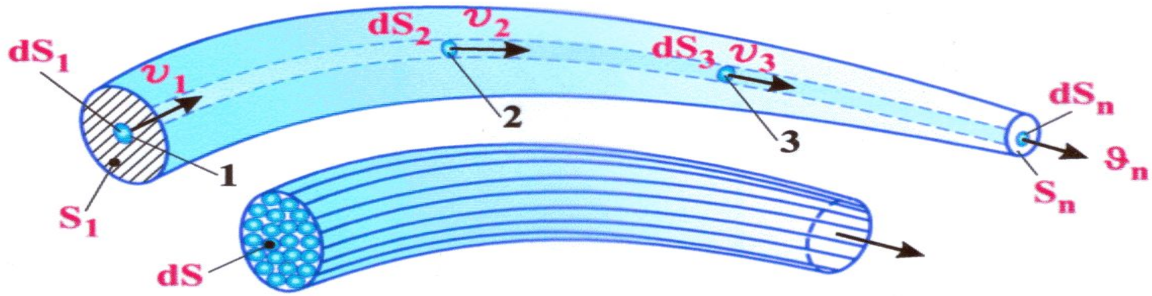


Движение жидкости

Параметр \ Вид	Установившееся движение	Неустановившееся движение
Скорость частицы	$\upsilon = f_1(x, y, z)$	$\upsilon = f_1(x, y, z, t)$
Давление в потоке	$p = f_2(x, y, z)$	$p = f_2(x, y, z, t)$

Понятие о струйной модели потока





Расход жидкости

Объемный расход	$dQ = \upsilon\, dS$	м³ / с
Массовый расход	$dQ_m = \rho\, dQ$	кг / с
Весовой расход	$dQ_G = \rho\, g dQ$	Н / с

Q - расход потока конечных размеров $\quad Q = \int_S \upsilon dS$

υ_{cp} - средняя скорость потока $\quad \upsilon_{cp} = \frac{Q}{S}$

R - гидравлический радиус потока $\quad R = \frac{S}{П}$

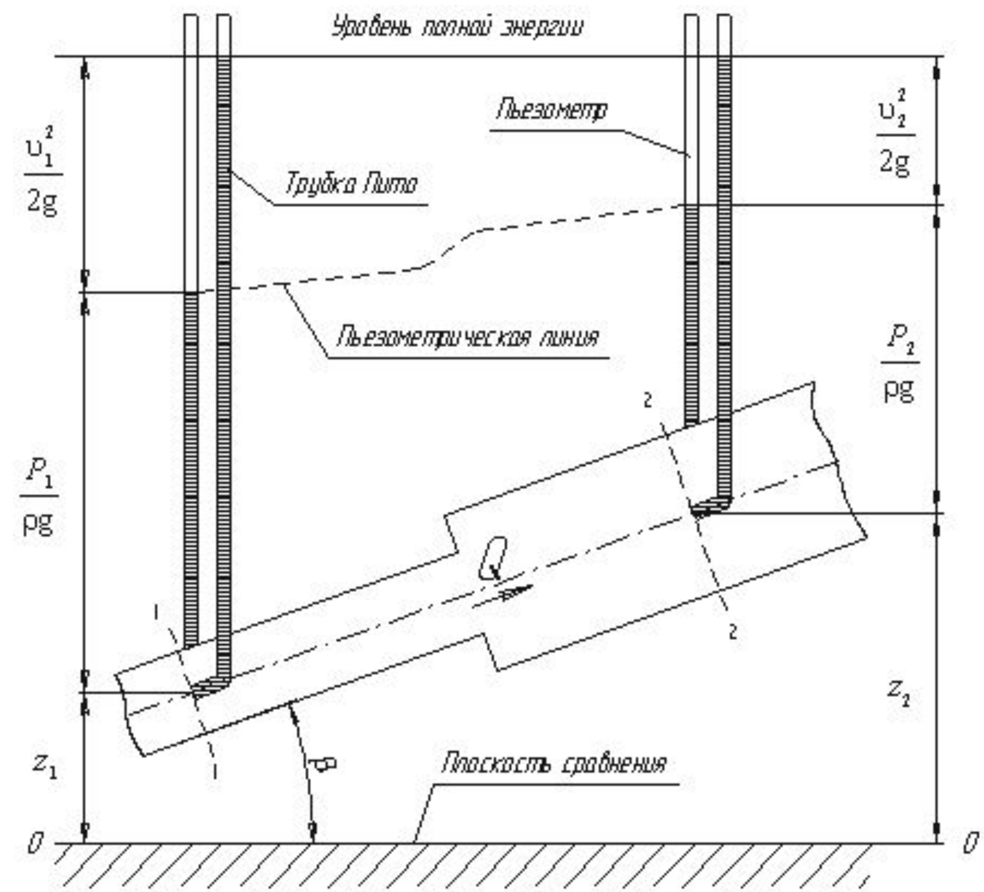
S - площадь поперечного сечения потока

П - периметр смоченной поверхности

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

Уравнение Даниила Бернулли, полученное в 1738 г., является фундаментальным уравнением гидродинамики. Оно дает связь между давлением *P*, средней скоростью υ и пьезометрической высотой *z* в различных сечениях потока и выражает закон сохранения энергии движущейся жидкости. С помощью этого уравнения решается большой круг задач.

