

# **Движение материальной точки по окружности**

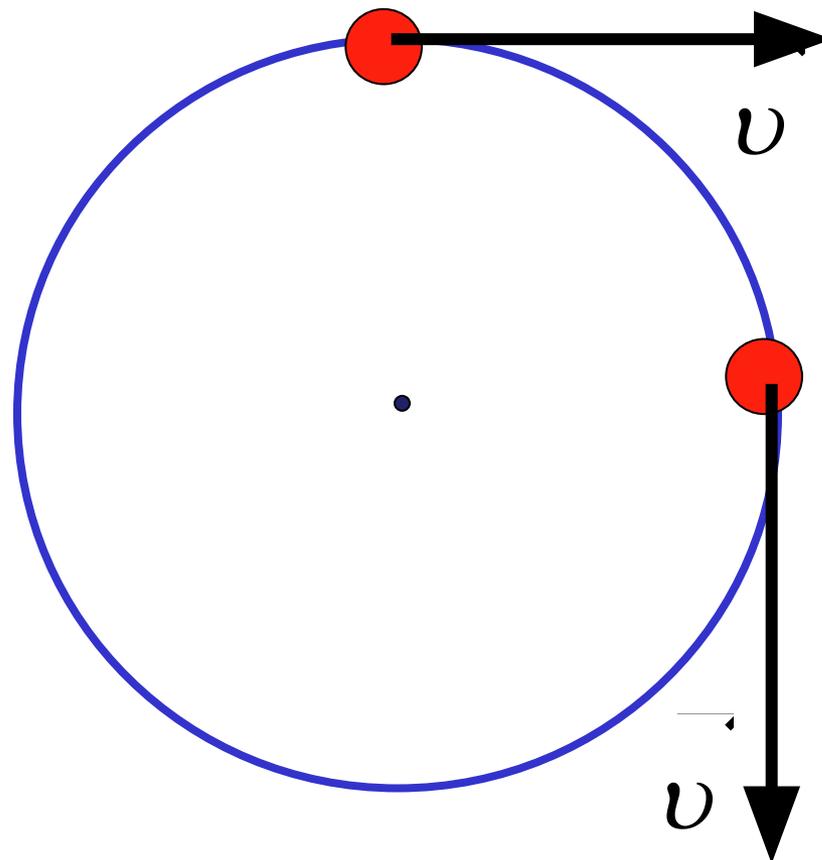
**Автор:  
учитель физики ФМЛ №38 г. Ульяновска  
Игошин А.В.**

Игошин А.В. МАОУ "Физико-математический  
лицей №38 г. Ульяновска"

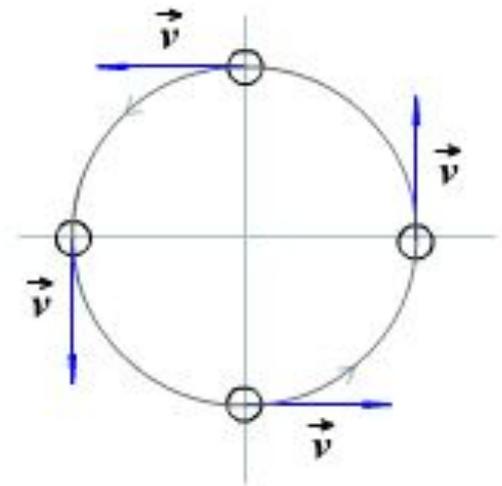
# Равномерное движение точки по окружности.

# Терминология

Скорость движения тела по окружности носит название ***линейная скорость***.



Линейная скорость направлена *по касательной* к траектории и совпадает с направлением движения.



