

Механические колебания

На дом: § 18 - 20



**Механические колебания –
раздел механики, изучающий особый вид
движения – колебания.**



Колебания – это движения или процессы, которые точно или приблизительно повторяются через определенные интервалы времени.

Свободные

**Колебания, возникающие при однократном воздействии внешней силы (первоначальном сообщении энергии) и при отсутствии внешних воздействий на колебательную систему.
Затухающие.**

Вынужденные

**Колебания, возникающие под действием внешних, периодически изменяющихся сил (при периодическом поступлении энергии извне к колебательной системе)
Продолжаются по мере воздействия внешней силы.**

- ***Механические колебания*** – это колебания механических величин (смещения, скорости, ускорения, энергии и т.п.).
- ***Колебательная система*** – это система тел, совершающих колебания.

Условия возникновения свободных колебаний

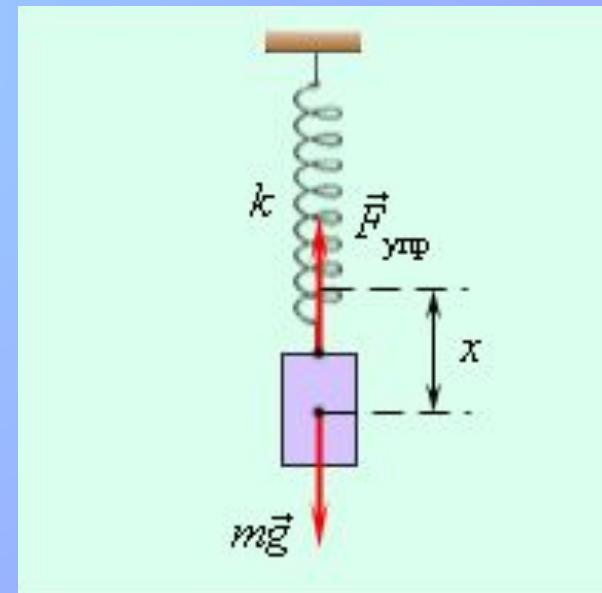
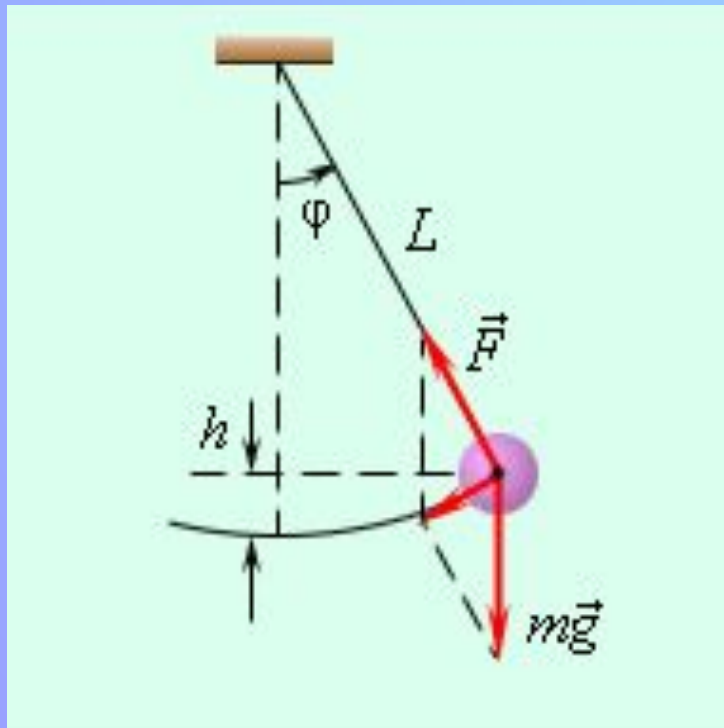
- 1. Колебательная система должна иметь положение устойчивого равновесия.**
- 2. При выведении системы из положения равновесия должна возникать равнодействующая сила, возвращающая систему в исходное положение**
- 3. Инертность системы**
- 4. Силы трения (сопротивления) очень малы.**

Маятник – это подвешенное на нити или закреплённое на оси тело, которое может совершать колебания под действием силы тяжести.

