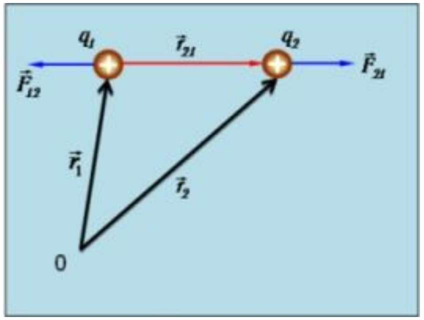
Электромагнитное поле. Уравнения Максвелла как обобщение экспериментальных закономерностей. Физический смысл уравнений Максвелла. Материальность электромагнитного поля

Электромагнитное поле – вид материи, который характеризуется такими же физическими величинами, как и вещество: энергия, импульс, масса.
Два проявления: электрическое и магнитное

Макроскопическая электродинамика	**Микроскопическая электродинамика**
Уравнения Максвелла	Уравнения Максвелла-Лоренца

IV Уравнение Максвелла как обобщение экспериментального закона Кулона



Закон Кулона для точечных неподвижных зарядов:

$$\vec{F}_{2(1)} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon \cdot r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

<u>СИ</u>: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

<u>СГС</u>: $k = 1$

Закон Кулона соответствует принципу дальнодействия

$$\vec{E}_{2(1)} = \frac{\vec{F}_{2(1)}}{q_2} = \frac{q_1 \cdot q_2}{q_2 \cdot \varepsilon \cdot r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

Задача заключается в том, чтобы описать взаимодействие зарядов в таком виде, чтобы причина и следствие были в одной точке.

$$\varepsilon \cdot \vec{E}_{2(1)} = \vec{D}_{2(1)} = \frac{\varepsilon \cdot q_1}{\varepsilon \cdot r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = \frac{q_1}{r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

(II теорема Остроградского-Гаусса)

$\oint_S D_n dS = 4\pi q$ (поток вектора электрической индукции через произвольную замкнутую поверхность $S = 4\pi q, (\rho -$ объемная плотность заряда))

$$\oint_S a_n dS = \int div\vec{a}\, dV, \int_V div\,\vec{D}\, dV = 4\pi q, q = \int_V \rho dV$$

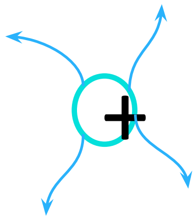
$\int_V div\,\vec{D}\, dV = \int_V 4\pi\rho dV$, $\rho = \frac{dq}{dV}$. Для dV $\quad div\vec{D}dV = 4\pi\rho dV$

IV уравнение Максвелла

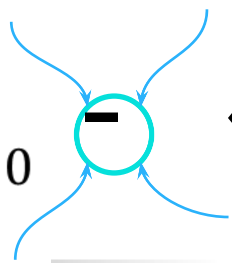
$$\boxed{div\,\vec{D} = 4\pi\rho}$$

Физический смысл: IV уравнение Максвелла показывает, что причина источника поля $\vec{D}$ в данной точке является объемная плотность заряда ρ в этой же точке. Таким образом IV уравнение Максвелла соответствует концепции близкодействия, поскольку причина и следствие рассматриваются в одной и той же точке.

<u>*1 случай:*</u> $\rho > 0 \Rightarrow div\vec{D} > 0$ (положительный заряд является источником)



«исток»

