

Исследование изображений, даваемых линзами

Л. Э. Генденштейн

По материалам УМК

**Л. Э. Генденштейна, А. А. Булатовой,
И. Н. Корнильева, А. В. Кошкиной**

"БИНОМ. Лаборатория знаний"

Москва

Собирающая линза между предметом и экраном при заданном расстоянии между ними

Переход от задачи к ситуации

1. Линза даёт чёткое изображение предмета на экране, увеличенное в 4 раза. Когда линзу передвинули на 30 см, получили другое чёткое изображение предмета на экране.

а) Чему равно фокусное расстояние линзы?

б) Что ещё можно узнать из условия (то есть какие другие вопросы можно задать по тому же условию)?

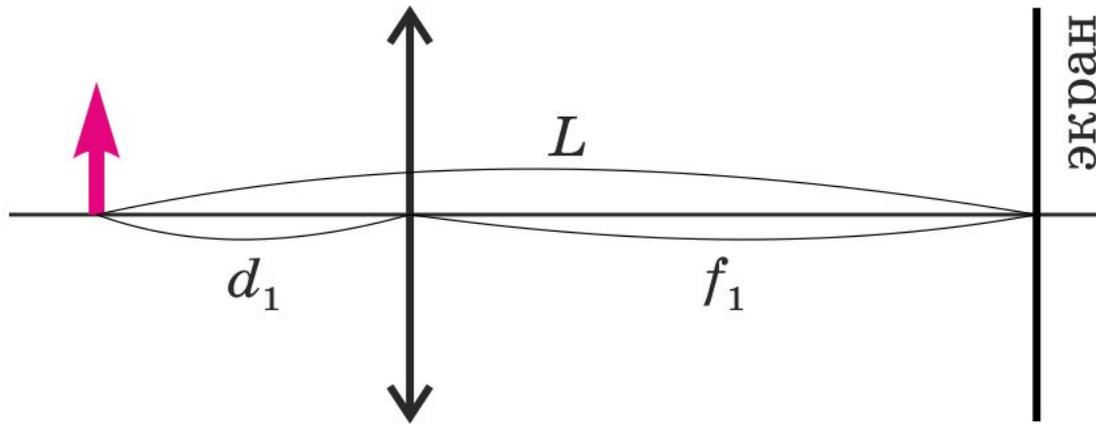
2. Когда предмет находится на расстоянии 40 см от экрана, можно получить чёткое изображение предмета на экране только при *одном* положении данной линзы. Не трогая линзу, предмет отодвинули от неё на 10 см, а затем переместили экран так, чтобы на нём было чёткое изображение предмета.

а) Какое увеличение даёт линза при новых положениях предмета и экрана?

б) Что ещё можно узнать из условия (то есть какие другие вопросы можно задать по тому же условию)?

Исследование ситуации

Можно ли получить чёткое изображение при *различных* положениях линзы?

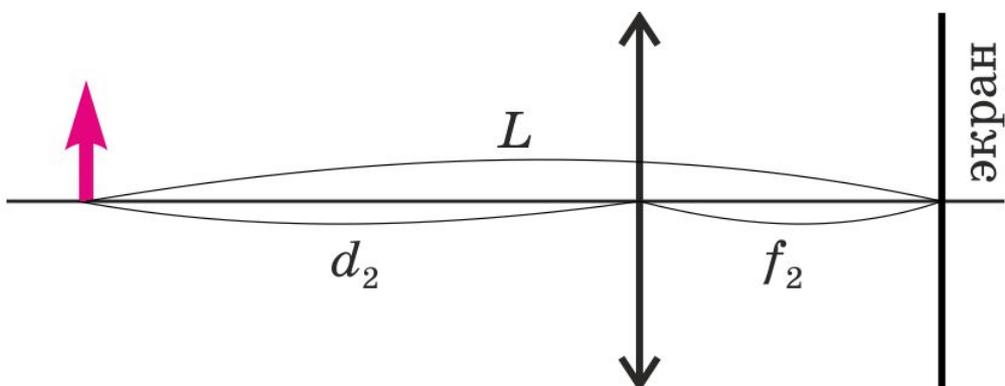
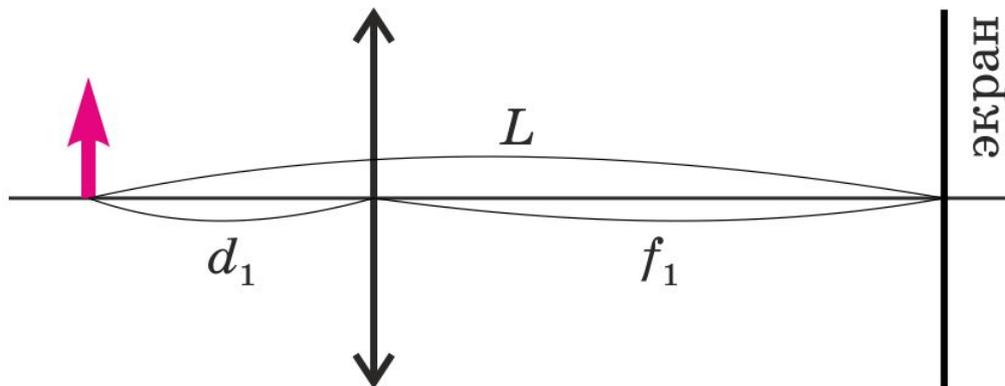