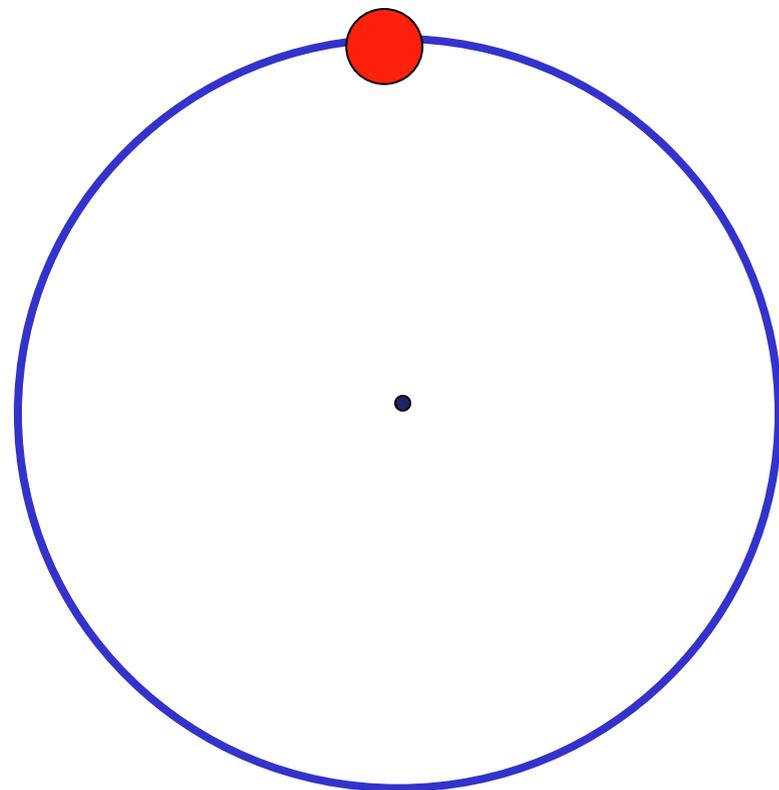
Время, за которое траектория точки опишет окружность, называется **периодом обращения** точки ( **$T$** ).

$$[T] = [c]$$

Число оборотов точки за единицу времени называется **частотой обращения** ( **$\nu$** ).

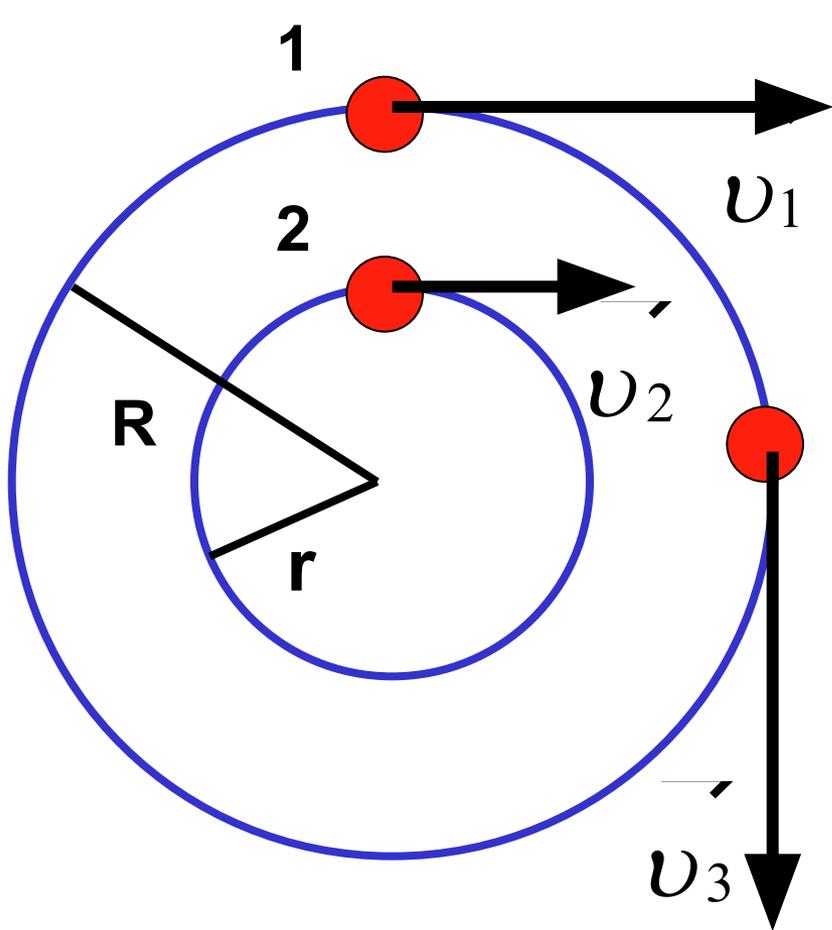
$$[\nu] = \left[ \frac{1}{c} \right] = [c^{-1}]$$

$$T = \frac{1}{\nu}$$



**Равномерное движение по окружности** – это простейший пример **криволинейного движения**.

Траектория движения точки (тела) – окружность.



