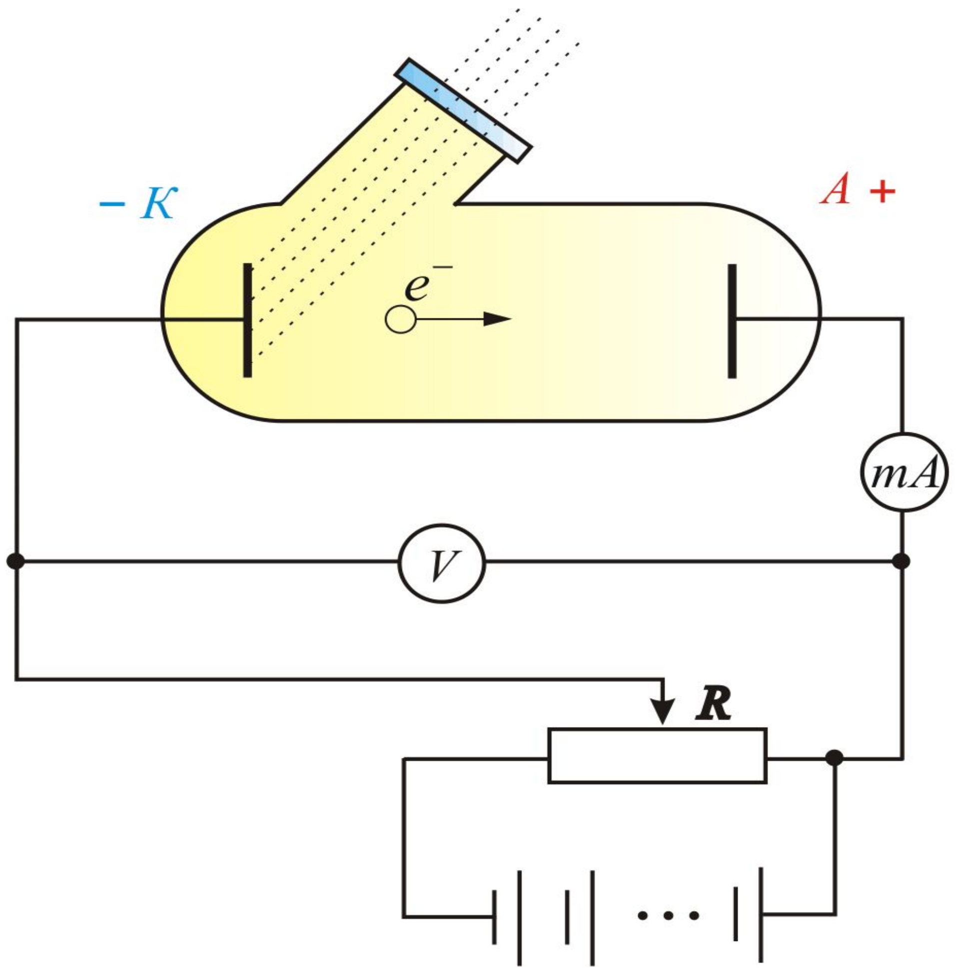
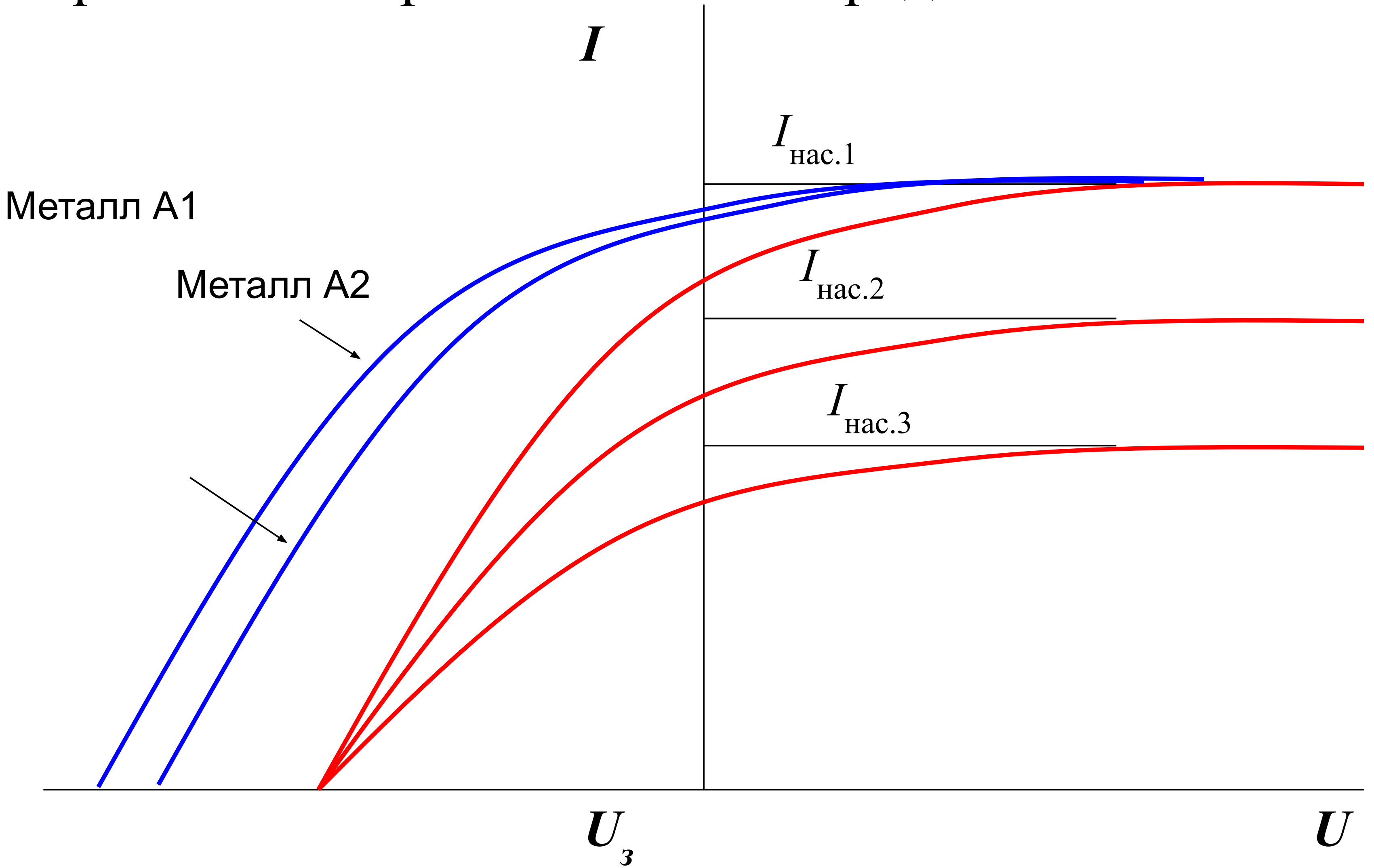
Сегодня: понедельник, 31 октября 2016 г.

Лекция 14
КВД.
Фотоэффект (продолжение)



Установка для измерения вольт - амперной характеристики для изучения явления фотоэффекта

Вольтамперная характеристика (ВАХ) фотоэффекта – зависимость фототока *I*, образуемого потоком электронов от напряжения на электродах.



Максимальное значение тока $I_{\text{нас.}}$ – *фототок насыщения* – определяется таким значением U, при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{\text{нас.}} = ne,$$

где n – число электронов испускаемых катодом в 1 с.
Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить *задерживающее напряжение* $U_з$.

$$\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} = eUз$$

Законы внешнего фотоэффекта

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени пропорционально интенсивности света.

I. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν.

I. Для каждого вещества существует *красная граница* *фотоэффекта*, т.е. минимальная частота ν_0 света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

x

Фотонная теория света.
Масса, энергия и импульс фотона

В 1905 г. Эйнштейн выдвинул смелую идею, обобщавшую гипотезу квантов, и положил ее в основу новой теории света (квантовой теории фотоэффекта). Согласно Эйнштейну свет частотой ν не только испускается, как это предполагал Планк, но и распространяется и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых $\varepsilon_0 = h\nu$. Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью c распространения света в вакууме.