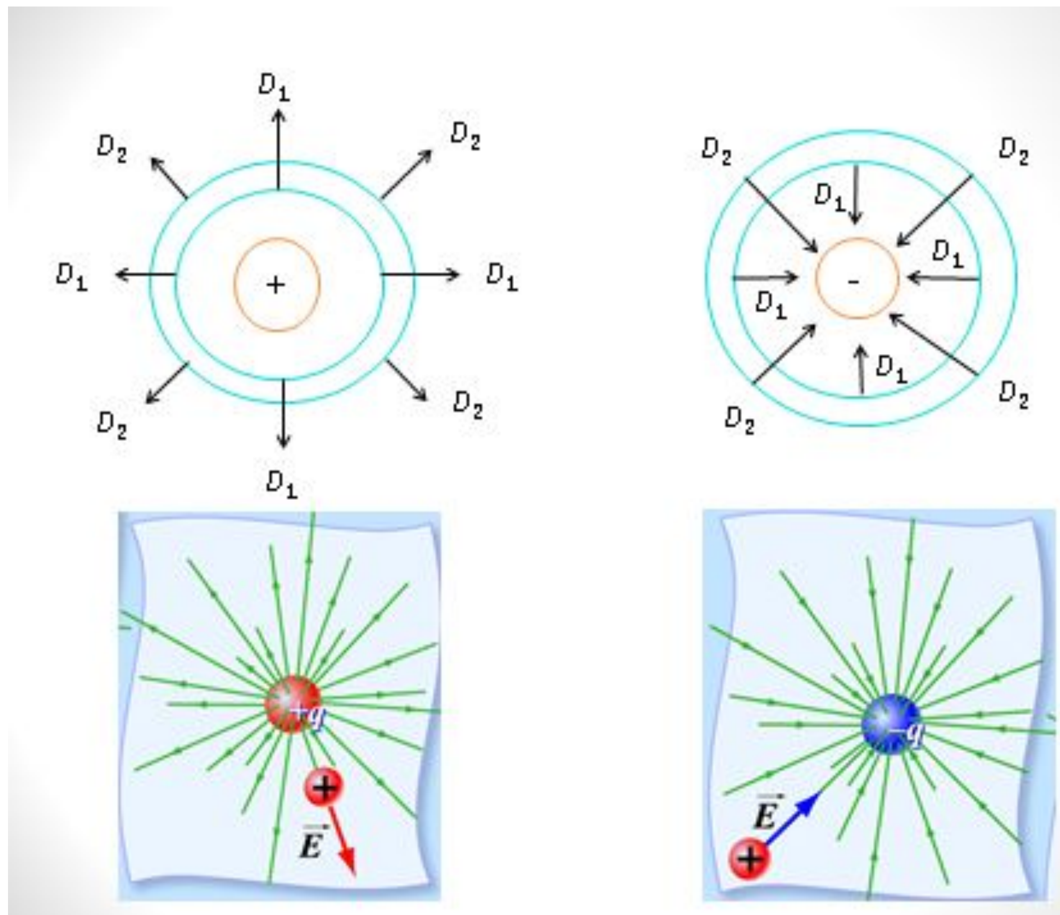


«сток»

<u>*2 случай:*</u> $\rho < 0 \Rightarrow div\vec{D} < 0$

<u>*3 случай:*</u> $\rho = 0 \Rightarrow div\vec{D} = 0$

<u>***нет «стоков» и «истоков»***</u>



Почему IV уравнение Максвелла является обобщением закона Кулона?

Закон Кулона	**IV уравнение Максвелла**
Соответствует концепции дальнодействия: причина (q_1) и следствие (сила, действующая на этот заряд) разделены в пространстве. Эта концепция мгновенного действия на расстоянии; действие одного заряда происходит мгновенно, без участия среды	Соответствует концепции близкодействия: причина и следствие связаны в одной точке пространства
Для точечных зарядов	
Закон электростатики, взаимодействуют неподвижные заряды	

III уравнение Максвелла как обобщение экспериментального факта отсутствия в природе свободных магнитных зарядов

Кулон установил закон взаимодействия магнитных полюсов, которые характеризовал некоторым магнитным зарядом

$$F = k\frac{q_{1,\text{св.маг.}} q_{2,\text{св.маг.}}}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}^2}{r}$$

Вектор напряженности магнитного поля $\vec{H} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{св.маг.}}}$

Вектор магнитной индукции $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$

μ – магнитная проницаемость среды. (II теор. О-Г) $\oint_s \ B_n dS = 4\pi q_{\text{св.маг.}}$

Нет свободных магнитных зарядов в природе, так как нет свободных магнитных полюсов $q_{\text{св.маг.}} = 0 \Rightarrow \oint_s \ B_n dS = 0$

Поток вектора магнитной индукции через площадку $S = 4\pi q_{\text{св.маг.}}$.

