Тема 1.4. Плоская система произвольно расположенных сил.

Иметь представление:

О главном векторе, главном моменте, равнодействующей плоской системы произвольно расположенных сил.

Знать:

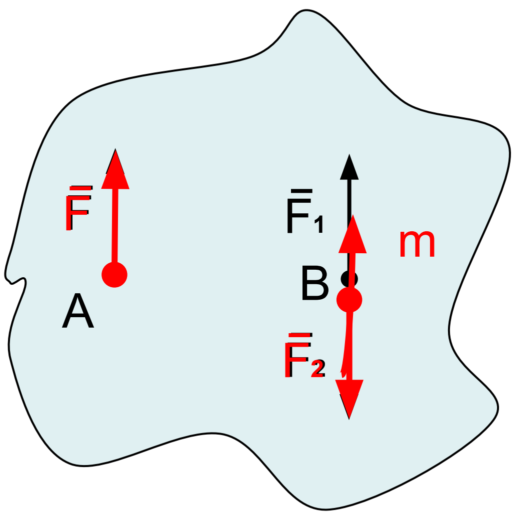
Теорему Пуансо о приведении силы к точке, приведение плоской системы сил к точке, три формы уравнений равновесия.

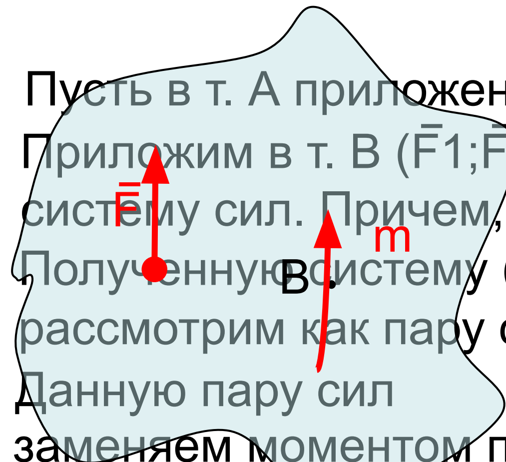
Уметь:

Заменять произвольную плоскую систему сил одной силой и одной парой.

Теорема Пуансо о параллельном переносе силы.

Силу можно перенести параллельно линии её действия, при этом нужно добавить пару сил с моментом, равным произведению модуля силы на расстояние, на которое перенесена сила.





Пусть в т. A приложена сила $\bar{F}$.
Приложим в т. B $(\bar{F}1;\bar{F}2) \equiv 0$ – уравновешенную систему сил. Причем, $F=F_1=F_2$.
Полученную систему $(\bar{F};\bar{F}_1;\bar{F}_2)$ рассмотрим как пару сил $(\bar{F};\bar{F}_2)$ и силу $\bar{F}_1$.
Данную пару сил заменяем моментом пары m
Этот момент m равен моменту переносимой силы $\bar{F}$ относительно новой точки приведения, т.е.

$$m=m(\bar{F},\bar{F}_2)=m_B(\bar{F})=-F\cdot AB$$

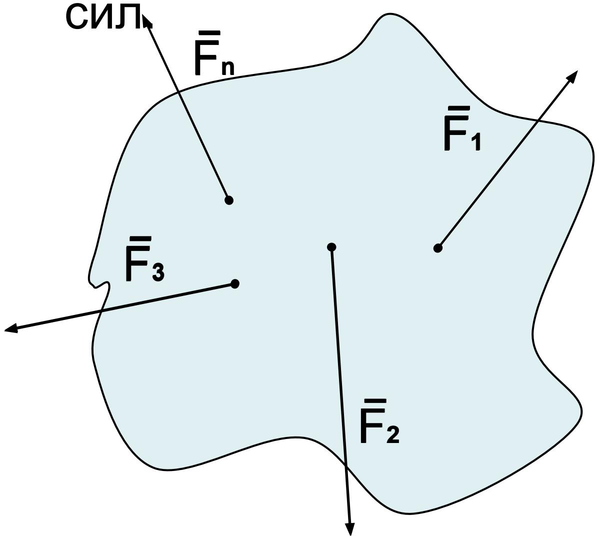
$$m=m(\bar{F},\bar{F}_2)=m_B(\bar{F})=-F\cdot AB$$