Фотон обладает энергией $W = h\nu = h(c/\lambda)$. Для видимого света длины волны $\lambda = 0{,}5$ мкм, энергия- $W = 2{,}2$ эВ, для рентгеновских лучей с $\lambda = 10^{-4} - 10^{-2}$ Å энергия- $W = 15 \div 0{,}15$ эВ. Фотон обладает инертной массой:

$$W = mc^2 \Rightarrow m_\phi = W/c^2 = hc/\lambda c^2 = h/c\lambda;$$

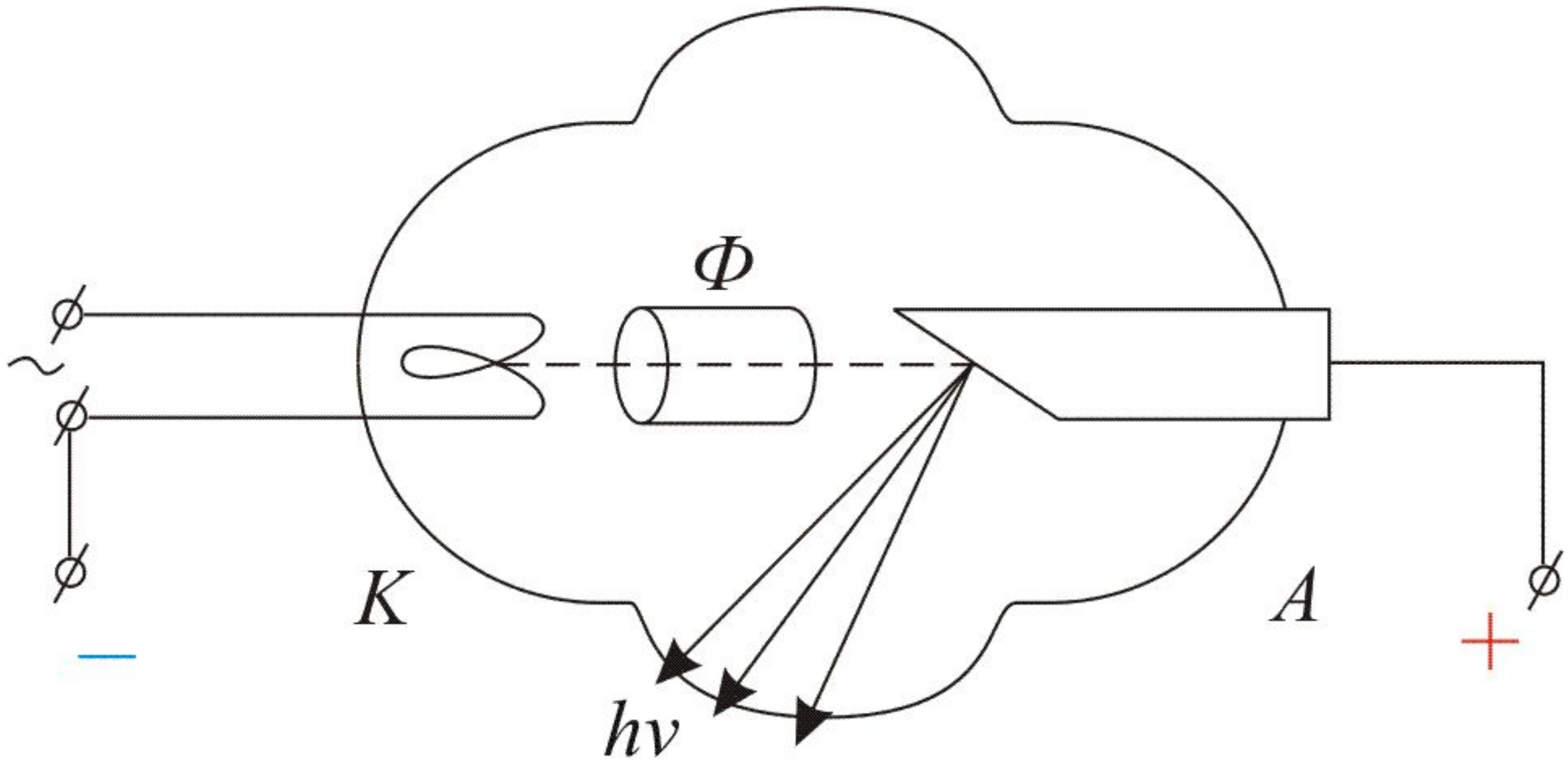
$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}$$

Фотон движется со скоростью света $c = 3\cdot 10^8$ м/с. Подставим это значение скорости в выражение

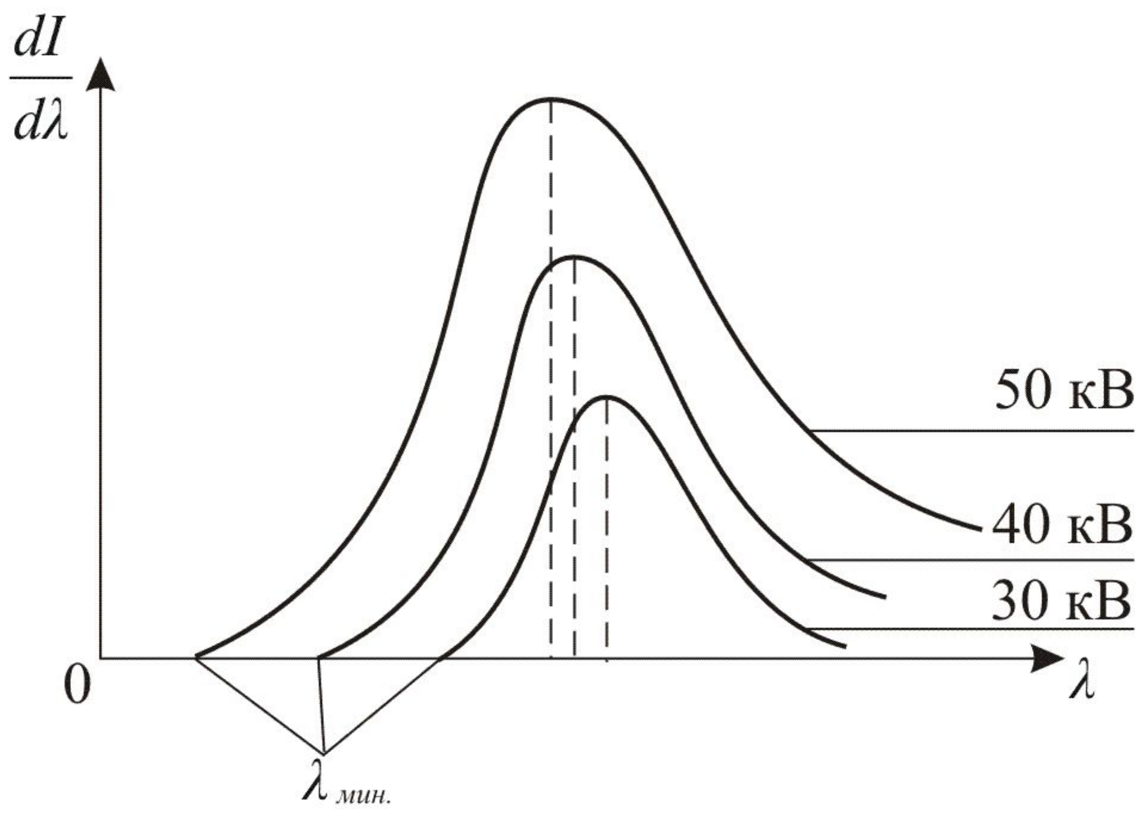
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-1}} = \frac{m_0}{0} \to \infty.$$

Тормозное рентгеновское излучение

Квантовая природа излучения подтверждается также существованием *коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра*.



Согласно классической электродинамике при торможении электрона, могут возникать излучения всех длин волн от нуля до бесконечности. Длина волны, на которую приходится максимум мощности излучения, должна уменьшится по мере увеличения скорости электронов, что и подтверждается на опыте



Существование коротковолновой границы непосредственно вытекает из квантовой природы излучения. Действительно если излучение возникает за счёт энергии, теряемой электроном при торможении, то энергия кванта $h\omega$ не может превысить энергию электрона eU т.е. $h\nu \leq eU$, отсюда

$$\nu = \frac{eU}{h} \quad \text{или} \quad \lambda_{мин.} = \frac{c}{\nu_{макс.}} = \frac{ch}{eU}.$$

Давление света

Основной постулат корпускулярной теории электромагнитного излучения, звучит так: электромагнитное излучение (и в частности, свет) – это поток частиц, называемых *фотонами*. Фотоны распространяются в вакууме со скоростью, равной предельной скорости распространения ЭМ взаимодействия, *масса и энергия покоя* фотона равны *нулю,* энергия фотона E связана с частотой электромагнитного излучения ν и длиной волны λ формулой

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Обратимся теперь к явлению светового давления. Давление света открыто русским ученым Лебедевым в 1901 году.

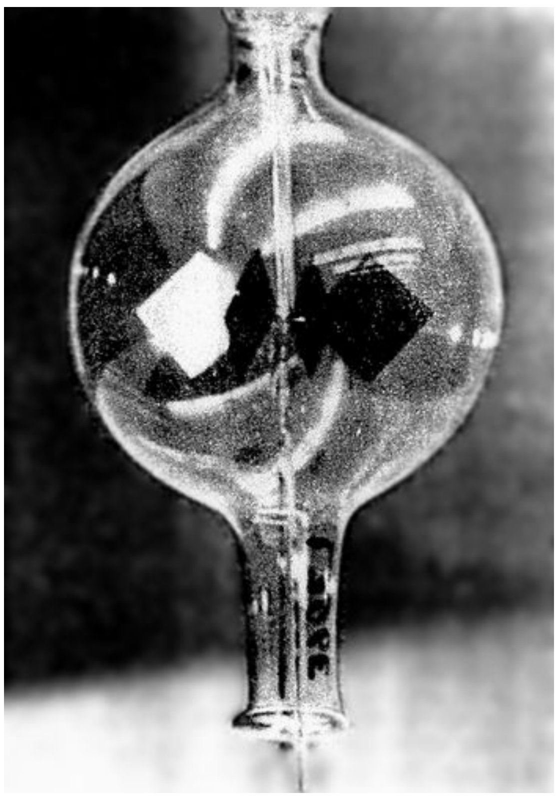
В своих опытах он установил, что давление света зависит от интенсивности света и от отражающей способности тела.

