

4. МЕХАНИЧЕСКИЕ ПЕРЕДАЧИ.

Вопросы, изложенные в лекции:

4.1 Блок-схема машин. Понятие детали и сборочной единицы. МП.

4.2 Зубчатые передачи

Учебная литература:

Прикладная механика. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стеблов В.С.- М.: Машиностроение, 1985. – 576 с.(315-372)

Детали машин и подъемное оборудование. Под рук. Г.И. Мельникова - М.: Воениздат, 1980. стр. 56-66.

Соловьев В.И. Детали машин (Курс лекций. II часть). - Новосибирск: НВИ, 1997. стр. 87-105.

4.1 Блок-схема машин. Понятие детали и сборочной единицы. МП.

- ▶ Каждая машина обычно состоит из трех частей:
- ▶ двигатель,
- ▶ передаточный механизм (или передача),
- ▶ исполнительный механизм.
- ▶ **Передаточный механизм** необходим для согласования режима работы двигателя с режимом работы исполнительного механизма (обычно, уменьшение частоты вращения, увеличение вращающего момента).

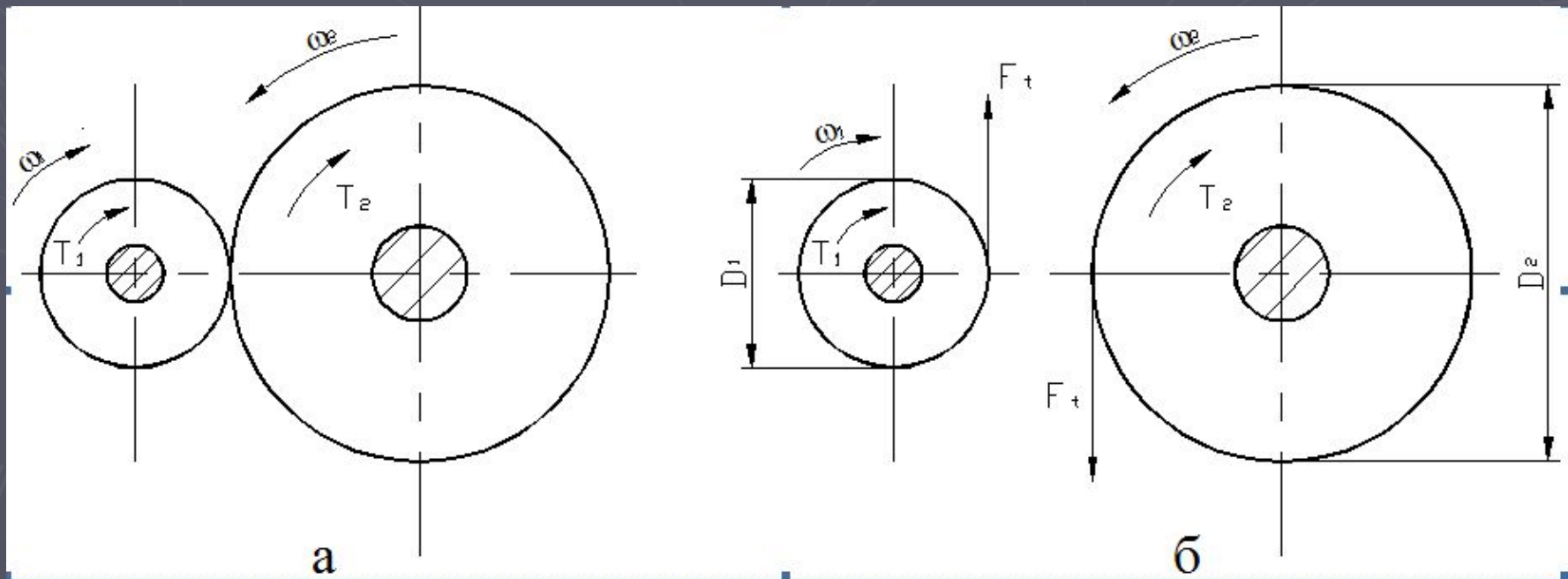
► **Механическими** передачами, или просто **передачами** называют механизмы, передающие работу двигателя исполнительному органу машины. Передавая механическую энергию, передачи одновременно могут выполнять следующие функции:

- понижать (редукторы) и повышать (мультипликаторы) угловые скорости, соответственно повышая или понижая вращающие моменты;
- преобразовывать один вид движения в другой (вращательное в возвратно-поступательное, равномерное в прерывистое и т.д.);
- регулировать угловые скорости рабочего органа машины;
- реверсировать движение (прямой и обратный ход);
- распределять работу двигателя между несколькими исполнительными органами машины.

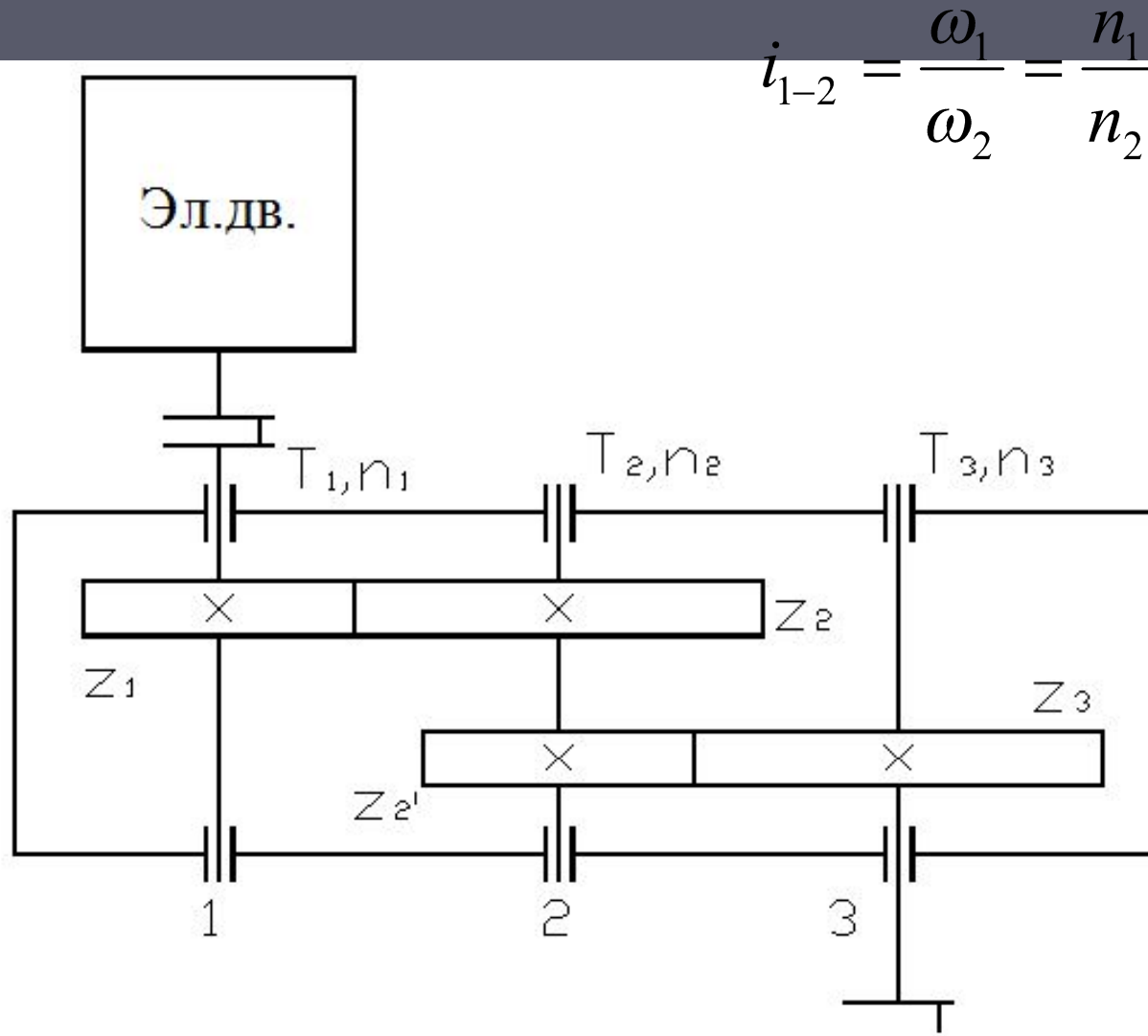
► **Передаточное отношение** - **отношение частот вращения валов в направлении силового потока.**

- ▶ **4.1.2 Классификация передач механической энергии.**
- ▶ В зависимости от принципа действия все передачи делятся на две группы:
- ▶ передачи трением – фрикционные и ременные;
- ▶ передачи зацеплением – зубчатые, червячные, цепные.
- ▶ Все передачи трением имеют повышенный износ рабочих поверхностей, так как в них неизбежно проскальзывание одного звена относительно другого.
- ▶ В зависимости от способа соединения ведущего и ведомого звеньев бывают:
- ▶ передачи непосредственного контакта – фрикционные зубчатые, червячные;
- ▶ передачи гибкой связью – ременные, цепные.
- ▶ Передачи гибкой связью допускают значительные расстояния между ведущим и ведомым валами.

