# *Решение задач ЕНТ*

# *По теме «Кинематика»*

**Учитель физики СОШ № 5 г.Павлодара**

**Хренова Ольга Юрьевна**

**Задача.**
**Движение точки описывается уравнениями зависимости координат от времени x= 5+8t и y= 4-6t. Скорость точки равна**

**Решение:**

Модуль скорости любого тела может быть выражен через проекции на оси координат

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Проекции скорости можно найти через уравнения движения двумя способами

1. сравнивая заданные уравнения с уравнениями в общем виде, определяется положение проекций ( **они стоят перед символом времени)**

$$x = x_0 + v_x t, y = y_0 + v_y t$$

2. можно вспомнить, что проекции скорости на оси координат равны производным соответствующих координат

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = x' \quad , \quad v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = y'$$

В данной задаче $v_x = (5 + 8t)' = 8м/с$ , $v_y = (4 - 6t)' = 6м/с$

Найдем саму скорость $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10м/с$

**Задача.**

**На расстоянии 200м охотничья собака заметила зайца, который убегает со скоростью 10м/с. Время, за которое собака догонит зайца, если она будет бежать со скоростью 15м/с**

**Решение:**

Как известно, в момент встречи координаты тел становятся равными. Напишем уравнения движения для обоих тел ( за начало отсчета выберем первоначальное положение собаки)

Для зайца: $x_1 = 200 + 10t$

Для собаки: $x_2 = 15t$

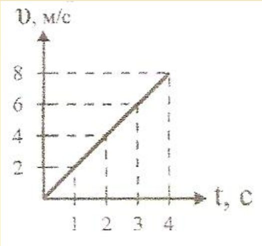
При встрече $x_1 = x_2$

Решаем уравнение $200 + 10t = 15t$

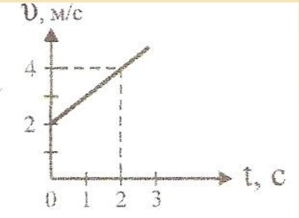
$t = 40c$

**Задача.**

**По заданному графику зависимости скорости от времени определить перемещение тела за промежуток времени**




1)за 4 секунды




2) за 2 секунды

**Решение:**

1 способ:

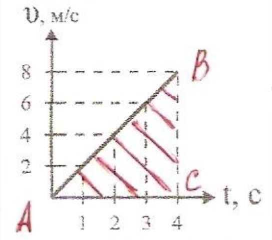
По формуле $S = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$

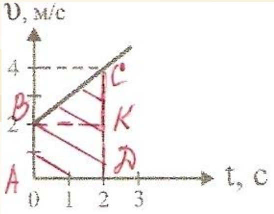
2 способ ( графический):

Перемещение равно площади фигуры под графиком скорости за заданный промежуток времени, поэтому

площадь треугольника ( если $v_0$=0)

площадь трапеции ( если $v_0 \neq 0$)



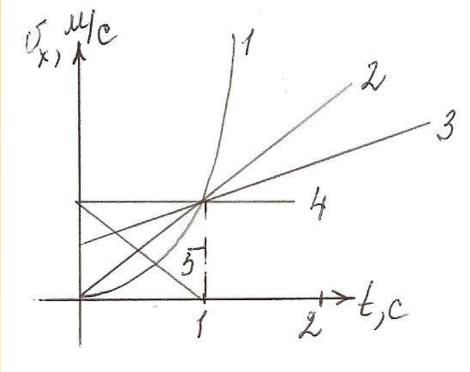

$$S_1 = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16м$$

$$S_2 = \frac{2+4}{2} \cdot 2 = 6м$$

Задача.

Дан график зависимости проекции скорости от времени.

Наибольшее ( наименьшее) перемещение за первую секунду совершило тело




**Решение:**

**Данная задача решается графическим способом.**

**Там, где за 1 секунду площадь под графиком максимальна, там и перемещение наибольшее.**

**Там, где площадь минимальна, там перемещение наименьшее**

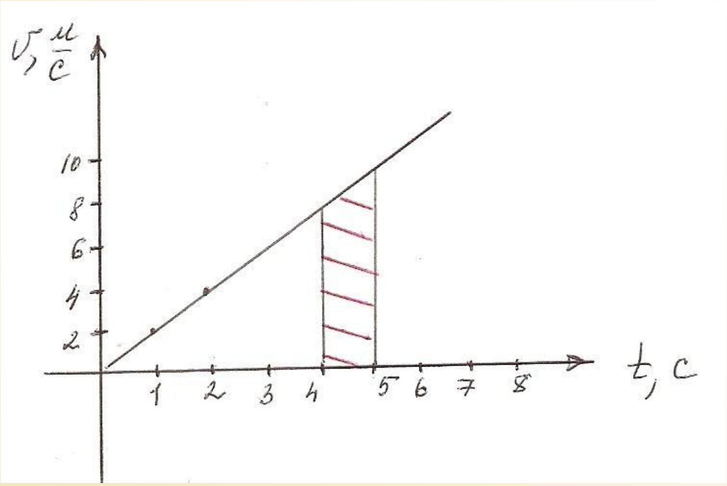
**Задача.**

**Тело движется прямолинейно из состояния покоя с ускорением 2м/с$^2$. Его перемещение за пятую секунду равно**

**Решение:**

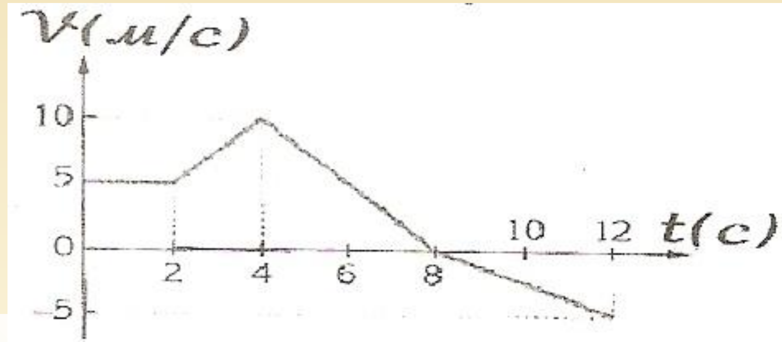
данная задача так же может быть решена графически.

