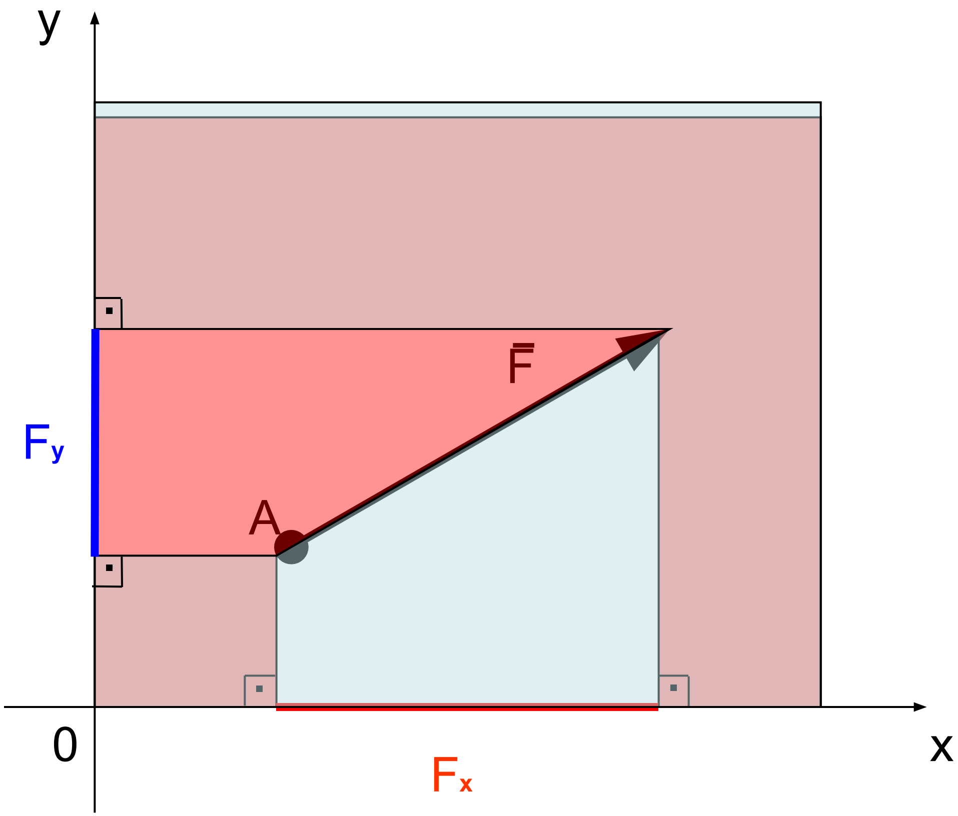
# Тема 1.2 Плоская система сходящихся сил. Определение равнодействующей аналитическим способом.

**Знать:** аналитический способ определения равнодействующей силы, условия равновесия плоской сходящейся системы сил в аналитической форме.

**Уметь:** определять проекции сил на две взаимно перпендикулярные оси, решать задачи на равновесие в аналитической форме.

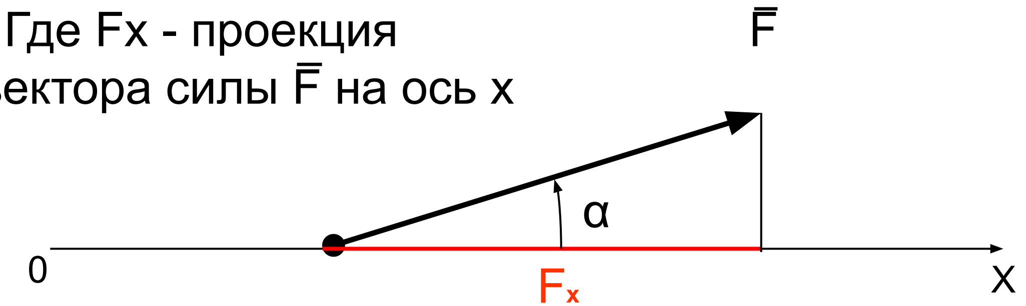
# Проекция силы на ось.

Проекция силы на ось определяется отрезком оси, отсекаемым перпендикулярами, опущенными на ось из начала и конца вектора.