Рассмотрим трубопровод переменного диаметра, расположенный в пространстве под углом



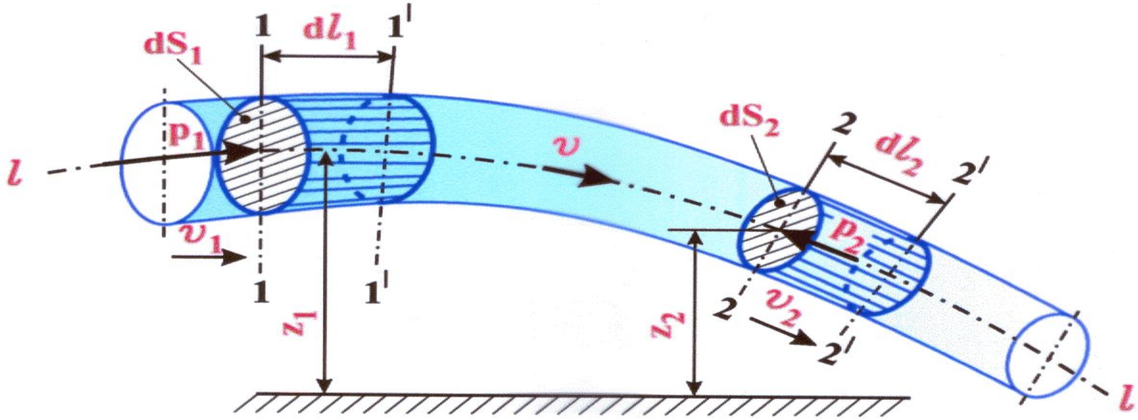
Выберем произвольно на рассматриваемом участке трубопровода два сечения: сечение *1-1* и сечение *2-2*. Вверх по трубопроводу от первого сечения ко второму движется жидкость, расход которой равен Q.

Для измерения давления жидкости применяют *пьезометры* - тонкостенные стеклянные трубки, в которых жидкость поднимается на высоту $P/\rho\ g$. В каждом сечении установлены пьезометры, в которых уровень жидкости поднимается на разные высоты.

Кроме пьезометров в каждом сечении 1-1 и *2-2* установлена трубка, загнутый конец которой направлен навстречу потоку жидкости, которая называется *трубка Пито*. Жидкость в трубках Пито также поднимается на разные уровни, если отсчитывать их от *пьезометрической линии*.

Уравнение Бернулли для элементарной струйки

Работа сил давления	$p_1 dS_1 dl_1 - p_2 dS_2 dl_2$
Работа сил тяжести	$z_1 g\, dm - z_2 g\, dm$
Изменение кинетической энергии	$(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2)\dfrac{dm}{2}$



$$dm_1 = dm_2 = dm$$

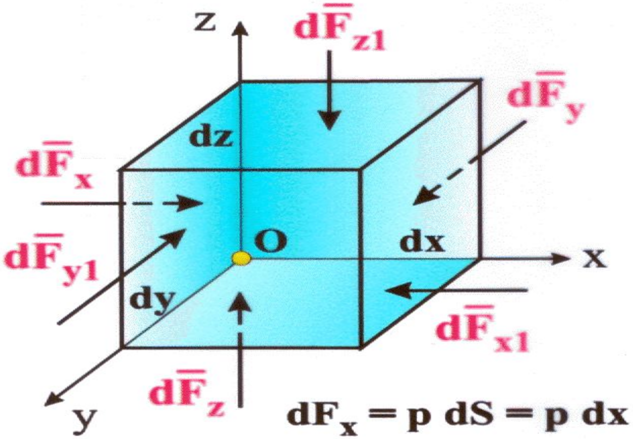
$$dm = \rho\, dl_1\, dS_1 = \rho\, dl_2\, dS_2$$

$$dl_1 = \upsilon_1\, dt; \qquad dl_2 = \upsilon_2\, dt$$

Уравнение Бернулли для элементарной струйки

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{\upsilon_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{\upsilon_2^2}{2g}$$

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости



Малый объем в форме куба, выделенный в жидкости

$$dF_x = p\,dS = p\,dx\,dy\,dz$$

$$dF_{x1} = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dS = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz$$

$$ma = \Sigma F_i$$

$$\rho\,dx\,dy\,dz\,\frac{d\upsilon_x}{dt} = dF_x - dF_{x1} - X\rho\,dx\,dy\,dz$$

Система уравнений Л.Эйлера

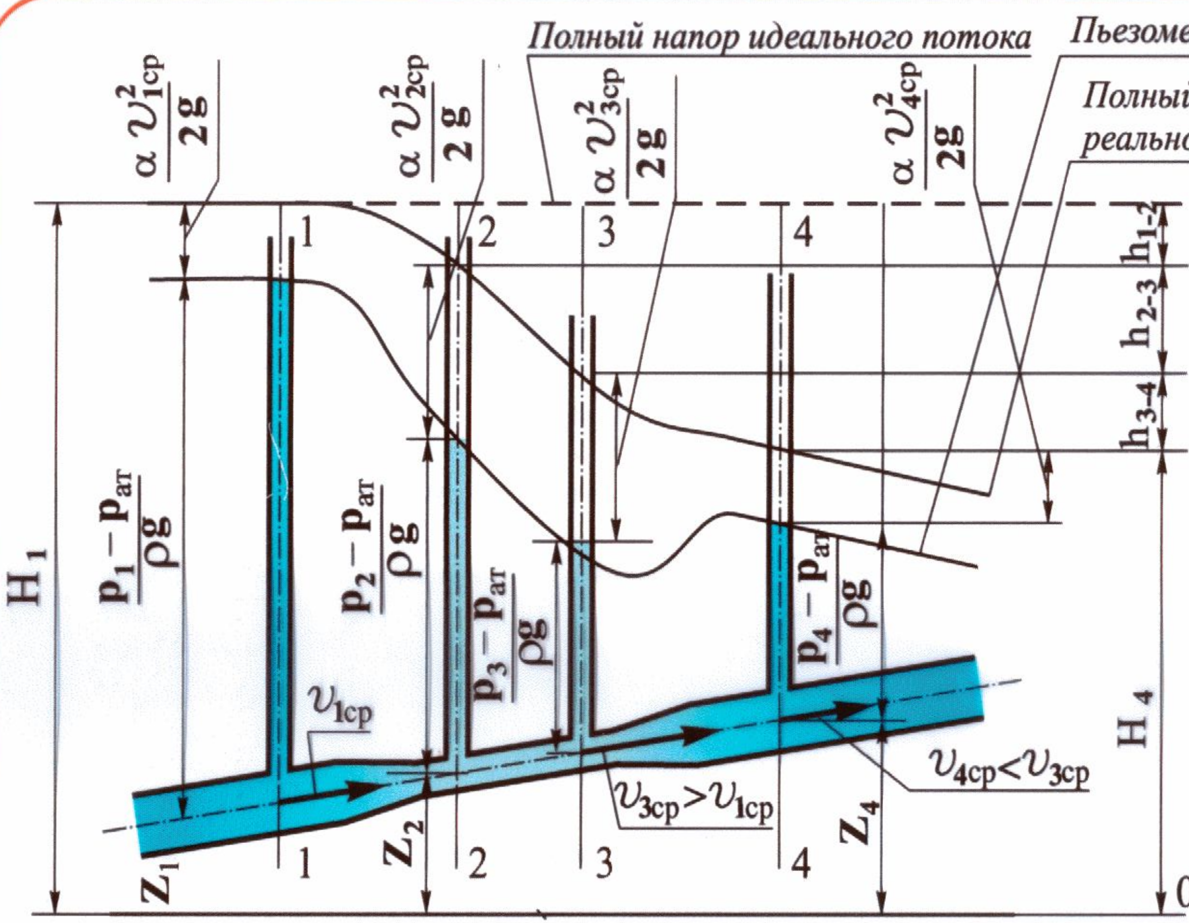
$$\boxed{\left.\begin{aligned}\frac{d\upsilon_x}{dt} &= X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\\ \frac{d\upsilon_y}{dt} &= Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\\ \frac{d\upsilon_z}{dt} &= Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}\right\}}$$