Для скорости единичный отрезок выбирается равным ускорению, строится график, выделяется заданная секунда ( в данной задаче- пятая) и находится площадь фигуры под графиком




$$S = \frac{8+10}{2} \cdot 1 = 9м$$

**Задача.**
**Приведен график зависимости скорости тела от времени движения тела, начавшего свое движение из начальной координаты равной 14 м. Координата тела через 12 с равна**




**Решение:**

1-й способ

Тело на разных промежутках времени движется по разному: первые 2 с- равномерно; следующие 2 с- равноускоренно; оставшееся время- равнозамедленно, но с разными ускорениями. Поэтому конечная координата на каждом участке будет начальной на последующем. Несколько раз используем уравнение координаты

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{at^2}{2};$$

1) $x_1 = x_0 + v_1 t_1 = 14 + 2 \cdot 5 = 24м$

2) $a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2} = \frac{10-5}{2} = 2{,}5м/с^2$ ; $x_2 = x_1 + v_1 t_2 + \frac{a_2 \cdot t_2^2}{2} = 24 + 5 \cdot 2 + \frac{2{,}5 \cdot 2^2}{2} = 39м$

3) $a_3 = \frac{v_3 - v_2}{t_3} = \frac{0-`10}{4} = -2{,}5м/с^2$ ; $x_3 = x_2 + v_2 t_3 + \frac{a_3 \cdot t_3^2}{2} = 39 + 10 \cdot 4 - \frac{2{,}5 \cdot 4^2}{2} = 59м$

4) $a_4 = \frac{v_4 - v_3}{t_4} = \frac{-5-0}{4} = -1{,}25 м/с^2$ ;

$$x = x_4 = x_3 + v_3 t_4 + \frac{a_4 \cdot t_4^2}{2} = 39 + 0 \cdot 4 - \frac{1{,}25 \cdot 4^2}{2} = 49 м$$

2-ой способ:

Второй способ графический.

Мы знаем, что $x = x_0 + S_x$

Значит, нам необходимо найти перемещение.

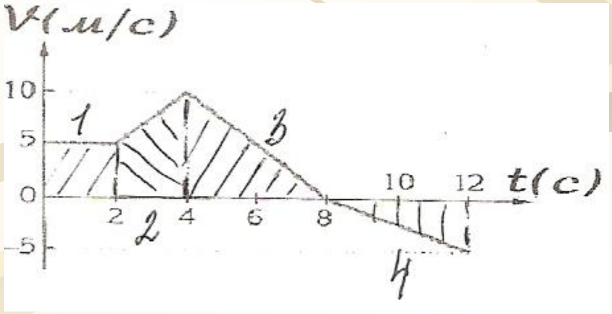
Для решения нужно помнить, что перемещение равно площади фигуры под графиком скорости за определенный промежуток времени.

Если внимательно прочитать график, то можно увидеть, что на последнем участке тело начинает двигаться в обратном направлении после остановки, поэтому

$$S_x = S_1 + S_2 + S_3 - S_4 = 5 \cdot 2 + \frac{5+10}{2} \cdot 2 + \frac{10 \cdot 4}{2} - \frac{5 \cdot 4}{2} = 35 м$$

Значит,

$x = 14 + 35 = 49 м$



**Задача.**
**Скорость тела, движущегося вдоль оси x, изменяется со временем по закону v = 10+4t. Средняя скорость за первые 5с после начала движения равна**

**Решение:**

Из уравнения видим, что это равноускоренное движение, поэтому среднюю скорость можно определить как среднюю арифметическую

$$v_{cp} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Найдем скорости

$$t_1 = 0, v_1 = 10м/с$$

$$t_2 = 5с, v_2 = 10 + 20 = 30м/с$$

Значит

$$v_{cp} = \frac{10+30}{2} = 20м/с$$

**Задача**

**Три четверти пути автомобиль прошел со скоростью 90км/ч, а остальную часть пути со скоростью 60км/ч. Vср на всём пути …**

**Решение:**

По определению $$v_{cp} = \frac{S}{t}$$

По условию задачи $$S_1 = \frac{3}{4}S; S_2 = \frac{1}{4}S$$

Выразим время через промежутки пути

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{3S}{4 \cdot 90} = \frac{S}{120}; t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{S}{4 \cdot 60} = \frac{S}{240}$$

Тогда $$\mathrm{v_{cp}} = \frac{\mathrm{S}}{\frac{\mathrm{S}}{120} + \frac{\mathrm{S}}{240}} = \frac{240\mathrm{S}}{3\mathrm{S}} = 80\text{км}/\text{ч}$$

**Задача.**

**Автомобиль ¼ времени своей поездки двигался со скоростью 36км/ч, а оставшуюся часть времени со скоростью 54 км/ч. Средняя скорость автомобиля**