- ▶ **Основные силовые и кинематические соотношения в передачах**
- ▶ Выбор типа передачи и ее применение определяется следующими основными характеристиками:
- ▶ мощностью на ведущем W_1 и ведомом W_2 валах;
- ▶ угловой скоростью ведущего ω_1 и ведомого ω_2 валов (рисунок 4.1).
- ▶ Это две основные характеристики, необходимые для выполнения проектного расчета любой передачи.



Рассмотрим некоторые кинематические и силовые соотношения **на примере двухступенчатого редуктора** (типа привода тигельных машин)



$$i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

В двухступенчатой передаче с приводом от электродвигателя (рисунок 4.2) **при частоте вращения двигателя n_1 вал 2 имеет частоту вращения n_2 , а вал 3 – n_3 . Передаточным отношением ступени i называют отношение угловых скоростей валов 1 и 2.**

► Передаточное отношение ступени i : $i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$ ► (1)

► Тогда $n_2 = n_1 / i_{1-2}; n_3 = n_2 / i_{2-3} = n_1 / i_{1-2} \cdot i_{2-3}$.

► развиваемый электродвигателем крутящий момент при мощности W_1 и угловой скорости вращения ω_1

$$T_1 = \frac{10^3 W_1}{\omega_1} \quad \text{► (2)}$$

► или

$$T_1 = \frac{9550 W_1}{n_1} \quad \text{► (3)}$$

► где T_1 – в Н·мм; W_1 – в Вт; ω_1 – в с^{-1} ; n – в мин^{-1} .

► Коэффициент полезного действия ступени определяют отношением мощности на валах 1 и 2

$$\eta_{1-2} = \frac{W_2}{W_1} \quad \text{► (4)}$$

Тогда мощности на валах 2 и 3

$$W_2 = W_1 \cdot \eta_{1-2}; W_3 = W_2 \cdot \eta_{2-3} = W_1 \cdot \eta_{1-2} \cdot \eta_{2-3}. \quad (5)$$

При известном крутящем моменте на валу 1 T_1 крутящие моменты 2 и 3

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 \cdot i_{1-2} \cdot \eta_{1-2}; \\ T_3 &= T_2 \cdot i_{2-3} \cdot \eta_{2-3} \end{aligned} \quad (6)$$

Привод с крутящим моментом T_3 и частотой вращения n_3 может быть использован при соединении вала 3:

с валом с помощью муфты для вращательного движения;

с валом кривошипно-кулисного механизма для поворота ведомого вала на необходимый угол;

с винтом для поступательного перемещения гайки со столом на определенную длину l .

- ▶ При использовании в приводе кулачковых, мальтистских, рычажных, стержневых механизмов можно получать различные законы движения исполнительного механизма.
- ▶ Зависимость между развиваемым двигателем крутящим моментом $T_{дв}$ и противодействующими моментами определяется **основным уравнением движения механизма:**

$$I_n \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_n}{d\varphi} + T_c = T_{дв}, \quad (7)$$

- ▶ где I_n – момент инерции механизма, приведенный к валу электродвигателя;
- ▶ $\dot{\omega}$ – угловая скорость вращения электродвигателя;
- ▶ T_c – момент сил сопротивления исполнительного механизма, приведенный к валу электродвигателя;
- ▶ φ – угол поворота звена приведения (вала электродвигателя).

В уравнении величину **динамическим моментом.**

$$I_i \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_i}{d\varphi} = T_{\ddot{a}} \quad \text{называют}$$

В случае, когда момент инерции механизма не изменяется с углом поворота φ ,

Тогда уравнение (7) принимает вид

$$\frac{dI_i}{d\varphi} = 0$$
$$T_{\partial} + T_c = T_{\partial \ddot{v}} \quad (8)$$

При определении динамического момента

$$T_{\partial} = I_n \frac{d\omega}{d\varphi} = I_n \varepsilon$$

$\varepsilon = \frac{d\omega}{d\varphi}$ - угловое ускорение звена приведения, рассчитывают при исследовании переходного процесса работы механизма, который типичен для моментов разгона, останова и реверса.

При работе привода в режиме длительной постоянной или незначительно меняющейся нагрузки

$$T_{\partial} = I_n \frac{d\omega}{d\varphi} = 0 \quad (9)$$

Расчеты показывают, что при передаточных отношениях редуктора $i_{\delta} \geq 1$ приведенный к валу электродвигателя момент инерции I_n мало отличается от момента инерции ротора I_p . При расчетах принимают

$$I_n \approx I_p + \frac{I_M}{i_p^2} \approx (1,1 - 1,4)I_p, \quad (10)$$

где I_M – момент инерции приводимого в движение механизма.

В теории электропривода при определении момента инерции ротора электродвигателя используют связь между его величиной и маховым моментом, обозначаемым в каталогах через GD^2 :

$$I_p = MR^2 = \frac{GD^2}{4g}, \quad (11)$$

где M – масса ротора; R – радиус инерции, G – вес тела, Н.

- ▶ Приблизительно моменты инерции звеньев можно вычислить, если звенья условно расчленить на отдельные цилиндры. Тогда искомые моменты инерции определяют как сумму моментов инерции составляющих цилиндров.
- ▶ Для сплошного цилиндра массой M , диаметром d момент инерции относительно продольной оси

$$I = \frac{Md^2}{8}.$$

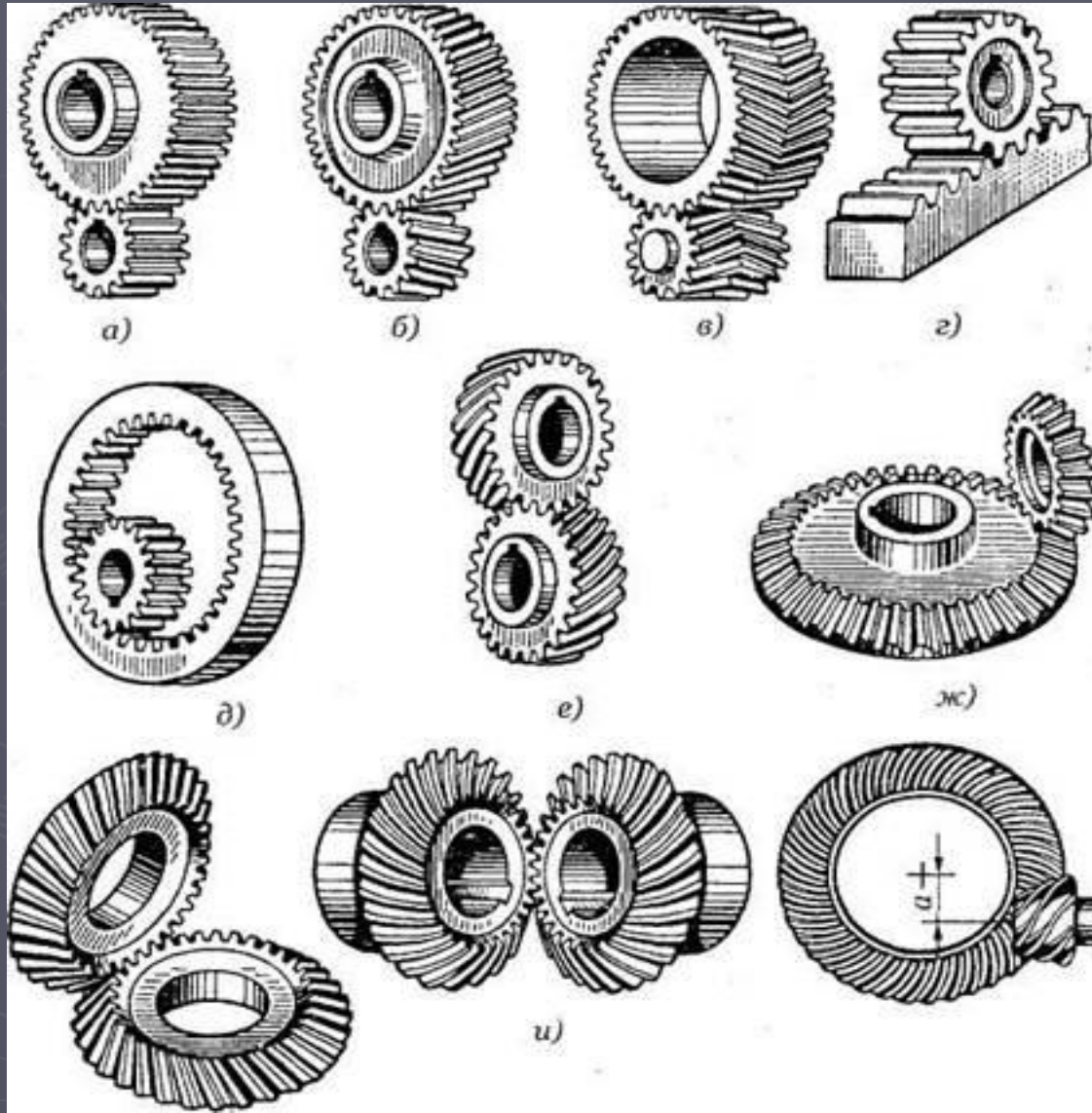
- ▶ При известной плотности ρ и длине l момент инерции цилиндра

