

Электромагнитные колебания

1. Электромагнитные колебания; колебательный контур.

- Будем рассматривать квазистационарные токи.
- Время распространения сигнала значительно меньше периода колебаний.

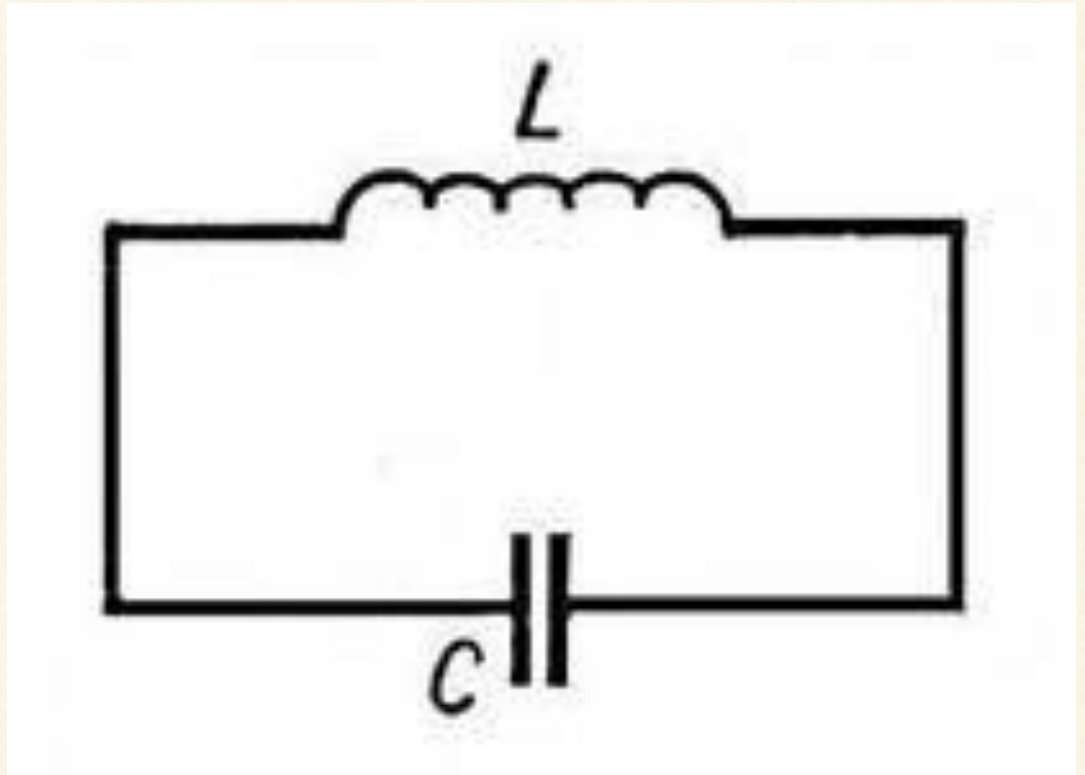
$$T \gg \tau = \frac{l}{c}$$

Колебательный контур без затухания ($R=0$)

$$U_C = E_{si}$$

$$\frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$



Колебательный контур без затухания

$$q'' = -\frac{1}{LC}q$$

- Формула Томсона:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Электрические колебания в колебательном контуре

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$i = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

Сохранение энергии в контуре

- Максимальные значения тока и напряжения связаны между собой.
- Из закона сохранения энергии:

$$W = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$$

2. Затухающие электромагнитные колебания

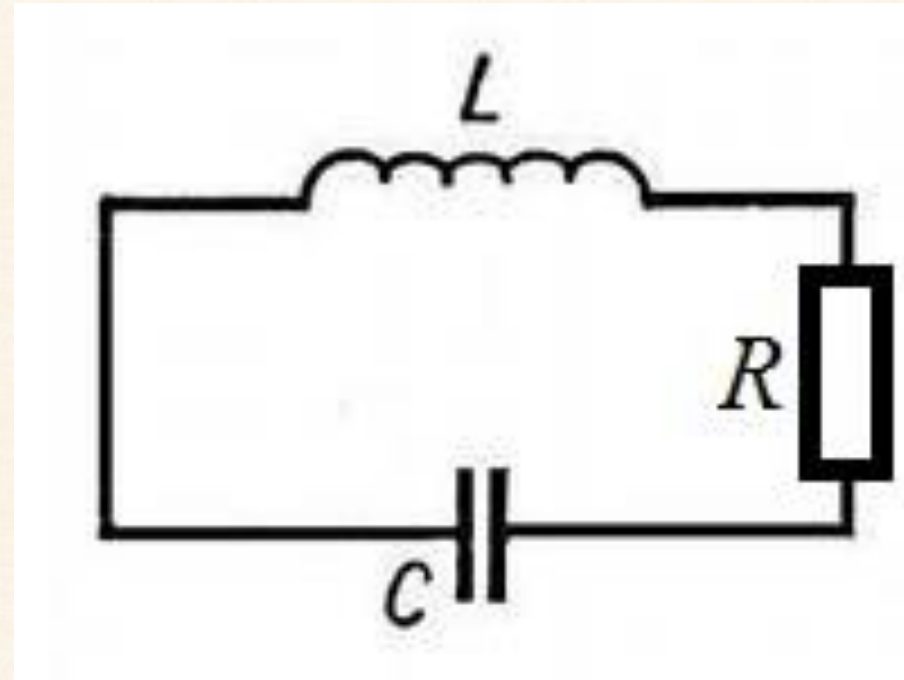
- В реальных цепях всегда присутствует активное сопротивление R

Колебательный контур с затуханием

$$U_C + U_R = E_{si}$$

$$\frac{q}{C} + iR = -L \frac{di}{dt}$$

$$q'' + \frac{R}{L} q' + \frac{1}{LC} q = 0$$



Стандартное уравнение затухающих колебаний

$$q'' + \frac{R}{L} q' + \frac{1}{LC} q = 0$$

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0$$

Частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

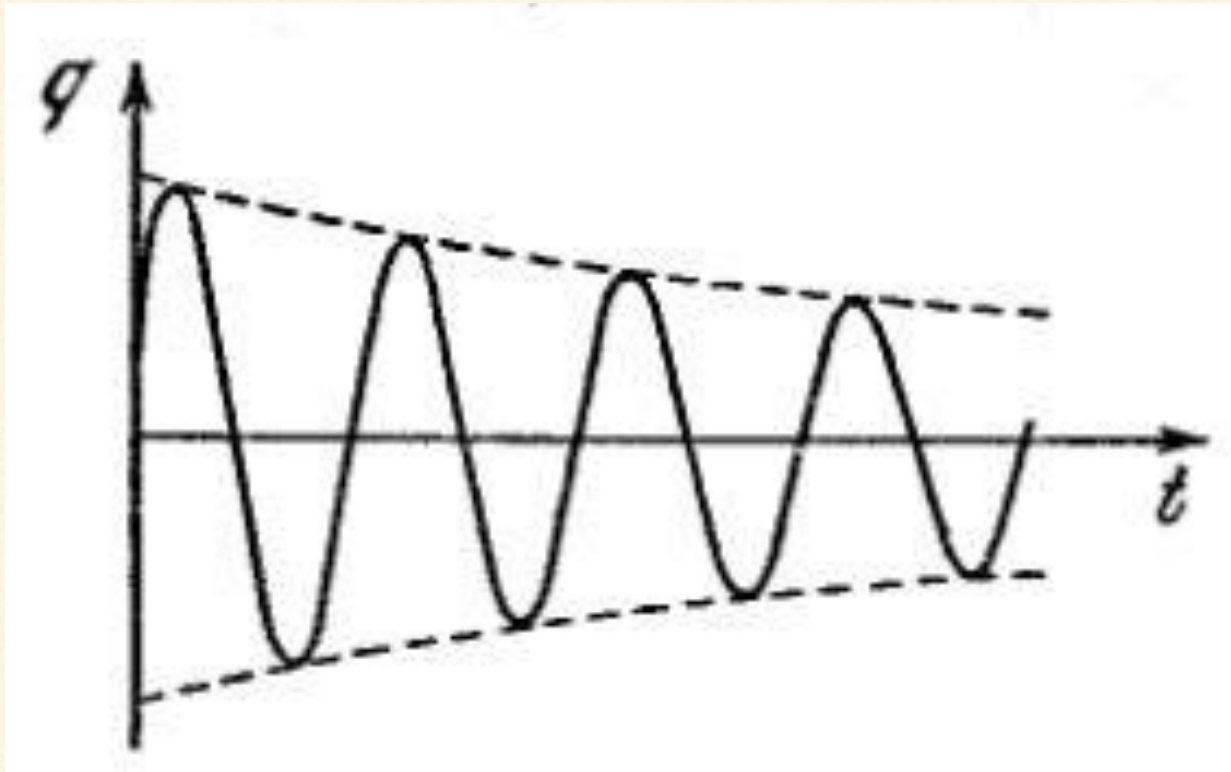
$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\beta = \frac{R}{2L}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Затухающие колебания