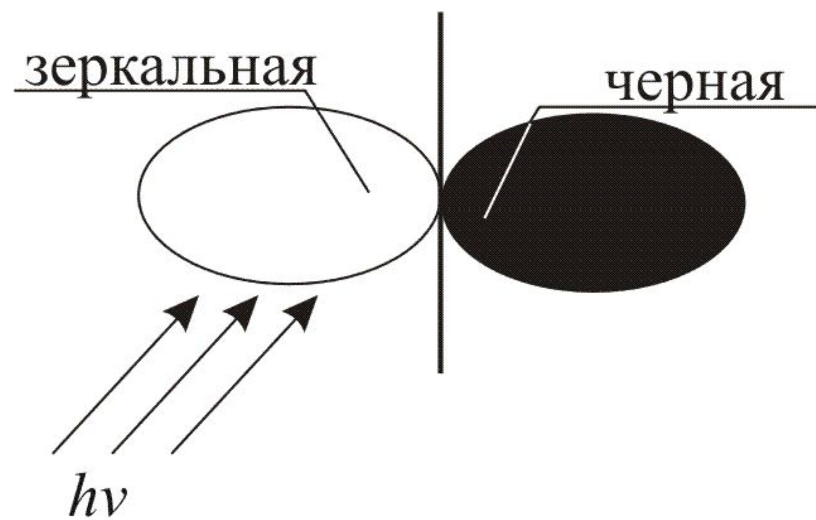
Каждый поглощенный фотон передаст телу импульс

$$p_n = \frac{h\nu}{c}$$

Итак, из корпускулярной теории электромагнитного излучения следует, что световое излучение *оказывает давление на материальные предметы, причем величина давления пропорциональна интенсивности излучения.* Эксперименты прекрасно *подтверждают этот вывод:*

Опыт:





Весы Крукса (1873)

“Герцовщина Лебедева”.

Лебедев П.Н. (1866-1912 гг)поставил более тонкие эксперименты по преломлению ЭМВ, чем Герц. Эти опыты при жизни Лебедева вошли в разряд классических.

Однако, работа Лебедева по определению давления света стала мировой сенсацией. Проведено исследование давления света на газы. За 10 лет этой работы (с 1901 по 1010гг) опубликовано 10 стр. текста!!!

Революция 1905 года и демократия по сути остановили работу Лебедева. В 1912 г. он умер.

Эффект Комптона

Согласно электродинамике свет, переносящий энергию E, обладает импульсом $p = E/c$.

Световой квант с $E = h\nu$ имеет $p = h\nu/c$.

Если заменить ν/c на $1/\lambda$, то получим соотношение де Бройля:

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Световые кванты или фотоны ведут себя подобно частицам с импульсом $p = h/\lambda$.

При фотоэффекте импульс передается образцу и испущенному из него электрону. Приобретенный образцом импульс слишком мал и не поддается измерению.

Но при столкновении фотона со свободным электроном величину передаваемого импульса можно измерить.

Рассеяние фотона на свободном электроне называется эффектом Комптона.

Артур Холли Комптон (1892-1962) - американский физик. Окончил Принстонский университет (1914). Работал преподавателем физики в университете штата Миннесота, инженером-исследователем в фирме «Вестингауз лэмп» («Westinghouse Lamp Co.») в Питсбурге. В 1920-1961 годах профессор университета Дж. Вашингтона (Сент-Луис) (1945-1953 - ректор), в 1942-1945 годах возглавлял Металлургическую лабораторию.

Работы Комптона посвящены атомной и ядерной физике, физике космических лучей. Открыл в 1922 году явление изменения длины волны рентгеновского излучения вследствие рассеяния его электронами вещества (эффект Комптона). Тем самым было получено прямое доказательство существования фотона. Наблюдал явление полного внутреннего отражения рентгеновских лучей и разработал метод измерения длины волны рентгеновского излучения. В 1932 году открыл (независимо от Я. Клея) широтный эффект космических лучей и наличие в них заряженных частиц, в 1921 году пришел к идее спина.

Изучая рассеяние рентгеновского излучения на парафине, Комптон обнаружил:

длина волны рассеянного излучения λ' больше, чем длина волны падающего излучения λ.

Открытие и объяснение этого эффекта квантовой оптики в 1927 г. было удостоено Нобелевской премии по физике.

Экспериментальная установка Комптона изображена на рисунке.

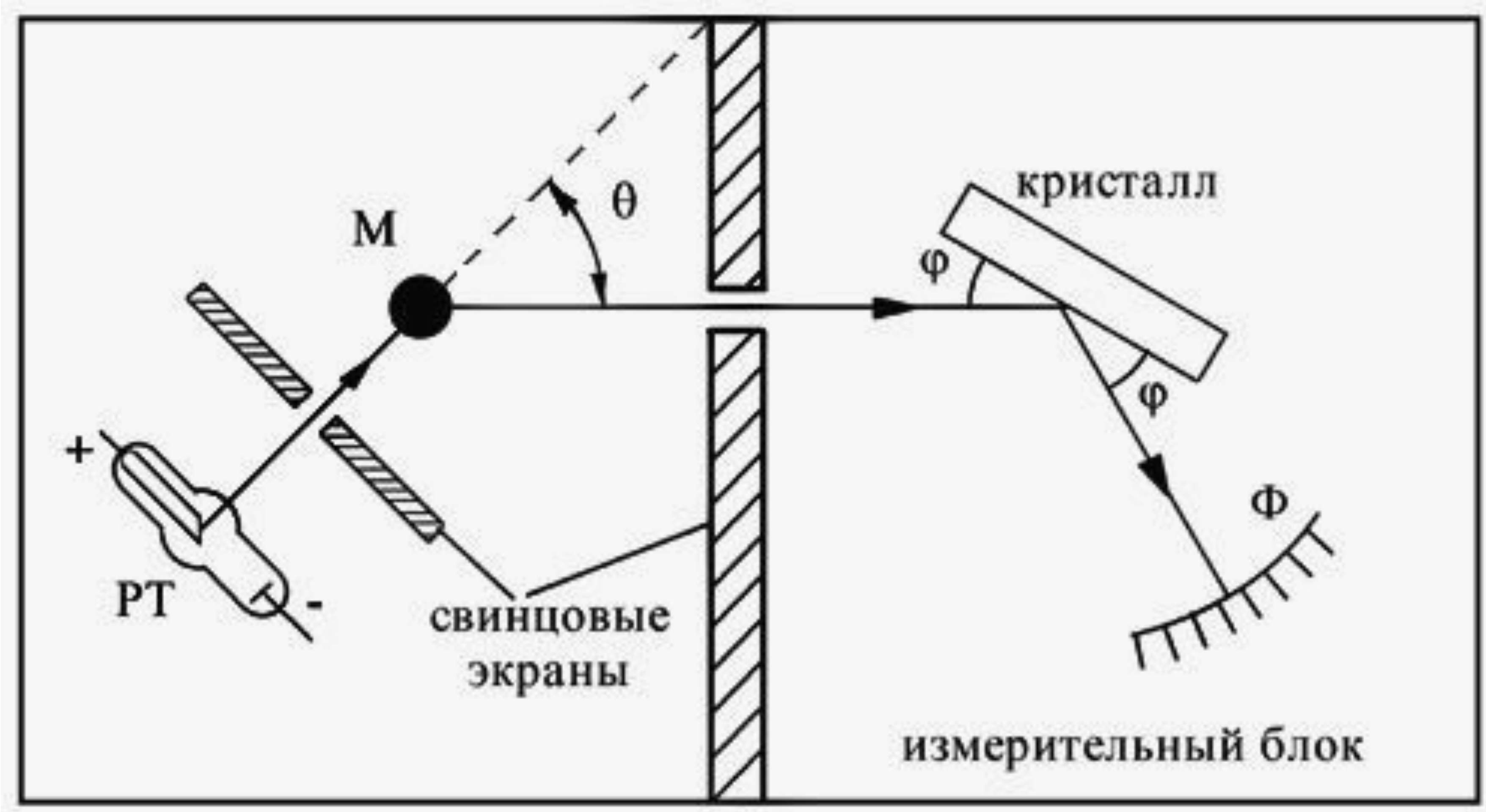


Схема экспериментальной установки Комптона

РТ- рентгеновская трубка. Θ - угол рассеяния излучения; М – мишень рассеивателя. Длина волны рассеянного излучения определялась с помощью дифракции его на кристалле.

Опытным путем Комптон установил, что $\Delta\lambda$-разность длин волн рассеянного и падающего излучения не зависит от материала рассеивателя, а определяется только величиной угла рассеяния θ:

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta).$$

− *формула Комптона*.

Значение постоянной $\lambda_c = 2{,}426 \cdot 10^{-12}$ м Комптон определил экспериментально.

Гипотеза де Бройля

Опыты указывали на необходимость пересмотра основ квантовой теории и представлений о природе микрочастиц (электронов, протонов и т.п.). Возник вопрос о том, насколько исчерпывающим является представление электрона в виде малой механической частицы, характеризующейся определенными координатами и определенной скоростью.

