

# Дифракция света

- Дифракцией света называется совокупность явлений, обусловленных волновой природой света, наблюдаемых при его распространении в среде с резко выраженной неоднородностью (отверстия, щели, края щелей и т.п.), выражающихся в огибании светом препятствий, захождении света в область геометрической тени, отклонении от прямолинейного направления распространения.

# Дифракция света

## Принцип Гюйгенса-Френеля.

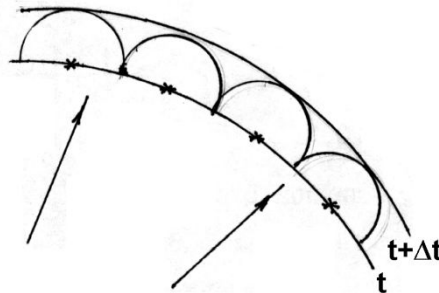
- Дифракцию света можно объяснить с помощью принципа Гюйгенса, суть которого заключена в следующем:

Каждая точка, до которой доходит волновое движение (свет), к моменту времени  $t$  (см.рис. 1), служит источником вторичных волн.

Огибающая этих волн дает фронт волны в следующий момент времени  $t + \Delta t$ .

# Принцип Гюйгенса-Френеля

Рис. 1



- Френель дополнил этот принцип. Он ввел понятие о том, что волновое возмущение в любой точке пространства можно рассматривать как результат интерференции вторичных волн от фиктивных источников, на которые разбивается волновой фронт.