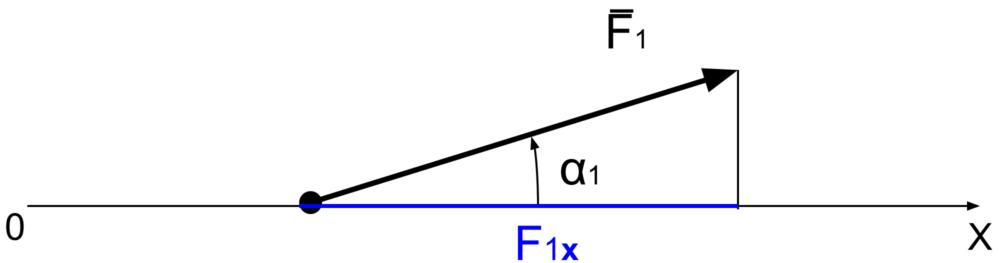
*Величина проекции силы на ось* равна произведению модуля силы на косинус угла между вектором силы и положительным направлением оси:

$\boxed{F_x=F\cos\alpha}$ , Где Fx - проекция вектора силы $\bar{F}$ на ось x




Проекция имеет знак: положительный при одинаковом направлении вектора силы и положительным направлением оси:

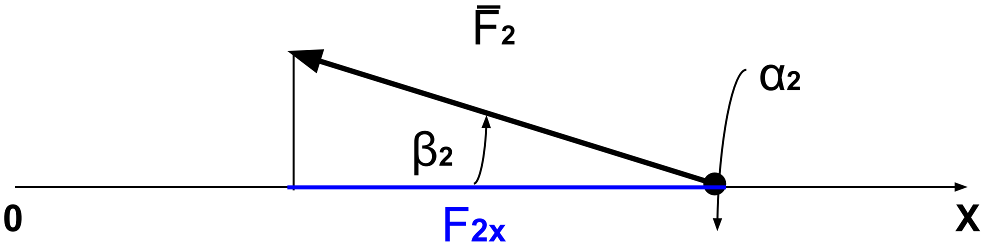
$F_1x=F_1\cos\alpha_1>0$ в случае, если угол острый, т. е. $0<\alpha<90^o$



Проекция имеет знак: отрицательный при направлении в сторону отрицательной полуоси:

$F_{2x}= F_2\cos\alpha_2 = -F_2\cos\beta$ , если угол $\alpha_2$ – тупой, т.е. $90^o<\alpha<180^o$

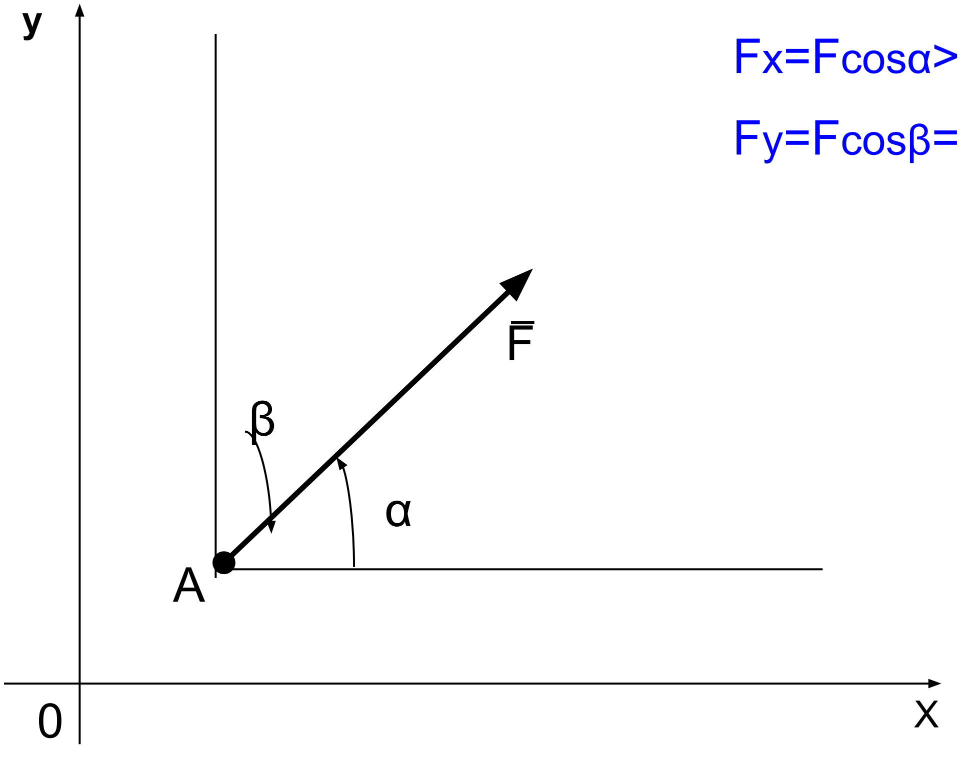
$\cos\alpha_2= \cos(180^o-\beta_2) = -\cos\beta_2$