(I теорема Остроградского-Гаусса)

$$a \equiv B = \oint_s \ B_n dS = \int_V \ div\,\vec{B} dV$$

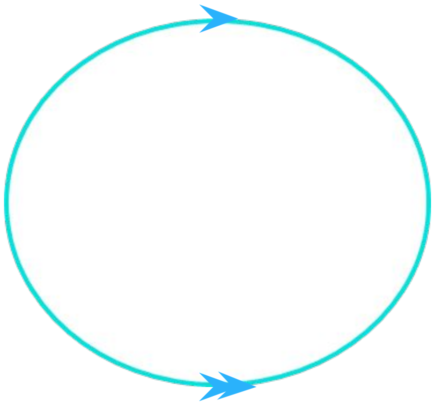
$$\begin{cases} \oint\limits_S B_n dS = 0 \\ \oint\limits_S B_n dS = \int\limits_V div\,\vec{B}\,dV \end{cases} \Rightarrow \int\limits_V div\,\vec{B}\,dV = 0$$

$$div\vec{B}dV = 0, \qquad div\,\vec{B} = 0$$

III уравнение Максвелла

$$\boxed{div\vec{B} = 0}$$

<u>Физический смысл</u>: магнитное поле не имеет источников, т.к. в природе не существуют свободные магнитные заряды. Следовательно, силовые линии магнитного поля всегда замкнуты, т.е. идут непрерывно.



II уравнение Максвелла как обобщение закона электромагнитной индукции

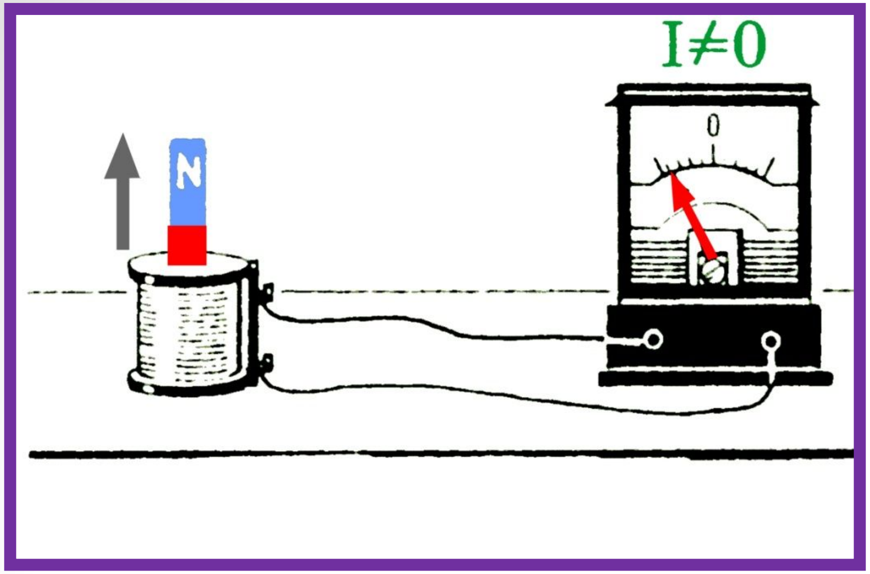
В 1821 г. М. Фарадей поставил цель: «превратить магнетизм в электричество». В 1831 г. Фарадей открыл явление электромагнитной индукции: при изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную замкнутым проводником, в проводнике возникает индукционный ток под действием электродвижущей силы индукции. (ЭДС индукции).

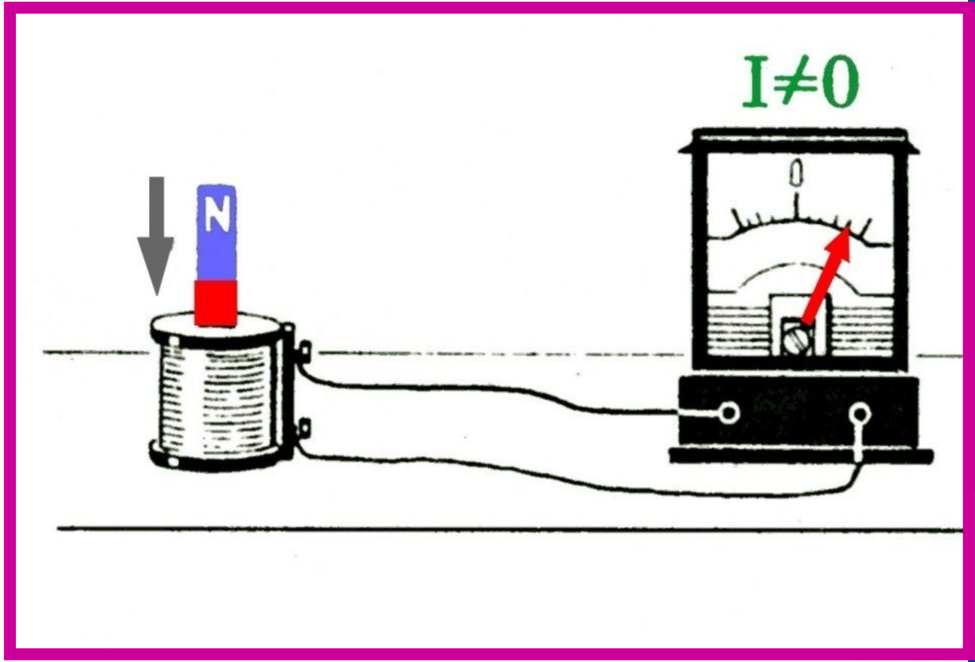
$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}$$