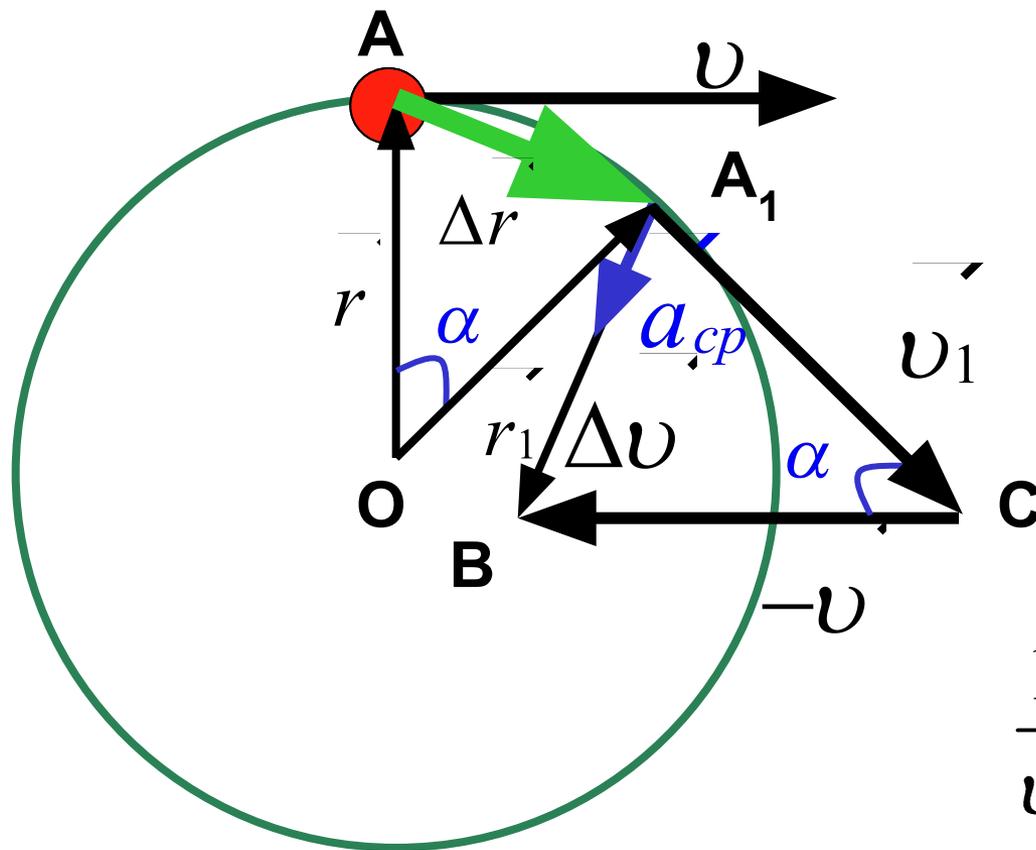
$$v_1 = \frac{2\pi R}{T} \quad v_2 = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v_1 > v_2$$

$$v_1 = v_3 \quad v_1 \neq v_3$$

При **равномерном** движении тела по окружности **модуль** скорости тела с течением времени *не изменяется*, то есть  $v = \text{const}$ , а *изменяется* только **направление** вектора скорости.

# Центростремительное (нормальное) ускорение.



За  $\Delta t$ :

$$\overline{AA_1} = \Delta r$$

$$\Delta AOA_1 \sim \Delta A_1CB$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\frac{1}{v} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$\frac{1}{v} a = \frac{1}{r} v$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

## Центростремительное (нормальное) ускорение —

ускорение точки, характеризующее быстроту изменения *направления* вектора скорости.