Проекция силы равна нулю, если сила перпендикулярна оси:

$F_{3x}=F_3\cos 90^o =0$ , если угол $\alpha$ – прямой, т.е. $\alpha = 90^o$

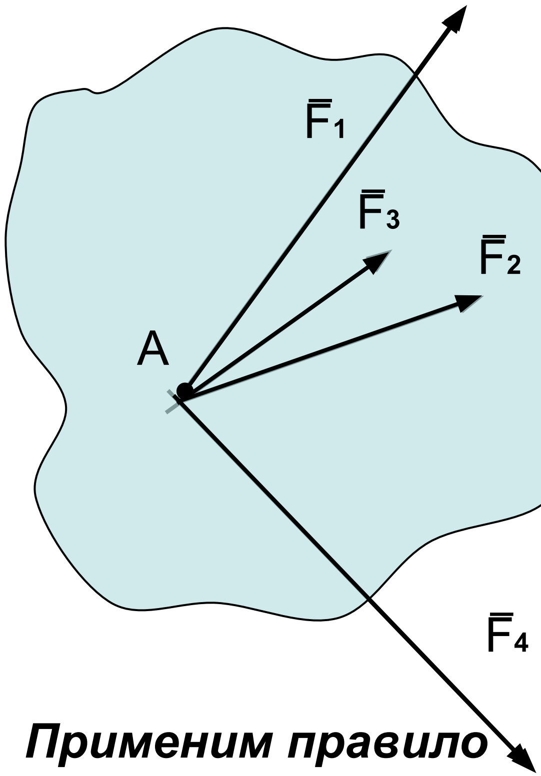
Проекция силы на две взаимно перпендикулярные оси.