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) =$$

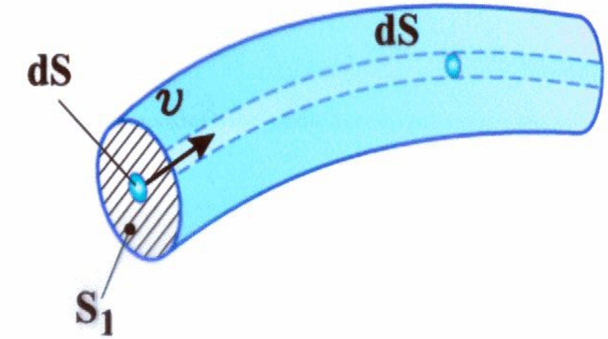
$$= \upsilon_x\,d\upsilon_x + \upsilon_y\,d\upsilon_y + \upsilon_z\,d\upsilon_z$$

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = \frac{1}{\rho}dp + d\left(\frac{\upsilon^2}{2}\right)$$

Уравнение Бернулли для реальной жидкости



$$H_1 - H_4 = h_{1-2} + h_{2-3} + h_{3-4}$$



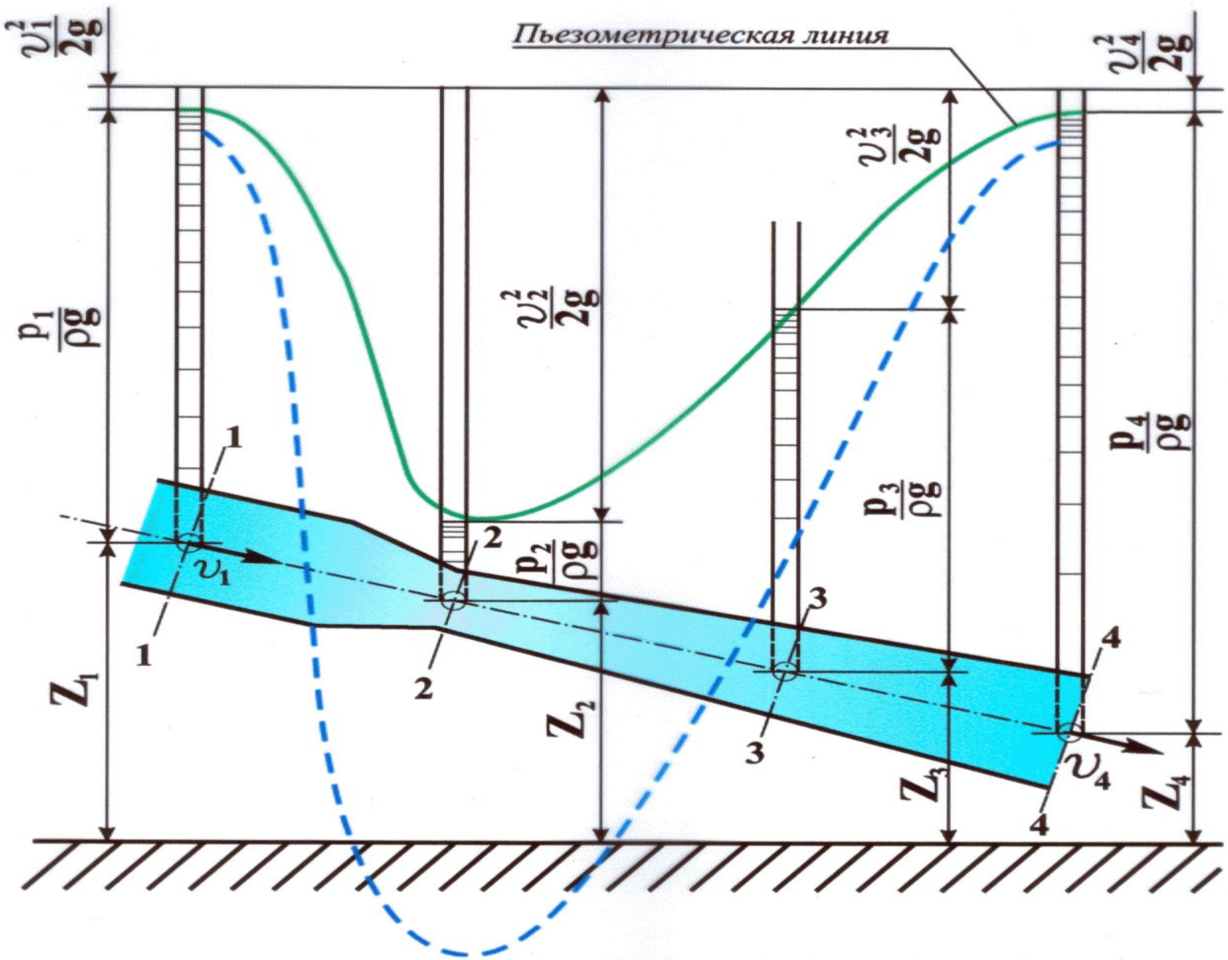
$$Z_i + \frac{p_i}{\rho g} + \frac{\alpha \upsilon_{i\,ср}^2}{2g} = H_i$$

$$dN = \left(\rho g z + p + \rho \frac{\upsilon^2}{2}\right) \cdot \upsilon \, dS \qquad N = \int_S dN = \int_S \left(\rho g z + p + \rho \frac{\upsilon^2}{2}\right) \cdot \upsilon \, dS$$