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha)$$



Декремент затухания и добротность контура

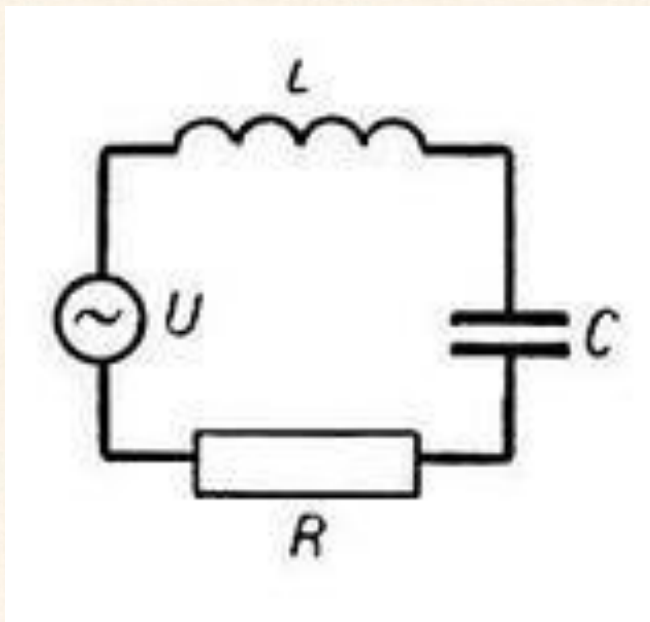
$$\lambda = \beta T \qquad Q = \frac{\pi}{\lambda}$$

При слабом
затухании:

$$Q \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

3. Вынужденные электромагнитные колебания; резонанс в колебательном контуре.

- Колебательный контур, к которому приложено внешнее напряжение, меняющееся по гармоническому закону.