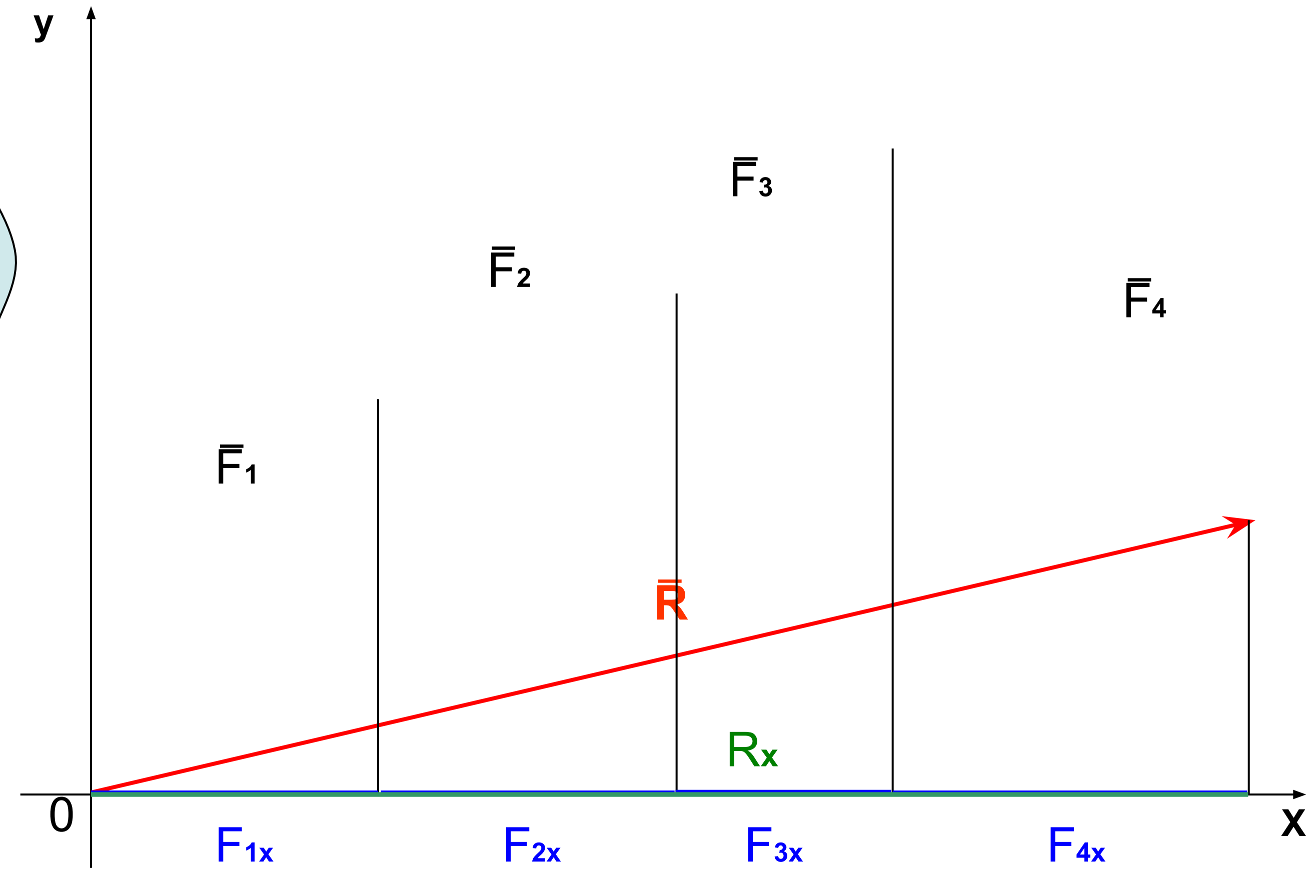



$F_x = F\cos\alpha > 0$

$F_y = F\cos\beta = F\sin\alpha > 0$

# Определение равнодействующей системы сил аналитическим способом.




***Применим правило силового многоугольника.***

$$\sum \bar{F}_k = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4 = \bar{R}$$

*Спроектируем векторное равенство на ось x :*

$$\sum F_{kx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = R_x$$

*Спроектируем векторное равенство на ось y :*

$$\sum F_{ky} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = R_y$$

Проекции равнодействующей на оси координат равны алгебраической сумме проекций всех сил системы на эти оси:

$$\begin{cases} R_x = \sum\limits_{K=1}^{n} F_{kx} \\ R_y = \sum\limits_{K=1}^{n} F_{ky} \end{cases}$$

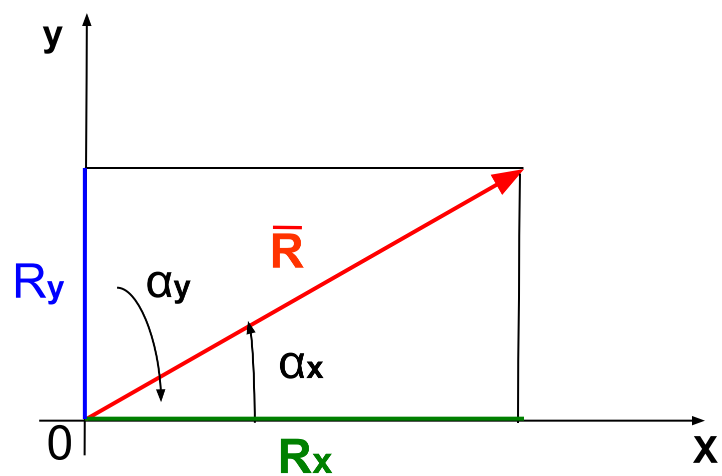
Модуль (величину) равнодействующей можно найти по известным проекциям:

$$R = \sqrt{R^2_x + R^2_y}$$

Направление вектора равнодействующей можно определить по величинам и знакам косинусов углов, образуемых равнодействующей с осями координат:

$$\cos\alpha_x = \frac{R_x}{R}$$

$$\cos\alpha_y = \frac{R_y}{R}$$



## Условия равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме.

Исходя из того, что равнодействующая равна нулю, получим

$$R=\sqrt{R^2x+R^2y}$$

$$R=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Rx=\sum_{K=1}^{n} F_k x=0 \\ Ry=\sum_{K=1}^{n} F_k y=0 \end{cases}$$