**Решение:**

По условию задачи $t_1 = \frac{1}{4}t; t_2 = \frac{3}{4}t$

Ответ задан в км/ч, поэтому заданные значения скорости не переводим. Находим выражения для участков пути:

$$S_1 = v_1 \cdot t_1 = 36 \cdot \frac{1}{4}t = 9t$$

$$S_2 = v_2 \cdot t_2 = 54 \cdot \frac{3}{4}t = 40{,}5t$$

Тогда

$$v_{cp} = \frac{S_1 + S_2}{t} = \frac{9t + 40{,}5t}{t} = 49{,}5\,\frac{км}{ч}$$

**Задача:**

**Точка движется по окружности с постоянной скоростью 0,5 м/с. Вектор скорости изменяет направление на $\Delta\varphi = 30^o$ за 2с. Нормальное ускорение точки**

**Решение:**

Нормальное ускорение: $$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Угловая скорость: $$\omega = \frac{\Delta\varphi}{t} = \frac{30^\circ}{2} = \frac{\frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\pi}{12}$$

Связь между линейной и угловой скоростями $v = \omega R$

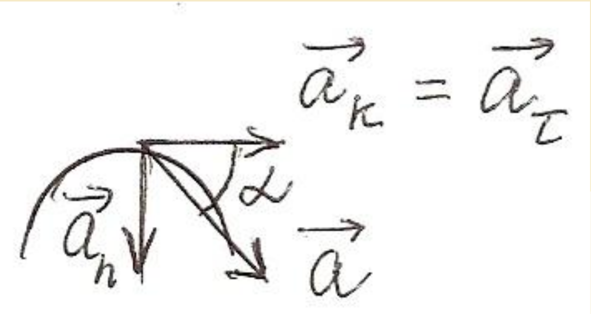
Отсюда $$R = \frac{v}{\omega}$$

Значит: $$a_n = \frac{V^2}{\frac{V}{\omega}} = V \cdot \omega;$$

$$a_n = 0.5 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{0.5 \cdot 3.14}{12} = 13м/с^2$$

**Задача**

**Точка движется по окружности. В некоторый момент угол между касательной к траектории точки и вектором полного ускорения равен 60º. Касательное ускорение равно 5 м/с$^2$. Полное ускорение точки равно (cos φ =0,5)**




$$a = \sqrt{a_н^2 + a_к^2}$$

Напоминание для неравномерного движения по окружности:

Касательное или тангенциальное ускорение ( всегда направлено по касательной) точки характеризует быстроту изменения модуля скорости

Нормальное ускорение ( всегда направлено к центру) точки характеризует изменение направления линейной скорости

Полное ускорение- геометрическая сумма нормального и касательного ускорений

**Решение:**

Полное ускорение- гипотенуза, нормальное и касательное ускорения- катеты прямоугольного треугольника.

По определению тригонометрических функций в данной задаче

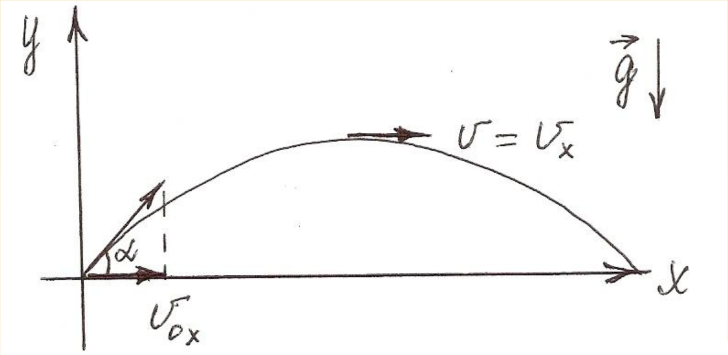
$$a = \frac{a_к}{\cos\alpha} = \frac{5м/с^2}{\cos 60^0} = 10м/с^2$$

Задача.
На рисунке заданы направления скорости и ускорения.
Укажите вид движения


Если векторы скорости и ускорения не коллинеарные,
то движение криволинейное.
Если угол между векторами скорости и ускорения больше $90^0$,
то движение- замедленное по окружности,
если меньше, то движение- ускоренное по окружности

**Задача.**

**Тело брошено с начальной скоростью $v_0$= 40м/с под углом $60^0$ к горизонту. Радиус кривизны траектории в ее верхней точке равен**




**Решение:**

Рассмотрим движение в верхней точке как по дуге окружности, тогда

$$g = \frac{v^2}{R}$$ . значит $$R = \frac{v^2}{g}$$

В верхней точке скорость направлена горизонтально, поэтому

$$v = v_x = v_{0_x} = v_0 \cos\alpha$$ $$v = 20 м/с$$

Тогда $$R = \frac{20^2 м^2/с^2}{10 м/с^2} = 40 м$$

**Задача.**
**Тело массой 0,5кг брошено со скоростью 8 м/с под углом $60^0$. Кинетическая энергия на высоте 1,95м будет (g =10 м/с$^2$;cos$60^0$=1/2; sin$60^0$=√3/2)                (7194 в.22)**

**Решение:**

По закону сохранения энергии мы знаем, что полная энергия в замкнутой системе остается неизменной в любой момент времени

$$E = E_{k_{\max}} = \frac{mv_0^2}{2} = E_p + E_k$$

$$E_k = E - E_p = \frac{mv_0^2}{2} - mgh = m\left(\frac{v_0^2}{2} - gh\right) = 0{,}5\,кг\left(\frac{8^2\,м^2/с^2}{2} - 10\,\tfrac{м}{с^2}\cdot 1{,}95\,м\right) = 6{,}25\,Дж$$

**Задача:**
**Мяч брошен под углом 30º к горизонту с начальной скоростью 10м/с. Найти скорость мяча через 0,8 секунд после броска**

**Решение:**

При нахождении любой скорости можно использовать выражение

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$ , где

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$ и $$v_y = v_{0y} - g \cdot t = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t$$