Наряду с явлениями дифракции, интерференции (волновыми явлениями) наблюдаются и явления, характеризующие корпускулярную природу света (фотоэффект, эффект Комптона).

x

В 1924 г. Луи де Бройль выдвинул гипотезу, что дуализм *не является* особенностью только оптических явлений, а имеет универсальный характер. Частицы вещества также обладают волновыми свойствами.

x

Луи де Бройль (1892 – 1987), французский физик, удостоенный Нобелевской премии 1929 г. по физике за открытие волновой природы электрона. В 1923, распространив идею А.Эйнштейна о двойственной природе света, предположил, что поток материальных частиц должен обладать и волновыми свойствами, связанными с их массой и энергией (волны де Бройля). Экспериментальное подтверждение этой идеи было получено в 1927 в опытах по дифракции электронов в кристаллах, а позже она получила практическое применение при разработке магнитных линз для электронного микроскопа. Концепцию де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме использовал Шредингер при создании квантовой механики.

Если фотон обладает энергией $E = \hbar\nu$ и импульсом $p = h/\lambda$, то и частица (например, электрон), движущаяся с некоторой скоростью, обладает волновыми свойствами, т.е. *движение частицы можно рассматривать как движение волны*.

Согласно квантовой механике, свободное движение частицы с массой m и импульсом $p = m\upsilon$ (где υ – скорость частицы) можно представить как плоскую монохроматическую волну Ψ_0 (*волну де Бройля*) с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

распространяющуюся в том же направлении (например, в направлении оси x), в котором движется частица. Здесь h — *Планка постоянная*.

Зависимость волновой функции Ψ_0 от координаты x даётся формулой

$$\Psi_0 \sim \cos(k_0 x)$$

где k_0 – *волновое число*, а *волновой вектор* $\vec{k}_0$,

$$\vec{k}_0 = \frac{2\pi}{h}\vec{p}$$

направлен в сторону распространения волны, или вдоль движения частицы.

x

Таким образом, волновой вектор монохроматической волны, связанной со свободно движущейся микрочастицей, пропорционален её импульсу или обратно пропорционален длине волны.

x

Поскольку кинетическая энергия сравнительно медленно движущейся частицы $K = m\upsilon^2/2$, то длину волны можно выразить и через энергию:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$$

При взаимодействии частицы с с кристаллом, молекулой и т.п. – её энергия меняется: к ней добавляется потенциальная энергия этого взаимодействия, что приводит к изменению движения частицы. Соответственно, меняется характер распространения связанной с частицей волны, причём это происходит согласно принципам, общим для всех волновых явлений.

Основные геометрические закономерности дифракции частиц, ничем не отличаются от закономерностей дифракции любых волн. Общим условием дифракции волн любой природы является соизмеримость длины падающей волны λ с расстоянием d между рассеивающими центрами: $\lambda \leq d$.

x

Рассмотренные волны де Бройля не являются *электромагнитными*, это волны особой природы.

Вычислим дебройлевскую длину волны мячика массой 0,20 кг, движущегося со скоростью 15 м/с.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{0{,}2 \cdot 15} = 2{,}2 \cdot 10^{-34}\ \text{м}$$

Это чрезвычайно малая длина волны. Дебройлевская длина волны обычного тела слишком мала, чтобы ее можно было обнаружить и измерить.

Нам неизвестны предметы и щели, на которых могли бы дифрагировать волны с длиной волны10^{-30} м, поэтому волновые свойства обычных тел обнаружить не удается.

Другое дело, если речь идет об элементарных частицах типа электронов. Т.к. масса входит в знаменатель формулы, определяющей дебройлевскую длину волны, очень малой массе соответствует большая длина волны. Определим дебройлевскую длину волны электрона, ускоренного разностью потенциалов 100 В.

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 5{,}9 \cdot 10^6$$

м/с

откуда

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 5{,}9 \cdot 10^6} = 1{,}2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля

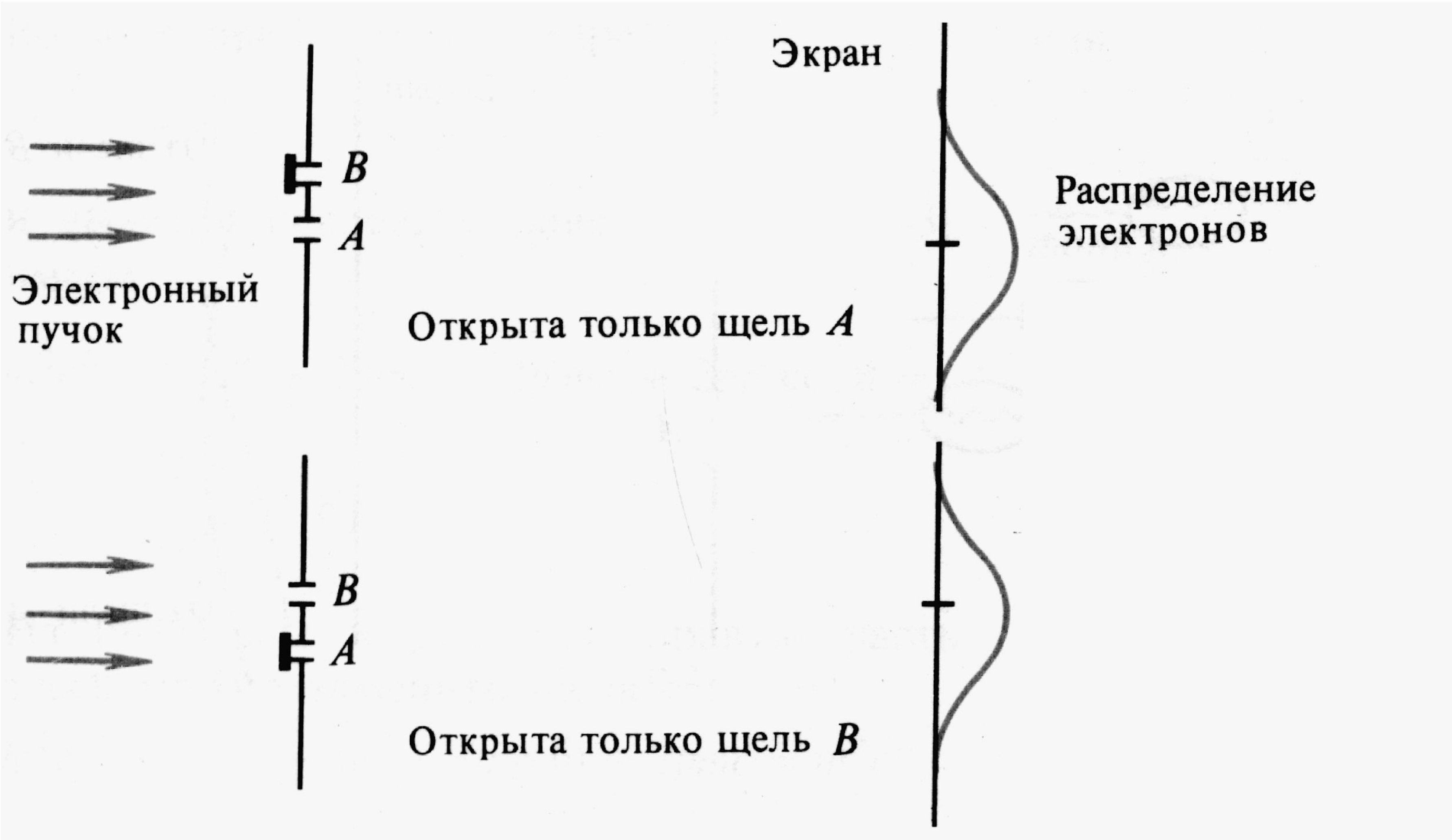
В 1924 г. Луи де Бройль предположил, что не только для фотонов, но и вообще для всех частиц, справедливо соотношение