$v = \frac{S}{t}$     Скорость при равномерном  
прямолинейном движении

За один полный оборот  **$S=2\pi R$** ,  **$t=T$** .

$$v = \frac{S}{t}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

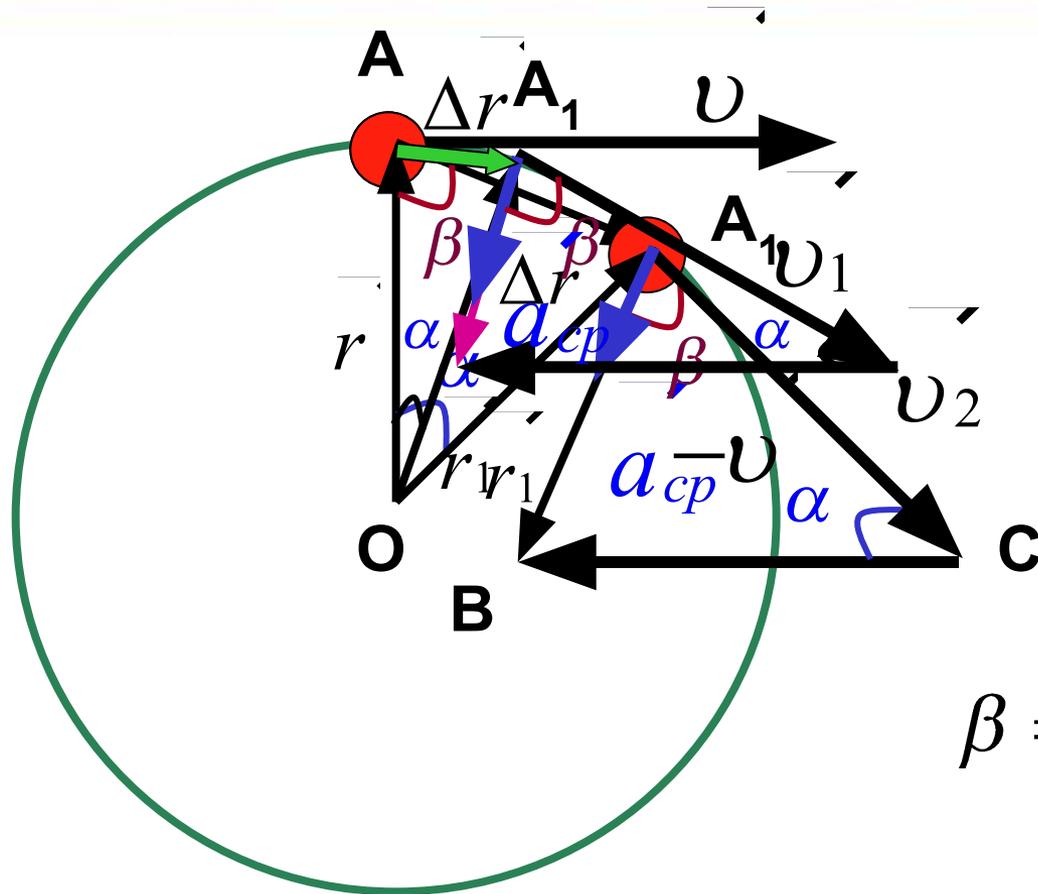
$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$$

$$a_{\text{ц}} = \frac{(2\pi R)^2}{T^2 R}$$

$$a_{\text{ц}} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$T = \frac{1}{\nu}$$