Маятники бывают:

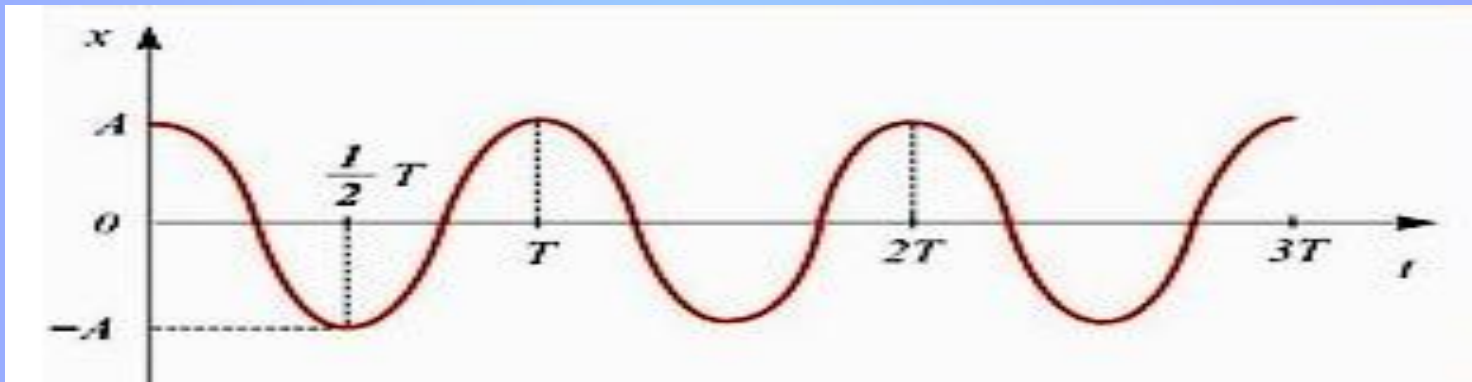
нитяной (математический)

пружинный



Гармонические колебания

Гармоническим называется колебание периодически повторяющееся, при котором координата тела меняется во времени по закону синуса или косинуса.



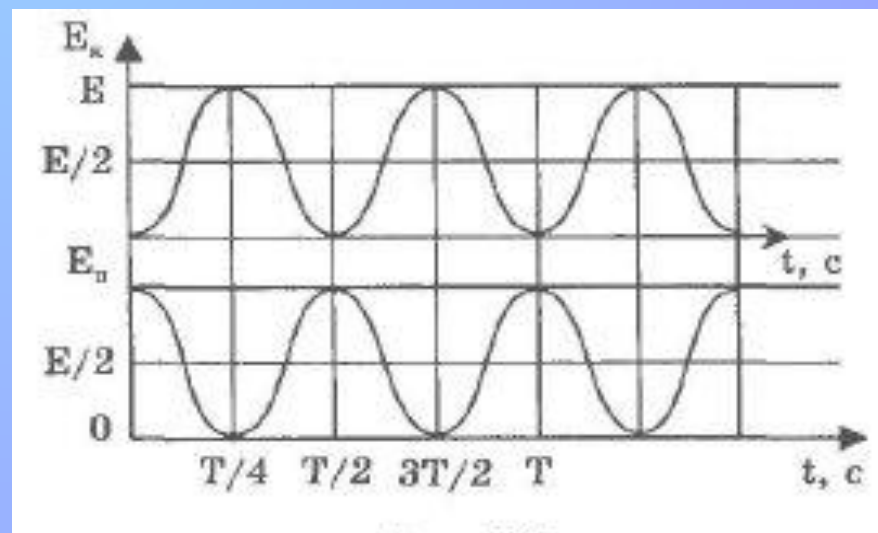
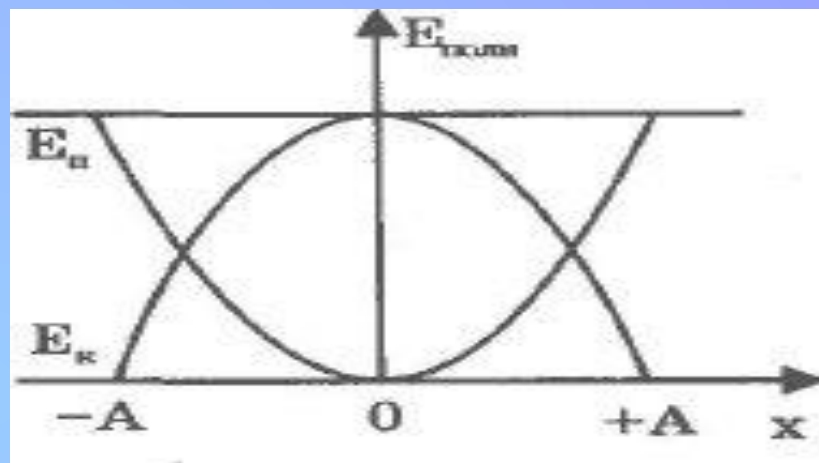
$$X = A \sin (\omega t + \varphi_0) = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right)$$