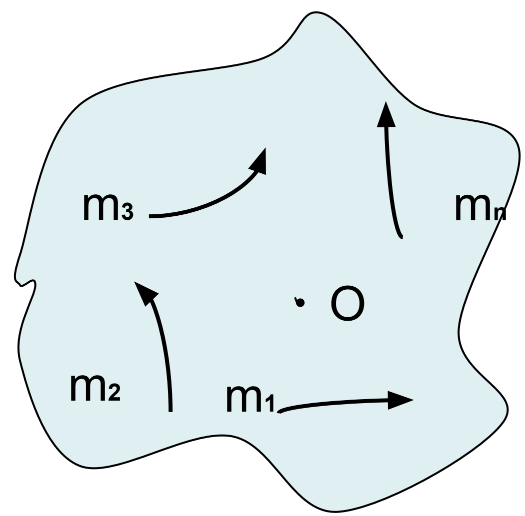
Приведение плоской системы сил к одному центру.

Плоской называется система, силы которой как угодно расположены в одной плоскости. Для оценки состояния тела такую систему следует упростить. Для этого все силы системы переносят в одну произвольно выбранную точку – точку привидения на основании теоремы Пуансо.

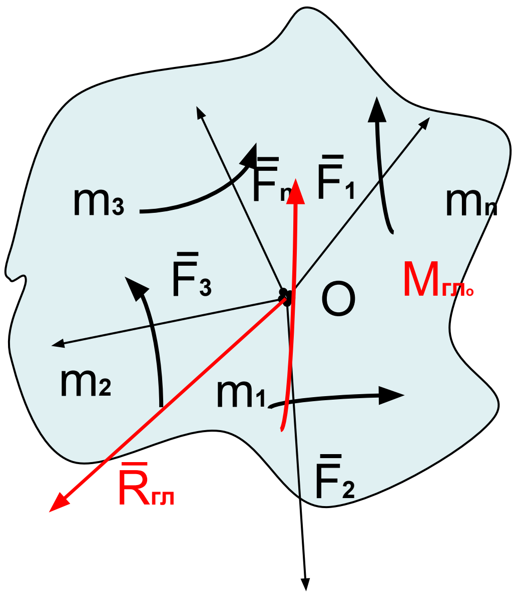
Перенося силу параллельно в любую точку плоскости, добавляют пару сил. Появившиеся при переносе пары называют ***присоединенными парами***.

Пусть к телу приложена($\bar{F}_1$,..$\bar{F}_n$)-плоская система произвольно расположенных сил.





Перенесём все силы в т. О, добавляя к каждой пару сил с моментами m_1,…m_n.



В результате полученный пучок сил в т. О ($\bar{F}_1, \ldots \bar{F}_n$)

можно заменить одной силой $\bar{R}_{гл}$ – ***главным вектором системы***

Образующуюся систему пар сил с моментами ($m_1, \ldots m_n$)

Можно заменить одной эквивалентной парой с моментом $M_{гл_O}$ - ***главным моментом системы***.

Главный вектор равен геометрической сумме векторов произвольной плоской системы сил:

$$\boxed{\bar{R}_{гл} = \sum_{1}^{n} \bar{F}_k}$$

Главный момент системы сил равен алгебраической сумме моментов сил системы относительно точки приведения: $M_o = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n$

$$\boxed{M_{глo} = \sum m_o(\bar{F}_к)}$$

Таким образом, *произвольная плоская система сил приводится к одной силе* (главному вектору системы сил) и *одному моменту* (главному моменту системы сил).

Примечание:

Величина главного вектора не зависит от выбора точки приведения.

Величина главного момента зависит от выбора точки приведения, т. к. она меняется в зависимости от положения выбранной точки – меняются расстояния от векторов сил и направление моментов присоединенных пар.