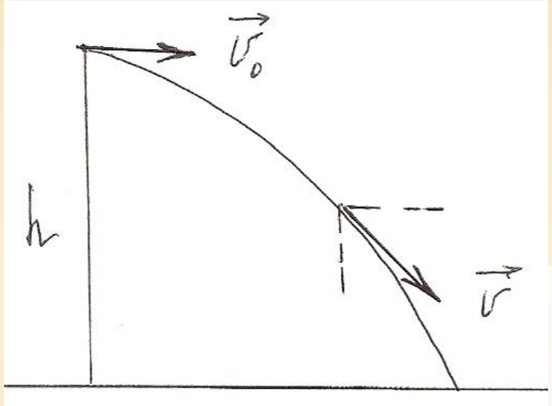
Находим значения проекций скоростей и самой скорости

$$v_x = 10 \cdot \cos 30^0 = 5\sqrt{3}\left(\frac{м}{с}\right)$$

$$v_y = 10 \cdot \sin 30^0 - 10 \cdot 0,8 = -3\left(\frac{м}{с}\right)$$

$$v = \sqrt{\left(5\sqrt{3}\right)^2 + (-3)^2} = \sqrt{84} \approx 9,2\left(\frac{м}{с}\right)$$

**Задача.**
**Тело брошено горизонтально с некоторой высоты с начальной скоростью 10 м/с. Вектор скорости будет направлен под углом 45$^0$ к горизонту через (g =10 м/с$^2$) (7217 в.20)**




**Решение:**

По горизонтали движение равномерное, значит

$$v_x = v_0$$

По вертикали- равноускоренное $y = v_{0y} + gt$

$$v_{0y} = 0м/c \quad ; \quad v_y = gt$$

Так как угол равен 45$^0$, то $v_y = v_x$

значит $t = \frac{v_y}{g} = \frac{10м/c}{10м/c^2} = 1c$

**Задача.**

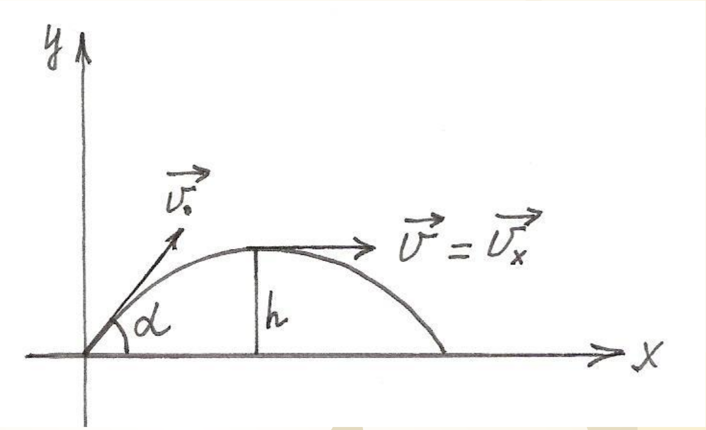
**Тело брошено под углом к горизонту со скоростью $v_0$. в высшей точке траектории, находящейся на высоте h относительно первоначального положения, тело имеет скорость**

**Решение.**

В верхней точке траектории скорость направлена горизонтально, т.е. $v = v_x = v_{0x}$

( по горизонтали движение равномерное). $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$

угол неизвестен. Из тригонометрии мы знаем, что




$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$ Максимальная высота

$$h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2\cdot g}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{2gh}{v_0^2}$$

. Значит

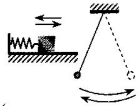
$$v = v_0 \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha} = v_0 \cdot \sqrt{1-\frac{2gh}{v_0^2}} = v_0 \cdot \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gh}{v_0^2}} = \frac{v_0}{v_0} \cdot \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

# IX. Колебания и волны

**1.** ***Колебаниями*** называется точное или приближенное повторение какого-либо процесса с течением времени (обычно повторение бывает многократным).

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают:

а) **Механические колебания** — повторяющийся процесс представляет собой механическое движение:



б) **Электромагнитные колебания** — повторяющийся процесс представляет собой изменение силы тока, напряжения, заряда конденсатора в электрической цепи, вектора $\vec{E}$ (напряженности электрического поля), вектора $\vec{B}$ (индукции магнитного поля).

в) **Другие колебания** — повторяться могут и другие процессы, например, изменение температуры и пр.

**Колеблющимися величинами** называются физические величины, описывающие процесс, повторяющийся при колебаниях, (или систему, с которой этот процесс происходит) и сами испытывающие повторяющиеся изменения.

В *механических* колебаниях колеблющимися величинами могут быть: координата, скорость, ускорение и другие величины, описывающие механическое движение.

В *электромагнитных* колебаниях колеблющимися величинами могут быть: сила тока, напряжение, заряд конденсатора, $\vec{E}$, $\vec{B}$ и другие величины, описывающие электрический ток и электромагнитное поле.

**Периодическими** называются колебания, при которых происходит точное повторение процесса через равные промежутки времени.

**Периодом** периодических колебаний называется минимальное время, через которое система возвращается в первоначальное состояние и начинается повторение процесса.

Процесс, происходящий за один период колебаний, называется «одно полное колебание».

**Частотой** периодических колебаний называется число полных колебаний за единицу времени (1 секунду) — это может быть не целое число.


$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}}$$

Период — время одного полного колебания.

Чтобы вычислить частоту $\nu$, надо разделить 1 секунду на время $T$ одного колебания (в секундах) и получится число колебаний за 1 секунду.