Ф – магнитный поток.

«–» учитывает связь между направлениями ЭДС индукции и скорости изменения этого потока в соответствии с правилом Ленца.

Электромагнитная индукция Фарадея





ЭДС в замкнутом контуре L численно равна работе сил электрического поля при перемещении единичного положительного заряда вдоль этого контура

$$\varepsilon_{\text{инд}} = A = \oint_l \vec{F} d\vec{l} = \oint_l q\vec{E} d\vec{l} = \oint_l \vec{E} d\vec{l}\,(\mathrm{q} = \pm 1)$$

Поток магнитной индукции Ф $\Phi = \int_S B_n dS$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}\int_S B_n dS = \int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS \quad (S = const), \oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{1}{c}\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS$$

Стокс: $\oint_l \vec{a}\, dl = \int_S rot_n \vec{a}\, dS$ (ротор «вихрь») $\vec{E} \equiv \vec{a}$

$\oint_l \vec{E} dl = \int_S rot_n \vec{E} dS,\ \int_S rot_n \vec{E} dS = \int_S \left(-\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial B_n}{\partial t}\right) dS$

Для ***dS***:

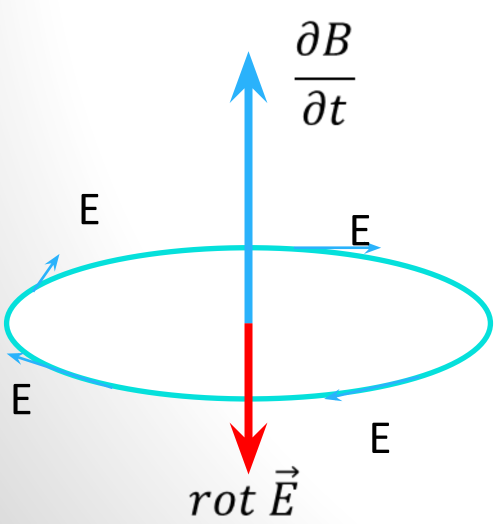
$$\boxed{rot_n \vec{E} = -\frac{1}{\mathrm{c}}\frac{\partial \vec{B}_n}{\partial t}}$$

II уравнение Максвелла

II уравнение Максвелла

$$rot\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

Физический смысл: Вихрь электрической напряженность в данной точке поля порождается изменением вектора магнитной индукции в этой же самой точке.



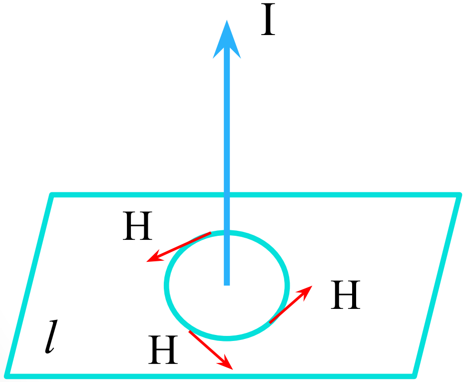
Во II уравнение Максвелла входят только величины относящиеся к электромагнитному полю. В связи с этим Максвелл высказал гипотезу: закон ЭМИ – это св-во самого ЭМ поля, не зависящее от того, есть проводник, который обнаруживает это св-во или его нет. (Проводник это лишь индикатор, позволяющий обнаружить данное явление).