С помощью теоремы Вариньона о моменте равнодействующей можно определить точку на плоскости, относительно которой момент равен нулю. *Тогда произвольная плоская система сил может быть заменена одной силой.*

Эту силу называют *равнодействующей* системы сил - $\bar{R}$

Численно равнодействующая равна главному вектору, но приложена в другой точке, относительно которой главный вектор равен нулю

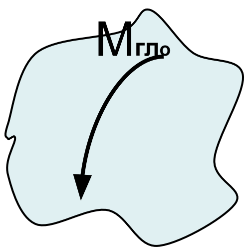
Точку приложения равнодействующей можно определить по формуле:

$$\boxed{a=\frac{M_{гло}}{R_{гл}}},$$

где а – расстояние от выбранной точки приведения до точки приложения равнодействующей.

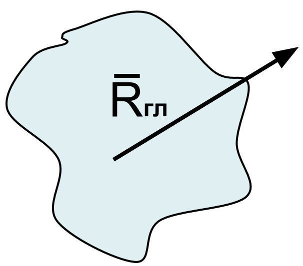
Частные случаи приведения системы сил к точке.

1. $\bar{R}_{гл}=0$, $M_{гло}\neq 0$



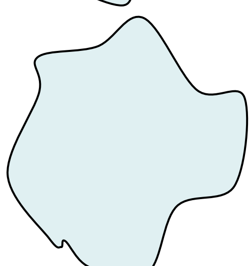
Тело вращается вокруг неподвижной точки.

2. $\bar{R}_{гл}\neq 0$, $M_{гло}=0$



Тело движется прямолинейно и ускоренно.

3. $\bar{R}_{гл}=0$, $M_{гло}=0$



Тело находится в равновесии.

Условие равновесия произвольной плоской системы сил.

Для равновесия произвольной плоской системы сил, необходимо и достаточно, чтобы главный вектор и главный момент системы равнялись нулю:

$$\boxed{\begin{array}{l} \bar{R}_{гл}=0 \\ M_{гло}=0 \end{array}}$$

Аналитически главный вектор определяется: $R_{гл}=\sqrt{R^2_{глx}+R^2_{глy}}=\sqrt{\sum(F_{kx})^2+\sum(F_{ky})^2}=0$

Главный момент определяется по формуле: $M_{гло}=\sum m_o(\bar{F}_k)=0$

Эти равенства выполняются, если:

$$\boxed{\left\{\begin{array}{l} \sum F_{kx}=0 \\ \sum F_{ky}=0 \\ \sum m_o(F_k)=0 \end{array}\right.}$$

- Основная форма условия равновесия

Для того, чтобы твердое тело под действием произвольной плоской системы сил находилось в равновесии, *необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сила проекций всех сил системы на любую ось равнялась нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно любой точки в плоскости действия сил равнялась нулю.*

Существуют еще 2 формы условия равновесия:

$$\begin{cases} \sum F_{kx}=0 \\ \sum m_A(\bar{F}_k)=0 \\ \sum m_B(\bar{F}_k)=0 \end{cases}$$

- Форма А

$$\begin{cases} \sum m_A(\bar{F}_k)=0 \\ \sum m_B(\bar{F}_k)=0 \\ \sum m_C(\bar{F}_k)=0 \end{cases}$$

- Форма В

Итак, для того, чтобы твердое тело под действием произвольной плоской системы сил находилось в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы:

- *Алгебраическая сумма проекций всех сил на ось X равнялась нулю и алгебраическая сумма моментов этих сил относительно 2х разных точек тоже равнялась нулю.*(Форма А)
- *Алгебраическая сумма моментов всех сил относительно 3х разных точек равнялась нулю.*(Форма В)

Примечание:

В форме А силы проецируем на ось Х, не перпендикулярную прямой АВ.

В форме В точки А,В,С не лежат на одной прямой.

Для произвольной плоской системы сил характерны **3 уравнения равновесия.**