При плавном изменении направления потока в каждом сечении выполняется: $Z_i + \frac{p_i}{\rho g} = \text{const}$

$$\left.\begin{aligned} N &= (\rho g z + p)\int_S \upsilon \, dS + \rho \int_S \frac{\upsilon^3}{2} dS \\ \int_S \upsilon \, dS &= Q = \upsilon_{ср} \cdot S \end{aligned}\right\} \Rightarrow \alpha = \frac{\int_S \upsilon^3 dS}{\upsilon_{ср}^3 S}$$

Графическая иллюстрация уравнения Бернулли

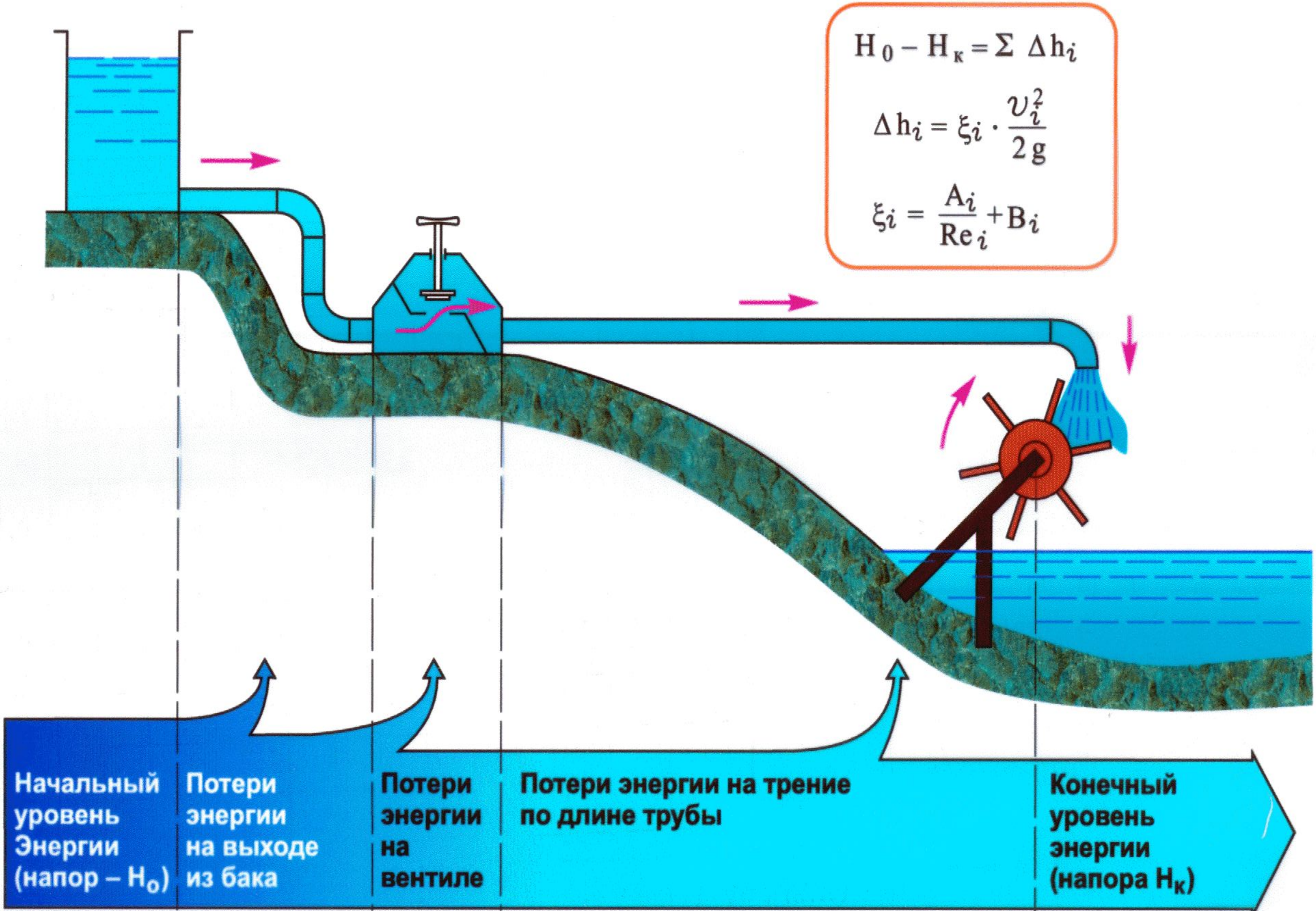


$$\upsilon_1 \cdot S_1 = \upsilon_2 \cdot S_2 = \upsilon_3 \cdot S_3 = \upsilon_4 \cdot S_4\,,$$