I уравнение Максвелла как обобщение закона Био-Савара-Лапласа

Для постоянного тока

В 1820 г. был экспериментально открыт закон Био-Савара-Лапласа для постоянного тока в магнитном поле. Для бесконечного прямолинейного проводника напряженность магнитного поля на расстоянии r определяется:

$$H = k \cdot \frac{I}{r}$$



$\vec{H}$ циркулирует вдоль контура, представляющего собой силовую линию магнитного поля.

В СИ: $k = \frac{1}{2\pi}; H = \frac{I}{2\pi r}$

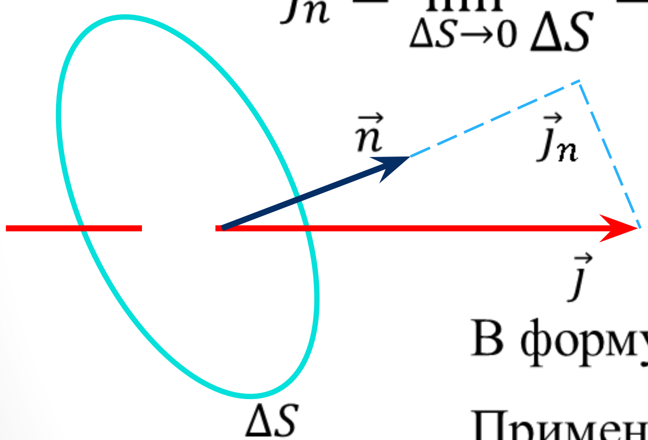
В СГС: $k = \frac{2}{c}; H = \frac{2I}{cr}$

Циркуляцию $\vec{H}$ вдоль произвольного замкнутого контура l, охватывающего ток:

$$\oint_l \vec{H}\,d\vec{l} = \oint_l H\,dl = H\oint_l dl = \mathrm{H}\cdot l = H\cdot 2\pi r.$$

$$H = const; H = \frac{2I}{cr} \mid 2\pi r, 2\pi r H = \frac{4\pi I}{c} \quad (*)$$

$$j_n = \lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta I}{\Delta S} = \frac{dI}{dS}, dI = j_n dS, I = \int_S j_n dS$$



Сила тока – это поток вектора $\vec{j}$ через поверхность S.

В формулу (*) $\oint_l H d\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\int_S j_n dS$

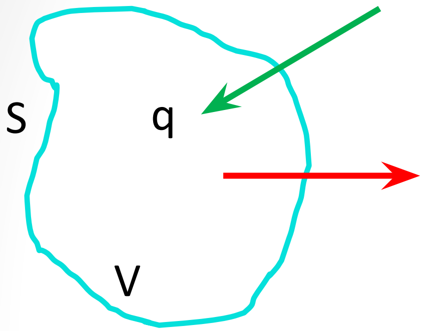
Применим теорему Стокса

$$\oint_l \vec{a}\,d\vec{l} = \int_S rot_n\vec{a}\,dS \equiv \vec{H}, \oint_l \vec{H}\,d\vec{l} = \int_S rot_n\vec{H}\,dS$$

$$rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$$

I уравнение Максвелла для постоянного тока

<u>Для переменного тока</u>



Изменение заряда внутри данного объема может происходить за счет втекания или вытекания зарядов через поверхность, ограничивающую данный объем.

$$\frac{dq}{dt} = -\oint_S j_n dS$$

1) если $\oint_S j_n dS > 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} < 0$ (вытекают)

2) если $\oint_S j_n dS < 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} > 0$ (втекают)

3) если $\oint_S j_n dS = 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} = 0$ (q=const)

Написав в дифференциальной форме закон Био-Савара-Лапласа, Максвелл увидел, что оно противоречит уравнению непрерывности в случае переменного тока.

$$\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} = -div\vec{j}}$$

Уравнение непрерывности, представляющая собой дифференциальную форму закона сохранения электрического заряда

$$rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}; \quad div\, rot\vec{H} \equiv 0$$

$$0 = div\left(\frac{4\pi}{c}j\right) = \frac{4\pi}{c}div\, j \to div\, j = 0$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0, \qquad j = const\, , rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}(\vec{j}_{\text{пров.}} + \vec{j}_{\text{смещ.}})$$

Ток смещения – это смещение или деформация самого электромагнитного поля, несвязанного с движением заряда.

