

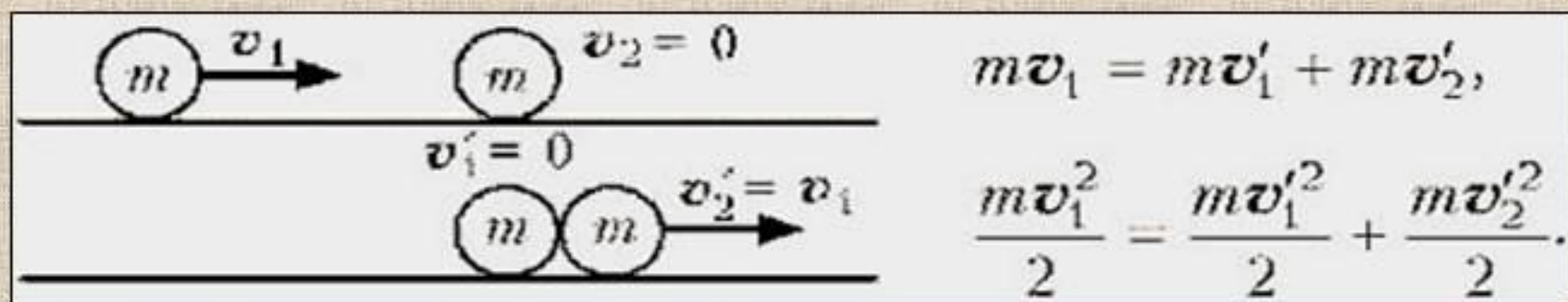
*Решение задач по теме:  
«Законы сохранения  
импульса и энергии.»*



# Упругий удар

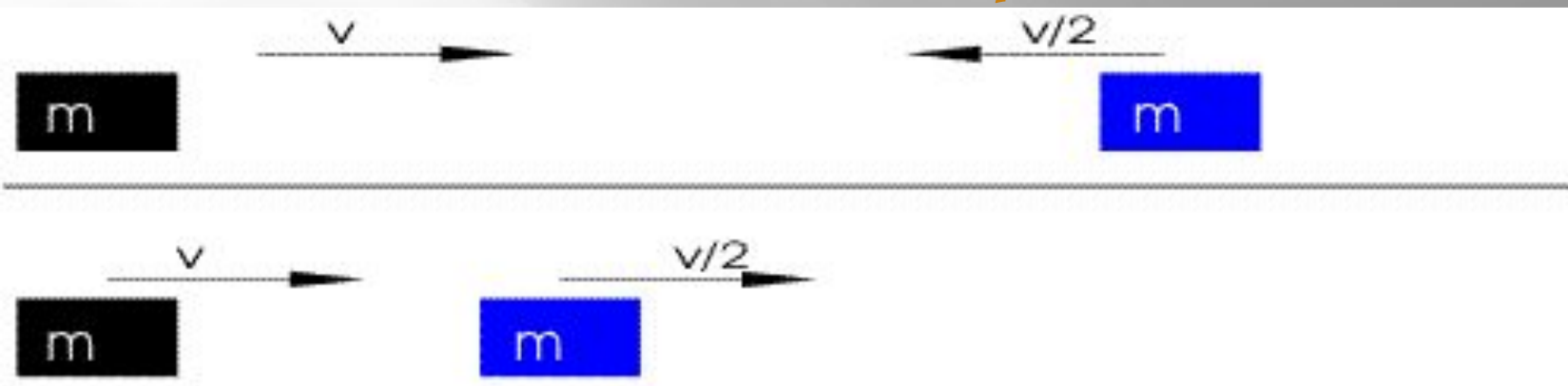
**Абсолютно упругий удар** – столкновения тел, в результате которого их внутренние энергии остаются неизменными. При абсолютно упругом ударе сохраняется не только импульс, но и механическая энергия системы тел.

**Примеры:** столкновение бильярдных шаров, атомных ядер и элементарных частиц. **На рисунке показан абсолютно упругий центральный удар:**

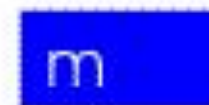


**В результате центрального упругого удара** двух шаров одинаковой массы, они обмениваются скоростями: первый шар останавливается, второй приходит в движение со скоростью, равной скорости первого шара.

Абсолютно упругий удар – модель соударения при которой полная кинетическая энергия системы сохраняется



1. одинаковые тела обмениваются проекциями скорости на линию, соединяющую их центры.