$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad d \Leftrightarrow f$$

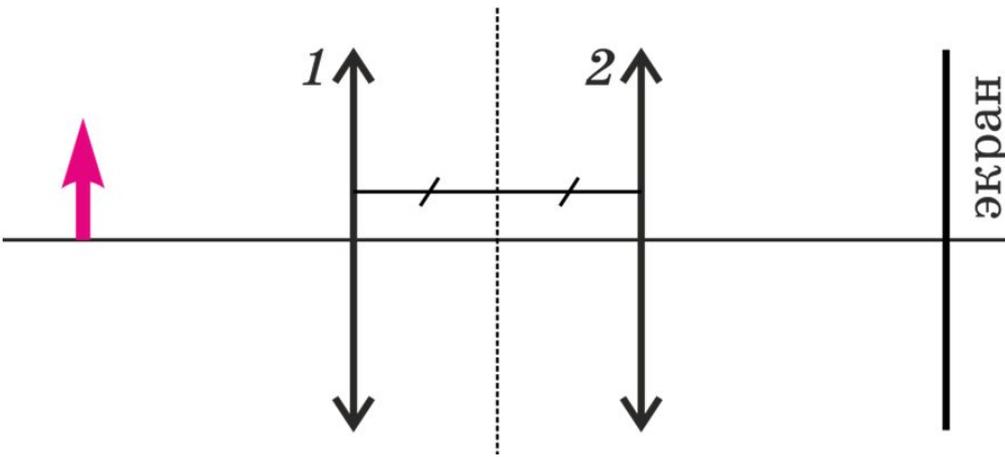
Поэтому если есть решение (d_1, f_1) , то существует и второе решение: (d_2, f_2) , причём $d_2 = f_1$; $f_2 = d_1$

Каким свойством световых лучей обусловлено существование второго решения?

Обратимостью хода лучей.