$$I = \frac{Md^2}{8} = \frac{\pi d^4 \rho l}{32} = 0,1d^4 \rho l. \quad (12)$$

4.2 Зубчатые передачи

- ▶ **4.2.1 Общие сведения и классификация зубчатых передач**
- ▶ Механизм, в котором два подвижных звена являются зубчатыми колесами, образующими с неподвижным звеном вращательную или поступательную пару, называют **зубчатой передачей** (рис. 4.3).
- ▶ Меньшее из колес передачи принято называть **шестерней**, а большее – **колесом**, звено зубчатой передачи, совершающее прямолинейное движение, называют **зубчатой рейкой** (рис. 4.3, г).
- ▶ При одинаковых размерах колес шестерней называют ведущее зубчатое колесо. Параметры шестерни сопровождаются индексом "1", а колеса – "2".

передачи с внешним зацеплением; г — реечная передача; д — цилиндрическая передача с внутренним зацеплением; е — зубчатая винтовая передача; ж, з, и — конические зубчатые передачи; к — гипоидная передача



Зубчатые передачи и колеса классифицируют по следующим признакам (см. рис. 4.3):

- ▶ **- по взаимному расположению осей** колес: с параллельными осями (цилиндрические, см. рис. 4.3, а—д), с пересекающимися осями (конические, см. рис. 4.3, ж—и), со скрещивающимися осями (винтовые, см. рис. 4.3, е, гипоидные, см.рис. 4.3,к), с преобразованием движения (реечные, см. рис. 4.3, г);
- ▶ **- по расположению зубьев** относительно образующих колес: прямозубые (продольная ось зуба параллельна образующей поверхности колеса (рис. 4.3, а)); косозубые (продольная ось зуба направлена под углом к образующей поверхности колеса (рис. 4.3, б)); шевронные (зуб выполнен в форме двух косозубых колес со встречным наклоном осей зубьев (рис. 4.3, в)); с круговым зубом (ось зуба выполнена по окружности относительно образующей поверхности колеса);
- ▶ **- по направлению** косые зубья бывают правые и левые.
- ▶ **- шевронные колеса по виду шеврона** бывают с непрерывным шевроном (см. рис. 4.3,в) и имеющие между полушевронами канавку для выхода режущего инструмента.
- ▶ **- по конструктивному оформлению:** открытые (бескорпусные) и закрытые (корпусные). Конструктивно зубчатые передачи большей частью выполняют закрытыми в общем жестком и герметичном корпусе, что обеспечивает им высокую точность сборки и защиту от загрязнения.

- ▶ - **по окружной скорости:** тихоходные (до 3 м/с), для средних скоростей (3—15 м/с), быстроходные (св. 15 м/с);
- ▶ - **по числу ступеней:** одно- и многоступенчатые;
- ▶ - **по расположению зубьев** в передаче и колесах: внешнее (зубья направлены своими вершинами от оси вращения колеса (см. рис. 4.3, а, б, в)), внутреннее (зубья одного из зацепляющихся колес направлены своими вершинами к оси вращения колеса (см. рис. 4.3, д)) и реечное зацепление (одно из колес заменено прямолинейной зубчатой рейкой (см. рис. 4.3, г));
- ▶ - **по форме профиля зуба:** эвольвентные - рабочий профиль зуба очерчен по эвольвенте круга (линия описываемая точкой прямой, катящейся без скольжения по окружности); циклоидальные - рабочий профиль зуба очерчен по круговой циклоиде (линия описываемая точкой окружности, катящейся без скольжения по другой окружности); цевочное (разновидность циклоидального) – зубья одного из колес, входящих в зацепление, заменены цилиндрическими пальцами – цевками; с круговым профилем зуба (зацепление Новикова) – рабочие профили зубьев образованы дугами окружности практически одинаковых радиусов.
- ▶ - **по относительной подвижности геометрических осей** зубчатых колес: с неподвижными осями колес - рядовые передачи; с подвижными осями некоторых колес - планетарные передачи.
- ▶ - **по жесткости зубчатого венца колес**, входящих в зацепление: с колесами неизменяемой формы (с жестким венцом); включающая колеса с венцом изменяющейся формы (гибким).

- ▶ - **по величине передаточного числа:**
- ▶ с передаточным числом $u \geq 1$ – редуцирующие (редукторы - большинство зубчатых передач);
- ▶ с передаточным числом $u < 1$ – мультиплицирующие (мультипликаторы).
- ▶ Реализуемое передаточное число может быть постоянным и ступенчато-регулируемым осевым перемещением колес по валу (в коробках скоростей).
- ▶ -. **по точности зацепления**
- ▶ Стандартом предусмотрено **12 степеней точности**. Практически передачи общего машиностроения изготавливают от шестой до десятой степени точности. Передачи, изготовленные по шестой степени точности, используют для наиболее ответственных случаев.
- ▶ - **по назначению различают:**
- ▶ силовые передачи, предназначенные для передачи мощности;
- ▶ кинематические передачи, то есть передачи, не передающие значительной мощности, а выполняющие чисто кинематические функции.

4.2.2 Достоинства и недостатки зубчатых передач

Основные достоинства зубчатых передач по сравнению с другими передачами:

- технологичность, постоянство передаточного числа;
- высокая нагрузочная способность (до $N=50000$ кВт);
- высокий КПД (до 0,97-0,99 для одной пары колес);
- малые габаритные размеры по сравнению с другими видами передач при равных условиях;
- большая надежность в работе, простота обслуживания;
- сравнительно малые нагрузки на валы и опоры.

К недостаткам зубчатых передач следует отнести:

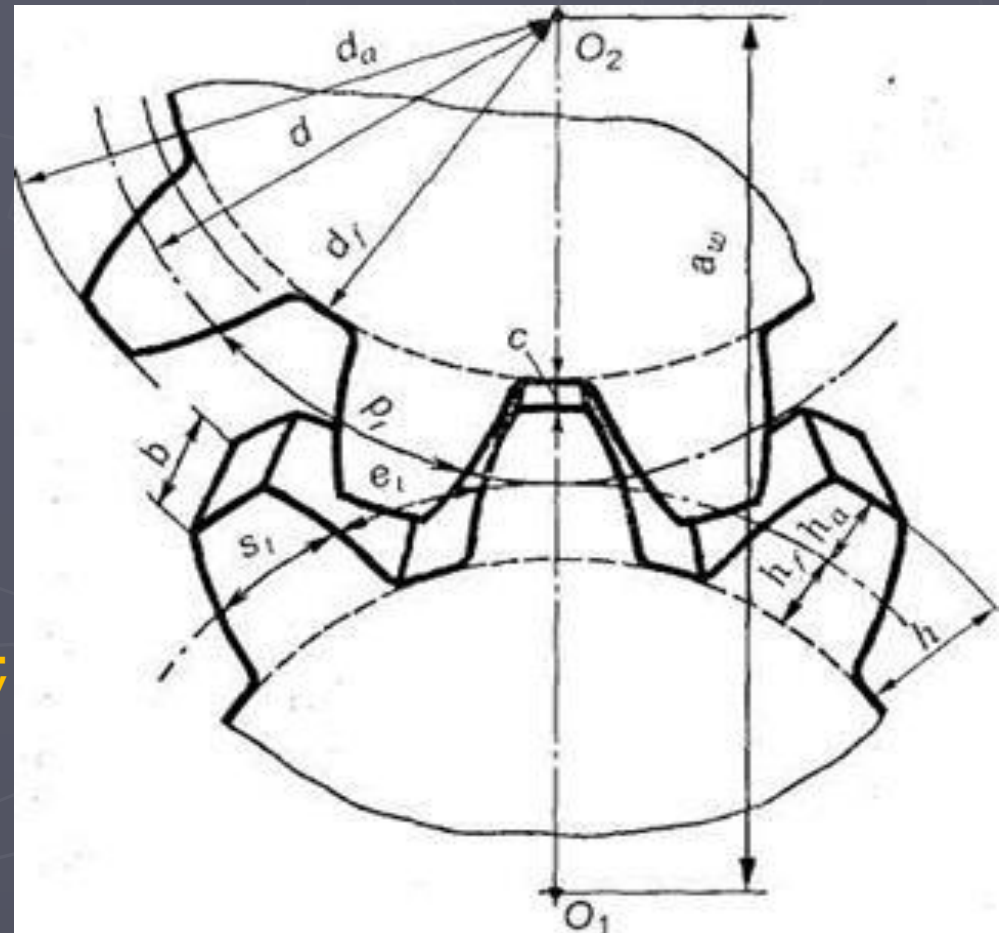
- невозможность бесступенчатого изменения передаточного числа;
- высокие требования к точности изготовления и монтажа;
- шум при больших скоростях; плохие амортизирующие свойства;
- громоздкость при больших расстояниях между осями ведущего и ведомого валов;
- потребность в специальном оборудовании и инструменте для нарезания зубьев;
- высокая жесткость, не позволяющая компенсировать динамические нагрузки;
- нерациональное использование зубьев – в работе передачи одновременно участвуют обычно не более двух зубьев каждого из зацепляющихся колёс;
- зубчатая передача не предохраняет машину от возможных опасных перегрузок.

4.2.3 Основные элементы зубчатой передачи. Термины, определения и обозначения

Одноступенчатая зубчатая передача состоит из двух зубчатых колес - ведущего и ведомого. Параметрам шестерни (ведущего колеса) приписывают при обозначении нечетные индексы (1, 3, 5 и т. д.), а параметрам ведомого колеса — четные (2, 4, 6 и т. д.).

Зубчатое зацепление характеризуется следующими основными параметрами:

- d_a — диаметр вершин зубьев;
- d_f — диаметр впадин зубьев;
- d — начальный диаметр;
- d — делительный диаметр;
- p_t — окружной шаг;
- h — высота зуба;
- h_a — высота головки зуба;
- h_f — высота ножки зуба;
- c — радиальный зазор;
- b — ширина венца (длина зуба);
- e_t — окружная ширина впадины зуба;
- s_t — окружная толщина зуба;
- a_w — межосевое расстояние;
- a — делительное межосевое расстояние;
- Z — число зубьев.



- **Делительная окружность** - окружность, по которой обкатывается инструмент при нарезании. Делительная окружность связана с колесом и делит зуб на головку и ножку.
- **Модулем зубьев m** называется часть диаметра делительной окружности, приходящаяся на один зуб.
- Модуль является основной характеристикой размеров зубьев. Для пары зацепляющихся колес модуль должен быть одинаковым.
- Линейную величину, в π раз меньшую окружного шага зубьев, называют **окружным модулем зубьев** и обозначают m :
$$m = \frac{P_k}{\pi}$$
- Размеры цилиндрических прямозубых колес вычисляют по окружному модулю, который называют расчетным модулем зубчатого колеса, или просто **модулем**; обозначают буквой m . Модуль измеряют в миллиметрах. Модули стандартизованы.

- ▶ **Начальная окружность** — каждая из взаимокасающихся окружностей зубчатых колес передачи, принадлежащая начальной поверхности данного зубчатого колеса.
- ▶ **Начальные окружности являются сопряженными**, т.е. это понятие относится к паре колес, находящихся в зацеплении (к передаче). При изменении межосевого расстояния a_{ω} начальные диаметры тоже соответственно изменяются, так как a_{ω} равно сумме радиусов этих окружностей. Таким образом, у пары колес, находящихся в зацеплении, может быть сколько угодно начальных окружностей, в то время как для отдельно взятого зубчатого колеса понятие начальной окружности вообще лишено смысла.
- ▶ По делительному диаметру d окружные шаги соответствуют стандартному модулю m . Для цилиндрических прямозубых колес, например, $\rho_k = mz$ или $d = mz$.
- ▶ **Основными** называются окружности, по которым развертываются эвольвенты, очерчивающие профили зубьев.

- **Окружностями выступов и впадин** называются окружности, ограничивающие вершины и впадины зубьев.
- **Линией зацепления** называется геометрическое место точек контакта зубьев в зацеплении. В эвольвентном зацеплении линия зацепления - прямая, нормальная к профилю зубьев в полюсе зацепления и касательная к основным окружностям.
- **Углом зацепления α** называется угол между линией зацепления и перпендикуляром к линии центров.
- **Углом наклона спирали** зубьев косозубых шестерен β называется угол между осью зуба и образующей делительного цилиндра или конуса.
- Для определения основных параметров зубчатой передачи принимают делительный радиус. Если межосевое расстояние в передаче равно сумме делительных радиусов, то начальные и делительные окружности в этом случае совпадают. В дальнейшем рассматривается именно такой частный случай зацепления.

► **Высота зуба h** — радиальное расстояние между окружностями вершин и впадин зубчатого колеса:

$$H = h_a + h_f$$

► **Головка зуба** — его часть, расположенная между делительной окружностью цилиндрического зубчатого колеса и окружностью вершин зубьев; h_a — высота головки зуба.

► **Ножка зуба** — часть зуба, расположенная между делительной окружностью и окружностью впадин (высота ножки зуба - h_f).

► **Радиальный зазор** — расстояние между поверхностями вершин зубьев и впадин шестерни и колеса:

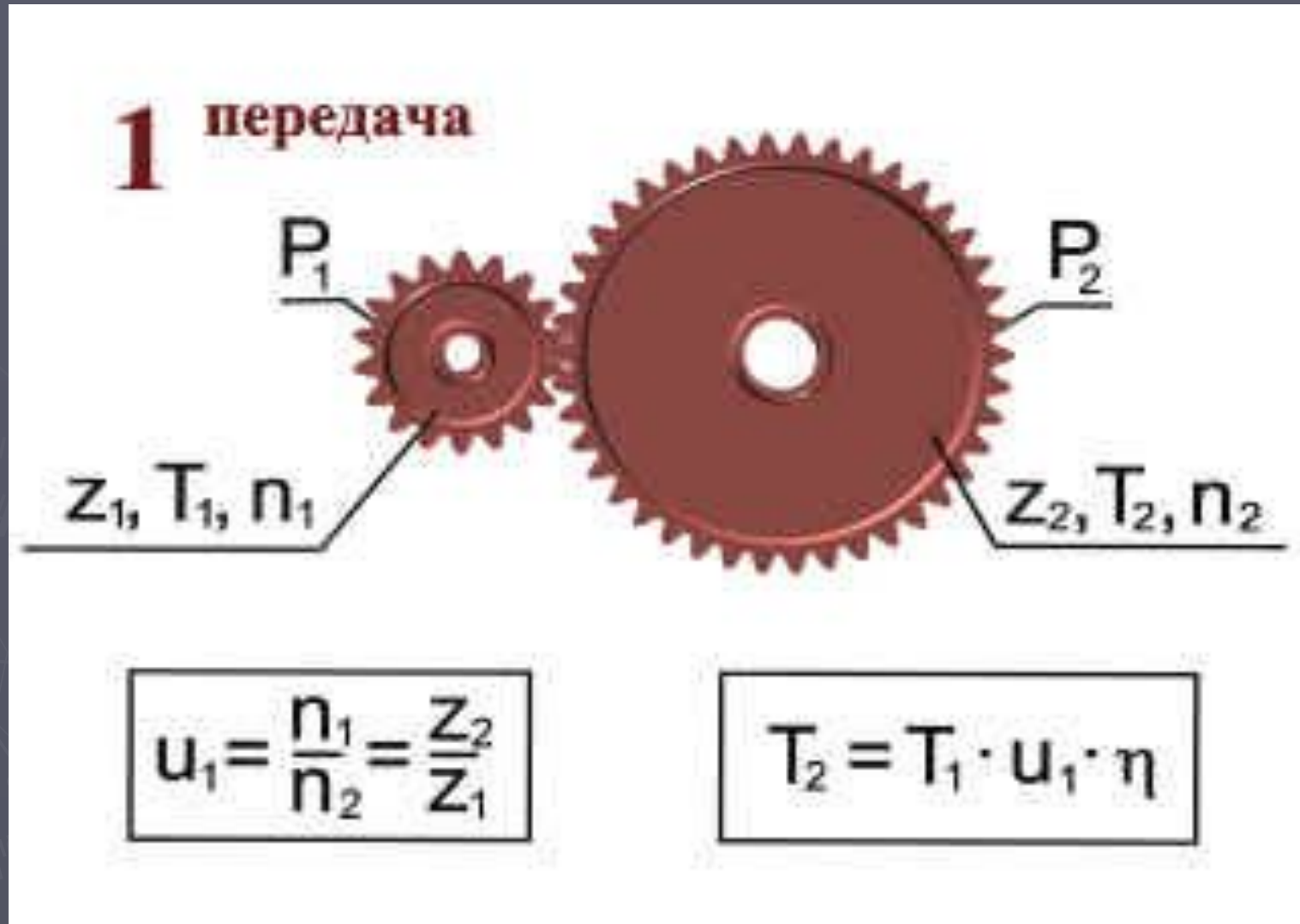
$$c = h_f - h_a$$

► **Окружная толщина зуба s_t** — расстояние между разноименными профилями зуба по дуге concentрической окружности зубчатого колеса.

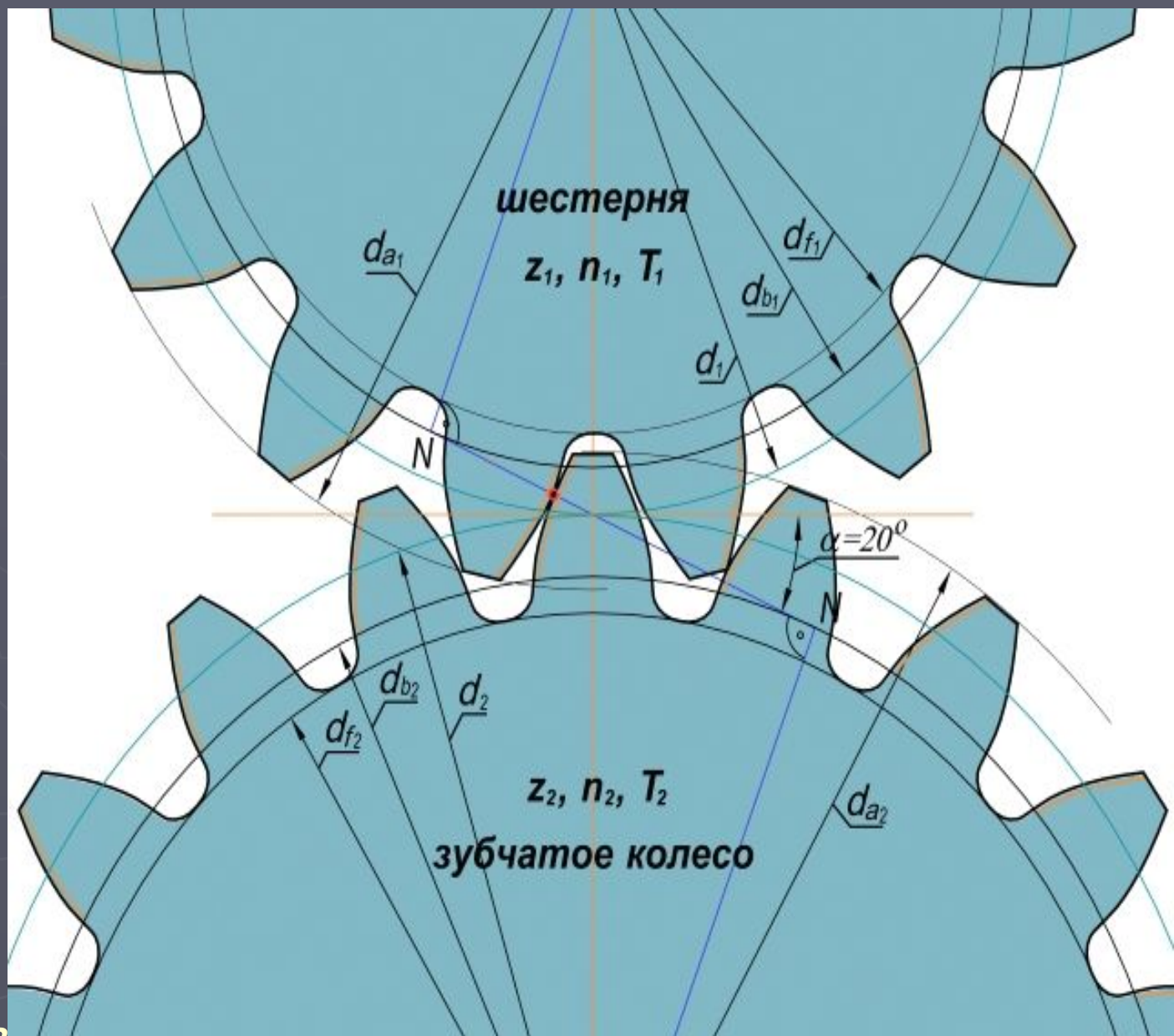
- **Ширина венца b** — наибольшее расстояние между торцами зубьев цилиндрического зубчатого колеса по линии, параллельной его оси.
- **Межосевое расстояние a_{ω}** — расстояние между осями зубчатых колес передачи.
- **Основную теорему зацепления** можно сформулировать так: *общая нормаль к профилям зубьев в точке их касания пересекает межосевую линию в точке P , называемой полюсом зацепления и делящей межосевое расстояние на отрезки, обратно пропорционально угловым скоростям.*
- В процессе работы сопряженных (эвольвентных) профилей точка их касания все время перемещается по прямой LN .
- Эту прямую называют **линией зацепления**.
- **Длина линии зацепления q_a** — отрезок линии зацепления, отсекаемый окружностями вершин зубьев сопряженных колес. Он определяет начало и конец зацепления пары сопряженных зубьев. Длина зацепления — активная часть линии зацепления.

- ▶ **4.2.4 Цилиндрические прямозубые передачи.**
Устройство и основные геометрические соотношения
- ▶ *Зубчатую передачу с параллельными осями, у колес которой поверхности по диаметру выступов цилиндрические, называют цилиндрической.*
- ▶ Цилиндрическая прямозубая зубчатая передача состоит из двух или нескольких пар цилиндрических зубчатых колес с прямыми зубьями (рис.4.4).
- ▶ Эта передача наиболее проста в изготовлении.
- ▶ Применяется как в открытом, так и в закрытом исполнении.

Рис. 4.4 - Цилиндрическая прямозубая передача



Передаточное число u ограничивается габаритными размерами передачи. Для одной пары цилиндрических зубчатых колес $z_2/z_1 = u \leq 12,5$. Геометрические соотношения размеров прямозубой цилиндрической передачи с эвольвентным профилем зуба в таблице.