$$X = A \cos (\omega t + \varphi_0) = A \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right)$$

Уравнения
гармонического
колебания

Превращение энергии в процессе колебаний

- график зависимости потенциальной и кинетической энергии пружинного маятника от координаты X
- качественные графики зависимостей кинетической и потенциальной энергии от времени



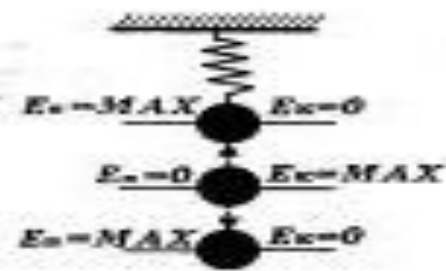
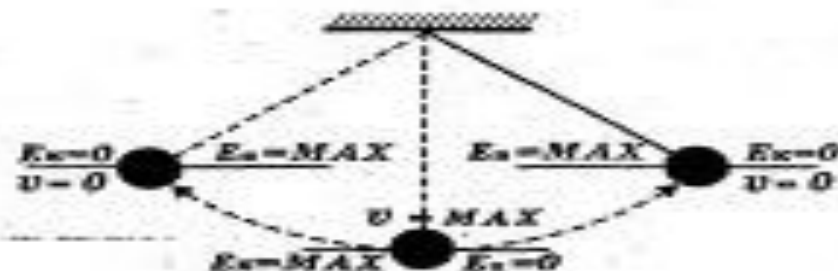
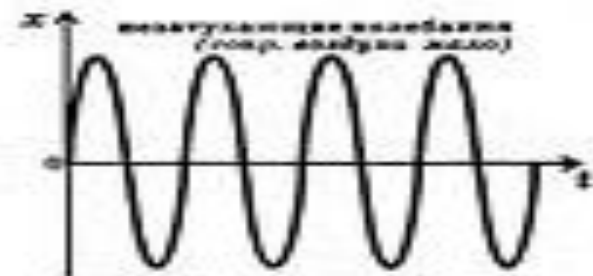
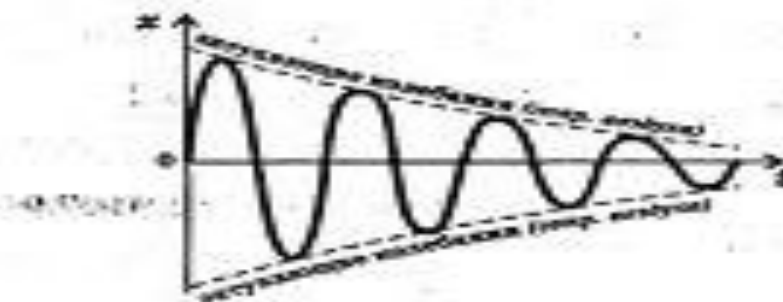
ЭНЕРГИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Прямо пропорциональна квадрату амплитуды.

Например, энергия колебаний пружинного маятника $W = \frac{kx_M^2}{2}$.

При колебаниях происходят превращения кинетической энергии W_k в потенциальную W_p и обратно.

В отсутствие сил трения $W_k + W_p = \text{const}$. Следовательно, $\frac{kx_M^2}{2} = \frac{mv_M^2}{2}$.