$$H = \text{const},$$

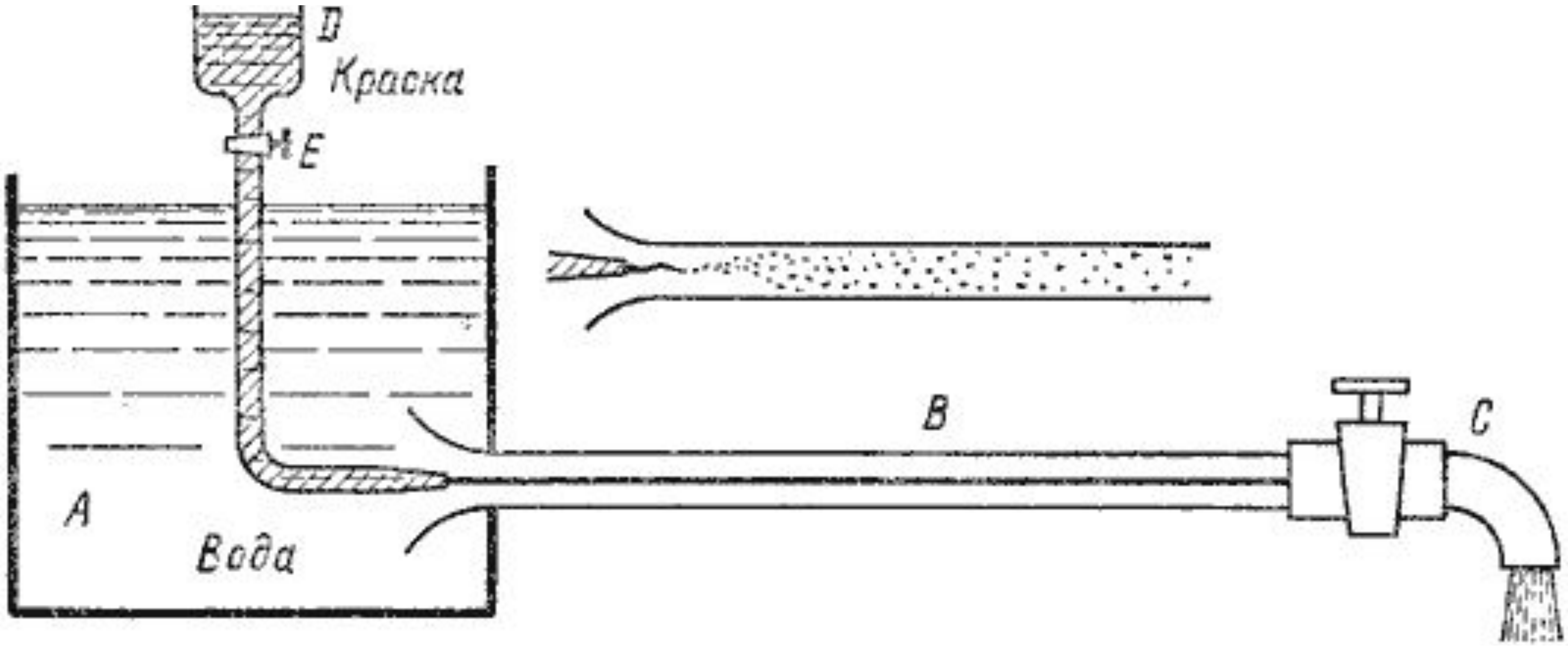
$$H = Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^2}{2g} = Z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{\upsilon_3^2}{2g} = Z_4 + \frac{p_4}{\rho g} + \frac{\upsilon_4^2}{2g}$$

Гидравлические потери. Общие понятия



Режимы движения жидкости

При наблюдении за движением жидкости в трубах и каналах, можно заметить, что в одном случае жидкость сохраняет определенный строй своих частиц, а в других – перемещаются бессистемно. Однако исчерпывающие опыты по этому вопросу были проведены Рейнольдсом в 1883 г.



установка, аналогичная той, на которой Рейнольдс производил свои опыты.

Установка состоит из резервуара *A* с водой, от которого отходит стеклянная труба *B* с краном *C* на конце, и сосуда *D* с водным раствором краски, которая может по трубке вводиться тонкой струйкой внутрь стеклянной трубы *B*.

Первый случай движения жидкости. Если немного приоткрыть кран *С* и дать возможность воде протекать в трубе с небольшой скоростью, а затем с помощью крана *Е* впустить краску в поток воды, то увидим, что введенная в трубу краска не будет перемешиваться с потоком воды. Струйка краски будет отчетливо видимой вдоль всей стеклянной трубы, что указывает на слоистый характер течения жидкости и на отсутствие перемешивания. Если при этом, если к трубе подсоединить пьезометр или трубку Пито, то они покажут неизменность давления и скорости по времени. Такой режим движения называется *ламинарный*.

Второй случай движения жидкости. При постепенном увеличении скорости течения воды в трубе путем открытия крана *С* картина течения вначале не меняется, но затем при определенной скорости течения наступает быстрое ее изменение. Струйка краски по выходе из трубки начинает колебаться, затем размывается и перемешивается с потоком воды, причем становятся заметными вихреобразования и вращательное движение жидкости. Пьезометр и трубка Пито при этом покажут непрерывные пульсации давления и скорости в потоке воды. Такое течение называется *турбулентным*