Параметр, обозначение	Расчетные формулы
Модуль m	$m = \frac{p}{\pi}; m = \frac{d}{z}; m = \frac{d}{z+2}; m = \frac{2a_w}{z_2}$
Диаметр вершин зубьев d_a	$d_a = m(z+2)$
Делительный диаметр d	$d = mz$
Диаметр впадин зубьев d_f	$d_f = m(z-2,5)$
Высота зуба h	$h = 2,25m$
Высота головки зуба h_a	$h_a = m$
Высота ножки зуба h_f	$h_f = 1,25m$
Окружная толщина зуба s_t	$s_t = \frac{\pi m}{2}$
Окружная толщина впадин зубьев e_t	$e_t = \frac{\pi m}{2}$
Радиальный зазор c	$c = 0,25m$
Межосевое расстояние	$a_w = \frac{m z_2}{2}$
Окружной шаг p_t	$p_t = m$
Длина зуба (ширина венца) $=b$	$b_w = b = m \Psi_m$

Таблица. Значение коэффициента



$\Psi_{\text{вк}} = b_{\text{вк}} / m,$ не более	НВ	Характеристика конструкции
45-30 30-20	До 350 Свыше 350	Высоконагруженные точные передачи. Валы, опоры и корпуса повышенной жесткости
30-25 20-15 15-10	До 350 Свыше 350	Обычные передачи редукторного типа в отдельном корпусе с достаточно жесткими валами и опорами. Передачи низкой точности с консольными валами

Кинематические параметры зубчатых передач – это **угловые скорости** ω_1 и ω_2 , **частоты вращения** n_1 , n_2 ведущего и ведомого зубчатых колес и **передаточное число** u зубчатой передачи, вычисляемое по соотношению

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4.5)$$

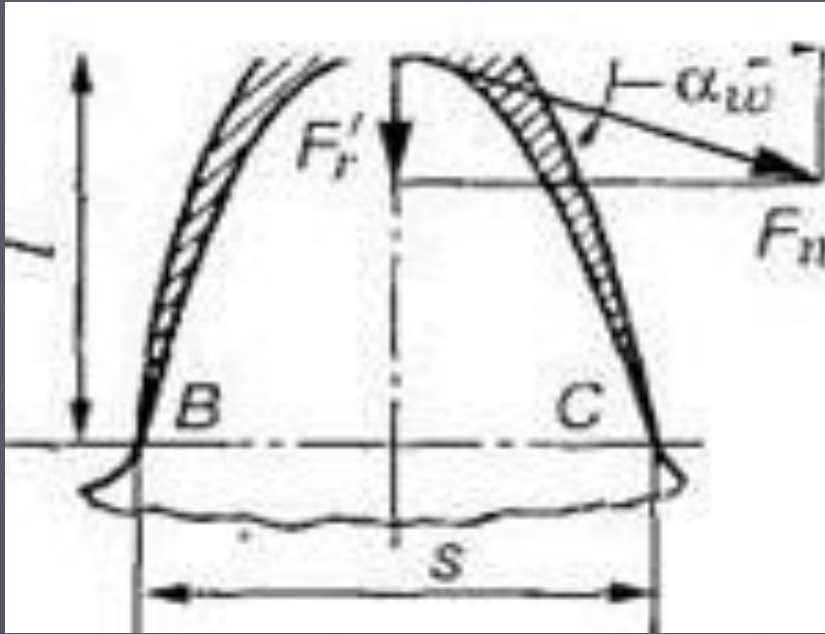
Учитывая вышеизложенное, нетрудно установить, что

$$a_w = d_1 \cdot (u + 1) / 2 \quad (4.6)$$

Для нормальной работы зубчатой передачи (обеспечение плавности работы, отсутствие излишних вибраций и инерционных сил, относительно высокий КПД зубчатого зацепления) **форма рабочей поверхности профиля зубьев должна удовлетворять следующим требованиям:**

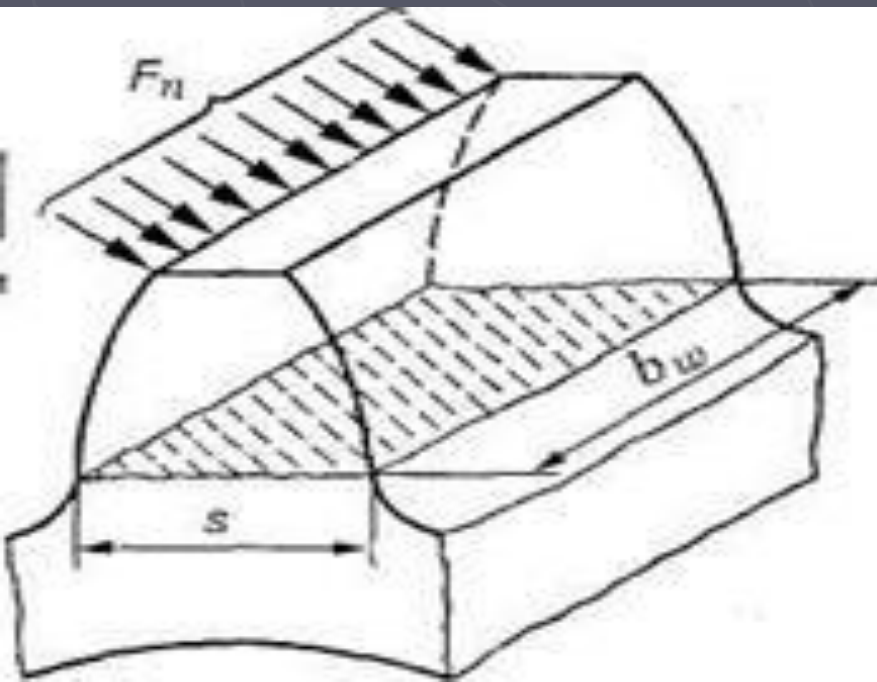
- 1) в течение времени взаимодействия рабочих поверхностей двух сопряженных зубьев ведущего и ведомого колес передаточное отношение должно сохраняться постоянным (основная теорема зубчатого зацепления);
- 2) профиль зуба должен обеспечивать выполнение условия **1** при зацеплении данного колеса с любым другим колесом того же модуля;
- 3) профиль зуба должен обеспечивать возможность изготовления колеса любого диаметра одним инструментом;
- 4) инструмент для нарезания зубьев должен быть простым и легко доступным для изготовления и контроля.

Схема расчета зубьев на изгиб



На рис. показан профиль балки равного сопротивления (s — толщина зуба в опасном сечении; l — плечо изгибающей силы; b_{ω} — длина зуба; F_n — нормальная сила, действующая на зуб).

Определим силы в опасном сечении корня зуба. Разложим силу F_n в точке А на две составляющие: F_t и F_n , условно принимаем, что сила F_n приложена только к одному зубу (перекрытием пренебрегаем), а сила F_t равна окружной силе на начальной



- ▶ При выводе формул принимают следующие упрощения и допущения:
- ▶ зуб рассматривают как консольную балку прямоугольного сечения, работающую на изгиб и сжатие;
- ▶ вся нагрузка, действующая в зацеплении, передается одной парой зубьев и приложена к их вершинам;
- ▶ нагрузка равномерно распределена по длине зуба $b_{\text{зад}}$

Сила F_t изгибает зуб, а сила F_r сжимает его. Находим:

$$\blacktriangleright F_t = F_n \cos \alpha; \quad F_r = F_n \sin \alpha$$

где α — угол направления нормальной силы F_n приложенной у вершины, который несколько больше угла зацепления;
; $F_n = F / \cos \alpha$ — нормальная сила.

Исходя из изложенного выше, за расчетное напряжение принимают напряжения на растянутой стороне зуба:

$$\sigma_F = \sigma_{F_2} - \sigma_{F_r} \quad \sigma_F = \left(\frac{F_t \cdot l}{W} - \frac{F_r}{A} \right) \leq [\sigma]_{\sigma}$$

Для опасного сечения BC условие прочности:

где σ_F — напряжение изгиба в опасном сечении корня зуба; W — осевой момент сопротивления; $A = s \cdot b_{\omega}$ — площадь сечения ножки зуба.

Выразим l и s в долях модуля зубьев: $l = km$; $s = cm$,

где k и c — коэффициенты, зависящие от формы зуба, т.е. от угла α и числа зубьев Z .

Тогда изгибающий момент в опасном сечении

$$\blacktriangleright M_B = F_t \cdot l = F_t \cdot km;$$

осевой момент сопротивления прямоугольного сечения
зуба

$$W_F = \frac{b_{\text{зад}} z^2}{6} = \frac{b_{\text{зад}} c^2 \text{мм}^2}{6}$$

Подставим в формулу (2) входящие в него
параметры $M_{\text{из}}$ и W_F , введем коэффициенты расчетной
нагрузки (табл. 6), K_{FV} (табл. 7) и теоретический
коэффициент концентрации напряжений K_T .
В результате получим окончательную формулу
проверочного расчета прямозубой передачи на усталость
при изгибе

$$\sigma_F = \frac{Y_F F_t K_{F\beta} K_{FV}}{b_{\text{зад}} W_F} \leq [\sigma]_F$$

где Y_F — коэффициент учитывающий форму зуба и
концентрацию напряжений.

Выведем формулу проверочного расчета прямозубых передач на усталость при изгибе через вращающий момент T_2 .