**2.** ***Гармоническими колебаниями*** называются колебания, в которых колеблющиеся величины зависят от времени по закону синуса, или косинуса.

$$\boxed{x = A\cdot\cos(\underbrace{\omega t + \varphi_0}))}$$

Колеблющаяся величина (координата точки, сила тока, напряженность поля, или иная величина)

**Начальная фаза** — значение фазы $\varphi$ в момент $t = 0$.

Изменяя значение $\varphi_0$, можно получать различные значения $x$ в момент $t = 0$.

**Амплитуда колебаний** — максимальное отклонение колеблющейся величины от среднего за период значения.

Если среднее за период значение колеблющейся величины равно 0, то **амплитуда равна максимальному значению колеблющейся величины**: $A = x_m$

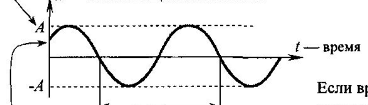
**Фаза колебаний** — аргумент функции синус или косинус в уравнении зависимости колеблющейся величины от времени.

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

**Циклическая частота** колебаний — скорость изменения фазы с течением времени.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Изменение фазы, произошедшее за время $\Delta t$.




Значение $x$ в момент $t = 0$ определяется величиной $\varphi_0$.

Если время $\Delta t$ равно периоду колебаний $T$, то изменение фазы $\Delta\varphi$ за это время ($T$) должно быть равно $2\pi$ (т. к. функции sin и cos повторяют свои значения при изменении аргумента ($\varphi$) на $2\pi$, а через время $T$ значение колеблющейся величины как раз должно повториться).

Таким образом, при $\Delta t = T$ будет $\Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$ $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu}$

подставлено $1/T = \nu$

Если колебания гармонические, т. е. колеблющаяся величина $x$ равна $x = A\cdot\cos(\omega t + \varphi_0)$, то вторая производная колеблющейся величины по времени $x''$ будет пропорциональна самой колеблющейся величине ($x$):

$x'(t) = -\omega A\cdot\sin(\omega t + \varphi_0)$

$x''(t) = -\omega^2 A\cdot\cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2\cdot x$

$$\boxed{x''(t) = -\omega^2\cdot x}$$

Если $x$ — координата точки, движущейся вдоль оси $OX$, то:

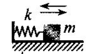
$x'(t) = \upsilon_x$ — проекция скорости $\Rightarrow \boxed{\upsilon_{max} = \omega A}$ — максимальная скорость.

$x''(t) = a_x$ — проекция ускорения $\Rightarrow \boxed{a_{max} = \omega^2 A}$ - максимальное ускорение.

Это уравнение называется дифференциальным уравнением гармонических колебаний. Если какая-либо физическая величина $x$ подчиняется уравнению такого вида, то можно утверждать, что она зависит от времени по гармоническому закону (sin и cos), а процесс, который описывает величина $x$, представляет собой гармонические колебания.

## 3. Простейшие колебательные системы

### Пружинный маятник

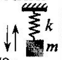



$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Период свободных колебаний

Жесткость пружины

Масса колеблющегося груза



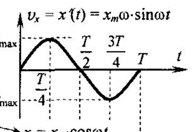

в отсутствие трения

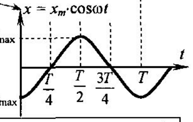
$$\boxed{\frac{kx^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = \text{const} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\upsilon^2_{max}}{2}}$$

$x = \Delta l$ — удлинение пружины

$A = x_{max} = \Delta l_{max}$ — амплитуда колебаний (максимальное удлинение пружины)

$\upsilon_{max}$ — максимальная скорость груза




$\boxed{\begin{array}{l} \upsilon = \upsilon_{max} \text{ в момент, когда } x = 0 \\ x = \pm A \text{ в момент, когда } \upsilon = 0 \end{array}}$

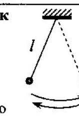
### Математический маятник

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Период свободных колебаний

Длина нити

Ускорение свободного падения — ускорение, создаваемое силой тяжести.



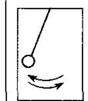

Если кроме силы тяжести на маятник действуют другие постоянные активные силы, то вместо $g$ в формулу подставляют модуль ускорения, создаваемого суммой всех активных сил:

$$\vec{a}_{акт} = \frac{\sum \vec{F}_{акт}}{m}$$

(активными называются силы, имеющие ненулевой вращающий момент относительно точки подвеса маятника)

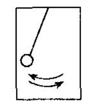
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a_{акт}}}}$$

**Маятник в лифте:**




$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a_{лиф}}}}$$

если $\vec{a}_{лифта}$ - вверх



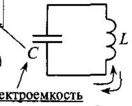

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a_{лиф}}}}$$

если $\vec{a}_{лифта}$ - вниз

### Колебательный контур

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{LC}}$$

Период свободных электромагнитных колебаний




Индуктивность катушки

Электроемкость конденсатора

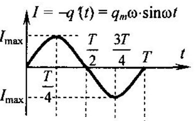
$$W^{эл}_{конд} + W^{магн}_{кат} = \text{const}$$

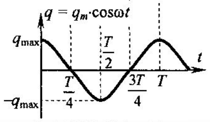
$$\boxed{\underbrace{\frac{CU^2}{2}}_{\frac{q^2}{2C}} + \frac{LI^2}{2} = \text{const} = \underbrace{\frac{CU^2_{max}}{2}}_{\frac{q^2_{max}}{2C}} = \frac{LI^2_{max}}{2}}$$

$U$- напряжение на конденсаторе $q$- его заряд

$I$ – сила тока в катушке,

$q_{max}$, $U_{max}$ и $I_{max}$ – максимальные (амплитудные) значения заряда, напряжения и силы тока