$$a_{\text{ц}} = 4\pi^2 \nu^2 R$$



$$\beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$$

$$\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha \rightarrow 0$$

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ$$

$a$  Вектор мгновенного ускорения направлен по радиусу к центру окружности

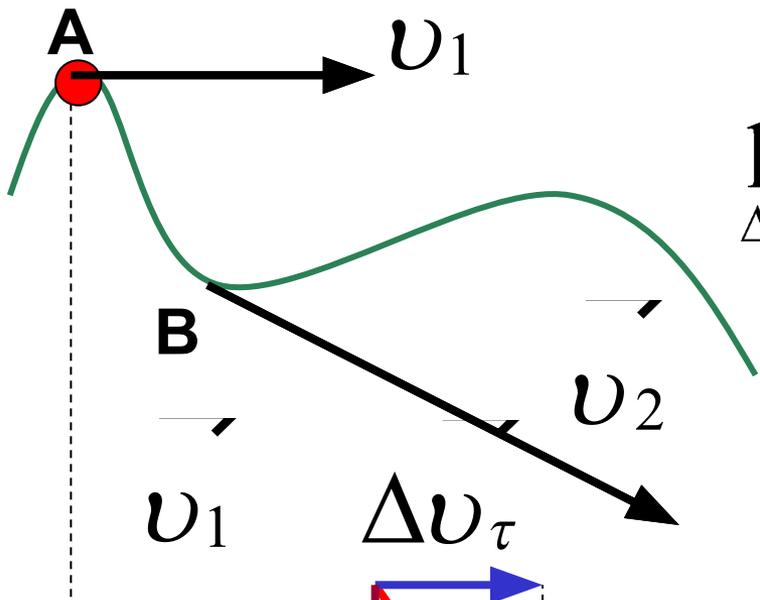
$a_n = \frac{v^2}{r}$  Центростремительное (нормальное) ускорение

**Тангенциальное  
(касательное),  
центростремительное  
(нормальное) и полное  
ускорения.**

Если тело движется по окружности *неравномерно*, то появляется ***касательная (тангенциальная)*** составляющая ускорения.

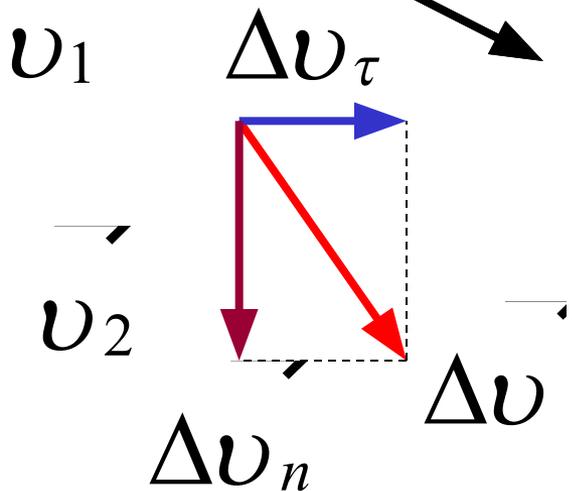
***Касательное (тангенциальное)*** ускорение характеризует быстроту *изменения модуля* вектора скорости.

***Полное*** ускорение равно векторной сумме *нормального* и ***тангенциального*** ускорений.

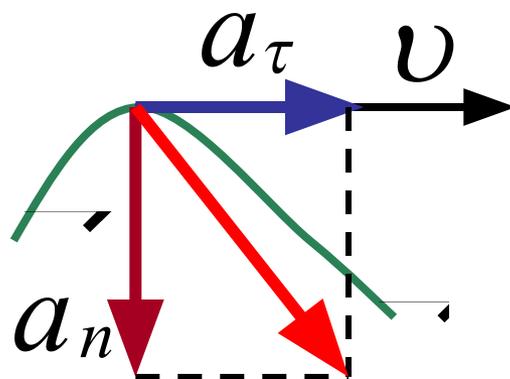


$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_\tau}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