т.е. :

*Плоская система сходящихся сил находится в равновесии, если алгебраическая сумма проекции всех сил системы на любую ось равна нулю:*

$$\boxed{\begin{cases} \sum_{0}^{n} F_k x=0 \\ \sum_{0}^{n} F_k y=0 \end{cases}}$$

***Примечание:***

Для плоской системы сходящихся сил характерны

**2 уравнения равновесия.**

## Методика решения задач на равновесие сходящихся сил.

Задачи статики на равновесие решаются в строгом порядке:

1. Выбирается объект равновесия. Это значит что из всей цепи взаимодействующих тел нужно выбрать такое несвободное тело (точку), рассмотрение равновесия которого позволит решить данную задачу.

2. На основании аксиомы связей мысленно освободить несвободное тело от связей, заменив их действием реакциями.

3. К выбранному объекту приложить все действующие активные силы, в том числе и силы тяжести.

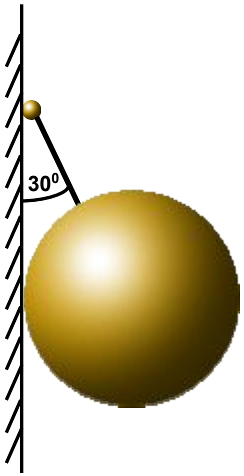
4. К полученной системе сил применить условия равновесия в геометрической или аналитической форме. При этом, геометрический метод решения применяется в случае, если на объект действует система 3х сходящихся сил; тогда строится и затем решается (графически или геометрически) замкнутый силовой треугольник.
Аналитический метод применяется в случае, если число действующих на объект сил от 3х и больше, или силы не лежат в одной плоскости

5. Определяются искомые величины, и полученные результаты исследуются.

*Примечание:*

**В случае применения аналитического метода решения необходимо: а) выбрать оси координат так, чтобы одна из неизвестных реакций была направлена вдоль оси; б) произвести проверку правильности решения, для чего, выбрав новую систему координат, составить аналитические уравнения равновесия**

Рассмотрим данную методику на примере: *шар весом 10Н подвешен на нити м опирается о гладкую стену. Определить силу натяжения нити и реакцию опорной поверхности.*

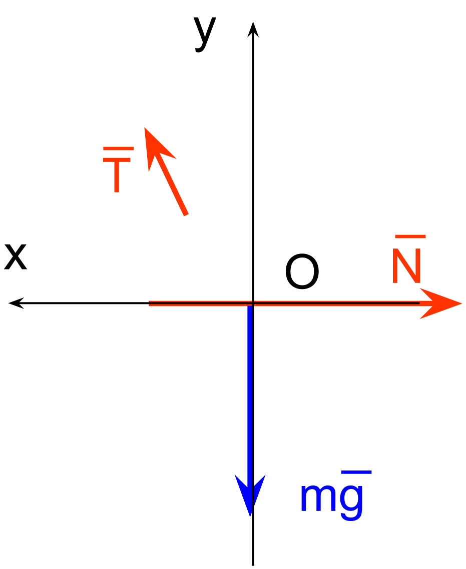



Решение:

1. Выбираем объект равновесия – несвободное тело, в данном случае шар.

2. Мысленно отбрасываем связи (связями являются тела, устранив которые, несвободное тело превратится в свободное) – нить и стена.

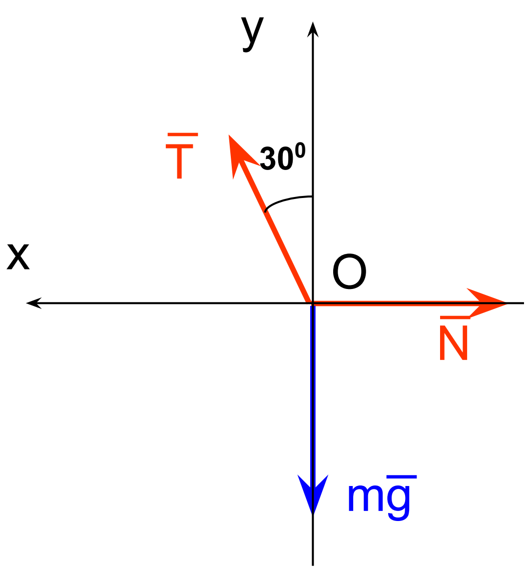
Реакция нити направлена вдоль нити – $\overline{T}$, реакция стены направлена перпендикулярно опорной поверхности – $\overline{N}$ (в сторону, противоположную возможному перемещению).