$$div\, rot\vec{H} = 0 = \frac{4\pi}{c}div\left(\vec{j}_{\text{пров.}} + \vec{j}_{\text{смещ.}}\right), div\left(\vec{j}_{\text{пров.}} + \vec{j}_{\text{смещ.}}\right) = 0, div\,\vec{j}_{\text{пров.}} + div\,\vec{j}_{\text{смещ.}} = 0$$

$$div\,\vec{j}_{\text{пров.}} = -\,div\,\vec{j}_{\text{смещ.}} \qquad \vec{j}_{\text{смещ.}} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

Физический смысл тока смещения: скорость изменения вектора электрической индукции в данной точке поля.

$$rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\left(\vec{j}_{\text{пров.}} + \vec{j}_{\text{смещ.}}\right) = \frac{4\pi}{c}\vec{j}_{\text{пров.}} + \frac{4\pi}{c}\cdot\frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\boxed{rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}_{\text{пров.}} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}}$$

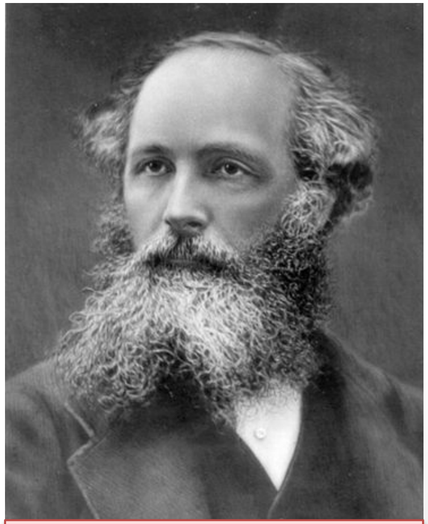
Физический смысл I уравнения Максвелла: Вихрь магнитной напряженности в данной точке поля создается двумя способами:

1. Плотностью тока проводимости;
2. Плотностью тока смещения.

При этом плотность тока проводимости обусловлено движением свободных заряженных частиц, а плотность тока смещения есть скорость изменения вектора электрической индукции.

Система уравнений Максвелла

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{I. } rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}_{\text{пров.}} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} & \text{II. } rot\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \text{III. } div\vec{B} = 0 & \text{IV. } div\,\vec{D} = 4\pi\rho \end{array}}$$



Джеймс Клерк Максвелл
(1831-1879)

Система уравнений Максвелла в интегральной форме

I		
II		Циркуляция электрического поля или ЭДС в контуре равна взятой с противоположным знаком производной по времени от потока магнитного поля через поверхность, ограниченную этим контуром.
III		Поток вектора магнитной индукции *B* через всякую замкнутую поверхность равна нулю.
IV		

Замечания о нумерации уравнений Максвелла

1) В «Теории поля» Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица под первой парой уравнений понимается система уравнений для $rot\,\vec{E}$ и $div\,\vec{H}$, а под второй парой уравнений - система уравнений для $rot\,\vec{H}$ и $div\,\vec{E}$.

2) В учебнике «Электродинамика» Я.П. Терлецкого и Ю.П. Рыбакова (физфак МГУ и РУДН) первая группа уравнений содержит источники полей (плотность заряда и плотность тока), а вторая группа уравнений не содержит их (т.е. для $rot\,\vec{E}$ и $div\,\vec{B}$).

3) В классическом учебнике И.Е. Тамма «Основы теории электричества» уравнения рассматриваются в следующем порядке: $rot\,\vec{H}, rot\,\vec{E}\,, div\,\vec{B},\ div\,\vec{D}$.

4) В учебнике А.Н. Матвеева «Электродинамика и теория относительности», написанном специально для студентов пединститутов, уравнения приводятся в том же порядке, что и в книге Тамма.

Материальность электромагнитного поля

- Две формы материи – вещество и поле. Электромагнитное поле материально.

1. Скорость распространения электромагнитного поля равна скорости распространения света. (в вакууме с=300 000 км/с)

2. Материальность электромагнитного поля подтверждается тем, что в нем наблюдается действие сил. Электромагнитное поле переносит энергию, направление переноса энергии определяется вектором Умова-Пойнтинга

$$\vec{У} = \frac{c}{4\pi}[\vec{E}\vec{H}]$$

3. Давление электромагнитных волн экспериментально обнаружено Лебедевым П.Н.

4. Возможность радиосвязи доказывает материальность электромагнитных волн. Все пространство пронизано электромагнитным излучением.