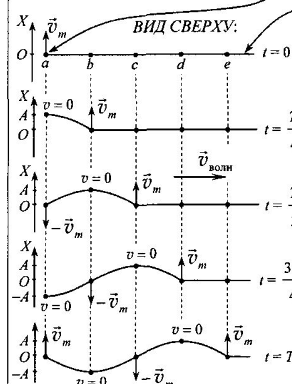



$\boxed{\begin{array}{l} I = \pm I_{max} \text{ в момент, когда } q = 0 \\ q = \pm q_{max} \text{ в момент, когда } I = 0 \end{array}}$

**4.** ***Волна*** — распространение колебательного процесса в пространстве с течением времени. (Если в какой-то области пространства происходит колебательный процесс, то это может породить аналогичные колебания в соседних областях пространства. Например, если какая-либо точка упругой среды совершает механические колебания, то при этом она, как правило, заставляет колебаться соседние, прилегающие к ней точки среды. Те, в свою очередь, передают колебательное движение следующим точкам и т. д. Таким образом, в колебательный процесс вовлекаются все новые и новые области пространства. Другой пример – электромагнитные колебания. Если в какой-то точке пространства (эту точку назовем источником) происходят колебания индукции магнитного поля $\vec{B}$, то это порождает в окружающем пространстве колебания напряженности электрического поля $\vec{E}$, которые, в свою очередь, порождают новые колебания $\vec{B}$ и т. д. Электромагнитные колебания распространяются от источника, т. е. начинают происходить во все новых и новых областях пространства)

**Пример**: на гладкой горизонтальной поверхности лежит шнур и в некоторый момент его крайнюю точку $a$ начинают двигать вдоль оси $OX$ по закону $x = A\sin\omega t$




Точка $a$ начинает двигаться, при этом ее скорость меняется по закону $\upsilon_x = x' = A\omega\cos\omega t$, так что в момент $t = 0$ скорость максимальна $\upsilon_m = A\omega$.

К моменту $t = T/4$ точка $a$ смещается в положение $x = A$. Соседние точки шнура движутся за ней, повторяют ее движение, заставляя двигаться следующие точки. В момент $t = T/4$ волна дошла до точки $b$ и она начала двигаться (ее состояние в момент $t = T/4$ совпадает с состоянием точки $a$ в момент $t = 0$) В дальнейшем все новые и новые точки будут вовлекаться в колебательное движение, аналогичное движению источника – точки $a$.

**Фронт волны** — поверхность отделяющая область пространства, в которой уже начались колебания, от области, где колебания еще не происходят. Фронт волны перемещается по мере распространения волны. (В рассмотренном примере со шнуром фронтом волны в момент $t = T/4$ является точка $b$, в момент $t = T/2$ – точка $c$, и т. д.)

**Скорость распространения волны** ($\vec{\upsilon}_{волн}$) — скорость движения волнового фронта, а также любой другой поверхности постоянной фазы (любого «горба» волны, или «впадины»).

Механическая волна называется **поперечной**, если направление движения колеблющихся точек в ней перпендикулярно направлению $\vec{\upsilon}_{волн}$. Если же колеблющиеся точки движутся параллельно $\vec{\upsilon}_{волн}$, то волна называется **продольной**. (Рассмотренная в примере волна в шнуре – поперечная, а звук – продольная волна.) Электромагнитные волны являются поперечными, т. к. направление колеблющихся векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в этих волнах перпендикулярно $\vec{\upsilon}_{волн}$.


$$\boxed{x(r, t) = A\cdot\cos(\omega t - (2\pi/\lambda)r + \varphi_0)}$$

**Длина волны** ($\lambda$) — минимальное расстояние между точками, колебания в которых происходят с разностью фаз $2\pi$. (При такой разности фаз колеблющиеся величины в этих точках имеют одно и то же значение, так что $\lambda$ — расстояние между соседними «горбами», или соседними «впадинами» волны)

$$\boxed{\lambda = \upsilon_{волн}\cdot T = \upsilon_{волн}/\nu}$$

**Задача.**
**Тело совершает гармонические колебания по закону х= 60sin2πt.**
**Скорость тела при t= 1c**

**Решение:**

Найдем уравнение зависимости проекции скорости от времени
Проекция скорости- это производная от координаты

$$v_x = x' = (60\sin 2\pi t)' = 120\pi \cos 2\pi t$$

Для t= 1c найдем скорость

$$v_x = 120\pi \cos 2\pi t = 120\pi \cos 2\pi = 120\pi\,(м/с)$$

**Задача**

**Амплитуда колебаний математического маятника равна А. Максимальная скорость v. Длина нити маятника равна**

**Решение.**

Необходимо длину нити выразить через амплитуду и период.

Для математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ , значит $l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

;

Найдем период колебаний. Мы знаем, что максимальные значения скорости и ускорения связаны с амплитудой $v_{\max} = A\cdot\omega$ , $a_{\max} = A^2\cdot\omega$

Значит , $v = A\cdot\omega = A\cdot\frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{2A\pi}{v}$ , $l = \frac{gA^2 4\pi^2}{v^2 4\pi^2} = \frac{A^2 g}{v^2}$ Ответ:: $l = \frac{A^2 g}{v^2}$

**Задача.**

**Материальная точка с массой m колеблется с периодом T и амплитудой xm.**

**Полная энергия материальной точки равна**

**Решение:**

Полная энергия $W = W_{p_{\max}} = \frac{kx_m^2}{2}$

Период пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Найдем жесткость пружины $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$

