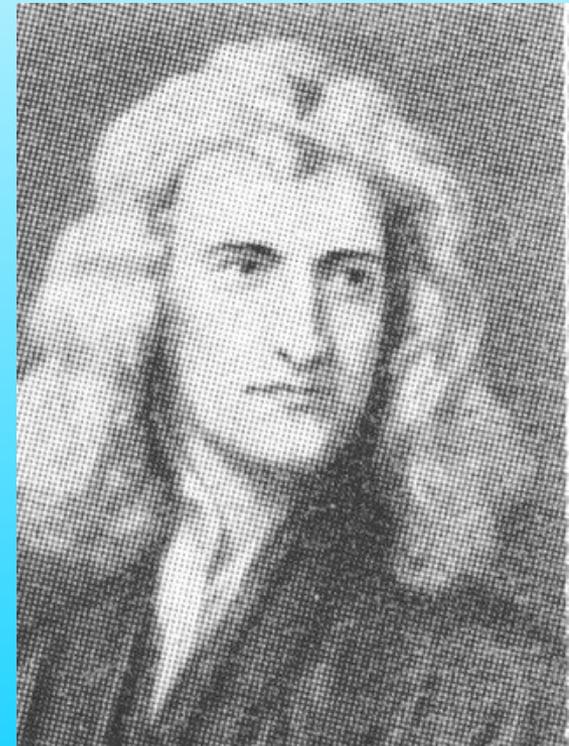


ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

- 1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы
- 2. Масса и импульс тела
- 3. Второй закон Ньютона. Принцип суперпозиции
- 4. Третий закон Ньютона
- 5. Импульс произвольной системы тел
- 6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел
- 7. Закон сохранения импульса

1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы

В основе так называемой **классической** или **ньютоновской** **механики** лежат **три закона динамики**, сформулированных И. Ньютоном в 1687 г. Эти законы играют исключительную роль в механике и являются (как и все физические законы) обобщением результатов огромного человеческого опыта.



Первый закон Ньютона:

всякая материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её изменить это состояние.

$$\vec{F} = 0, \quad v \neq \text{const} \quad v =$$

(Закон инерции)

Скорость любого тела остаётся постоянной (в частности, равной нулю), пока воздействие на это тело со стороны других тел не вызовет её изменения.

Стремление тела сохранить состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**.

Поэтому первый закон Ньютона называют **законом инерции**.

Первый закон Ньютона выполняется в инерциальных системах отсчёта.

Инерциальной системой отсчёта является такая система отсчёта, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно (т.е. с постоянной скоростью).

Таким образом, **первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчёта.**

Система отсчёта, связанная с Землей, строго говоря, **неинерциальная**, однако эффекты, обусловленные её неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца) при решении многих задач малы, и в этих случаях её можно считать **инерциальной**.

Сущность первого закона Ньютона может быть сведена к трём основным положениям:

- **все тела обладают свойствами инерции;**
- **существуют инерциальные системы отсчёта, в которых выполняется первый закон Ньютона;**
- **движение относительно.**

2. Масса и импульс тела

Воздействие на данное тело со стороны других тел вызывает изменение его скорости, т.е. сообщает данному телу ускорение.