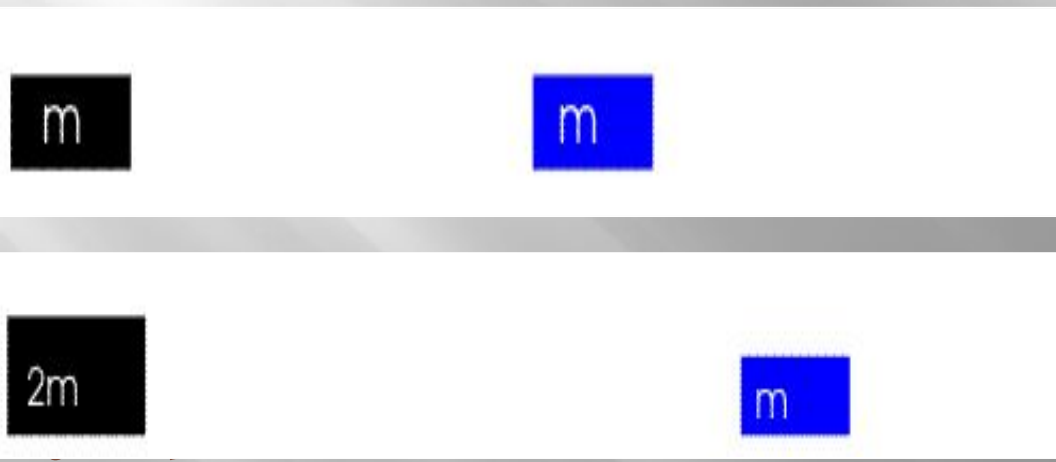
Для математического описания простейших абсолютно упругих ударов, используется:

закон сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

закон сохранения энергии

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

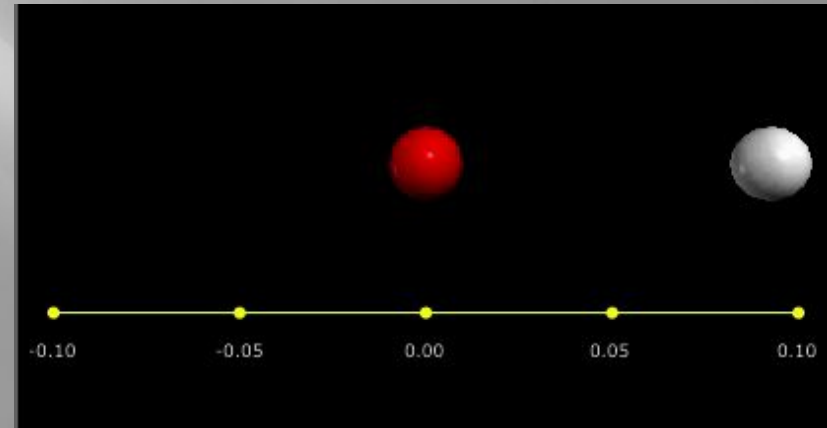
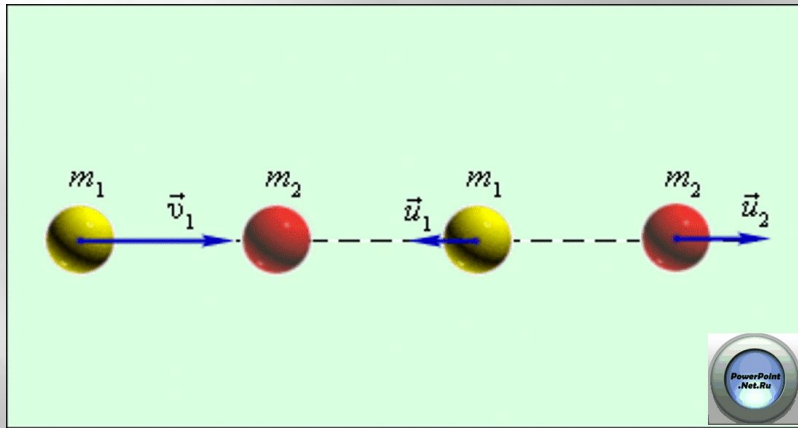


абсолютно упругий удар тел равных масс  
абсолютно упругий удар тел не равных масс