Резонанс

это явление, при котором резко возрастает амплитуда вынужденных колебаний (происходит наиболее полная передача энергии от одной колебательной системы к другой)

Условия возникновения резонанса:

1. Чем меньше трение, тем больше возрастает амплитуда резонансных колебаний

2. Резонанс наблюдается, когда частота собственных колебаний совпадает с вынужденной частотой

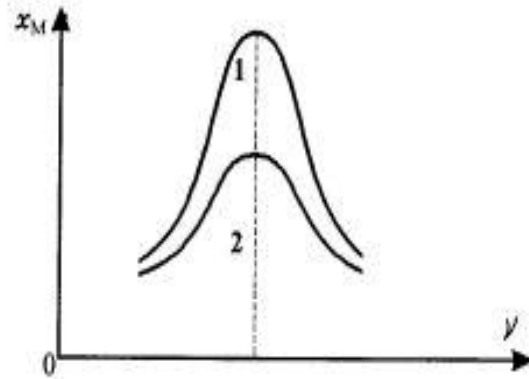
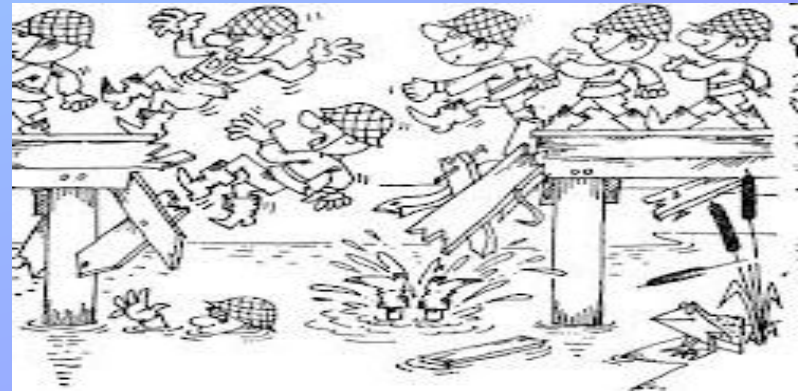


График зависимости амплитуды x_M вынужденных колебаний от частоты γ внешней силы.

1 — малая сила трения; 2 — большая сила трения.



Параметры гармонических колебаний

1. Смещение колеблющейся точки относительно положения равновесия

$$X, [X] = 1 \text{ м.}$$

2. Амплитуда колебаний – это максимальное отклонение точки от положения равновесия

$$A, [X] = 1 \text{ м, } A = X_{\text{max}}.$$

3. Фаза колебаний – угол, определяющий положение точки в данный момент времени

$$\varphi, [\varphi] = 1 \text{ рад (радиан) } \varphi = \omega t + \varphi_0.$$

4. Начальная фаза колебаний – угол, определяющий положение точки в начальный момент времени.

$$\varphi, [\varphi_0] = 1 \text{ рад.}$$

5. Частота периодических колебаний – число колебаний в единицу времени.

$$\nu \quad [\nu] = c^{-1} = 1 \text{ Гц}; \quad \nu = \frac{1}{T}$$

6. Период колебаний – это время одного полного колебания.

$$T, [T] = 1 \text{ с}; \quad T = \frac{1}{\nu}$$

для математического маятника: $T = 2\pi\sqrt{l/g}$;

для пружинного маятника: $T = 2\pi\sqrt{m/k}$.

7. Циклическая частота периодических колебаний.

$$\omega; \quad \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad ; \quad [\omega] = 1 \text{ рад/с} = 1 \text{ Гц}.$$

8. Скорость гармонического колебания:

$$[v] = 1 \text{ м/с}, \quad v = A \cos(\omega t + \varphi_0) = \frac{2\pi A}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right);$$
$$v_{\max} = A\omega = \frac{2\pi A}{T}.$$

9. Собственная циклическая частота:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad - \text{ для математического маятника;}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad - \text{ для математического маятника.}$$

10. Ускорение колеблющейся точки:

$$[a] = 1 \text{ м/с}^2;$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\frac{4\pi^2 A^2}{T^2} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right);$$

$$a_{\max} = A\omega^2 = \frac{4\pi^2 A^2}{T^2}.$$

10.Сила, под действием которой точка некоторой массы совершает гармоническое колебание:

$$[\mathbf{F}] = 1 \text{ Н,}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{ma} = - \frac{4\pi^2 A^2}{T^2} m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right) = - \frac{4\pi^2 m}{T^2} x = -kx,$$

$$\mathbf{F}_{\text{возвр}} = - \mathbf{mg} \frac{x}{l}, \quad \mathbf{F}_{\text{упр}} = - \mathbf{k\Delta x}.$$