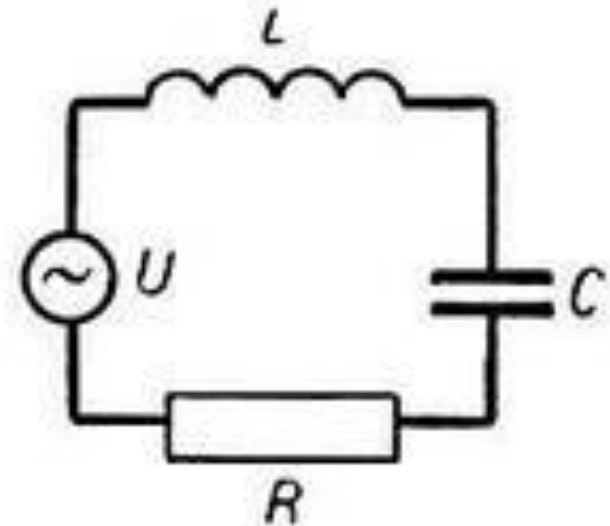


Уравнение вынужденных колебаний

$$U_C + U_R = E_{si} + U_m \cos \omega t$$

$$\frac{q}{C} + iR = -L \frac{di}{dt} + U_m \cos \omega t$$

$$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t$$



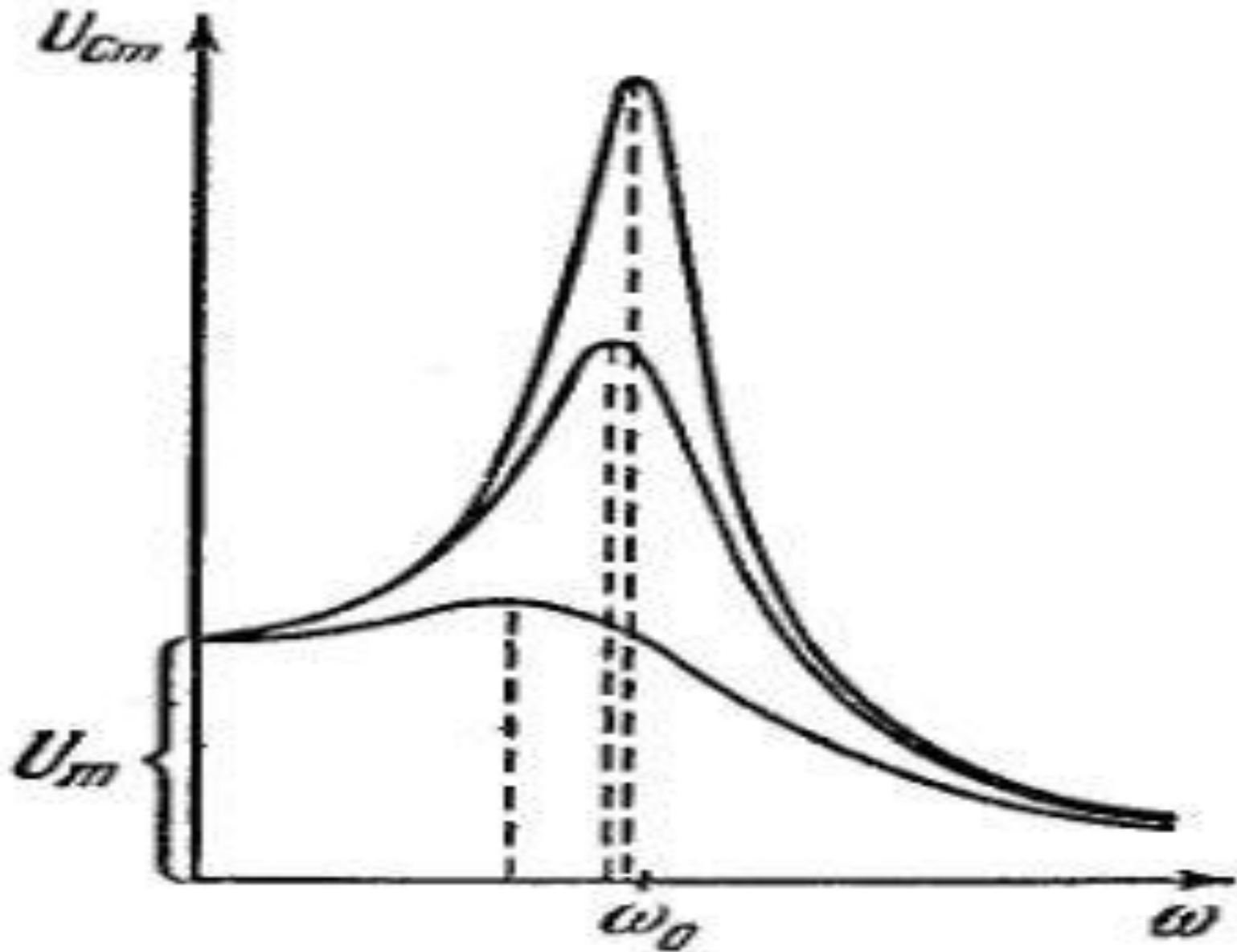
Решение уравнения вынужденных колебаний

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi)$$

$$q_m = \frac{U_m / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2}}$$

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2}}$$

Резонанс напряжения



Резонанс тока

$$I_m = \omega q_m = \frac{U_m}{\sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2}}$$

$$\omega_{\text{рез, I}} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