3. Прикладываем активную силу – силу тяжести $m\overline{g}$

4. Задачу решаем аналитически. Для этого прикладываем систему координат xOy в центре шара так, чтобы одна из неизвестных, например N, была направлена вдоль оси x.

Перенесем реакции $\overline{T}$ и $\overline{N}$ в точку O (согласно следствию аксиомы присоединения или отбрасывания).




В результате получим следующую схему:

Угол между реакцией $\overline{T}$ и осью y согласно условию задачи равен $30^0$

Для полученной системы сходящихся сил применяем 2 уравнения равновесия:

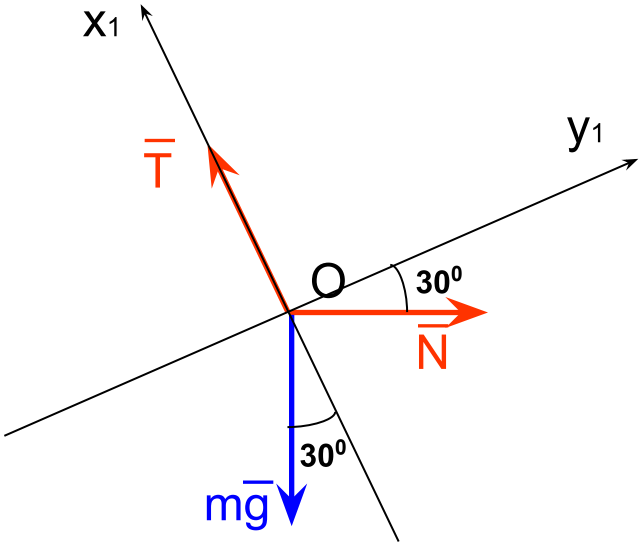
$$\begin{cases} \sum\limits_{0}^{n} F_{kx}=0 & (1) \\ \sum\limits_{0}^{n} F_{ky}=0 & (2) \end{cases}$$

Спроектировав данную систему сил на оси координат, получим:

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} -N + T\sin30 - 0 = 0; \\ 0 + T\cos30 - mg = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -N + T \cdot 0{,}5 = 0 \\ T \;\; 0{,}86 - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad T = 10/0{,}86 \approx 11{,}63Н$$

Тогда $N = T \cdot 0{,}5 = 11{,}63 \cdot 0{,}5 \approx 5{,}82Н$

Осуществим проверку правильности решения. Для этого выберем новую систему координат $x_1 Oy_1$. При этом ось $x_1$ направим вдоль силы $\overline{T}$.




В результате силы $\overline{N}$ и $m\overline{g}$ образуют углы:

Составим 2 уравнения равновесия, спроектировав силы на оси $x_1$ $y_1$:

$$\begin{cases} \sum_{0}^{n} F_{k\mathbf{x_1}} = 0 & (3) \\ \sum_{0}^{n} F_{k\mathbf{y_1}} = 0 & (4) \end{cases}$$

Учитывая что N = 5,82Н и T = 11,63Н , получим

$$\begin{cases} (3)\ -N\sin30 - mg\cos30 + T = 0; \\ (4)\ N\cos30 - mg\sin30 + 0 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -5{,}82 \cdot 0{,}5 - 10 \cdot 0{,}86 + 11{,}63 = 0; \\ 5{,}82 \cdot 0{,}86 - 10 \cdot 0{,}5 = 0; \end{cases} \quad \text{т.е.}$$

$$\begin{cases} -2{,}91 - 8{,}6 + 11{,}63 = 0; \\ 5{,}0052 - 5 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -0{,}12 \approx 0 \\ 0{,}052 \approx 0 \end{cases}$$

- задача решена верно

При решении задач может возникать погрешность в вычислении из – за использования приближенных значений sin и cos углов.