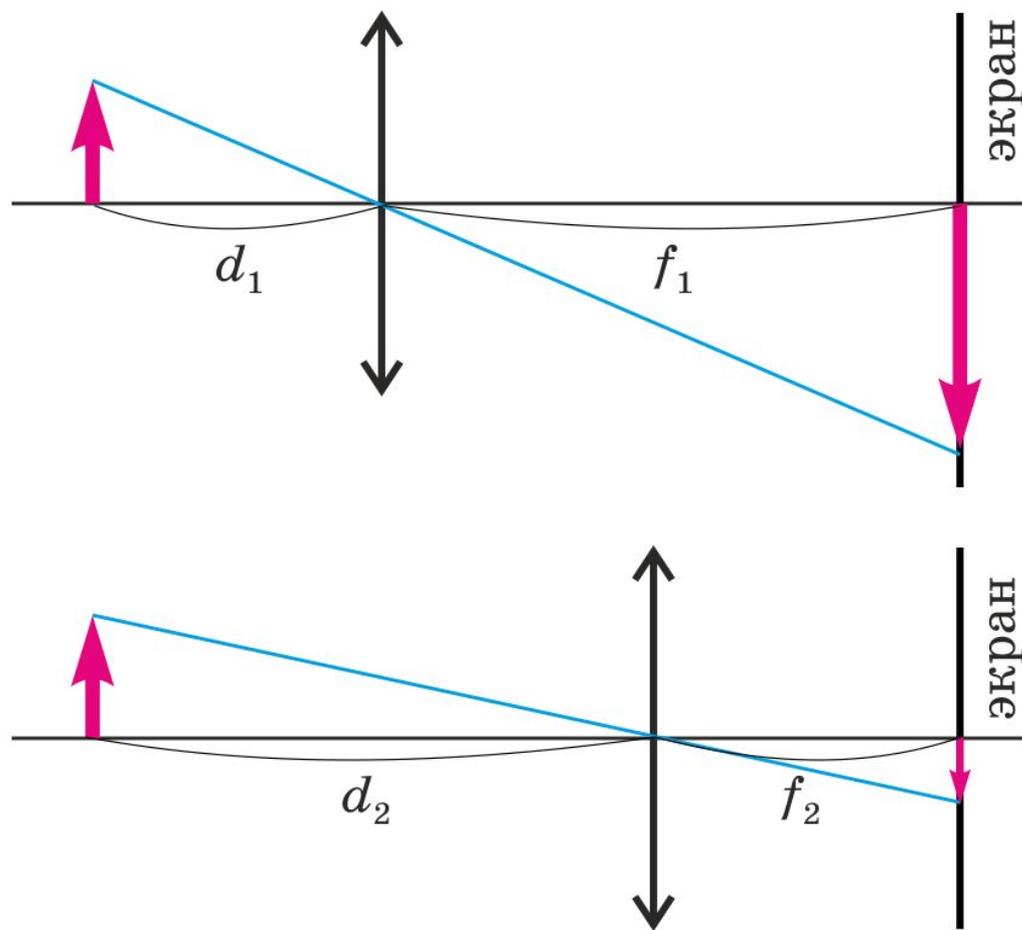


$$d_2 = f_1; f_2 = d_1$$



Как связаны увеличения линзы при различных её положениях?

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{f_1}{d_1} \\ \Gamma_2 &= \frac{f_2}{d_2} \\ d_1 &= f_2 \\ d_2 &= f_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}$$



Всегда ли есть 2 различных положения линзы, при которых она даёт чёткие изображения?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \\ d + f = L \end{array} \right\} \Rightarrow d^2 - Ld + FL = 0$$

$$d_{1,2} = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4FL}}{2}$$

Эти два решения как раз симметричны относительно $L/2$.

Результаты исследования

- Если $L > 4F$, то имеются два положения линзы, при которых она даёт чёткое изображение на экране $d_{1,2} = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4FL}}{2}$, причём $d_2 = f_1$; $f_2 = d_1$. При одном положении линзы изображение увеличенное, при другом — уменьшенное, причём $\Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}$.
- Если $L = 4F$, то имеется только одно положение линзы ($d = f = \frac{L}{2} = 2F$), при котором она даёт чёткое изображение на экране в натуральную величину.
- Если $L < 4F$, то получить на экране чёткое изображение нельзя.
- Изображение предмета в собирающей линзе находится от предмета на расстоянии, не меньшем $4F$, причём это расстояние *наименьшее*, когда предмет находится на двойном фокусном расстоянии от линзы.

Решение поставленных задач и постановка новых с использованием результатов исследования

1. Линза даёт чёткое изображение предмета на экране, увеличенное в 4 раза. Когда линзу передвинули на $l = 30$ см, получили другое чёткое изображение предмета на экране.

а) Чему равно фокусное расстояние линзы?

б) Что ещё можно узнать из условия (то есть какие другие вопросы можно задать по тому же условию)?

$\Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1} = 4 \Rightarrow f_1 = 4d_1$

$d_2 = f_1; f_2 = d_1$

$l = d_2 - d_1 = f_1 - d_1 = 3d_1 \Rightarrow d_1 = 10 \text{ см}$

$F = 8 \text{ см}$

1. Линза даёт чёткое изображение предмета на экране, увеличенное в 4 раза. Когда линзу передвинули на $l = 30$ см, получили другое чёткое изображение предмета на экране.

б) Можно задать, например, следующие вопросы:

- Чему равно начальное и конечное расстояния от предмета до линзы? (10 см; 40 см)
- Чему равны начальное и конечное расстояния от линзы до экрана? (40 см; 10 см)
- Чему равно расстояние от предмета до экрана? (50 см)
- Какое увеличение даёт линза при втором её положении? (0,25)
- *При каком *минимальном* расстоянии между предметом и экраном можно получить на экране чёткое изображение предмета с помощью данной линзы? Чему будут равны при этом расстояния от предмета до линзы и от линзы до экрана? Какое увеличение даст при этом линза? (32 см; 16 см, 16 см; 1, то есть в натуральную величину)

2. Когда предмет находится на расстоянии 40 см от экрана, можно получить чёткое изображение предмета на экране только при *одном* положении данной линзы. Не трогая линзу, предмет отодвинули от неё на 10 см, а затем переместили экран так, чтобы на нём было чёткое изображение предмета.