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{и} \quad E = h\nu.$$

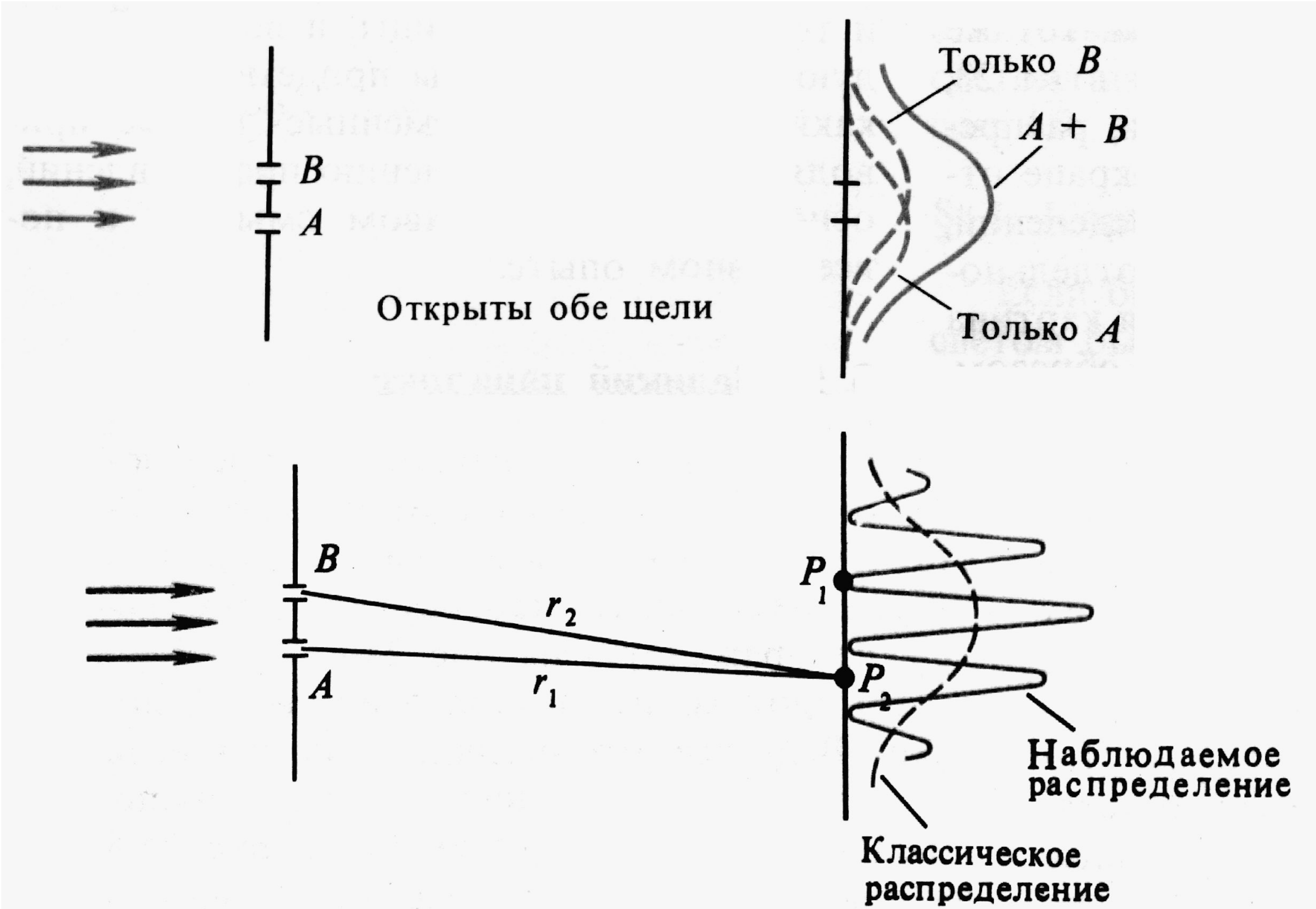
Согласно де Бройля пучок частиц любого сорта будет создавать на двойной щели интерференционную картину, характерную для опыта Юнга с двумя щелями.

В природе не наблюдалось половины или части электрона, электрон всегда обнаруживается целиком. В этом сущность атомизма.

С точки зрения атомизма отдельный электрон может пройти лишь через одну из двух щелей в экране. Распределение электронов на экране должно быть суммой распределений для каждой из щелей. Однако, вместо этого мы видим стандартную интерференционную картину для двух щелей, изображенную на рис.



Распределение интенсивности электронов согласно классической физике



Распределение интенсивности электронов согласно квантовой теории

Пусть в точке P_1 на рисунке находится счетчик Гейгера, регистрирующий ежесекундно 100 электронов, когда открыта любая из щелей A или B.

Когда открыты обе щели одновременно, счетчик перестает регистрировать электроны.

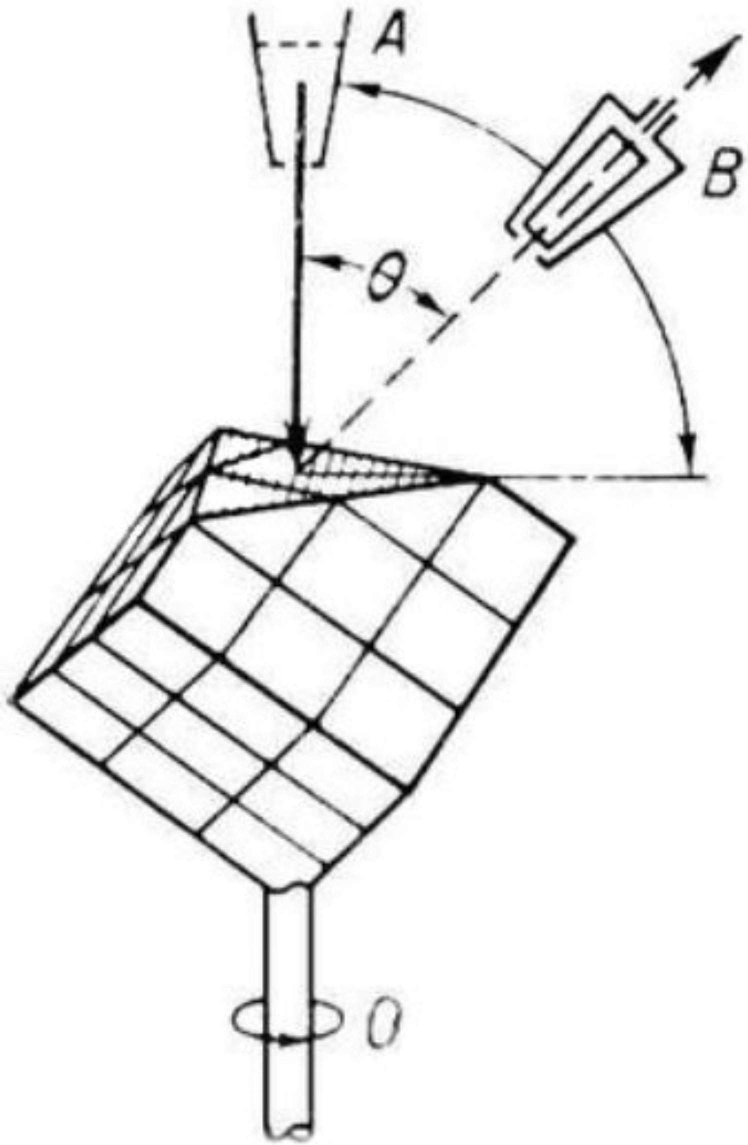
Это значит, что точка P_1 попадает в интерференционный минимум ($r_2 - r_1 = \lambda/2$).

Опыты по дифракции частиц и их квантовомеханическая интерпретация. Опыт Дэвиссона и Джермера

Дифракция частиц, рассеяние микрочастиц (электронов, нейтронов, атомов и т.п.) кристаллами или молекулами жидкостей и газов, при котором из начального пучка частиц данного типа возникают пучки этих частиц отклонённые в различных направлениях. Направление и интенсивность таких отклонённых пучков зависят от строения рассеивающего объекта.

Дифракция частиц может быть понята лишь на основе квантовой теории. Дифракция – явление волновое, оно наблюдается при распространении волн различной природы: дифракция света, звуковых волн, волн на поверхности жидкости и т.д. Дифракция при рассеянии частиц, с точки зрения классической физики, невозможна.

Первым опытом по дифракции частиц, блестяще подтвердившим исходную идею квантовой механики – корпускулярно-волновой дуализм, явился опыт американских физиков К. Дэвиссона и Л. Джермера проведенный в 1927 по дифракции электронов на монокристаллах никеля


A
B
θ
O

Если ускорять электроны электрическим полем с напряжением U, то они приобретут кинетическую энергию $K = eU$, (e – заряд электрона), что после подстановки числовых значений даёт

$$\lambda = \frac{12{,}26}{\sqrt{U}}$$

При напряжениях U порядка 100 В, которые использовались в этих опытах, получаются так называемые «медленные» электроны с λ порядка 1 Å. Эта величина близка к межатомным расстояниям d в кристаллах, которые составляют несколько Å и менее, и соотношение $\lambda \leq d$, необходимое для возникновения дифракции, выполняется.

Кристаллы обладают высокой степенью упорядоченности. Атомы в них располагаются в трёхмерно-периодической кристаллической решётке, т. е. образуют пространственную дифракционную решётку для соответствующих длин волн. Дифракция волн на такой решётке происходит в результате рассеяния на системах параллельных кристаллографических плоскостей, на которых в строгом порядке расположены рассеивающие центры. Условием наблюдения дифракционного максимума при отражении от кристалла является Брэгга-Вульфа условие:

$$2d\sin\theta = n\lambda$$

x

$$2d\sin\theta = n\lambda$$

здесь θ – угол, под которым падает пучок электронов на данную кристаллографическую плоскость (угол скольжения), а d — расстояние между соответствующими кристаллографическими плоскостями.

Дальнейшие исследования дифракции электронов

В опыте Дэвиссона и Джермера при «отражении» электронов от поверхности кристалла никеля при определённых углах отражения возникали максимумы.
Эти максимумы отражённых пучков электронов соответствовали формуле, и их появление не могло быть объяснено никаким другим путём, кроме как на основе представлений о волнах и их дифракции; таким образом, волновые свойства частиц – электронов – были доказаны экспериментом.

При более высоких ускоряющих электрических напряжениях (десятках кВ) электроны приобретают достаточную кинетическую энергию, чтобы проникать сквозь тонкие плёнки вещества (толщиной порядка 10^{-5} см, т. е. тысячи Å).

Тогда возникает так называемая дифракция быстрых электронов на прохождение, которую на поликристаллических плёнках алюминия и золота впервые исследовали английский учёный Дж. Дж. Томсон и советский физик П. С. Тартаковский.

Вскоре после этого удалось наблюдать и явления дифракции атомов и молекул. Атомам с массой M, находящимся в газообразном состоянии в сосуде при абсолютной температуре T соответствует длина волны

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3MkT}}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3MkT}}$$

где k – Больцмана постоянная (т.к. средняя кинетическая энергия атома K = $2/3kT$). Для лёгких атомов и молекул (H, H_2, He), и температур в сотни градусов Кельвина, длина волны l также составляет около 1 Å. Дифрагирующие атомы или молекулы практически не проникают в глубь кристалла, поэтому можно считать, что их дифракция происходит при рассеянии от поверхности кристалла, т. е. как на плоской дифракционной решётке.

Сформированный с помощью диафрагм молекулярный или атомный пучок, направляют на кристалл и тем или иным способом фиксируют «отражённые» дифракционные пучки. Таким путём немецкие учёные О. Штерн и И. Эстерман, а также др. исследователи на рубеже 30-х гг. наблюдали дифракцию атомных и молекулярных пучков.

Позже наблюдалась дифракция протонов, а также дифракция нейтронов, получившая широкое распространение как один из методов исследования структуры вещества.

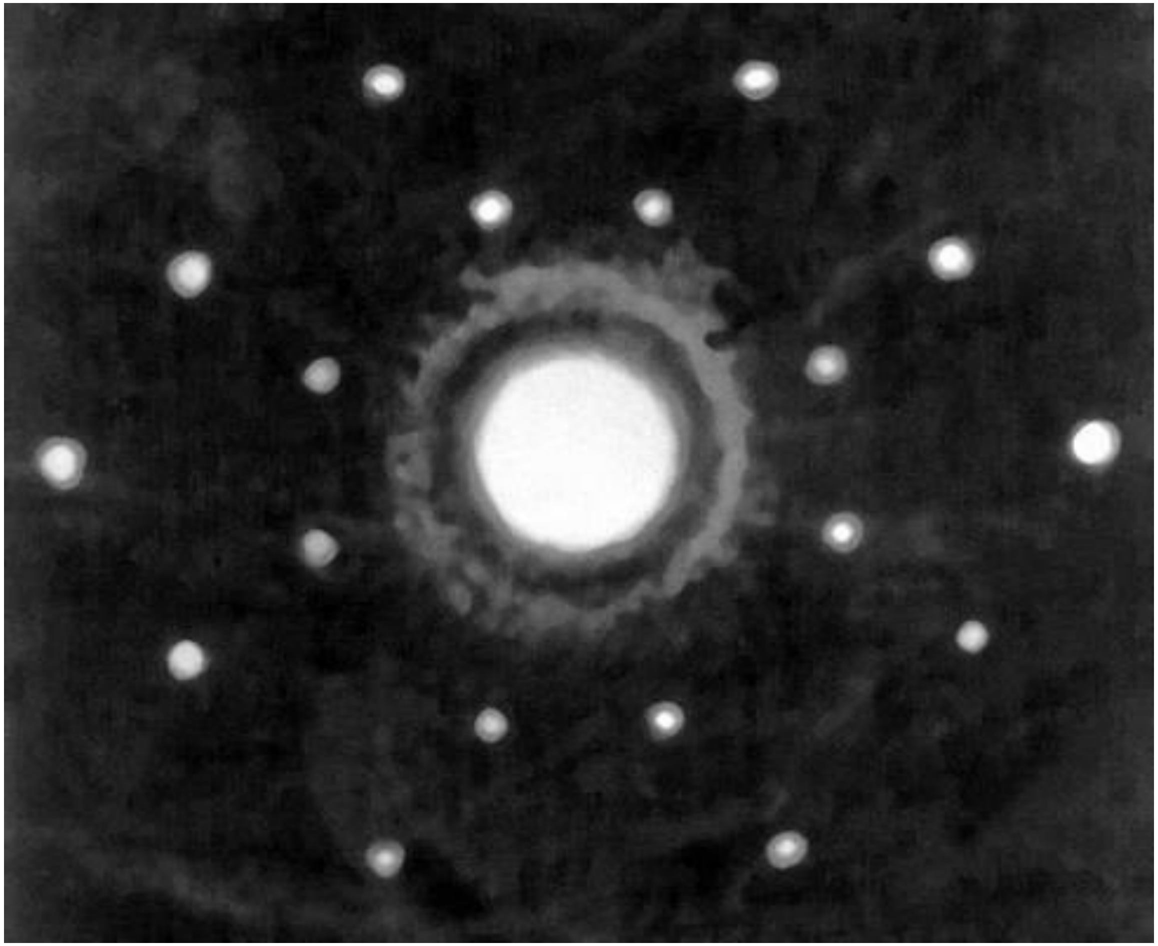
Так было доказано экспериментально, что волновые свойства присущи всем без исключения микрочастицам.

x

В 1927 г. Дж.П. Томпсон и независимо от него П.С. Тартаковский получили дифракционную картину при прохождении электронного пучка через металлическую фольгу.

В 1949 г. советские ученые Л.М. Биберман, Н.Г. Сушкин, В.А. Фабрикант поставили такой же опыт, но интенсивность электронного пучка была настолько слабой, что электроны проходили через прибор практически поодиночке. Однако картина после длительной экспозиции была точно такой же.

Дифракция частиц, сыгравшая в своё время столь большую роль в установлении двойственной природы материи – корпускулярно-волнового дуализма (и тем самым послужившая экспериментальным обоснованием квантовой механики), давно уже стала одним из главных рабочих методов для изучения строения вещества. На дифракции частиц основаны два важных современных метода анализа атомной структуры вещества – электронография и нейтронография.



Дифракция быстрых электронов на прохождение на плёнках алюминия

Волновая функция

Математический формализм, с помощью которого устраняется парадокс, ставит в соответствие каждой частице амплитуду вероятности **$\psi(x,y,z,t)$.**

Вероятность обнаружить частицу в момент времени t в любой точке x, y, z пропорциональна $|\psi(x,y,z,t)|^2$, т.е. интенсивности.

Функция ψ обладает свойствами классических волн, и поэтому ее называют волновой функцией.

Если событие может произойти несколькими взаимно исключающими способами (как, скажем, при прохождении частицы через одну из щелей *A* или *B*), то амплитуда вероятности этого события представляет собой сумму амплитуд вероятностей каждого из способов:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \text{ (принцип суперпозиции).}$$

В рассмотренном выше примере (рис.) ψ_1 описывает волну, проходящую через щель *A*, а ψ_2 –через щель *B*.

На экране обе волновые функции перекрываются и дают классическую интерференционную картину от двух щелей.

Причем *n*-й максимум определяется выражением $\sin\theta_n = n\lambda/d$.

Этот формализм составляет основу квантовой механики.

Вероятность обнаружить частицу в некоторый момент времени в элементарном объеме dV, окружающем точку M, равна:

$$\mathbf{d}P = \left|\Psi\right|^2 \mathbf{d}V = \Psi^*\Psi\,\mathbf{d}V$$

Вероятностный смысл волновой функции накладывает ограничения на волновые функции в задачах квантовой механики.

Они включают в себя:

1. Условие конечности волновой функции.

Волновая функция не может принимать бесконечных значений.

2. *Условие однозначности волновой функции*.

Волновая функция должна быть однозначной функцией координат и времени, так как плотность вероятности обнаружения частицы должна определяться в каждой задаче однозначно.

3. *Условие непрерывности волновой функции.*

В любой момент времени волновая функция должна быть непрерывной функцией пространственных координат.

Кроме того, непрерывными должны быть частные производные волновой функции $d\Psi/dx$, $d\Psi/dy$, $d\Psi/dz$.

4.Условия нормировки

$$\int\limits_{V\to\infty} |\Psi|^2 \, \mathrm{d}V = 1 \quad \text{или} \quad \int\limits_{\Re^N} \Psi^* \Psi \, \mathrm{d}V = 1$$

Это означает, что пребывание частицы где- либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице.

8. Уравнение Шредингера

Для описания поведения микро частиц, обладающих корпускулярными и волновыми свойствами, не пригодны уравнения классической физики (уравнения Ньютона).

Волновая функция $\psi(x)$, описывающая состояние микро частицы, находится из решения дифференциального уравнения, сформулированного *Шредингером* в 1926 г.

В*ременное уравнение Шредингера*, позволяющее определить в любой момент времени волновую функцию Ψ для частицы массы m_0, движущейся в потенциальном поле $U(x,y,z,t)$, имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta\Psi + U\Psi$$

Здесь $i = \sqrt{-1}$;

Δ (набла) - оператор Лапласа, в декартовой системе координат имеет вид

$$\Delta \equiv \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

В задачах квантовой механики дифференциальное уравнение в частных производных решается с учетом начальных и граничных условий на волновую функцию.

Начальное условие задает значение волновой функции в момент времени $t = 0$.

Граничные условия формулируются на границах областей, где потенциальная функция U терпит разрывы первого или второго рода.

Уравнение Шредингера тесно связано с гипотезой де Бройля и вытекающим из неё корпускулярно-волновым дуализмом материи.

Вычислим волновую функцию свободной частицы, с кинетической энергий

$$E = p^2/2m,$$

которая движется в отсутствие силовых полей ($U = 0$, $\mathbf{F} = 0$) в направлении оси x.

Решением соответствующего уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$$

является волновая функция

$$\Psi(x,t)=A\,\mathbf{exp}\left\{-\frac{i}{\hbar}(Et-px)\right\}$$

соответствующая плоской волне де Бройля.

Временное уравнение Шредингера позволяет:

-найти $\Psi(x,y,z,t)$ как функцию координат и времени;

-определить плотность вероятности нахождения частицы в любой точке пространства в любой момент времени:

-описать квантовое состояние частицы, движущейся в силовом поле.

В квантовой механике существует класс задач, для которых силовая функция $U(x,y,z,)$ не зависит от времени и *она* имеет смысл потенциальной энергии частицы.

В стационарных полях квантовая система может находиться в состояниях с определенным значением энергии E.

Эти состояния называются стационарными состояниями.

Поскольку $U(x,y,z)$ в уравнении Шредингера не зависит явно от времени, то функцию $\Psi(x,y,z,\mathrm{t})$ следует искать в виде произведения двух функций

$$\Psi(x,y,z,t) = \Psi(x,y,z)\ \phi(t),$$

$\Psi(x,y,z)$ – зависит только от координат;

$\phi(t)$ – только от времени.

Подставляя $\Psi(x,y,z)\phi(t)$ во временное уравнение Шредингера и разделив обе части уравнения на $\Psi(x,y,z)\phi(t)$, получаем

$$\frac{i\hbar}{\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{\psi}\hat{H}\psi.$$

Здесь

$$\hat{H} = \quad \frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + U(x,y,z,t)$$

– оператор полной энергии частицы (оператор Гамильтона).

В полученном уравнении левая часть зависит только от времени, а правая – только от координат.

Такое равенство возможно лишь в случае, если левая и правая части уравнения равны постоянной величине, обозначим ее буквой E, получаем два уравнения

$$\hat{H}\psi = E\psi,$$

$$i\hbar\frac{d\varphi}{dt} = E\varphi.$$

Константа E представляет полную энергию квантовомеханической системы.

Перепишем 1- ое уравнение с учетом вида оператора $\hat{H}$

$$\Delta\psi + \frac{2m_0}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0.$$

Полученное уравнение называется *уравнением Шредингера для стационарных состояний*.

9. Соотношение неопределенностей Гейнзенберга

Соотношение или принцип неопределенностей Гейзенберга утверждает, что невозможно одновременно точно определить значения координаты и импульса частицы:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar / 2,$$

где Δx и Δpx – неопределённости значений координаты x и компоненты px импульса **p**

Двойственная природа микрочастиц накладывает ограничения на точность определения физических величин.

Ограничения никак не связаны с точностью измерений, достижимой в конкретном эксперименте, а имеют принципиальное значение.

Соотношения неопределенностей – фундаментальные соотношения квантовой механики, устанавливающие предел точности одновременного определения переменных, характеризующих квантовую систему.

10. Граничные условия. Потенциальные ямы конечной глубины

Если частица заключена в глубокой потенциальной яме, то вероятность найти ее вне ямы обращается в нуль. Граничное условие состоит в том, что вероятность найти частицу при больших значениях $|x|$ обращается в нуль.

Этому граничному условию удовлетворяют лишь определенные значения E_n. Значения E_n называются собственными значениями. Соответствующие волновые функции – собственными функциями.

Эффект Комптона

Согласно электродинамике, свет, переносящий энергию E, обладает импульсом $p = E/c$.

Световой квант с $E = h\nu$ имеет $p = h\nu/c$.

Если заменить ν/c на $1/\lambda$, то получим соотношение де Бройля:

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Световые кванты или фотоны ведут себя подобно частицам с импульсом $p = h/\lambda$.

При фотоэффекте импульс передается всему образцу и испущенному из него электрону. Приобретенный образцом импульс слишком мал и не поддается измерению.

Но при столкновении фотона со свободным электроном величину передаваемого импульса можно измерить.

Этот процесс – рассеяние фотона на свободном электроне – называется эффектом Комптона.

Изучая рассеяние рентгеновского излучения на парафине, Комптон обнаружил:

длина волны рассеянного излучения λ' *больше, чем длина волны падающего излучения* λ.

Открытие и объяснение этого эффекта квантовой оптики в 1927 г. было удостоено Нобелевской премии по физике.

Экспериментальная установка Комптона изображена на рисунке.

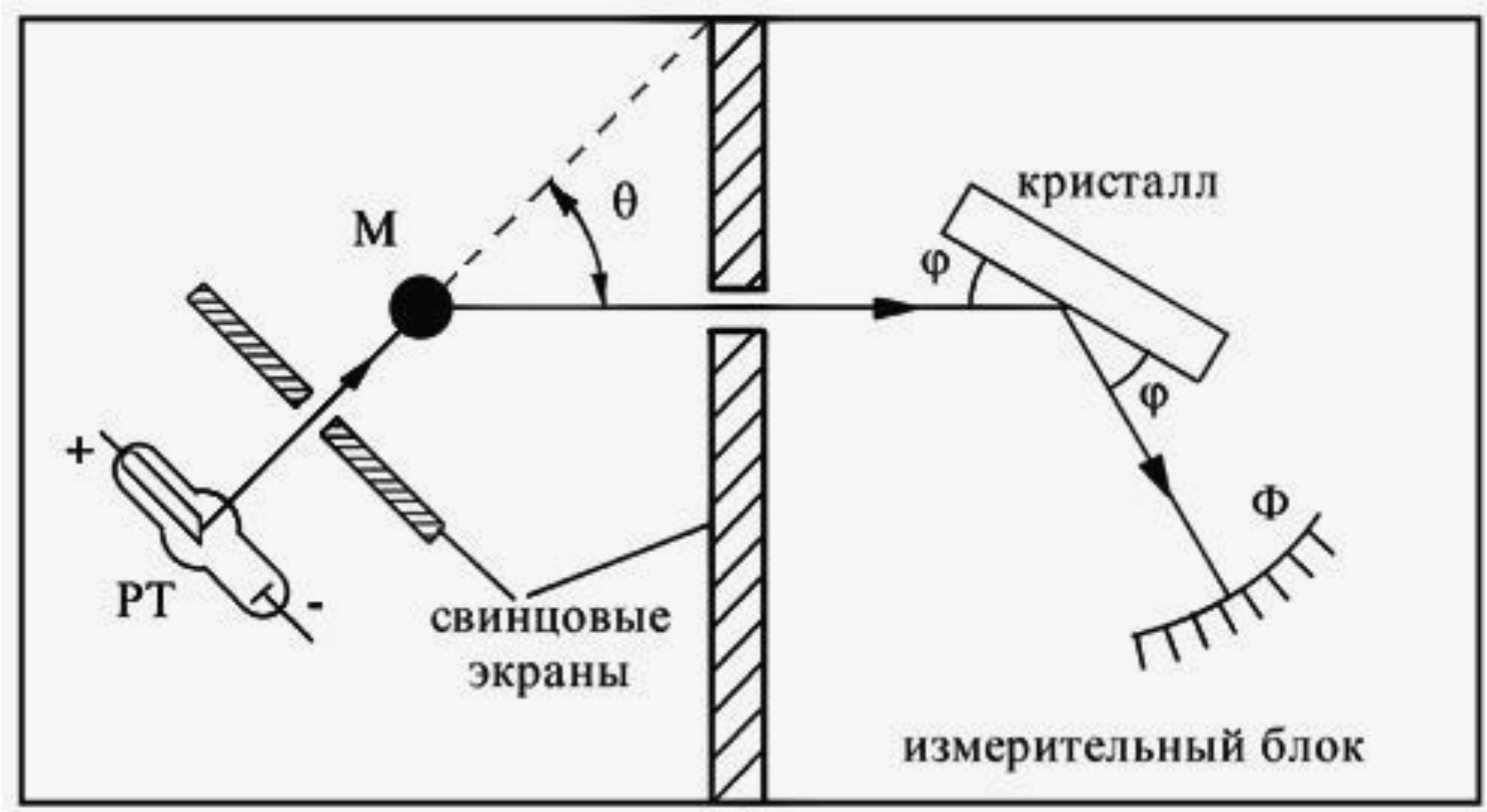


Схема экспериментальной установки Комптона

РТ- рентгеновская трубка. Θ - угол рассеяния излучения; М – мишень рассеивателя. Длина волны рассеянного излучения определялась с помощью дифракции его на кристалле.

Опытным путем Комптон установил, что $\Delta\lambda$- разность длин волн рассеянного и падающего излучения не зависит от материала рассеивателя, а определяется только величиной угла рассеяния θ:

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta).$$

– *формула Комптона*.

Значение постоянной $\lambda_c = 2{,}426 \cdot 10^{-12}$ м Комптон определил экспериментально.

Корпускулярно-волновой дуализм (КВД)

В 1924 г. Луи де Бройль предположил, что не только для фотонов, но и вообще для всех частиц, справедливо соотношение

$$P = h/\lambda \quad \text{и} \quad E = h\nu.$$

Де Бройль предположил, что пучок частиц любого сорта будет создавать на двойной щели интерференционную картину, характерную для опыта Юнга с двумя щелями.

Три года спустя эксперимент подтвердил гипотезу де Бройля.

В опытах по дифракции электронов на кристаллах оказалось, что электроны, представляли собой в одно и то же время и частицы, и волны.

В этом сущность атомизма, справедливого для всех элементарных частиц, включая фотоны.

С этой точки зрения мы приходим к выводу, что отдельный электрон может пройти лишь через одну из двух щелей.