Значит, $W = \frac{4\pi^2 m x_m^2}{T^2}$

**Задача**

**Материальная точка массой m колеблется с частотой ν и амплитудой xm.**

**При прохождении положения равновесия максимальная кинетическая**

**энергия равна**

**Решение:**

Максимальные значения кинетической и потенциальной энергии равны между собой

$$E_{k_{\max}} = E_{p_{\max}} = \frac{kx_m^2}{2}$$

Найдем жесткость пружины через заданные величины

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{m/k}} \Rightarrow k = 4\pi^2 m\nu^2$$

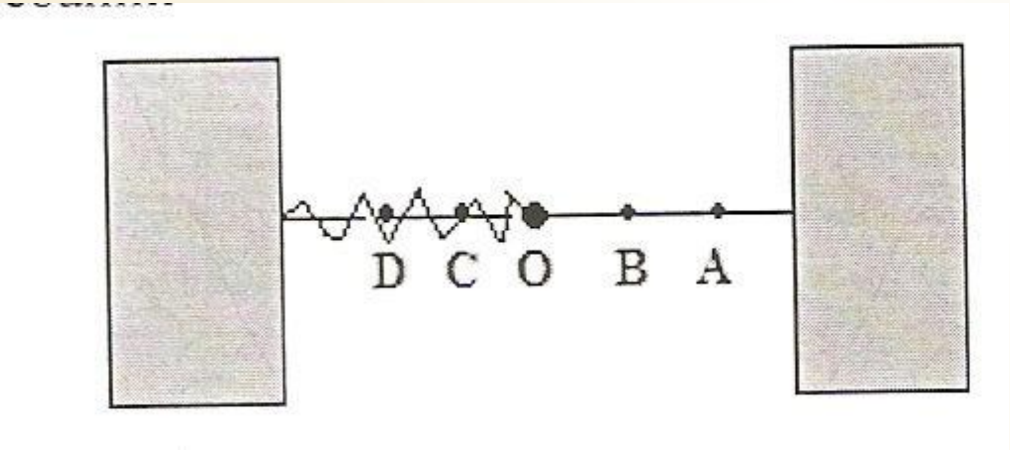
Значит, $E_{k_{\max}} = 2\pi^2 m\nu^2 x_m^2$

Задачи.

1)Шарик, прикрепленный к упругой пружине, находящийся в состоянии равновесия, сместили на расстояние ОА и отпустили. Если период колебаний 4с, то через 12с шарик окажется в точке

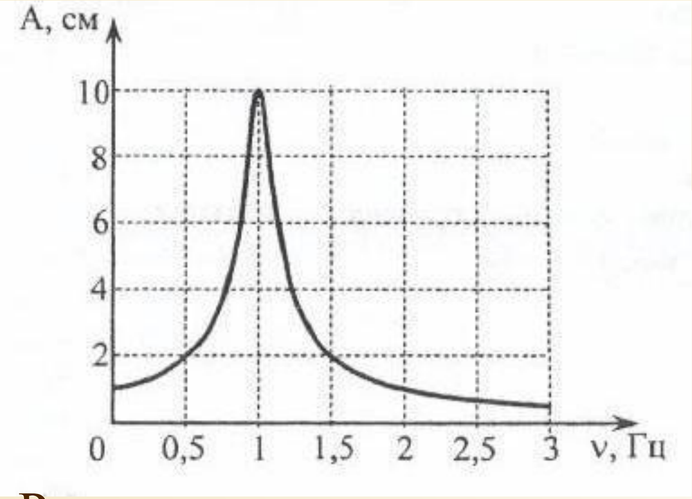
2) Шарик, прикрепленный к упругой пружине, находящийся в состоянии равновесия, сместили на расстояние ОА и отпустили. Если шарик окажется в точке D через 1с, то период колебаний

3) В какие моменты времени окажется в точке D



**Задача.**

**На рисунке изображена зависимость амплитуды установившихся колебаний маятника от частоты вынуждающей силы. Отношение амплитуды установившихся колебаний маятника на резонансной частоте к амплитуде колебаний с циклической частотой π рад/с равно**




Решение:

Чтобы найти отношение амплитуд, определим по графику амплитуду данного колебания. Для этого найдем частоту колебаний

$$\omega = 2\pi\nu; \nu = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \nu = \frac{\pi}{2\pi} = 0{,}5(Гц)$$

При этой частоте амплитуда равна 2 см, значит

$$\frac{A_p}{A} = \frac{10 см}{2 см} = 5$$

**Задача.**
**Материальная точка совершает гармонические колебания по синусоидальному закону с амплитудой 1,6м и циклической частотой 3,14рад/с. Если начальная фаза колебаний равна $30^0$, то ускорение точки через 1с после начала колебаний равно**
**(7189 в.25)**

**Решение:**

Напишем уравнение $x = x(t)$

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Ускорение- это вторая производная от координаты по времени $a = x''$

$$a = -x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$(\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha)$$

$$a = -1{,}6 \cdot 3{,}14^2 \sin(\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{6}) = -16 \cdot (-\sin\frac{\pi}{6}) = 8м/с^2$$

**Задача**

**Груз массой 0,2кг совершает гармонические колебания с амплитудой 0,005м. Для удлинения пружины на 0,01м необходима сила 0,2Н. Уравнение гармонических колебаний в этом случае**

**Решение:**

Гармонические колебания происходят по закону косинуса, т.е.

$$x = A\cos\omega t$$

$A = 0{,}005\,м$ - амплитуда

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Найдем жесткость пружины. По закону Гука $F_{упр} = kx$

Тогда $k = \frac{F}{x}$

Далее находим циклическую частоту $\omega = \sqrt{\frac{F}{m \cdot x}} = \sqrt{\frac{0{,}2H}{0{,}2кг \cdot 0{,}01м}} = 10\,\frac{рад}{c}$