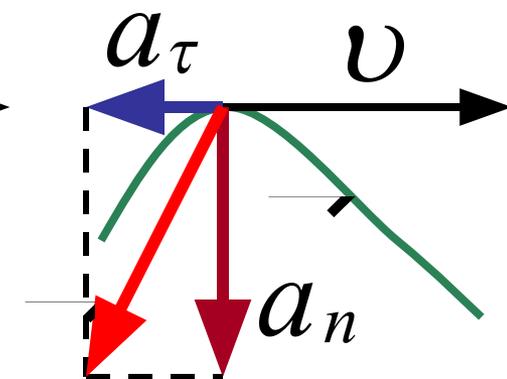


$$\Delta \vec{v} = \Delta \vec{v}_n + \Delta \vec{v}_\tau$$



$$\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{a}_\tau$$

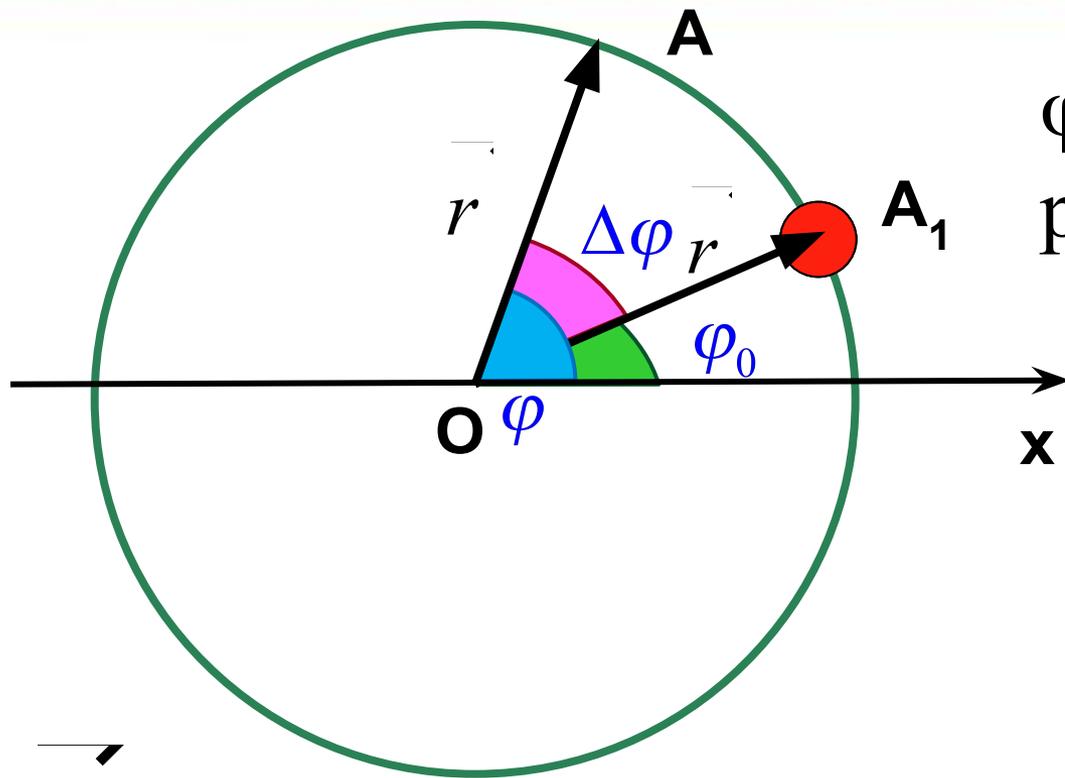
ускоренное



$$\vec{v} \uparrow \downarrow \vec{a}_\tau$$

замедленное

# Угловая скорость и угловое ускорение.



$\varphi$ - угол поворота  
радиус-вектора

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$$

Равномерное  
прямолинейное  
движение  
(аналогия)

$$x = x_0 + \Delta x$$

*радиус вектор*

**Радиус-вектор** точки –  
это *вектор*, начало которого  
совпадает с началом системы  
координат, а конец - с данной  
точкой.

**Угловая скорость** характеризует быстроту изменения угла поворота.

**Угловой скоростью** при равномерном движении по окружности называется отношение угла поворота  $\Delta\varphi$  радиус-вектора к промежутку времени  $\Delta t$ , за который этот оборот произошел.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad [\omega] = \left[ \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$$

За один полный оборот  $\Delta\varphi=2\pi$ ,  $\Delta t=T$ .

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \quad \Delta t = t - t_0$$

если  $t_0 = 0$  то  $\Delta t = t$

$$\Delta\varphi = \omega t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

Равномерное  
прямолинейное  
движение  
(аналогия)

$$x = x_0 + v_x t$$

**Угловое ускорение** величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости точки.

**Угловым ускорением** при равнопеременном движении по окружности называется отношение изменения угловой скорости  $\Delta\omega$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за которое это изменение произошло.