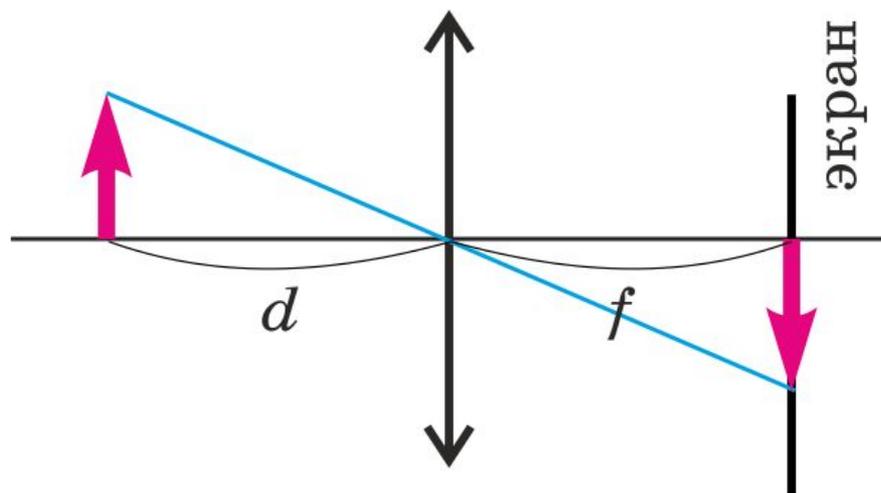
а) Какое увеличение даёт линза при новых положениях предмета и экрана?

б) Что ещё можно узнать из условия (то есть какие другие вопросы можно задать по тому же условию)?

$$d_{1,2} = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4FL}}{2}$$

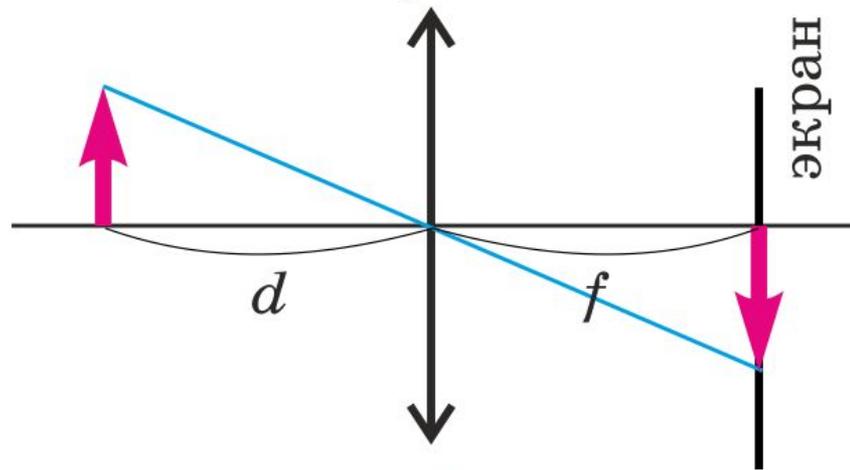
Одно решение только при условии

$$L = 4F \Rightarrow F = \frac{L}{4} = 10 \text{ см}$$



При этом $d = f = 20 \text{ см}$

$$L = 4F \Rightarrow F = \frac{L}{4} = 10 \text{ см}$$



При этом $d = f = 20 \text{ см}$

Когда предмет отодвинули на 10 см от линзы, стало $d = 30 \text{ см}$.

Зная F и d , из формулы тонкой линзы находим $f = 15 \text{ см}$. Значит, экран надо придвинуть к линзе на 5 см.

Линза при этом будет давать увеличение

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

2. Когда предмет находится на расстоянии 40 см от экрана, можно получить чёткое изображение предмета на экране только при *одном* положении данной линзы. Не трогая линзу, предмет отодвинули от неё на 10 см, а затем переместили экран так, чтобы на нём было чёткое изображение предмета.

б) Можно задать, например, следующие вопросы:

- Чему равно фокусное расстояние линзы? (10 см)
- Чему равно начальное расстояние от предмета до линзы? (20 см)
- Чему равно начальное расстояние от линзы до экрана? (20 см)
- Какое увеличение даёт линза в начальном положении (1, в натуральную величину)
- Чему равно конечное расстояние от предмета до линзы? (30 см)
- Чему равно конечное расстояние от линзы до экрана? (15 см)
- Чему равно конечное расстояние от предмета до экрана? (45 см)

- *В каком направлении и насколько надо передвинуть линзу при новых положениях предмета и экрана, чтобы получить другое изображение? Какое увеличение будет при этом давать линза? (Нужно передвинуть линзу на 15 см к предмету, линза будет давать увеличение $\Gamma = 2$)

3. Когда изображение предмета в линзе находится на наименьшем возможном (для данной линзы) расстоянии от предмета, экран находится на расстоянии 40 см от линзы, а размер изображения предмета на экране равен 7 см.

а) Как надо изменить положения предмета и экрана при неподвижной линзе, чтобы размер изображения предмета на экране стал равным 14 см?

(Предмет надо придвинуть на 10 см, а экран отодвинуть на 20 см).

б) Что ещё можно узнать из условия (то есть какие другие вопросы можно задать по тому же условию)?