Записываем уравнение

$$x = 0{,}005\cos 10t$$

**Задача.**

**Уравнение колебательного движения точки имеет вид x = 0,5sinπt/3. Смещение точки после начала колебаний равно половине амплитуды через**

**Решение:**

Для решения этой задачи даже не обязательно иметь числовое значение амплитуды

$$x = \frac{1}{2} x_{max}$$

$$\frac{1}{2} x_{max} = 0{,}5 \sin \frac{\pi}{3} t$$

$$\frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{3} t$$

$$\frac{\pi}{3} t = \frac{\pi}{6} \qquad t = 0{,}5c$$

**Задача**
**Точка совершает гармонические колебания по закону синуса.**
**В некоторый момент времени смещение точки равно 5 см.**
**При увеличении фазы колебаний вдвое смещение стало равным 8см.**
**Амплитуда колебаний равна**

**Решение:**

Уравнение гармонических колебаний $x = x_m \sin(\omega t + \varphi_o)$,
обозначим $(\omega t + \varphi_o) = \varphi$,
Получаем $x = x_m \sin \varphi$. Составим систему уравнений
$5 = x_m \sin \varphi$,
$8 = x_m \sin 2\varphi$.
Решим систему: Вспомним, что $\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi \cos \varphi$.
Разделим второе уравнение на первое, сократим подобные и получим выражение
$2 \cos \varphi = 8/5$ или $\cos \varphi = 0{,}8$.
$x_m = 5 / \sin \varphi$, найдём $\sin \varphi$, зная выражение $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$, тогда $\sin \varphi = 0{,}6$.
Значит $x_m = 5 / 0{,}6 = 8{,}3$см.

**Задача.**
**Частица массой 100 г совершает гармонические колебания по закону $x = 0{,}2\cos 2\pi t$ (м). Полная энергия частицы равна (4157 в.23)**

**Решение:**

Полная энергия частицы

$$E = E_{k_{\max}} = E_{p_{\max}}$$

$$E_{k_{\max}} = \frac{mv_m^2}{2}$$

Найдем максимальную скорость

$$v_m = x_m \cdot \omega = 0{,}2 \cdot 2\pi = 0{,}4\pi$$

$$E = \frac{m \cdot (0{,}4\pi)^2}{2} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}4 \cdot 10}{2} = 0{,}2\,Дж$$

**Задача.**
**Расстояние между источником звука, находящимся над водой, и человеком, находящимся под водой, равен 9,35м. Звук от источника до человека по воздуху идет в 5 раз дольше, чем по воде. Высота источника над водой равна ( $v_{звука\ в\ воде}$ =1483м/с; $v_{звука\ в\ воздухе}$ =340м/с)**

**Решение:**

$S = S_1 + S_2$ - расстояние, пройденное звуком над и под водой

Пусть t- время движения звука в воде, тогда в воздухе 5t
Составляем уравнение и находим t

$$9{,}35 = 1483t + 5 \cdot 340t$$

$$9{,}35 = 1483t + 1700t$$

$$9{,}35 = 3183t$$

$$t = \frac{9{,}35}{3183} = 0{,}003(c)$$

Значит, $S_2 = 5 \cdot 340 \frac{м}{c} \cdot 0{,}003c = 5{,}1м$

**Задача.**
**Звук взрыва, произведенного в воде близ поверхности, приборы, установленные на корабле и принимающие звук на воде, зарегистрировали на 45 секунд раньше, чем он прошел по воздуху, Взрыв произошел на расстоянии от корабля (скорость звука в воздухе 340 м/с, а в воде 1140 м/с).**

**Решение:**

Расстояние, пройденное звуком по воде и по воздуху, одинаково
Пусть t- время движения звука в воде, тогда (t+45)- время движения по воздуху
v1- скорость звука в воде, v2- воздухе
составляем уравнение и находим время

$$v_1 \cdot t = v_2 \cdot (t + 45)$$

$$1140t = 340(t + 45)$$

$$114t = 34t + 1530$$

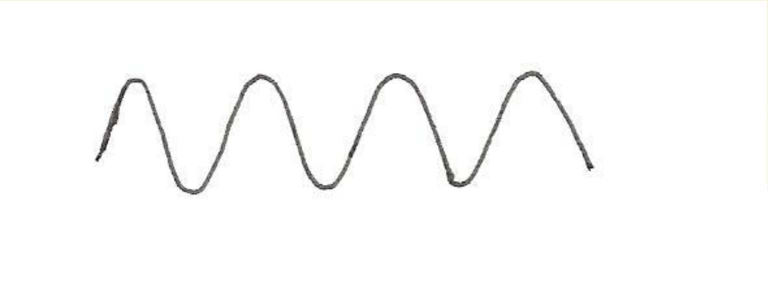
$$80t = 1530$$

$$t = \frac{1530}{80} = 19c$$

Значит, расстояние от источника звука до приемника равно

$$1140 \cdot 19 = 21800(м) \approx 22км$$

**Задача.**
**Мимо неподвижного наблюдателя, стоящего на берегу озера, за 6 секунд прошло 4 гребня волны. Расстояние между первым и третьим гребнями 12 метров. Скорость распространения и длина волны соответственно равны…**



**Решение:**

Между четырьмя гребнями находятся 3 длины волны, т.е. прошло 3 колебания,

тогда период $$T = \frac{t}{N} = \frac{6c}{3} = 2c$$

Между первым и третьим гребнями- 2 длины, значит

$$\lambda = \frac{l}{2} = \frac{12м}{2} = 6м$$


Спасибо за внимание! Удачи Вам!
7 октября 2015 год