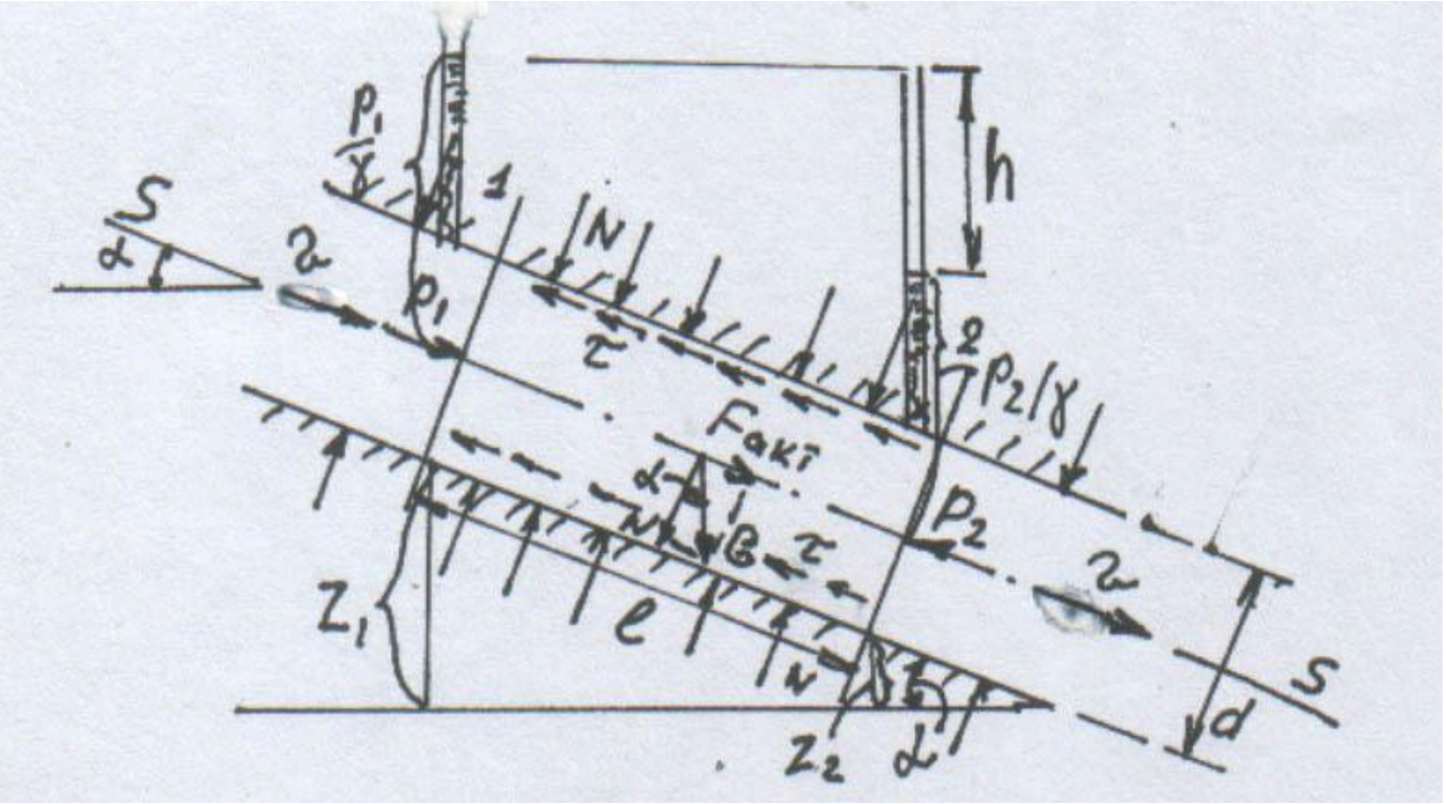
Если уменьшить скорость потока, то восстановится ламинарное течение.

Итак, **ламинарным** называется слоистое течение без перемешивания частиц жидкости и без пульсации скорости и давления. При ламинарном течении жидкости в прямой трубе постоянного сечения все линии тока направлены параллельно оси трубы, при этом отсутствуют поперечные перемещения частиц жидкости.

Турбулентным называется течение, сопровождающееся интенсивным перемешиванием жидкости с пульсациями скоростей и давлений. Наряду с основным продольным перемещением жидкости наблюдаются поперечные перемещения и вращательные движения отдельных объемов жидкости. Переход от ламинарного режима к турбулентному наблюдается при определенной скорости движения жидкости.

Основное уравнение равномерного движения

Рассмотрим равномерное движение жидкости в трубопроводе.



Используя принцип Д'Аламбера напишем уравнение динамичного равновесия. При равномерном движении ускорение равно 0, т.к. движение потока равномерное силы инерции равны 0. Поэтому в проекции всех сил на горизонтальную ось *S*

$\sum F_{\text{акт.}} = \sum F_{\text{сопр.}}$

Тогда движущие силы равны

1. Сила веса $G = \rho\, g\, \omega\, \ell$ ее проекция на ось $S–S$

$$G\sin\alpha = \rho g \omega \sin\alpha\, \ell = \rho\, g\omega\left(Z_1 - Z_2\right)$$

$$\ell \sin\alpha = \left(Z_1 - Z_2\right)$$

2. На торцевые стенки, те силы P_1 и P_2 т.к. движение жидкости в трубе равномерное, то распределение давления в поперечных сечениях происходит по законам гидростатики при равномерном движении, поэтому

$$F_1 = p_1\omega \qquad F_2 = p_2\omega$$

где p_1 и p_2 – гидростатическое давление в центре трубы.
Тогда проекции сил F_1 и F_2 на оси S–S

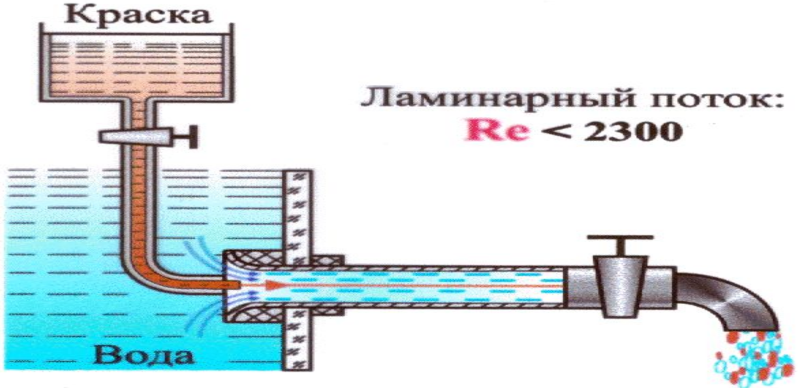
$$\left[\sum P\right] = F_1 - F_2 = \omega\left(p_1 - p_2\right)$$