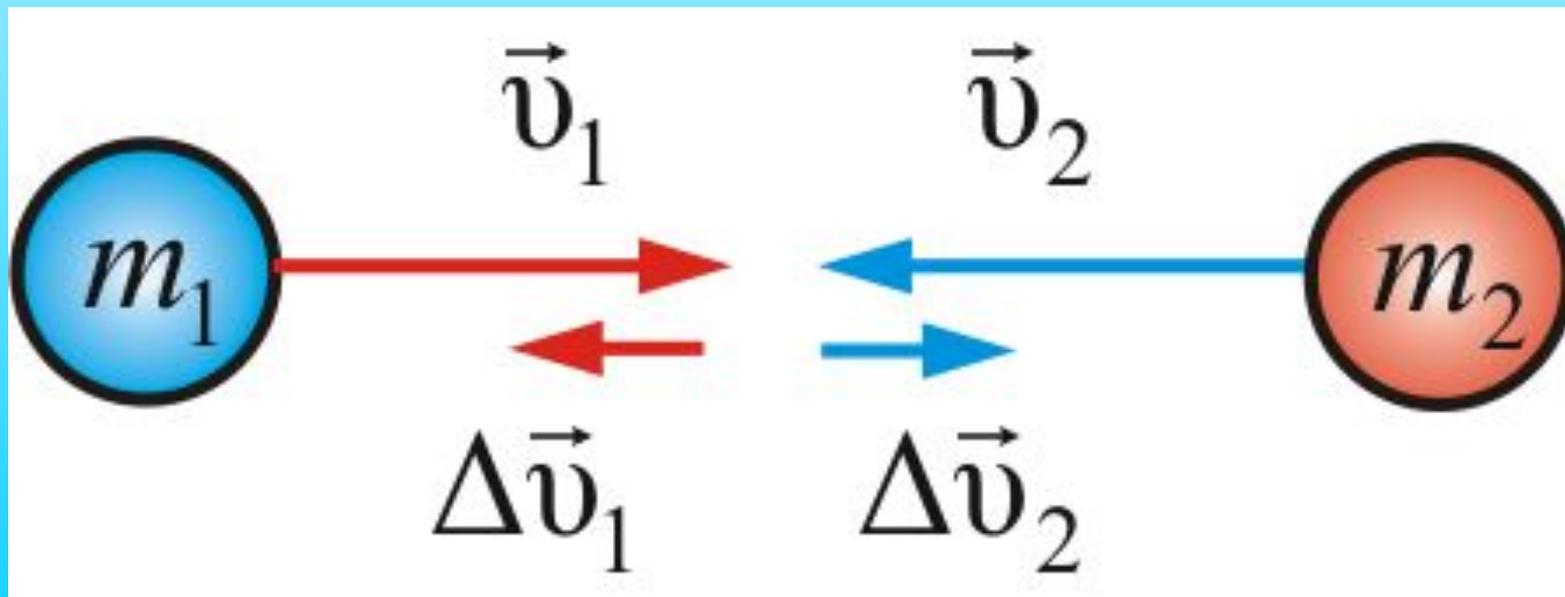
Опыт показывает, что одинаковое воздействие сообщает разным телам разные по величине ускорения. **Всякое тело противится попыткам изменить его состояние движения.** Это свойство тел, как мы уже говорили, называется **инертностью** (следует из первого закона Ньютона).

Мерой инертности тела является величина, называемая массой.

Масса – величина **аддитивная** (масса тела равна сумме масс частей, составляющих это тело).

Система тел, взаимодействующих только между собой, называется **замкнутой**.

Рассмотрим замкнутую систему двух тел массами m_1 и m_2



$$\frac{|\Delta v_1|}{|\Delta v_2|} = \frac{m_2}{m_1}$$

(тело, обладающее большей массой, меньше изменяет скорость).

Приняв во внимание направление скоростей, запишем:

$$m_1 \Delta v_1 = -m_2 \Delta v_2.$$

$$\Delta(m_1 v_1) = -\Delta(m_2 v_2).$$

Произведение массы тела на скорость называется импульсом тела

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}.$$

3. Второй закон Ньютона.

Математическое выражение *второго закона Ньютона*:

$$\frac{dp}{dt} = F$$

скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе.

Отсюда можно заключить, что

$$dp = F dt$$

изменение импульса тела равно импульсу силы.

$$\frac{d(mv)}{dt} = F. \text{ т. к. } m = \text{const} \text{ то } m \frac{dv}{dt} = F. \text{ но } \frac{dv}{dt} = a,$$

$$\text{тогда } ma = F$$

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F}$$

основное уравнение динамики поступательного движения материальной точки.