Импульсы складываются векторно, а энергии

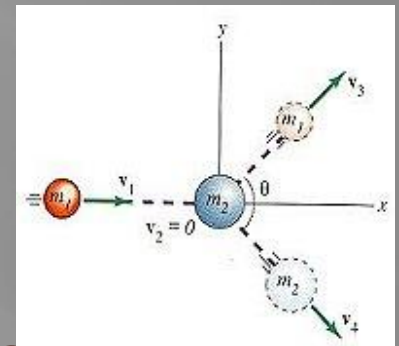
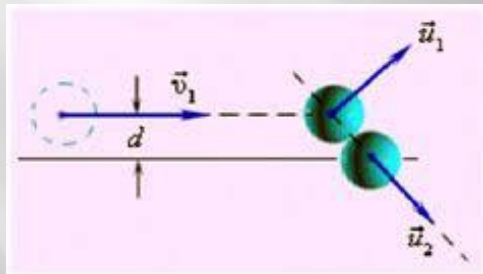
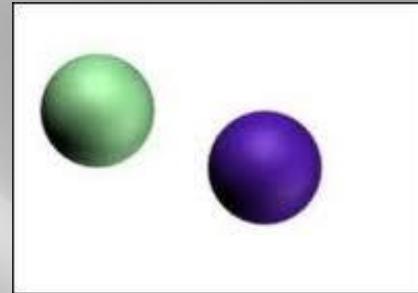
# Центральный абсолютно упругий удар

Когда оба шара имеют одинаковые массы ( $m_1 = m_2$ ), первый шар после соударения останавливается ( $v_1 = 0$ ), а второй движется со скоростью  $v_2 = v_1$ , т. е. шары обмениваются скоростями (импульсами)



Центральным ударом шаров называют соударение, при котором скорости шаров до и после удара направлены по линии центров.

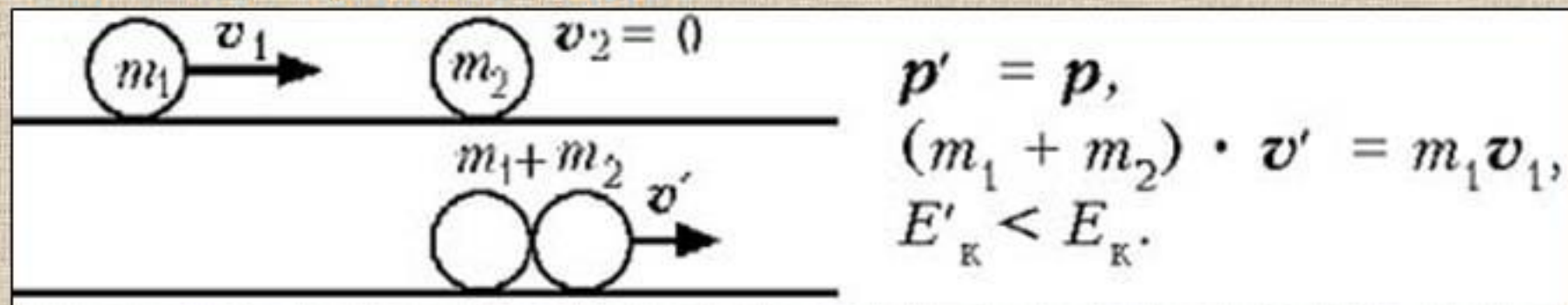
После нецентрального упругого соударения шары разлетаются под некоторым углом друг к другу



- Если **массы шаров одинаковы**, то векторы скоростей шаров после нецентрального упругого соударения всегда направлены **перпендикулярно** друг к другу

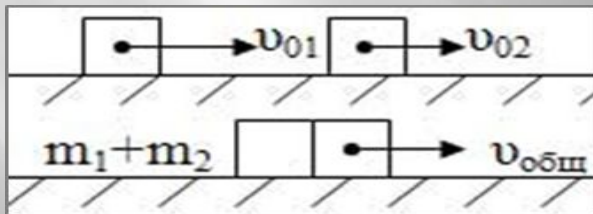
# Неупругий удар

**Абсолютно неупругий удар:** так называется столкновение двух тел, в результате которого они соединяются вместе и движутся дальше как одно целое. При неупругом ударе часть механической энергии взаимодействующих тел переходит во внутреннюю, импульс системы тел сохраняется. **Примеры неупругого взаимодействия:** столкновение слипающихся пластилиновых шаров, автосцепка вагонов и т.д. **На рисунке показан абсолютно неупругий удар:**



**После неупругого соударения** два шара движутся как одно целое со скоростью, меньшей скорости первого шара до соударения.