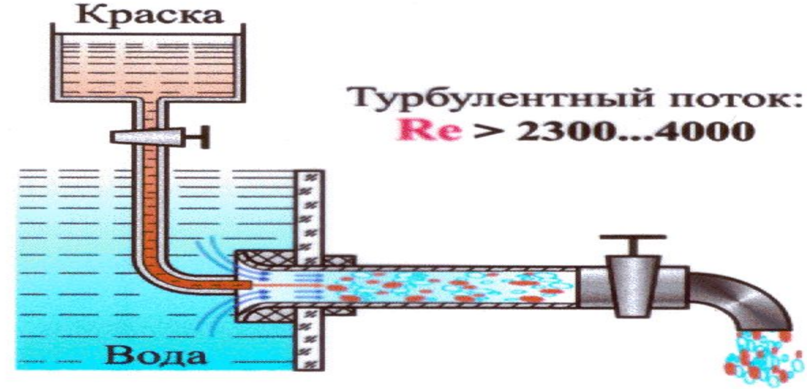
3. Проекции сил N_1 N на ось S–S равны нулю. Тогда левая часть уравнения равна:

$$\left[\sum F_{\text{акт.}}\right] = \rho\ g\omega\left(Z_2 - Z_1\right) + \omega\left(P_1 - P_2\right)$$

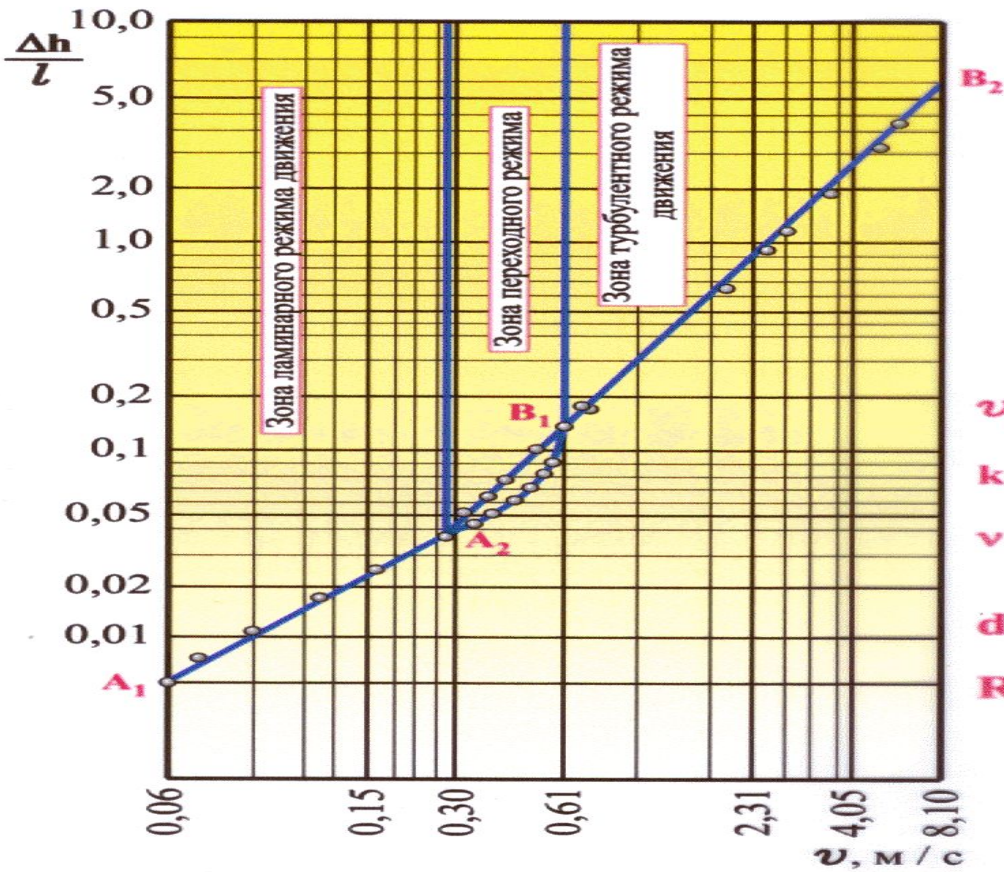
Режимы движения жидкости в трубопроводах

Опыт и критерий Рейнольдса





Потери напора в зависимости от скорости потока



$$\upsilon_{кр} = \frac{k\,\nu}{d}$$

$$Re_{кр} = \frac{\upsilon_{кр}\,d}{\nu}$$

$$\frac{\Delta h}{l} = \frac{\lambda}{d}\frac{\upsilon^2}{2g}$$

$\upsilon_{кр}$ – критическое значение скорости

k – коэффициент пропорциональности

ν – коэффициент кинематической вязкости

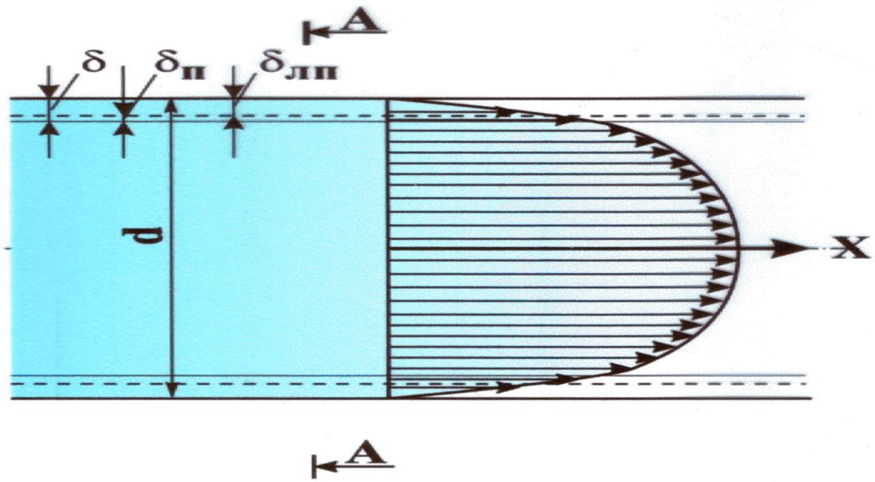
d – диаметр трубопровода

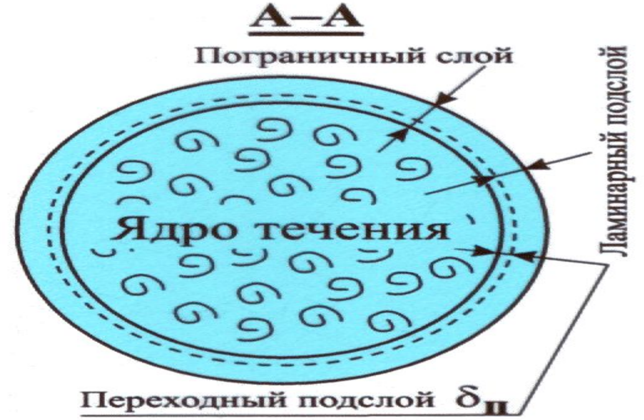
$Re_{кр}$ – критическое значение числа Рейнольдса