Принцип суперпозиции или принцип независимости действия сил

Если на материальное тело действуют несколько сил, то результирующую силу можно найти из выражения:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i,$$

Найдем изменение импульса тела за конечный промежуток времени

$$m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1 = \mathbf{F}\Delta t,$$

$$\Delta(m\mathbf{v}) = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt$$

изменение импульса тела равно импульсу силы.

В системе СИ семь основных единиц

(м) – метр,

(кг) – килограмм,

(с) – секунда,

(А) – ампер,

(К) – кельвин,

(кд) – кандела (единица силы света),

(кмоль) – единица количества вещества.

Остальные единицы ***производные***

получаются из физических законов связывающих их с основными единицами. Например из второго

закона Ньютона производная ***единица силы***

$$1 \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 = 1 \text{ Н}.$$

4. Третий закон Ньютона

Действие тел друг на друга носит характер взаимодействия.

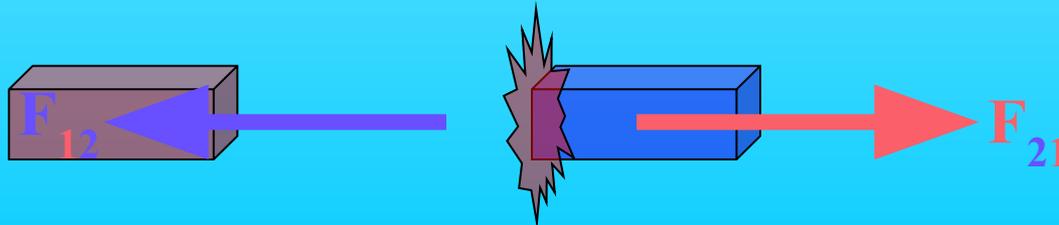
Третий закон Ньютона отражает тот факт, что сила есть результат взаимодействия тел, и устанавливает, что **силы, с которыми действуют друг на друга два тела, равны по величине и противоположны по направлению.**

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

3-й Закон Ньютона в общем случае является универсальным законом взаимодействий:

Всякое действие вызывает равное по величине противодействие

Силы, связанные по 3 закону Ньютона, приложены к различным телам и, следовательно, никогда не могут начинаться в одной точке



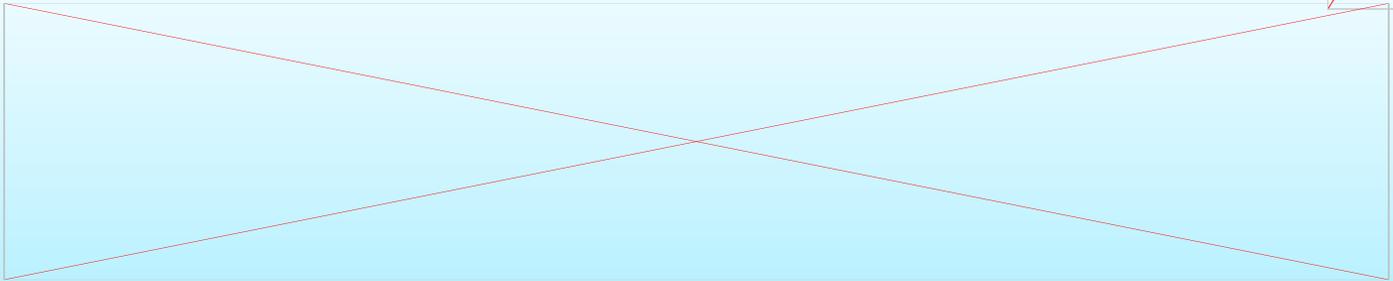
5. Импульс произвольной системы тел

Центр инерции или центр масс системы материальных точек называют такую точку C , радиус-вектор которой:

$$\mathbf{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i,$$

где $m = \sum_{i=1}^n m_i$ – общая масса системы, n – число точек системы.

Скорость центра инерции системы



$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{p} = m \vec{v}_c$$

– импульс системы тел равен произведению массы системы на скорость её центра инерции.