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad [\beta] = \left[ \frac{\text{рад}}{c^2} \right]$$

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

Равнопеременное  
прямолинейное движение  
(аналогия)

$$\beta = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}$$

$\omega = \omega_0 + \beta t$     Скорость при равнопеременном движении по окружности

$+\beta$     ускоренное  
 $-\beta$     замедленное

Равнопеременное  
прямолинейное  
движение  
(аналогия)

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}$$

$+\beta$  ускоренное

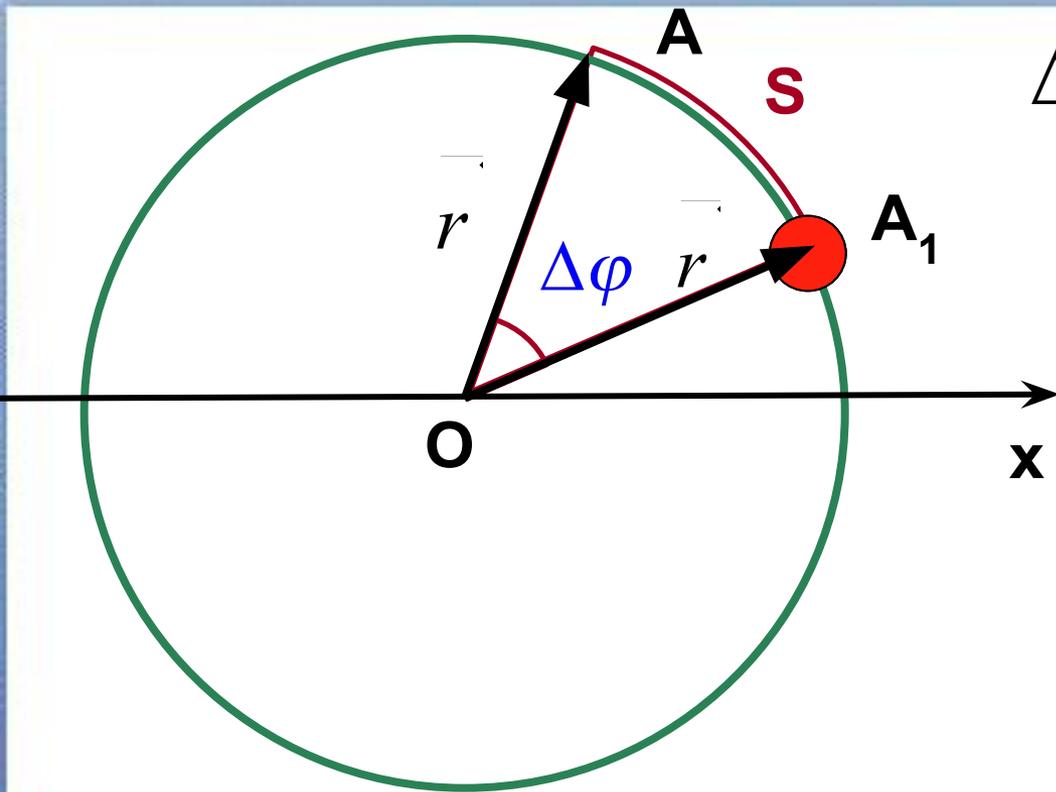
$-\beta$  замедленное

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Уравнение  
равнопеременного  
движения точки по  
окружности

Равнопеременное  
прямолинейное  
движение  
(аналогия)

# Связь между линейными и угловыми величинами.



$\Delta\varphi$ - центральный угол

$$S = \Delta\varphi R$$

$$v = \frac{S}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi R}{\Delta t}$$

$\omega$

$$v = \omega R$$

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$$

$$v = \omega R$$

$$a_{\text{ц}} = \frac{\omega^2 R^2}{R}$$

$$a_{\text{ц}} = \omega^2 R$$

$$a_{\tau} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(R\omega)}{\Delta t} = \frac{R\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow \beta$$

$$a_{\tau} = R\beta$$