С учетом того, что

$$F_t = 2T_1/d_1 = 2T_1/mz_1 = 2T_2/mz_1 u; \psi_{bd} = \frac{b}{d_1} mz_1$$

формула проверочного расчета (4) примет вид

$$\sigma_H = Y_H \frac{2T_2}{mz_1^2 \psi_{bd}^2} Y_{Fa} Y_{Fsa} \leq [\sigma]_H$$

где $\sigma_H, [\sigma]_H$, МПа; m , мм; T_2 — вращающий момент на колесе, Нмм; Z_1 — число зубьев шестерни; ψ_{bd} — коэффициент длины зуба (ширины венца) по делительному диаметру.

Из формул (5) и (6) получаем формулы

$$T_2 = \frac{10^6 P_1}{\omega_1} \cdot u \cdot \eta$$

проектировочного расчета на изгиб

$$P_1 = T_1$$

где $K_m = 1,4$ для прямозубых колес.

$$m = \sqrt[3]{\frac{T_2 Y_{Fa} Y_{Fsa}}{mz_1^2 \psi_{bd}^2 [\sigma]_H}}$$

- **4.2.5 Расчет цилиндрической прямозубой передачи на контактную прочность**
- Расчет прочности контактирующих поверхностей зубьев основан на **ограничении наибольших нормальных напряжений**.
- При выводе формул приняты следующие допущения: зубья рассматривают как два находящиеся в контакте цилиндра с параллельными образующими (радиусы этих цилиндров принимают равными радиусам кривизны профилей зубьев в полюсе зацепления); нагрузку считают равномерно распределенной по длине зуба; контактирующие профили предполагают неразделенными масляной пленкой.
- На основании этих допущений к расчету зубчатых колес можно применить результаты исследований на контактную прочность цилиндрических роликов. Наибольшие нормальные контактные напряжения возникают в точках, лежащих на очень малой глубине под линией контакта по формуле Герца—Беляева:

(4.5)

- Где q — расчетная удельная нормальная нагрузка;
- $\rho_{пр}$ — приведенный модуль упругости материалов зубьев;
- $\rho_{пр}$ — приведенный радиус кривизны профилей зубьев шестерни и колеса;
- μ — коэффициент Пуассона.

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{q E_{\text{пр}}}{2 \pi \rho_{\text{пр}} (1 - \mu^2)^2}}$$

Для прямозубых колес без учета коэффициентов нагрузки

$$\sigma_H = F_{\Sigma n} / l_{\Sigma} \quad (17)(4.6)$$

где $F_{\Sigma n} = F_n / \cos \alpha_{\Sigma}$ — нормальная сила, действующая на зуб (см. рис. 4.9); F_t — окружная сила;

$l_{\Sigma} = b_{\Sigma} K_{\Sigma} \varepsilon_{\Sigma}$ — суммарная длина контактной линии (для прямозубых передач;

$l_{\Sigma} = b_{\Sigma}$ — ширина венца, так как $K_{\Sigma} \varepsilon_{\Sigma} \approx 1,00$;

здесь $K_{\Sigma} = 0,95$ — коэффициент, учитывающий непостоянство суммарной длины контактной линии); ε_{Σ} — коэффициент перекрытия.

Для учета неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий, а также для учета динамических нагрузок вследствие погрешности изготовления и деформации деталей передачи вводят коэффициент нагрузки $K = K_{\text{дин}} K_{\text{гр}}$.

Отсюда (4.7)

$$\sigma_H = \frac{F_n K_{\text{дин}} K_{\text{гр}}}{b_{\Sigma} K_{\Sigma} \varepsilon_{\Sigma} \cos \alpha_{\Sigma}}$$

► Приведенный модуль упругости $E_{пр} = 2E_1E_2/(E_1+E_2)$, где E_1 и E_2 — модули упругости материалов шестерни и колеса.

► Зубья рассматриваются как цилиндры длиной b_a (ширина зубчатого колеса) и радиусов ρ_1 и ρ_2 , где

$$\rho_1 = \frac{d_1}{2} \sin^2 \alpha_{ca} \quad \rho_2 = \frac{d_2}{2} \sin^2 \alpha_{ca}$$

► Приведенный радиус кривизны зубьев в полюсе

$$\rho_{пр} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{d_1 d_2 \sin^2 \alpha_{ca}}{2(d_1 + d_2)} = \frac{d_1 \sin^2 \alpha_{ca}}{2} \frac{u}{u \pm 1}$$

► Здесь знак «плюс» для внешнего зацепления, знак «минус» — для внутреннего зацепления.

► Подставляя значения $\rho_{пр}$ и q в формулу (4.6), после преобразований получим (4.8)

$$\sigma_{H0} = \sqrt{\frac{2 E_{пр} 2 F_a K_{H\alpha} K_{H\beta} (u \pm 1)}{\sin 2 \alpha_{ca} 2 \pi (1 - \nu^2) b_{ca} d_1 K_{F\alpha} K_{F\beta} u}}$$

- Обозначим в формуле (4.8) выражение $\sqrt{\frac{2}{\sin 2\alpha_{ex}}}$
- через Z_H — коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев;

- $\sqrt{\frac{E_{np}}{\pi(1-\nu^2)}} = Z_M$ — коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных колес ($Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ — для стальных колес);

- $\sqrt{\frac{1}{E_1 \rho_1 + E_2 \rho_2}} = Z_\epsilon$ — коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линии для (прямозубых передач). $\sqrt{\frac{1}{E_1 \rho_1 + E_2 \rho_2}} = Z_\epsilon \approx 1$

- Получим расчетную формулу, рекомендуемую для проверочного расчета:

(4.9)

$$\sigma_{H1} = Z_{H1} Z_M Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_t (\nu \pm 1)}{d_1 d_{ex} \nu} \frac{1}{b_{H1} b_{H2}}}$$

➤ После подстановки значений $F_t = 2T_2/d_1 u$; $d_1 = 2 \cdot \omega_{ba} / (\nu \pm 1)$

➤ И $b_{ba} = \psi_{ba} \omega_{ba}$

➤ в формулу (4.9) и некоторых преобразований получим удобную для расчета формулу (4.10)

$$\sigma_{ba} = Z_{ba} Z_m Z_e \sqrt{\frac{0,5 T_2 (\nu \pm 1)}{\psi_{ba} \omega_{ba}^2 \nu^2} K_{H\beta} K_{H\alpha}} \leq [\sigma]_{ba}$$

➤ Значение ψ_{ba} определяют по формуле

$$\psi_{ba} = 2 \psi_{ba} / (\nu \pm 1)$$

➤ После некоторых преобразований формулы (4.10) получим формулу проекторочного расчета для определения межосевого расстояния прямозубых зубчатых передач:

➤ Обозначим $\sqrt[3]{0,5(Z_{ba} Z_m Z_e)^2 K_{H\alpha}}$ через вспомогательный коэффициент K (для прямозубых передач при $K_{HV} = 1,25$, $K_a = 49,5 \text{ МПа}^{1/3}$).

$$\omega_{ba} = \omega_{ba} (\nu \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{\psi_{ba} \nu^2 [\sigma]_{ba}^2}}$$

- ▶ Допускаемые контактные напряжения (МПа) при расчете рабочих поверхностей на усталостное выкрашивание рассчитываются по формуле

$$[\sigma]_H = (\sigma_{Hlim} / S_H) Z_R K_{HL}$$

- ▶ Где σ_{Hlim} - предел выносливости рабочих поверхностей зубьев, соответствующий базовому числу циклов перемены напряжений N_{Hlim} МПа (база испытаний N_{H0} определяется по табл.);
- ▶ S_H — коэффициент безопасности ($S_H = 1,1$ при нормализации, улучшении или объемной закалке; при поверхностной закалке и цементации $S_H = 1,2$); Z_R — коэффициент, учитывающий шероховатость сопряженных поверхностей зубьев ($Z_R = 1 \dots 0,9$);
- ▶ K_{HL} — коэффициент долговечности, который учитывает влияние срока службы, режима нагрузки передачи и возможность повышения допускаемых напряжений для коротковременно работающих передач.

- ▶ При постоянной нагрузке (или $N_{HE} = 6000 n_c t_z$) — циклическая долговечность $N_i = 6000 n_c t_z$.
- ▶ При переменной нагрузке расчетная циклическая долговечность определяется по формуле:

- ▶ где K_{HE} — коэффициент приведения переменного режима нагружения к постоянному эквивалентному $N_{HE} = 6000 n_c t_z K_{HE}$

$$K_{HE} = \sum \left(\frac{T_i}{T_{max}} \right)^2 \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{lim}} \right)^m$$

- ▶ В расчетные формулы (4.10) и (4.11) входит меньшее из допускаемых напряжений, установленных для шестерни и колеса. Так как материал **колеса имеет обычно меньшую твердость, чем материал шестерни**, то в большинстве случаев для колеса меньше.