$$Re_{кр} = 2300...4000$$

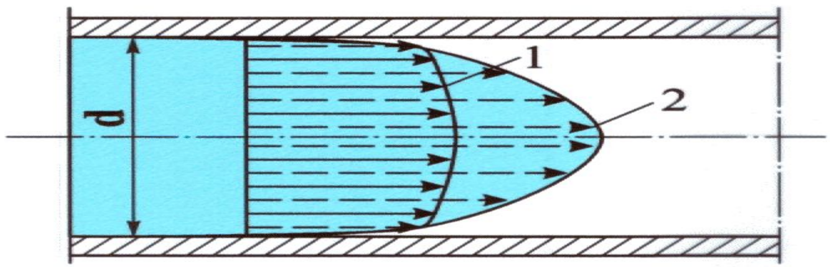
Турбулентное движение жидкости

Структура турбулентного потока



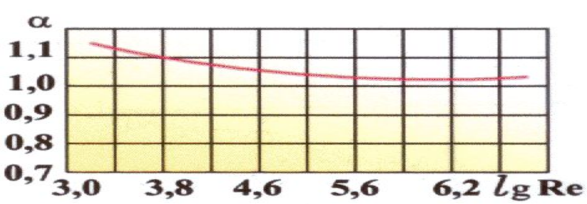


Профиль скорости при турбулентном 1 и ламинарном 2 потоках

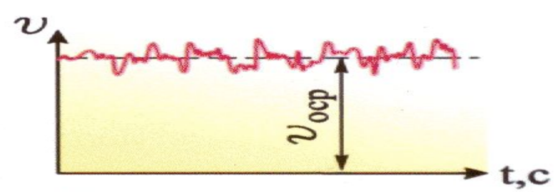


$$\delta_{лп} = d\,\frac{32{,}5}{Re\sqrt{\lambda_т}}$$

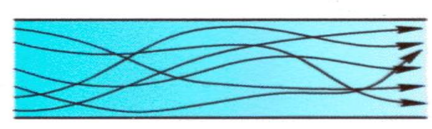
$$\lambda_т = \varphi\left(Re, \frac{\Delta}{d}\right)$$



Зависимость коэффициента неравномерности распределения скорости α в функции числа Рейнольдса



Пульсация скорости в турбулентном потоке



Характер линий тока в турбулентном потоке

Коэффициент трения при течении жидкости

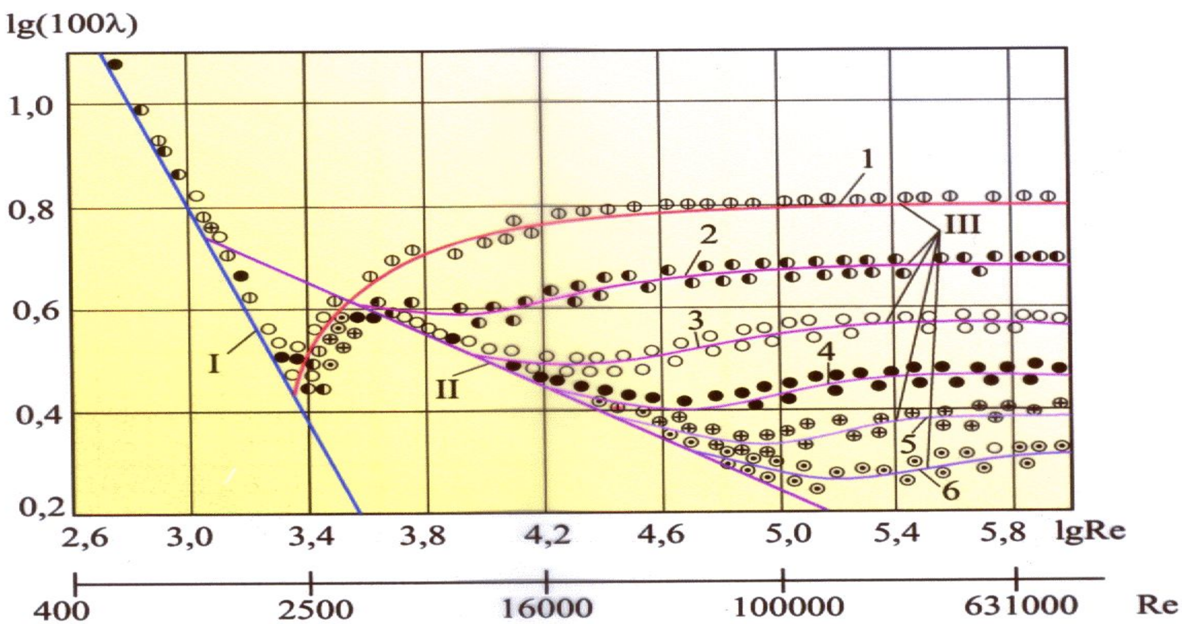
Абсолютная и относительная шероховатость поверхности

$r_0 = \dfrac{d}{2}$

Δ – абсолютная шероховатость поверхности

d – диаметр трубы

Значение коэффициента трения по опытам Никурадзе



$1 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{16}$; $\quad 2 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{30}$; $\quad 3 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{60}$;

$4 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{126}$; $\quad 5 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{252}$; $\quad 6 - \dfrac{\Delta}{r_0} = \dfrac{1}{500}$;

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ =)