

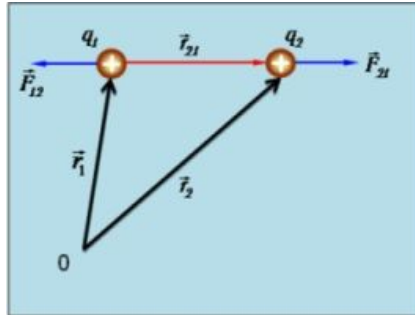
**Электромагнитное поле.  
Уравнения Максвелла как  
обобщение экспериментальных  
закономерностей. Физический  
смысл уравнений Максвелла.  
Материальность  
электромагнитного поля**

**Электромагнитное поле** – вид материи, который характеризуется такими же физическими величинами, как и вещество: энергия, импульс, масса.

Два проявления: электрическое и магнитное

<b>Макроскопическая электродинамика</b>	<b>Микроскопическая электродинамика</b>
Уравнения Максвелла	Уравнения Максвелла-Лоренца

# IV Уравнение Максвелла как обобщение экспериментального закона Кулона



Закон Кулона для точечных неподвижных зарядов:

$$\vec{F}_{2(1)} = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon \cdot r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} \quad \begin{array}{l} \text{СИ: } k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \\ \text{СГС: } k = 1 \end{array}$$

Закон Кулона соответствует принципу дальнего действия

$$\vec{E}_{2(1)} = \frac{\vec{F}_{2(1)}}{q_2} = \frac{q_1 \cdot q_2}{q_2 \cdot \varepsilon \cdot r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

Задача заключается в том, чтобы описать взаимодействие зарядов в таком виде, чтобы причина и следствие были в одной точке.

$$\varepsilon \cdot \vec{E}_{2(1)} = \vec{D}_{2(1)} = \frac{\varepsilon \cdot q_1}{\varepsilon \cdot r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = \frac{q_1}{r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

(II теорема Остроградского-Гаусса)

$\oint_S D_n dS = 4\pi q$  (поток вектора электрической индукции через произвольную замкнутую поверхность  $S = 4\pi q$ , ( $\rho$  – объемная плотность заряда))

$$\oint_S a_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{a} dV, \int_V \operatorname{div} \vec{D} dV = 4\pi q, q = \int_V \rho dV$$

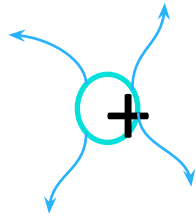
$$\int_V \operatorname{div} \vec{D} dV = \int_V 4\pi \rho dV, \rho = \frac{dq}{dV}. \text{ Для } dV \quad \operatorname{div} \vec{D} dV = 4\pi \rho dV$$

**IV уравнение Максвелла**

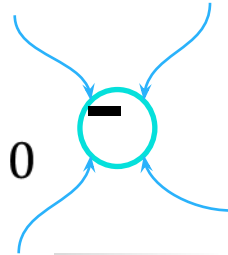
$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi \rho$$

**Физический смысл:** IV уравнение Максвелла показывает, что причина источника поля  $\vec{D}$  в данной точке является объемная плотность заряда  $\rho$  в этой же точке. Таким образом IV уравнение Максвелла соответствует концепции близкодействия, поскольку причина и следствие рассматриваются в одной и той же точке.

1 случай:  $\rho > 0 \Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} > 0$  (положительный заряд является источником)



«ИСТОК»

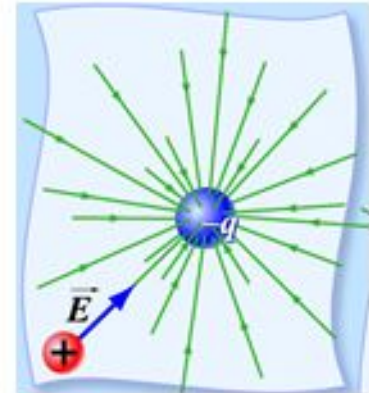
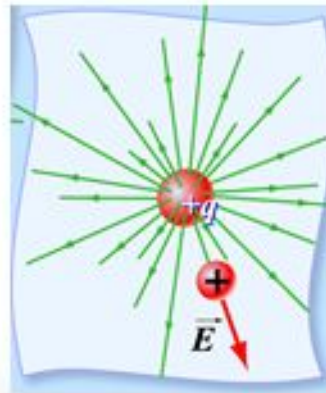
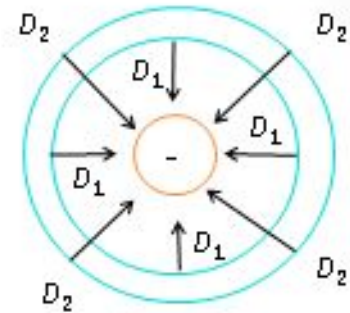
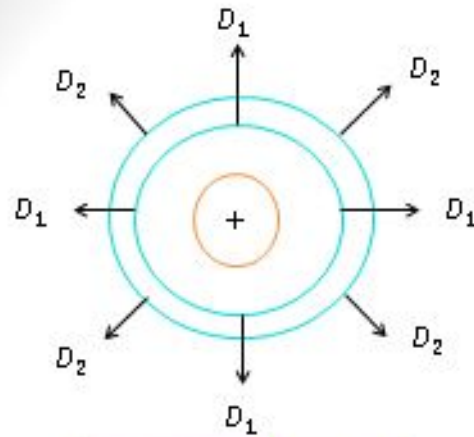


«СТОК»

2 случай:  $\rho < 0 \Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} < 0$

3 случай:  $\rho = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} = 0$

нет «стоков» и «источков»



# Почему IV уравнение Максвелла является обобщением закона Кулона?

<b>Закон Кулона</b>	<b>IV уравнение Максвелла</b>
Соответствует концепции дальнего действия: причина ( $q_1$ ) и следствие (сила, действующая на этот заряд) разделены в пространстве. Эта концепция мгновенного действия на расстоянии; действие одного заряда происходит мгновенно, без участия среды	Соответствует концепции ближнего действия: причина и следствие связаны в одной точке пространства
Для точечных зарядов	
Закон электростатики, взаимодействуют неподвижные заряды	

# III уравнение Максвелла как обобщение экспериментального факта отсутствия в природе свободных магнитных зарядов

Кулон установил закон взаимодействия магнитных полюсов, которые характеризовал некоторым магнитным зарядом

$$F = k \frac{q_{1,\text{св.маг.}} q_{2,\text{св.маг.}}}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}^2}{r}$$

Вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{св.маг.}}}$

Вектор магнитной индукции  $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$

$\mu$  – магнитная проницаемость среды. (II теор. О-Г)  $\oint_S B_n dS = 4\pi q_{\text{св.маг.}}$

Нет свободных магнитных зарядов в природе, так как нет свободных магнитных полюсов  $q_{\text{св.маг.}} = 0 \Rightarrow \oint_S B_n dS = 0$

Поток вектора магнитной индукции через площадку  $S = 4\pi q_{\text{св.маг.}}$ .  
(I теорема Остроградского-Гаусса)

$$a \equiv B = \oint_S B_n dS = \int_V \text{div } \vec{B} dV$$

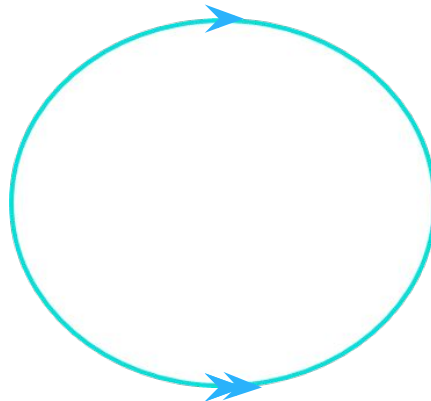
$$\begin{cases} \oint_s B_n dS = 0 \\ \oint_s B_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{B} dV \end{cases} \Rightarrow \int_V \operatorname{div} \vec{B} dV = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{B} dV = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

III уравнение Максвелла

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

**Физический смысл**: магнитное поле не имеет источников, т.к. в природе не существуют свободные магнитные заряды. Следовательно, силовые линии магнитного поля всегда замкнуты, т.е. идут непрерывно.





## II уравнение Максвелла как обобщение закона электромагнитной индукции

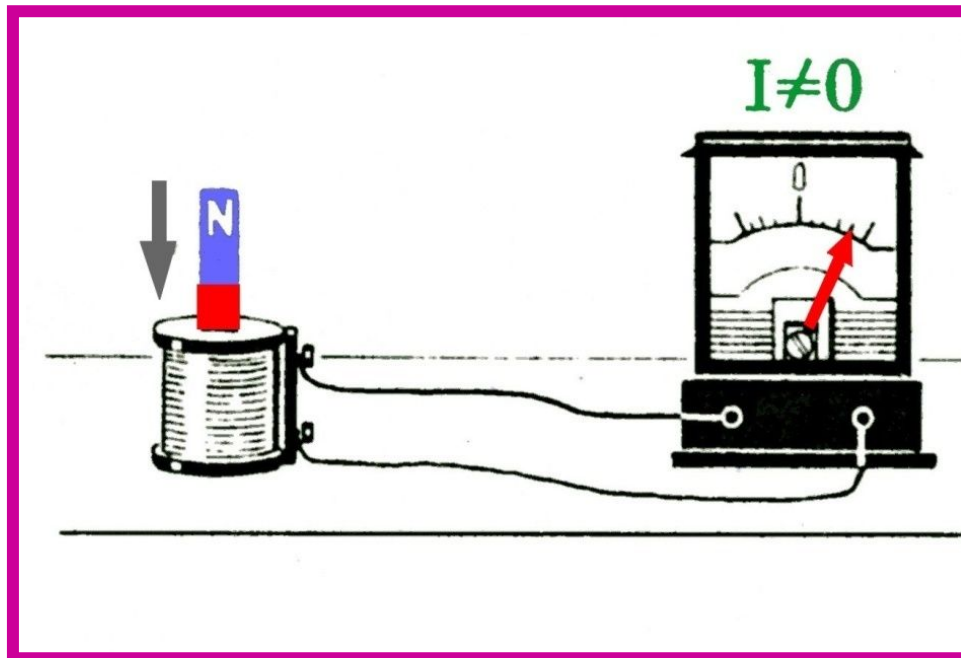
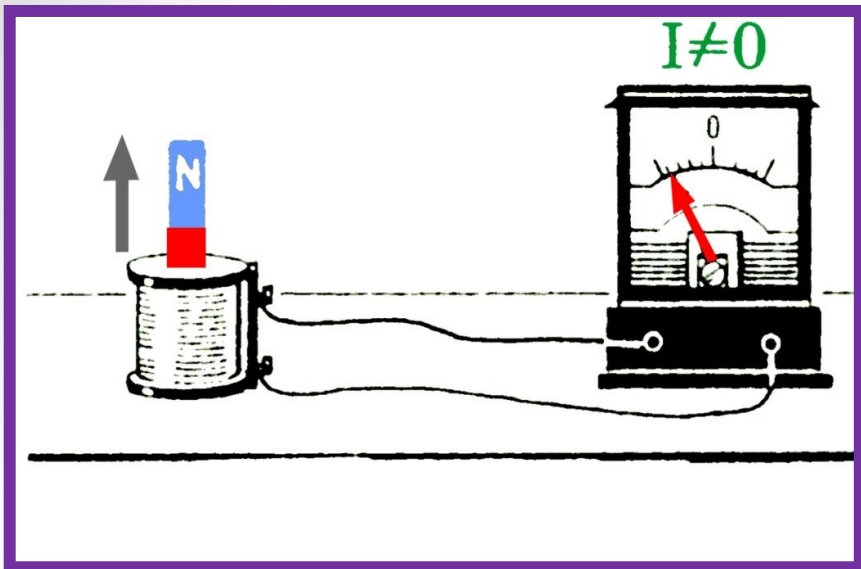
В 1821 г. М. Фарадей поставил цель: «превратить магнетизм в электричество». В 1831 г. Фарадей открыл явление электромагнитной индукции: при изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную замкнутым проводником, в проводнике возникает индукционный ток под действием электродвижущей силы индукции. (ЭДС индукции).

$$\varepsilon_{\text{инд}} = - \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$$

$\Phi$  – магнитный поток.

« $\rightarrow$ » учитывает связь между направлениями ЭДС индукции и скорости изменения этого потока в соответствии с правилом Ленца.

# Электромагнитная индукция Фарадея



ЭДС в замкнутом контуре  $L$  численно равна работе сил электрического поля при перемещении единичного положительного заряда вдоль этого контура

$$\varepsilon_{\text{инд}} = A = \oint_l \vec{F} d\vec{l} = \oint_l q\vec{E} d\vec{l} = \oint_l \vec{E} d\vec{l} \quad (q = \pm 1)$$

Поток магнитной индукции  $\Phi$      $\Phi = \int_S B_n dS$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S B_n dS = \int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS \quad (S = \text{const}), \quad \oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{1}{c} \int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS$$

Стокс:  $\oint_l \vec{a} dl = \int_S \text{rot}_n \vec{a} dS$  (ротор «вихрь»)  $\vec{E} \equiv \vec{a}$

$$\oint_l \vec{E} dl = \int_S \text{rot}_n \vec{E} dS, \quad \int_S \text{rot}_n \vec{E} dS = \int_S \left( -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial B_n}{\partial t} \right) dS$$

Для  $dS$ :

$$\text{rot}_n \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}_n}{\partial t}$$

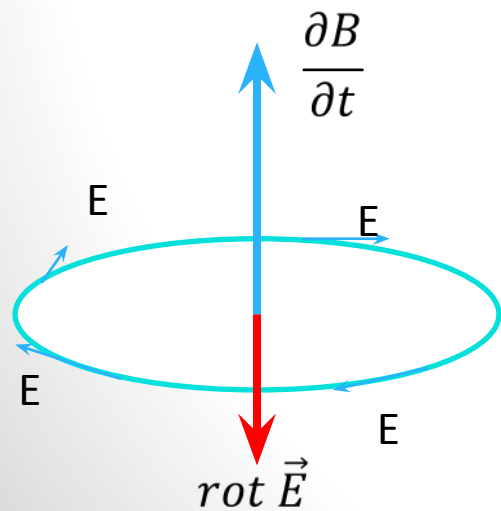
II уравнение Максвелла

## II уравнение Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

**Физический смысл:** Вихрь электрической напряженности в данной точке поля порождается изменением вектора магнитной индукции в этой же самой точке.

Во II уравнение Максвелла входят только величины относящиеся к электромагнитному полю. В связи с этим Максвелл высказал гипотезу: закон ЭМИ – это св-во самого ЭМ поля, не зависящее от того, есть проводник, который обнаруживает это св-во или его нет. (Проводник это лишь индикатор, позволяющий обнаружить данное явление).



# I уравнение Максвелла как обобщение закона Био-Савара-Лапласа

## Для постоянного тока

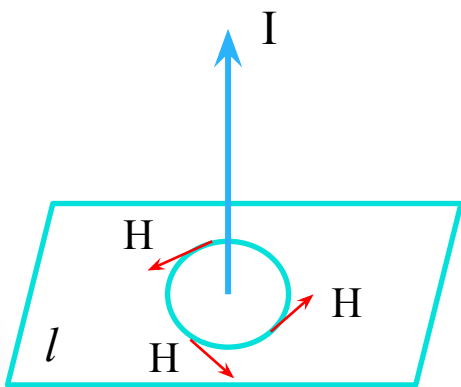
В 1820 г. был экспериментально открыт закон Био-Савара-Лапласа для постоянного тока в магнитном поле. Для бесконечного прямолинейного проводника напряженность магнитного поля на расстоянии  $r$  определяется:

$$H = k \cdot \frac{I}{r}$$

$\vec{H}$  циркулирует вдоль контура, представляющего собой силовую линию магнитного поля.

В СИ:  $k = \frac{1}{2\pi}$ ;  $H = \frac{I}{2\pi r}$

В СГС:  $k = \frac{2}{c}$ ;  $H = \frac{2I}{cr}$

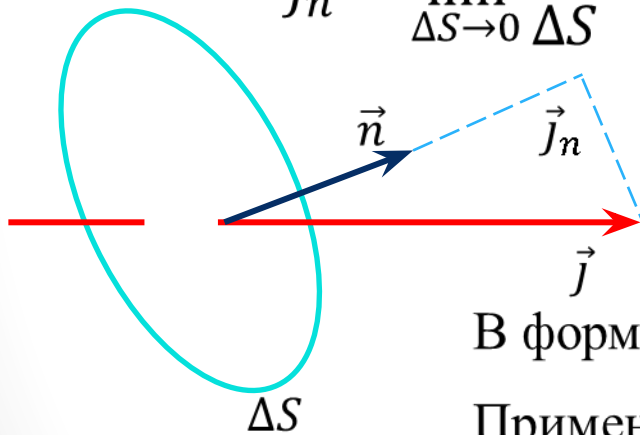


Циркуляцию  $\vec{H}$  вдоль произвольного замкнутого контура  $l$ , охватывающего ток:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \oint_l H dl = H \oint_l dl = H \cdot l = H \cdot 2\pi r.$$

$$H = \text{const}; H = \frac{2I}{cr} \mid 2\pi r, 2\pi r H = \frac{4\pi I}{c} (*)$$

$$j_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} = \frac{dI}{dS}, dI = j_n dS, I = \int_S j_n dS$$



Сила тока – это поток вектора  $\vec{j}$  через поверхность  $S$ .

$$\text{В формулу (*) } \oint_l H d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} \int_S j_n dS$$

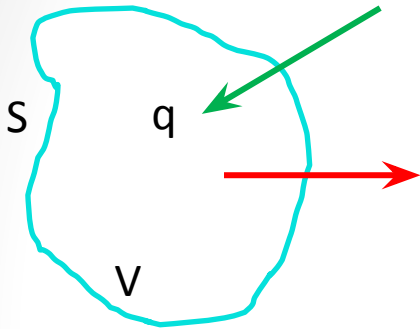
Применим теорему Стокса

$$\oint_l \vec{a} d\vec{l} = \int_S \text{rot}_n \vec{a} dS \equiv \vec{H}, \oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \text{rot}_n \vec{H} dS$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

I уравнение Максвелла для постоянного тока

### Для переменного тока



Изменение заряда внутри данного объема может происходить за счет втекания или вытекания зарядов через поверхность, ограничивающую данный объем.

$$\frac{dq}{dt} = - \oint_S j_n dS$$

- 1) если  $\oint_S j_n dS > 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} < 0$  (вытекают)
- 2) если  $\oint_S j_n dS < 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} > 0$  (втекают)
- 3) если  $\oint_S j_n dS = 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} = 0$  ( $q = \text{const}$ )

Написав в дифференциальной форме закон Био-Савара-Лапласа, Максвелл увидел, что оно противоречит уравнению непрерывности в случае переменного тока.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{j}$$

Уравнение непрерывности, представляющая собой дифференциальную форму закона сохранения электрического заряда

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}; \quad \operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} \equiv 0$$

$$0 = \operatorname{div} \left( \frac{4\pi}{c} \vec{j} \right) = \frac{4\pi}{c} \operatorname{div} \vec{j} \rightarrow \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \vec{j} = \text{const}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} (\vec{J}_{\text{пров.}} + \vec{J}_{\text{смещ.}})$$

Ток смещения – это смещение или деформация самого электромагнитного поля, несвязанного с движением заряда.

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = 0 = \frac{4\pi}{c} \operatorname{div} (\vec{J}_{\text{пров.}} + \vec{J}_{\text{смещ.}}), \quad \operatorname{div} (\vec{J}_{\text{пров.}} + \vec{J}_{\text{смещ.}}) = 0, \quad \operatorname{div} \vec{J}_{\text{пров.}} + \operatorname{div} \vec{J}_{\text{смещ.}} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{J}_{\text{пров.}} = -\operatorname{div} \vec{J}_{\text{смещ.}} \quad \vec{J}_{\text{смещ.}} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Физический смысл тока смещения: скорость изменения вектора электрической индукции в данной точке поля.



$$\text{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c} (\vec{J}_{\text{пров.}} + \vec{J}_{\text{смещ.}}) = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_{\text{пров.}} + \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_{\text{пров.}} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

**Физический смысл I уравнения Максвелла:** Вихрь магнитной напряженности в данной точке поля создается двумя способами:

1. Плотностью тока проводимости;
2. Плотностью тока смещения.

При этом плотность тока проводимости обусловлено движением свободных заряженных частиц, а плотность тока смещения есть скорость изменения вектора электрической индукции.

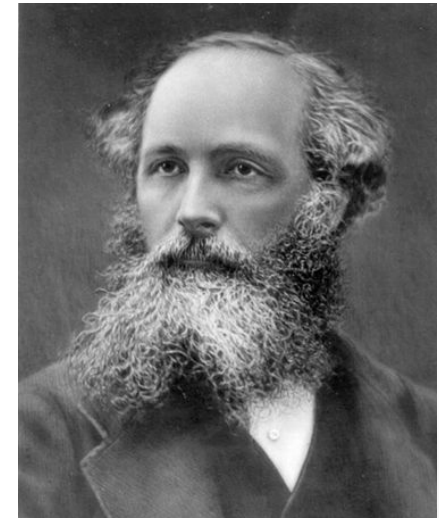
## Система уравнений Максвелла

$$\text{I. } \text{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_{\text{пров.}} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{II. } \text{rot}\vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{III. } \text{div}\vec{B} = 0$$

$$\text{IV. } \text{div}\vec{D} = 4\pi\rho$$



Джеймс Клерк Максвелл  
(1831-1879)

# Система уравнений Максвелла в интегральной форме

I		
II		Циркуляция электрического поля или ЭДС в контуре равна взятой с противоположным знаком производной по времени от потока магнитного поля через поверхность, ограниченную этим контуром.
III		Поток вектора магнитной индукции $B$ через всякую замкнутую поверхность равна нулю.
IV		

# Замечания о нумерации уравнений Максвелла

- 1) В «Теории поля» Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица под первой парой уравнений понимается система уравнений для  $rot \vec{E}$  и  $div \vec{H}$ , а под второй парой уравнений - система уравнений для  $rot \vec{H}$  и  $div \vec{E}$ .
- 2) В учебнике «Электродинамика» Я.П. Терлецкого и Ю.П. Рыбакова (физфак МГУ и РУДН) первая группа уравнений содержит источники полей (плотность заряда и плотность тока), а вторая группа уравнений не содержит их (т.е. для  $rot \vec{E}$  и  $div \vec{B}$ ).
- 3) В классическом учебнике И.Е. Тамма «Основы теории электричества» уравнения рассматриваются в следующем порядке:  $rot \vec{H}$ ,  $rot \vec{E}$ ,  $div \vec{B}$ ,  $div \vec{D}$ .
- 4) В учебнике А.Н. Матвеева «Электродинамика и теория относительности», написанном специально для студентов пединститутов, уравнения приводятся в том же порядке, что и в книге Тамма.

# Материальность электромагнитного поля

Две формы материи – вещество и поле. Электромагнитное поле материально.

1. Скорость распространения электромагнитного поля равна скорости распространения света. (в вакууме  $c=300\ 000$  км/с)
2. Материальность электромагнитного поля подтверждается тем, что в нем наблюдается действие сил. Электромагнитное поле переносит энергию, направление переноса энергии определяется вектором Умова-Пойнтинга

$$\vec{U} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E} \vec{H}]$$

3. Давление электромагнитных волн экспериментально обнаружено Лебедевым П.Н.
4. Возможность радиосвязи доказывает материальность электромагнитных волн. Все пространство пронизано электромагнитным излучением.