# Абсолютно неупругий удар – удар, в результате которого компоненты скоростей тел становятся равными



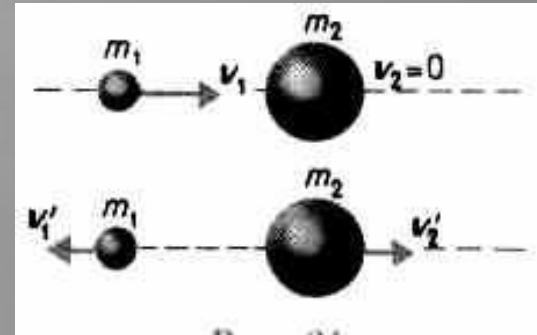
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

При абсолютно неупругом ударе, выполняется закон сохранения импульса, но не выполняется закон сохранения механической энергии (часть кинетической энергии соударяемых тел, в результате неупругих деформаций переходит в тепло)



Легкий шар движущийся со скоростью 10 м/с, налетает на покоящийся тяжелый шар и между шарами происходит абсолютно упругий удар. После удара шары разлетаются в противоположные стороны с одинаковыми скоростями. Во сколько раз различаются массы шаров

**Решение:**



$$\begin{cases} v_1' = v_2 \\ m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_1 v_1 \Rightarrow m_1 (v_1 + v_1') = m_2 v_2 \Rightarrow v_1 - v_1' = v_2 \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2^2 \\ m_1 (v_1 + v_1') = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{(v_1 + v_1')}{v_2} = 3 \\ v_1' = v_2 = \frac{v_1}{2} \end{cases}$$

Брусок массой 600 г, движущийся со скоростью 2 м/с,

сталкивается с неподвижным бруском массой 200 г.

Определите изменение кинетической энергии первого

**Решение:**  
бруска после столкновения. Удар считать центральным и абсолютно упругим.

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow m_1 (v_1 - v_1') = m_2 v_2' \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \Rightarrow m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \Rightarrow v_1 + v_1' = v_2' \end{cases}$$

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{(m_1 + m_2)} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow \Delta E_{k1} = \frac{m_1}{2} (v_1'^2 - v_1^2) = -0,9 \text{ Дж}$$

Два шарика массы которых соответственно 200 г и 600 г, висят, соприкасаясь, на одинаковых вертикальных

нитях длиной 80 см. Первый шар отклонили на угол  $90^\circ$

и отпустили. Каким будет отношение кинетических энергий тяжелого и легкого шариков тотчас после их абсолютно упругого центрального удара.

**Решение:**

$$\begin{cases} \frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g l \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gl} = 4 \frac{M}{c} \\ m v_1 = 3m v_2' - m v_1' \Rightarrow m(v_1 + v_1') = 3m v_2' \Rightarrow v_2' = v_1 - v_1' \\ \frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_1'^2}{2} + \frac{3m v_2'^2}{2} \Rightarrow m(v_1^2 - v_1'^2) = 3m v_2'^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m(v_1 + v_1') = 3m v_2' \\ v_2' = v_1 - v_1' \end{cases} \Rightarrow v_1 + v_1' = 3(v_1 - v_1') \Rightarrow v_1' = \frac{v_1}{2} = 2 \frac{M}{c} \Rightarrow \frac{E_{к2}}{E_{к1}} = \frac{3m v_2'^2}{m v_1'^2} = \frac{3 \cdot 4}{4} = 3$$

Шарик массой 100 г, летящий горизонтально со скоростью 5 м/с, абсолютно упруго ударяется о неподвижный шар массой 400 г, висящий на нити длиной 40 см. Удар центральный. На какой угол отклонится шар, подвешенный на нити после удара

**Решение:**

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l} \\ h = \frac{v_2'^2}{2g} \end{cases} \Rightarrow \cos \alpha = 1 - \frac{v_2'^2}{2g}$$

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_2 v_2' - m_1 v_1' \Rightarrow m_1 (v_1 + v_1') = m_2 v_2' \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \Rightarrow m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \Rightarrow v_2 = v_1 - v_1' \Rightarrow v_1' = v_1 - v_2' \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1' = v_1 - v_2' \\ m_1 (v_1 + v_1') = m_2 v_2' \end{cases} \Rightarrow v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 2 \frac{m}{c} \Rightarrow \cos \alpha = 0,5 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