6. Основное уравнение динамики поступательного движения произвольной системы тел

Тела, не входящие в состав рассматриваемой системы, называют **внешними телами**, а силы, действующие на систему со стороны этих тел – **внешними силами**. Силы взаимодействия между телами внутри системы, называют **внутренними силами**.

Результирующая всех внутренних сил действующих на i -ое тело:

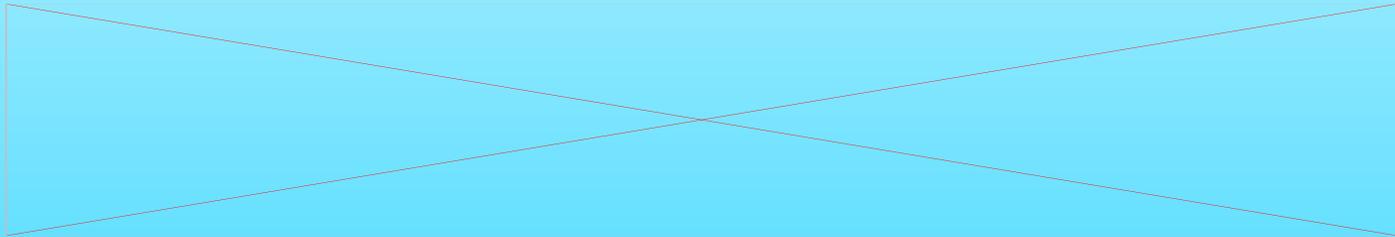
$$\mathbf{F}_i^{\text{внутр.}} = \sum_{k \neq i}^n \mathbf{F}_{ik} = \mathbf{F}_{i1} + \mathbf{F}_{i2} + \dots + \mathbf{F}_{in},$$

где $k \neq i$ – т.к. i -ая точка не может действовать сама на себя.

Обозначим $\mathbf{F}_i^{\text{внеш.}}$ – результирующая всех внешних сил приложенных к i -ой точке системы.

По второму закону Ньютона можно записать систему уравнений:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \mathbf{v}_1) = \mathbf{F}_1^{\text{внеш.}} + \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \dots + \mathbf{F}_{1n},$$



.....,

$$\frac{d}{dt}(m_n \mathbf{v}_n) = \mathbf{F}_n^{\text{внеш.}} + \mathbf{F}_{n1} + \dots + \mathbf{F}_{n,n-1}.$$

Сложим эти уравнения и сгруппируем попарно силы \vec{F}_{ik} и \vec{F}_{ki} :

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш.}} + (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + \dots + (\vec{F}_{n-1,n} + \vec{F}_{n,n-1}).$$

По третьему закону Ньютона, $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$, поэтому все выражения в скобках в правой части уравнения равны нулю. Тогда остаётся:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш.}} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Назовем $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш.}}$ — **главным вектором всех внешних сил**,

тогда:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$$

Скорость изменения импульса системы равна главному вектору всех внешних сил, действующих на эту систему.

Это уравнение называют **основным уравнением динамики поступательного движения системы тел.**

$$m\mathbf{a}_c = \mathbf{F}$$

Здесь \mathbf{a}_c – ускорение центра инерции.

$$m\ddot{a}_c = \mathbf{F}$$

Центр механической системы движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы, и на которую действует сила, равная главному вектору внешних сил, приложенных к системе.

Теорема о движении центра масс

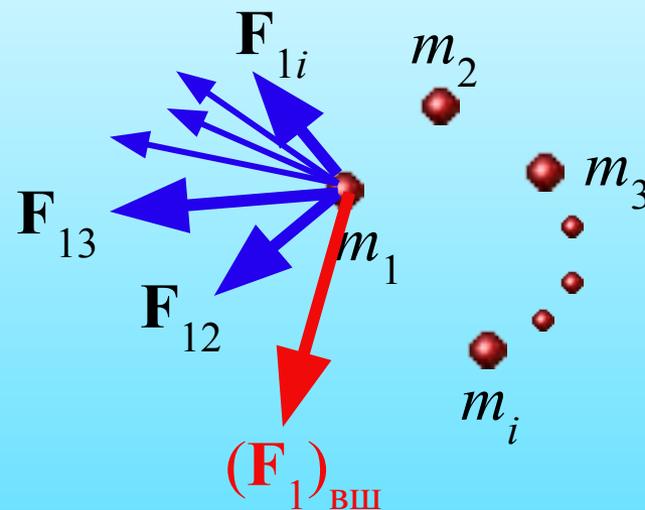
Силы, действующие на каждую точку системы, разобьем на два типа