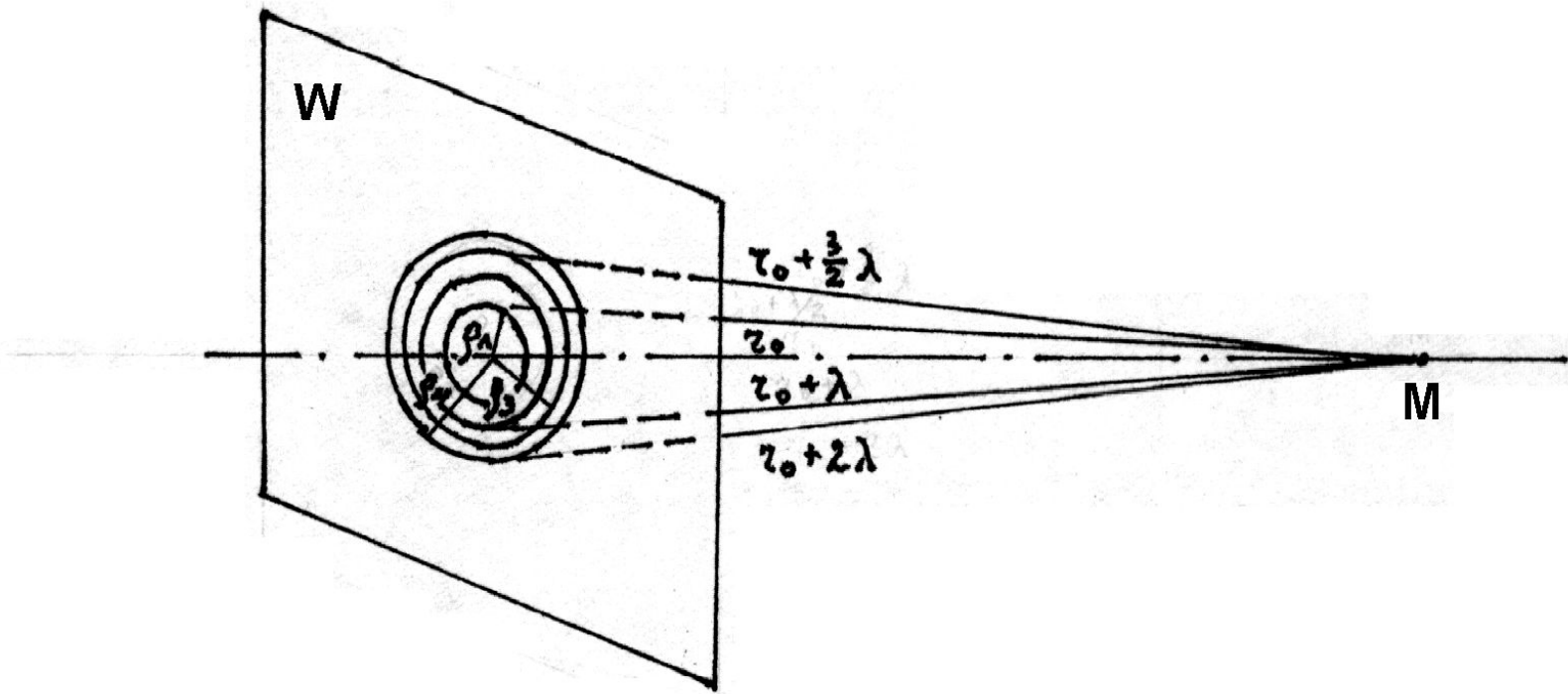
# Принцип Гюйгенса-Френеля

- Френель выдвинул предположение, что эти фиктивные источники когерентны, поэтому излучение от них может интерферировать, т.е. волны могут усиливаться или гаснуть.
- Рассмотрим действие волнового фронта в какой-либо точке пространства, свободной от препятствий.

# Метод зон Френеля

- Пусть плоский фронт волны  $W$ , распространяющейся от точечного, расположенного в бесконечности источника света, в некоторый момент времени находится на расстоянии  $MO$  от точки наблюдения  $M$  (произвольная точка).
- Требуется определить амплитуду  $A$  световых колебаний в этой точке (рис. 2). Во всех точках фронта волны возникают колебания, которые через некоторый момент достигнут точки  $M$ .

# Метод зон Френеля



# Метод зон Френеля

- Для определения суммарной амплитуды колебаний в точке М Френель предложил метод разбиения волнового фронта на зоны. Колебания всех точек волнового фронта происходят в одной фазе, но точки фронта находятся на различных расстояниях от точки М.
- Выполним известные построения зон. Пусть  $r_0$  – кратчайшее расстояние от точки М до плоскости W. Увеличивая  $r_0$  на  $\lambda/2$ , проведем ряд окружностей радиусами  $r_0 + \lambda/2$ ;  $r_0 + 2\lambda/2$ ;  $r_0 + 3\lambda/2$  и т.д., которые в пересечении с фронтом W дадут концентрические окружности.

# Метод зон Френеля

- В результате на фронте волны образуются кольцевые зоны с радиусами  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  и т.д. - зоны Френеля. Радиусы зон можно определить из геометрических соображений. Из  $\triangle OBM$ :

$$\rho_1^2 = \left(r_0 + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - r_0^2 = r_0 \lambda$$

- Так как  $\lambda \ll r_0$ , то  $\rho_1^2 = r_0 \lambda$ . Аналогично для 2-й, 3-й и т.д. зон  $\rho_2^2 = 2r_0 \lambda$ ;  $\rho_3^2 = 3r_0 \lambda$ ; ...,  $\rho_n^2 = nr_0 \lambda$ .



# Метод зон Френеля

- Интенсивность света от каждой зоны определяется их площадью. Для оценки амплитуд колебаний определим площади зон  $s$ :

$$s_1 = \pi \rho_1^2 = \pi r_0 \lambda$$

$$s_2 = \pi \rho_2^2 - \pi \rho_1^2 = \pi r_0 \lambda$$

$$s_k = \pi \rho_k^2 - \pi \rho_{k-1}^2 = \pi r_0 \lambda$$

- Зоны по площади равновелики, а значит содержат равное число когерентных источников.

# Метод зон Френеля

- Колебания, возбуждаемые в точке М источниками из двух соседних зон, противоположны по фазе, т.к. разность хода от них до точки М равна  $\lambda/2$ . Поэтому при наложении эти колебания должны взаимно ослаблять друг друга.
- Следовательно, А – амплитуду суммарного колебания, можно представить в виде знакпеременного ряда

$$A = A_0 - A_1 + A_2 - A_3 + \dots,$$

$A_0$  – амплитуда колебаний в точке М, возбуждаемых светом от центральной зоны,  $A_1$  – от первой зоны,  $A_2$  – от второй зоны и т.д.

# Принцип Гюйгенса-Френеля

- Этот ряд можно переписать в виде:

$$A = \frac{A_0}{2} + \left( \frac{A_0}{2} - A_1 + \frac{A_2}{2} \right) + \left( \frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_4}{2} \right) + \dots$$

- Можно считать, что результирующая амплитуда в точке М, создаваемых в ней волнами, приходящими от точек зон соседних с к-ой зоной, равна среднему арифметическому амплитуд (к+1) и (к-1) – й зон.

# Метод зон Френеля

- Амплитуда  $k$ -ой зоны:

$$A_k = \frac{A_{k+1} + A_{k-1}}{2}$$

- Выражения в скобках будут равны нулю и при этом условии:

$$A = \frac{A_0}{2}$$

- Т.о. амплитуда результирующих колебаний в точке  $M$  такая, как если до нее доходит свет только от половины центральной зоны.

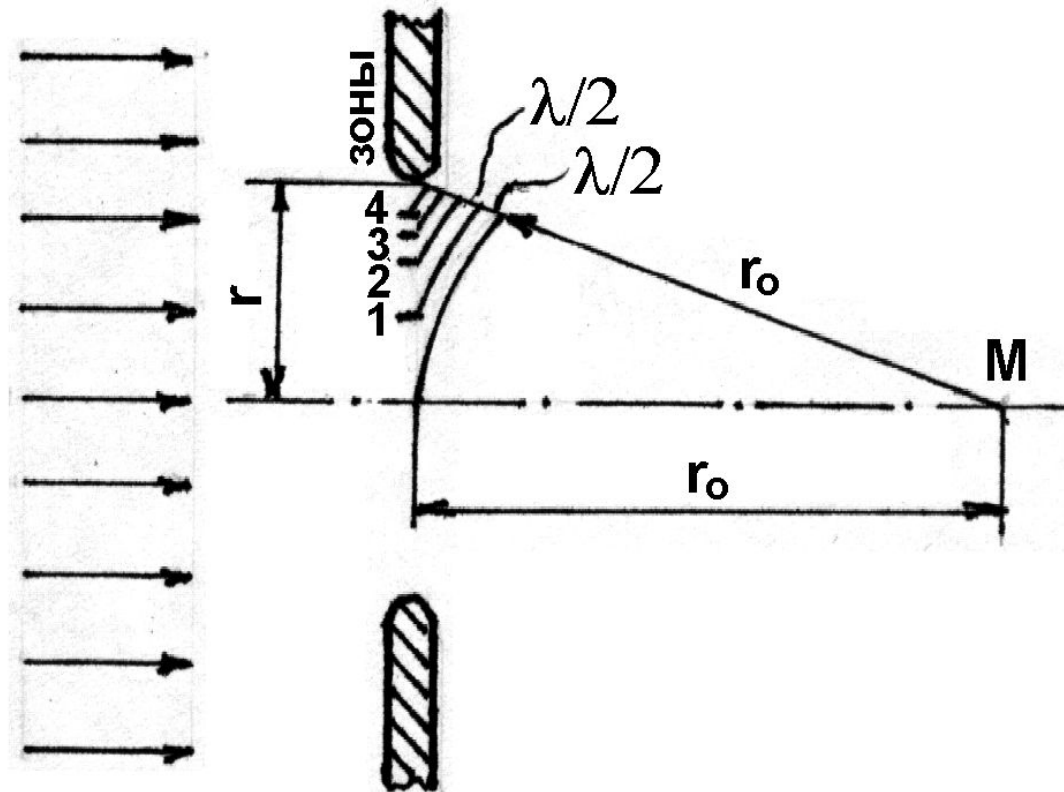
# Метод зон Френеля

- Можно считать, что половина центральной зоны вместе с действием половины второй зоны компенсирует действие 1-й зоны и т.д., т.е. не скомпенсированным остается действие лишь половины центральной зоны. Иными словами колебания в точке  $M$ , вызываемые волновой поверхностью  $W$ , имеют такую же амплитуду, как если бы действовала только половина центральной зоны. Поэтому и говорят, что свет распространяется как бы в узком канале, сечение которого равно  $1/2$  центральной зоны, другими словами прямолинейно. Метод зон Френеля позволяет объяснить явление дифракции в ряде случаев.

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

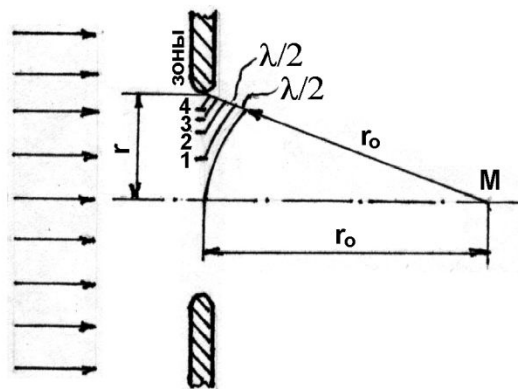
- Рассмотрим случай, когда на малое круглое отверстие радиусом  $r$  падает плоская монохроматическая волна с длиной волны  $\lambda$ . Согласно принципу Гюйгенса-Френеля плоский фронт волны, совпадающий с плоскостью круглого отверстия, можно рассматривать как множество фиктивных источников, испускающих когерентные волны. В точке  $M$ , лежащей на оси отверстия, эти волны будут интерферировать (рис. 3).

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске



# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

□ Рис.3





# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- Разобьем площадь отверстия на ряд кольцевых зон Френеля. Для этого из точки М последовательно проводятся окружности радиусом  $r_0$ ;

$$r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2};$$

$$r_2 = r_0 + 2\frac{\lambda}{2};$$

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- Так как лучи, идущие от крайних точек зоны, имеют разность хода в полволны, то колебания от этих двух точек приходят в точку М в противоположной фазе и гасят друг друга. Для каждой точки каждой зоны найдется точка в соседней зоне с разностью хода в полволны. Поэтому, если число зон, которые укладываются в отверстии, четное, то в точке М будет темное пятно, а если нечетное, то – светлое.

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- Если отверстие открывается всего лишь на одну зону или небольшое число нечетных зон, то амплитуда колебаний, а значит и интенсивность света в точке М будет больше, чем в случае отсутствия экрана с отверстием. Максимум интенсивности света в точке М соответствует размеру отверстия в одну зону. Число зон Френеля в одном и том же отверстии зависит от  $r_0$ .

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- Предположим, что радиус  $\rho_k$   $k$ -ой зоны равен радиусу отверстия. Тогда

$$\rho_k^2 = r^2 = k r_0 \lambda$$

- Откуда число зон Френеля  $k$ , укладывающихся на отверстии, будет равно:

$$k = \frac{r^2}{r_0 \lambda}$$

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- при  $\lambda = const$  и  $r = const$ , будет функцией расстояния  $r_0$  т.е.  $k = f(r_0)$ .
- При перемещении экрана относительно отверстия число зон Френеля, укладывающееся на отверстие, будет изменяться (при удалении уменьшаться) становясь то четным, то нечетным, а на экране в центре будет то темное, то светлое пятно. Случаю, когда  $k = 1$ , соответствует

$$r_0 = \frac{r^2}{\lambda}$$

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- Доказано, что начиная с этого расстояния пучок света становится относительно быстро расширяющимся вследствие дифракции света.
- Из соображений симметрии следует, что интерференционная картина на экране вокруг центрального светлого или темного пятна должна иметь вид чередующихся светлых и темных колец с центрами в точке М.

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- Если отверстие освещается некогерентным светом, то кольца имеют радужную окраску, т.к. число зон Френеля зависит от  $\lambda$ . Случай дифракции на круглом отверстии имеет большое практическое значение, ибо все оправы объективов и линз имеют обычно круглую форму.

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

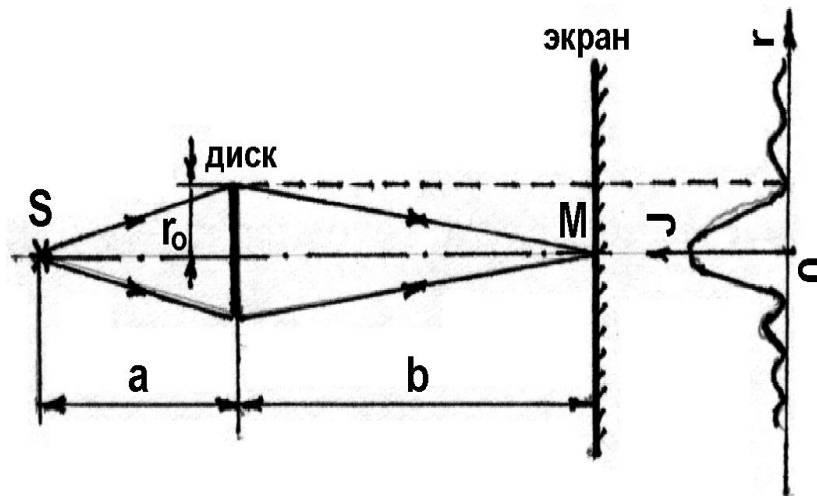
- Поместим между точечным источником света  $S$  и экраном непрозрачный круглый диск радиусом  $r_0$  так, чтобы он закрыл  $m$  первых зон Френеля (рис. 4).
- Тогда амплитуда световой волны в точке  $M$  будет равна:

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}$$



# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

□ Рис.4



# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- В центре картины при любом (четным или нечетном)  $m$  получается светлое пятно. Дифракционная картина в других точках экрана на расстоянии  $r$  от точки  $M$  будет иметь вид чередующихся концентрических светлых и темных колец. Зависимость интенсивности света  $I$  от  $r$  дана на рис. 4. Если непрозрачный диск закрывает много зон Френеля, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в узкой области на границе геометрической тени.

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

- В этом случае  $A_{m+1} \ll A_1$  и интенсивность света в области геометрической тени (за исключением центральной точки) равна нулю. Если диск закрывает лишь небольшую часть первой зоны Френеля, он совсем не отбрасывает тени – освещенность экрана всюду остается такой же, как и при отсутствии преград.

# Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

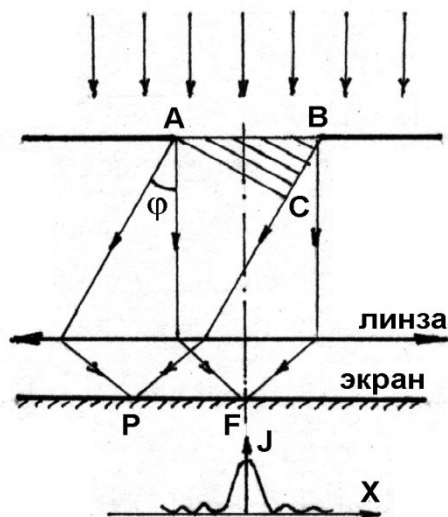
- Зависимость между  $a$ ,  $b$ ,  $r_m$ ,  $m$ ,  $\lambda$  для дифракции на круглом отверстии и на диске дается соотношением :

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

- Пусть на щель АВ шириной  $a$  падает плоская монохроматическая волна (рис. 5).



# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

- В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля освещенную щель можно рассматривать как множество точечных когерентных источников света, так что от каждой точки щели распространяются световые когерентные лучи по всем направлениям. За щелью поместим собирающую линзу, которая собирает лучи в своей фокальной плоскости. В фокальной плоскости поместим экран.

# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

- В направлении главной оптической оси линзы, совпадающей с первоначальным направлением волны (лучей), линза соберет лучи в своем главном фокусе  $F$ . Все эти лучи до точки схождения  $F$  проходят одинаковые оптические пути, поэтому все эти лучи придут в одинаковой фазе и усилят друг друга. Следовательно, в главном фокусе линзы всегда будет наблюдаться максимум света, который имеет вид ярко освещенной полосы, идущей параллельно щели.

# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

- Рассмотрим теперь лучи, идущие под углом  $\varphi$  к первоначальному направлению. Эти лучи линза соберет в побочном фокусе Р. Лучи когерентны, поэтому они будут интерферировать. До точки Р лучи, исходящие из разных точек щели, проходят различные пути.
- Проведем перпендикуляр АС – новый фронт волны для лучей, идущих под углом  $\varphi$ . От этой плоскости АС до точки Р лучи проходят одинаковые оптические пути, тогда как от щели до нее лучи проходят разные пути. Между лучами, идущими от крайних точечных источников на щели образуется разность хода ВС, равная  $\delta = a \sin\varphi$ , где  $a$  – ширина щели, равная отрезку АВ.



# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

- Воспользуемся методом зон Френеля. На отрезке  $BC = b$  отложим отрезки, равные  $\lambda/2$ , и через эти точки проведем плоскости, параллельные  $AC$ . Эти плоскости разделят щель на зоны Френеля, которые в данном случае будут представлять собой полосы, параллельные краям щели. Из такого построения ясно, что разность хода лучей, идущих от симметричных точек двух соседних зон Френеля, равна  $\lambda/2$ . На щели укладывается  $k$  зон Френеля, равное

# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

$$k = \frac{BC}{\lambda/2} = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2}$$

□ ИЛИ

$$a \sin \varphi = k \cdot \lambda/2$$

# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

- Если  $k$  – четное число ( $k = 2m$ ), где  $m = 1, 2, 3, \dots$ , то на щели укладывается четное число зон Френеля, которые попарно гасят друг друга. В этом случае в направлении, определяемым углом  $\varphi$ , будут минимумы света. Следовательно, условие минимумов имеет вид:

# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$$

- ▣ где  $m = 1, 2, \dots$
- ▣ Если же  $k$  – нечетное число ( $2m + 1$ ), то в соответствующих направлениях получим максимум света. Следовательно, условие максимумов света имеет вид:

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

- ▣ где  $m = 0, 1, 2, \dots$

# Дифракция Фраунгофера

## Дифракция на щели

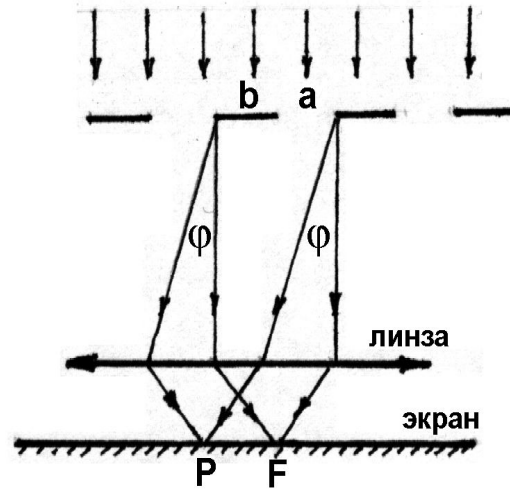
- При неизменной ширине щели максимумы света различной длины волны приходятся на различные углы. Если щель освещается белым светом, то нулевой (центральный) максимум будет белым. По обе стороны от него расположатся максимумы первого и последующего порядков. Они будут цветными, т.к. согласно формуле красный цвет ( $\lambda = 0,76$  мкм) отклонится на больший угол, чем фиолетовый ( $\lambda = 0,38$  мкм). Между ними расположатся полосы остальных цветов спектра.

# Дифракционная решетка

- Одна щель дает слишком мало света и дифракционные максимумы недостаточно резки. Чтобы получить четкую дифракционную картину, вместо одной щели применяют ряд узких параллельных щелей, расположенных на равном расстоянии друг от друга. Такое устройство называют **дифракционной решеткой**.
- Пусть на решетку падает пучок параллельных лучей, перпендикулярных плоскости решетки (рис. 6).

# Дифракционная решетка

□ Рис.6



# Дифракционная решетка

- Рассмотрим дифракционную картину на примере двух щелей. При увеличении числа щелей дифракционная картина становится более отчетливой. Разность хода крайних лучей от двух соседних щелей в направлении под углом  $\varphi$  равна  $\delta = c \sin \varphi$ , где  $c = a + b$  – постоянная решетки (период решетки), равная сумме ширины щели  $a$  и ширины непрозрачного промежутка  $b$ . Для каждой щели, взятой в отдельности, будут соблюдаться условия максимума и минимума.



# Дифракционная решетка

- Так как все щели решетки одинаковы, то при выполнении условия минимума для одной щели, оно будет выполняться и для всех щелей. Следовательно, там, где наблюдается минимум для одной щели, там будет минимум и для решетки. Дифракционная картина на решетке определяется как результат интерференции волн, идущих от всех щелей. Предположим, что свет после прохождения через решетку распространяется под углом  $\varphi$  к нормальному распространению лучей и первая и вторая щели дают максимум освещенности.

# Дифракционная решетка

- Вероятно, суммарная освещенность в данной точке экрана будет зависеть от того насколько отличаются по фазе волны, пришедшие от разных щелей. Если фазы волны отличаются на  $2\pi$ ;  $4\pi$ ;  $6\pi$  и т.д., т.е. разность хода  $\delta$  от соседних щелей равна целому числу длины волны  $\lambda$ , то условие максимумов будет иметь вид:

$$c \sin \varphi = k \lambda$$

- где  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  - порядок дифракционного максимума.

# Дифракционная решетка

- Если пришедшие от разных щелей волны отличаются по фазе на  $\pi$ ;  $3\pi$ ;  $5\pi$  и т.д., то разность хода лучей будет равна  $\lambda/2$ ;  $(3/2)\lambda$ ;  $(5/2)\lambda$ , т.е. нечетному числу полуволн, и условие минимума будет иметь вид:

$$c \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

# Дифракционная решетка

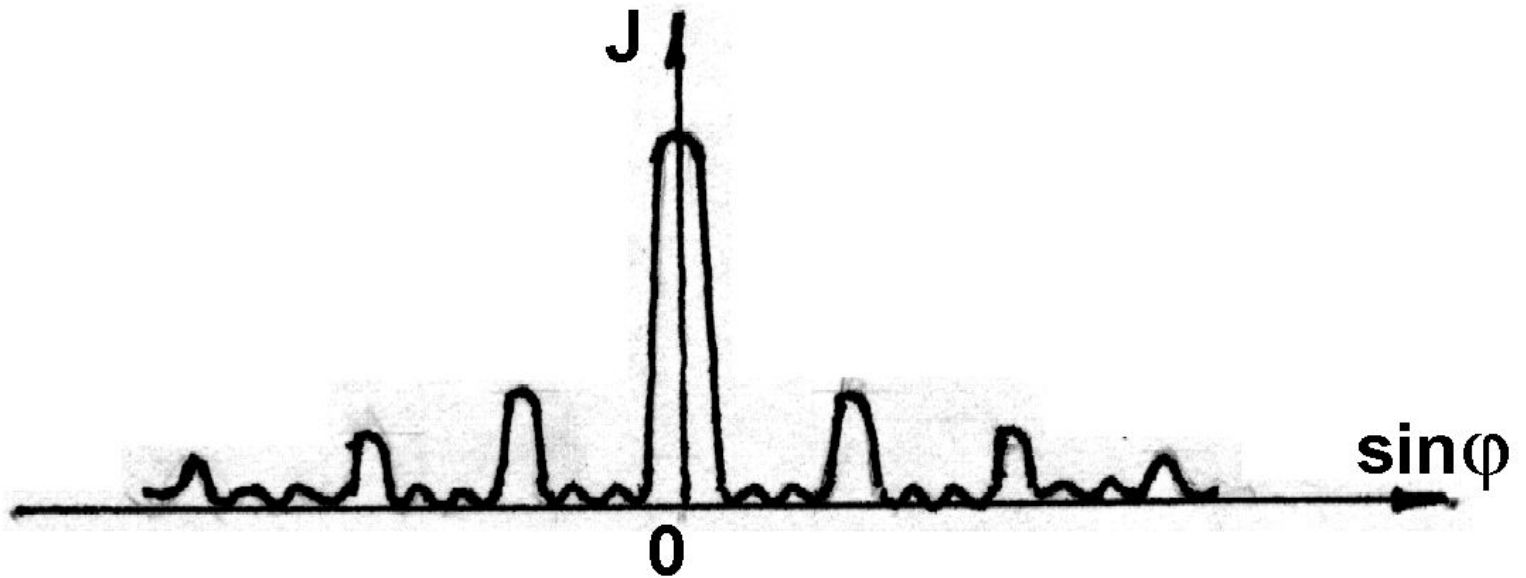
- Эти формулы определяют условия максимумов и минимумов, называемых **главными**.
- Число  $k$  дает порядок главных максимумов ( $k = 0$  – нулевой,  $k = 1$  – первого,  $k = 2$  – второго порядка и т.д.). Максимум нулевого порядка один, максимумов второго порядка по два – левый и правый от нулевого. Наибольший порядок главного максимума (или минимума) определяется из условия, что  $\sin\varphi = 1$  и будет равен

# Дифракционная решетка

$$k_{max} \leq \frac{c}{\lambda}$$

- Полное число главных максимумов равно  $(2k_{max} + 1)$ . Кроме главных максимумов и минимумов в дифракционном спектре наблюдаются добавочные максимумы и минимумы. Эти минимумы возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей решетки можно представить векторами равной длины (рис. 7). Из-за сдвига фаз такие векторы повернутся один относительно другого на один и тот же угол.

# Дифракционная решетка



# Дифракционная решетка

- Если разность хода  $\delta = c \sin\varphi$ , то равно разности фаз  $\Delta\varphi$ , откуда  $\Delta\varphi = c \sin\varphi$ . Чем больше щелей в дифракционной решетке, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами и тем более интенсивными будут главные максимумы. Постоянная дифракционной решетки  $c$  равна ширине решетки  $l$ , поделенной на число щелей  $N$ :  $c = l/N$ . Это означает, чем больше щелей, тем больше света проходит через решетку и тем резче дифракционная картина.

# Дифракционная решетка

- Лучи разной длины волны будут иметь максимумы в различных направлениях по углу  $\varphi$  (фиолетовым концом к центральной белой полосе). Разрешающая способность  $R$  дифракционной решетки определяет минимальную разность длин волн  $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ , при которой две линии в спектре с близкими длинами волны воспринимаются реально, т.е. разрешающая способность определяется соотношением



# Дифракционная решетка

$$R = \frac{\lambda_2 \lambda}{\lambda_1 - \lambda_2} = kN$$

- где  $k$  – порядок спектра,  $N$  – число щелей в решетке. Чем больше  $N$  и  $k$  ( ), тем более близкие по длине волны ( $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ) лучи могут быть разрешены в спектре. Современные дифракционные решетки имеют разрешающую способность до  $2 \cdot 10^5$ . Дифракционные решетки используются в спектральных приборах для определения длин волн света, а по интенсивности света для отдельных длин волн определяют содержание атомов химических элементов в исследуемом веществе. Основанный на этом метод анализа называется спектральным.