Распределение электронов на экране должно быть суммой распределений для каждой из щелей в отдельности. Хотя логика эта кажется безукоризненной, распределение, характерное для $(A + B)$, не имеет места

Вместо этого мы видим стандартную интерференционную картину для двух щелей, изображенную на рис.

Предположим, что в точке P_1 на экране находится счетчик Гейгера, регистрирующий ежесекундно 100 электронов, когда открыта любая из щелей A или B.

При этом, когда открыты обе щели одновременно, счетчик перестает регистрировать электроны. Это значит, что точка P_1 попадает в интерференционный минимум ($r_2 - r_1 = \lambda/2$).

Если сначала открыть только щель A, а затем постепенно открывать щель B, то мы вправе ожидать, что скорость счета по мере открывания щели B будет постепенно увеличиваться от 100 до 200 отсчетов в секунду.

Вместо этого наблюдается уменьшение скорости счета от 100 до нуля. Таким образом открывание щели *B* может повлиять на электроны, которые, казалось бы, прошли через щель *A*.

Более того, если счетчик Гейгера поместить в точку P_2, то по мере открывания щели *B* скорость счета будет постепенно увеличиваться от 100 до 400 отсчетов в секунду, когда вторая щель полностью открыта.

Таким образом, должно быть 100 + 100 = 400, что возможно, если происходит сложение амплитуд $(10 + 10)^2 = 400$.

Объяснение этому парадокса дал в 1924 г. Луи де Бройль. Он предположил, что не только для фотонов, но и вообще для всех частиц, справедливо соотношение

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{и} \quad E = h\nu.$$

Де Бройль предположил, что пучок частиц любого сорта будет создавать на подходящей двойной щели интерференционную картину, характерную для опыта Юнга с двумя щелями.

Основные выводы

Эйнштейн дал объяснение фотоэффекту, предположив, что энергия электрона, выбитого фотоном с поверхности металла, может достигать Kмакс $= h\nu - A_0$, где A_0 – работа выхода для данного металла.

Работа выхода в конкретном металле зависит от глубины U_0 потенциальной ямы и максимальной кинетической энергии K_f электронов проводимости:

$$A_0 = U_0 - K_f.$$

Фотон обладает импульсом $p = h/\lambda$; при столкновении фотона со свободным электроном часть его энергии и импульса передается электрону. Если длина волны фотона после столкновения λ', то из законов сохранения энергии и импульса имеем следующее соотношение для эффекта Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

Не только фотоны, но и все частицы имеют длину волны $\lambda = h/p$. Волновая природа пучка электронов с импульсом p проявляется в интерференционной картине, которая возникает при прохождении пучком двойной щели.

Лекция окончена

Нажмите клавишу <ESC> для выхода

В явлениях интерференции, дифракции, поляризации свет проявляет *волновые свойства*. В этих случаях следует рассматривать свет как электромагнитные волны.

В других оптических явлениях свет проявляет свои *корпускулярные свойства*, и тогда его следует представлять как поток фотонов. Оптический эксперимент можно организовать и так, что свет проявит в нем как волновые, так и корпускулярные свойства. Например, в опыте Комптона рассеяния излучения на мишени оно ведет себя как поток фотонов, но в измерительном блоке это же излучение как электромагнитная волна испытывает дифракцию на кристаллической решетке.

В системе отсчета, в которой до столкновения с фотоном электрон покоился, закон сохранения энергии при неупругом столкновении запишется в виде

$$E_0 + \hbar\omega = E.$$

Здесь $E_0 = mc^2$ – энергия покоящегося электрона, а

$$E = c\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}$$

– энергия движущегося электрона, который после поглощения фотона приобрел импульс p.

Из закона сохранения импульса для рассматриваемого процесса

$$p = \hbar\omega/c.$$

Возводя полученные соотношения в квадрат, получим

$$2m_0c^2h\nu + (h\nu)^2 = c^2p^2 \quad \text{и} \quad c^2p^2 = (h\nu)^2$$

Для $m_0 \neq 0$ эти равенства несовместны, что соответствует выводу о том, что свободный электрон не может поглотить фотон. Такой процесс может произойти лишь при наличии третьей частицы, которая способна взять на себя часть энергии и импульса фотона.

Интерференцию фотонов друг с другом можно исключить, уменьшив интенсивность света настолько, чтобы средний интервал времени между испусканием фотонов значительно превышал время пролета фотонов от источника света до экрана.

Если экран удален от источника на 3 м, то время пролета составит $t = L/c = 10^{-8}$ с. Поэтому выберем интенсивность источника порядка 10^{-11} Вт, что соответствует испусканию менее 10^8 фотонов в секунду.

При закрытой щели B получается распределение интенсивности, соответствующее одной щели A, рис. 7.

Если открыта только щель *B*, то получается идентичная, сдвинутая картина (рис. 7).

В случае, когда открыты обе щели, распределение интенсивности света на экране не будет суммой распределений, от каждой щели в отдельности.

Возникает интерференционная картина Юнга от двойной щели. Таким образом, свет обладает одновременно свойствами, характерными как для волн, так и для частиц.

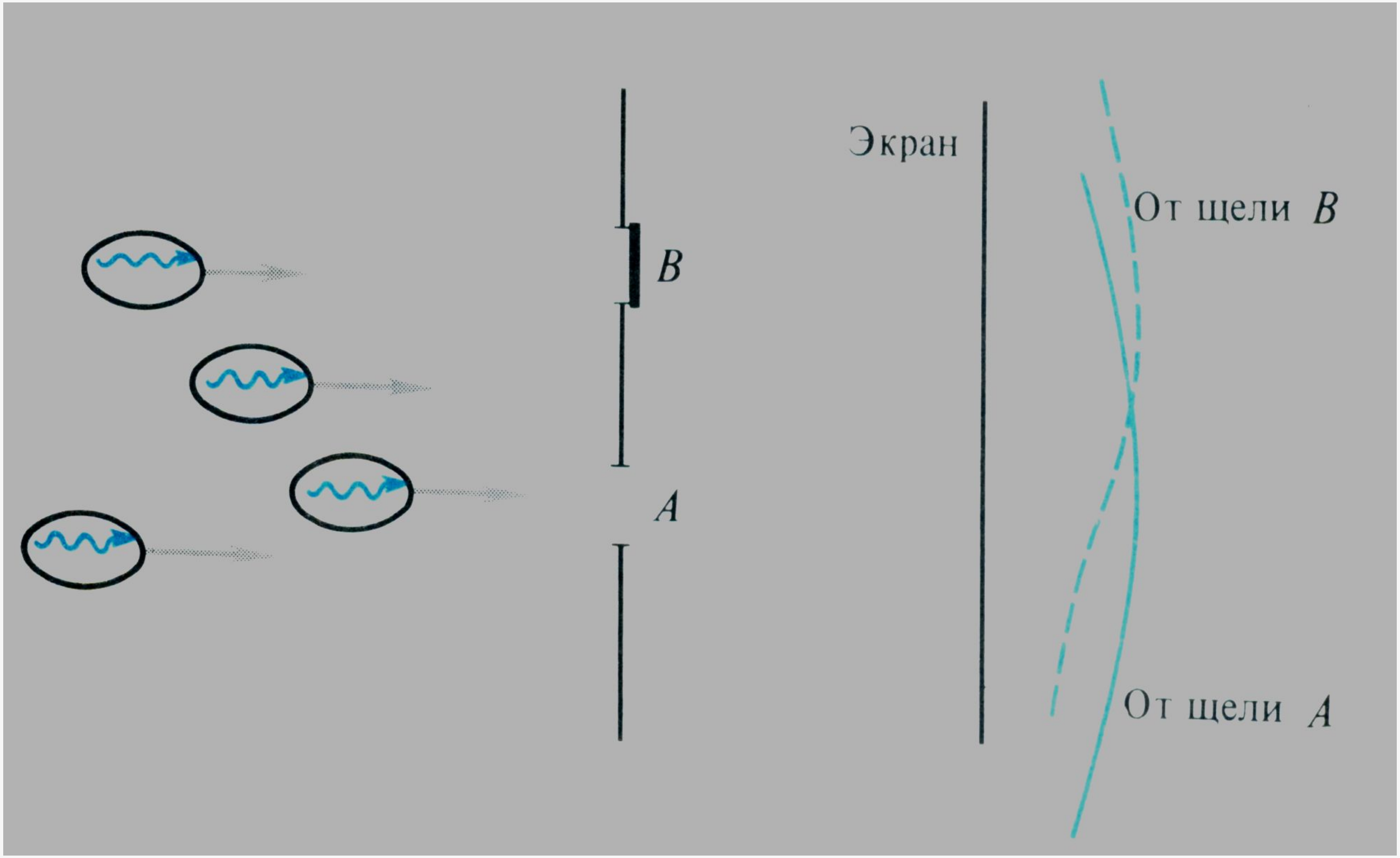


Рис. 7. Распределение интенсивности, обусловленное фотонами, прошедшими через щель *A* (либо через щель *B*)

В 1927 г. благодаря обнаружению волновых свойств у электрона этот парадокс стал еще более значительным!

В 1924 г. Луи де Бройль предположил, что не только для фотонов, но и вообще для всех частиц, справедливо соотношение

$$p = \frac{h}{\lambda} \text{ и } E = h\nu.$$

Де Бройль предположил, что пучок частиц любого сорта будет создавать на подходящей двойной щели интерференционную картину, характерную для опыта Юнга с двумя щелями.