► 4.2.7 Последовательность проектировочного расчета цилиндрической прямозубой передачи

- 1. Определить передаточное число u .
- 2. В зависимости от условий работы передачи выбрать материалы колес, назначить термическую обработку и значения твердости рабочих поверхностей зубьев (табл. 13).
- 3. Определить базу испытаний $N_{НО}$ расчетную циклическую долговечность N_H вычислить коэффициенты и допускаемые напряжения изгиба.
- 4. Выбрать коэффициент длины зуба (ширины венца колеса) и рассчитать .
- 5. Определить межосевое расстояние из условия контактной прочности по формуле (22) и округлить его значение до стандартного.
- 6. Для стандартных редукторов расчетное значение округляют до ближайшего большего значения: 40, 50, 63, 80, 100, 125, (140), 160, (180), 200, (225), 250, (280), 315, (335), 400, (450), 500, (560), 630, (710), 800, (900), 1000 и т. д. до 25 000 (в скобках значения по 2-му ряду стандарта для a_w).
- 7. Задать модуль из соотношения $m=(0,01\ 0,02)$ и округлить его значение до ближайшего стандартного (см. табл. 3). При этом в силовых передачах желательно, чтобы модуль был не менее 1,5-2 мм.

- ▶ 7. Определить суммарное число зубьев Z , передачи, числа зубьев шестерни и колеса.
- ▶ 8. По табл. 8 выбрать коэффициенты формы зубьев Y_{Fi} и Y_{F2} для шестерни и колеса.
- ▶ 9. Проверить прочность зубьев по напряжениям изгиба. При неудовлетворительных результатах
 - ▶ $(\sigma_F \leq [\sigma]_F)$
- ▶ необходимо путем соответствующего изменения числа зубьев и модуля; при том же межосевом расстоянии добиться уменьшения напряжений изгиба, не нарушая при этом условия контактной прочности.
- ▶ 10. Произвести геометрический расчет передачи.
- ▶ 11. Определить окружную скорость колеса v и по табл. 14 назначить соответствующую степень точности зацепления.

Передачи с эвольвентным зацеплением.

Наиболее полно перечисленным требованиям удовлетворяет эвольвентное зацепление, предложенное Леонардом Эйлером (1760 или 65 г.) и широко применяемое в общепромышленной и военной технике.

Основные параметры эвольвентных цилиндрических зубчатых передач стандартизованы.

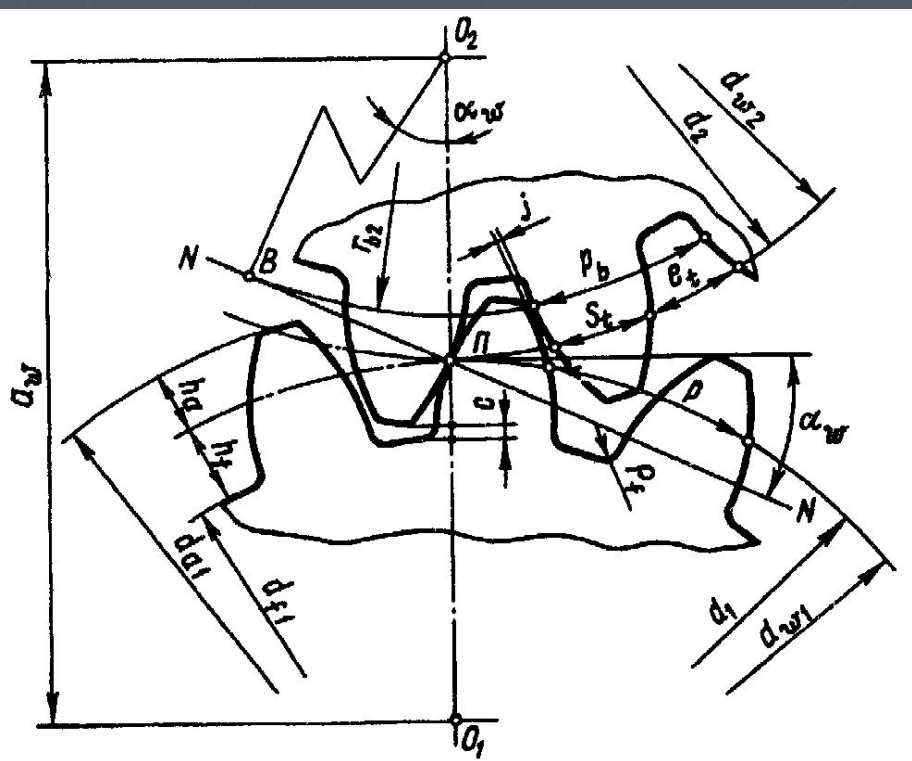


Рис. 4.2. Схема эвольвентного зацепления.

Межосевое расстояние (a_w) - расстояние между осями зубчатых колес O_1 и O_2 .

Линия зацепления (NN) - геометрическое место точек контакта между сопряженными профилями зубьев. Она одновременно является нормалью к профилю боковой (рабочей) поверхности зуба, и потому усилие давления между зубьями всегда направлено по линии зацепления.

Угол зацепления (α_w) - угол между линией зацепления и перпендикуляром к межосевой линии. (стандартный угол зацепления $\alpha_w = 20^\circ$; уменьшенный - $\alpha_w = 15^\circ$; увеличенный - $\alpha_w = 22,5^\circ$).

Основные параметры эвольвентных конических зубчатых передач

Конические зубчатые эвольвентные передачи предназначены для передачи вращательного движения между валами, геометрические оси которых пересекаются. Наиболее часто угол между осями валов составляет 90° , передачи с таким углом принято называть **ортогональными (рис. 4.3)**.

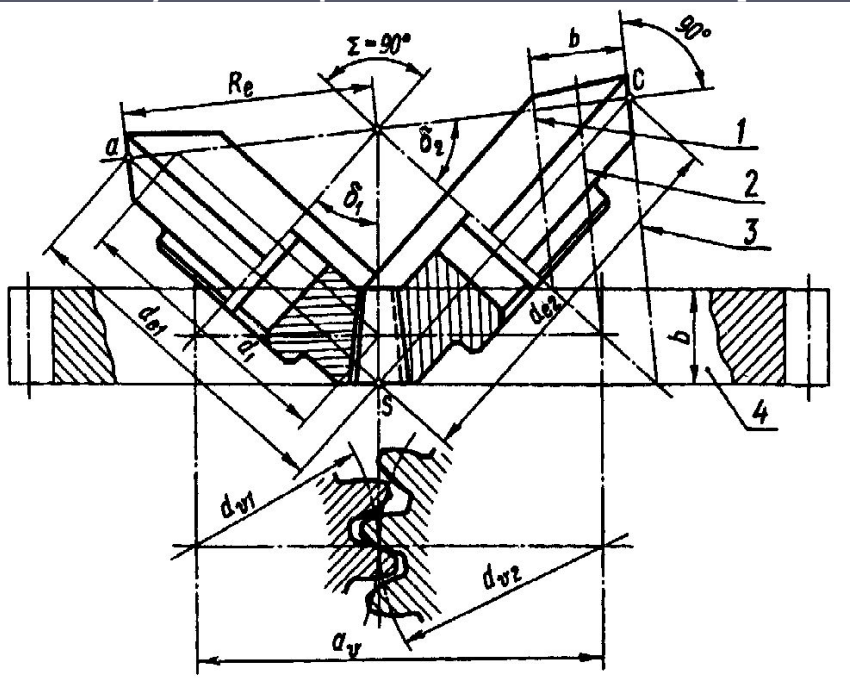


Рис. 4.3. Схема зацепления ортогональной конической передачи:
1, 2, 3 – образующие внутреннего, среднего и внешнего дополнительных конусов

Переменные размеры сечения зубьев колес в конической передаче по длине обуславливают большую трудность изготовления (отсюда ниже точность) и меньшую несущую способность передачи (в среднем на 15%). Конусная образующая поверхность зубчатого венца вызывает появление осевых сил на валах передачи, что является причиной усложнения конструкции опор и всей передачи в целом.

Конус, аналогичный начальному цилиндру цилиндрического колеса, называют **начальным конусом**.

Угол между осью начального конуса и его образующей называют углом **начального конуса** (δ_1 – угол начального конуса ведущего колеса; δ_2 – угол начального конуса ведомого колеса).

Лекция окончена.
Спасибо за внимание!