- **внутренние силы**
- **резльтирующая всех внешних сил**

В общем виде это можно записать так:

$$\vec{F}_i = \sum_{k=1}^{n-1} \vec{F}_{ik} + (\vec{F}_i)_{\text{вн}}$$

По 3 закону Ньютона $\sum_{i,k} \vec{F}_{ik} \equiv 0$



$$\vec{a}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n (\vec{F}_i)_{\text{вн}}$$

Если система находится во внешнем стационарном и однородном поле, то никакими действиями внутри системы невозможно изменить движение центра масс системы

7. Закон сохранения импульса

Механическая система называется **замкнутой** (или **изолированной**), если на неё не действуют внешние силы, т.е. она не взаимодействует с внешними телами.

Строго говоря, каждая реальная система тел всегда не замкнута, т.к. подвержена, как минимум воздействию гравитационных сил. Однако если внутренние силы гораздо больше внешних, то такую систему можно считать замкнутой (например – Солнечная система).

Для замкнутой системы равнодействующий вектор внешних сил тождественно равен нулю:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} \equiv 0,$$

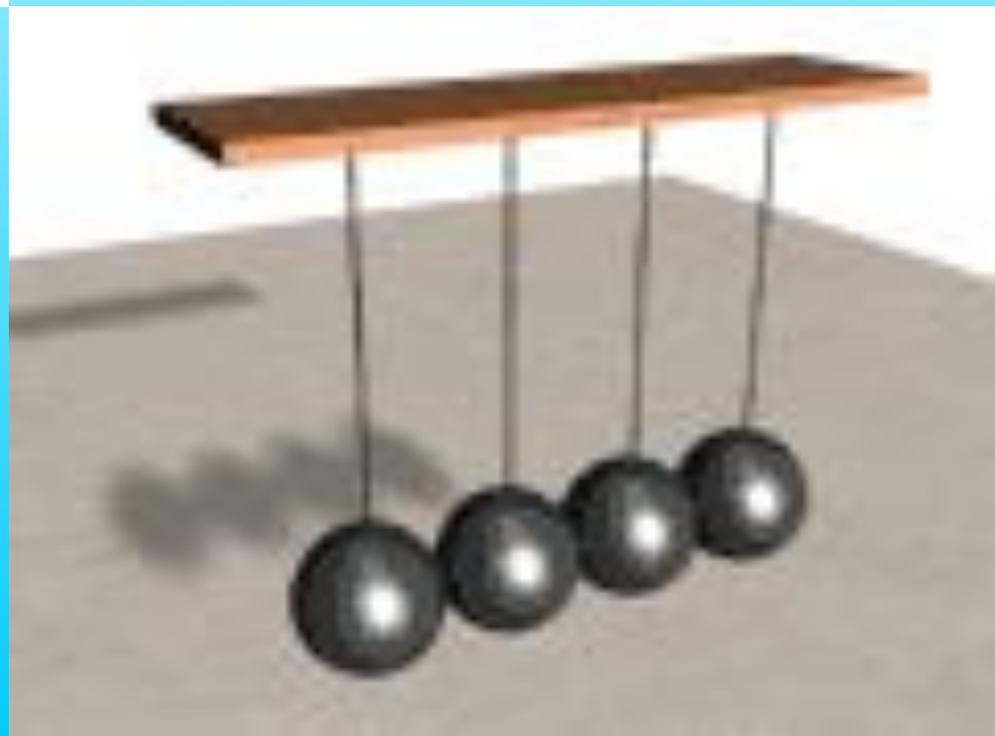
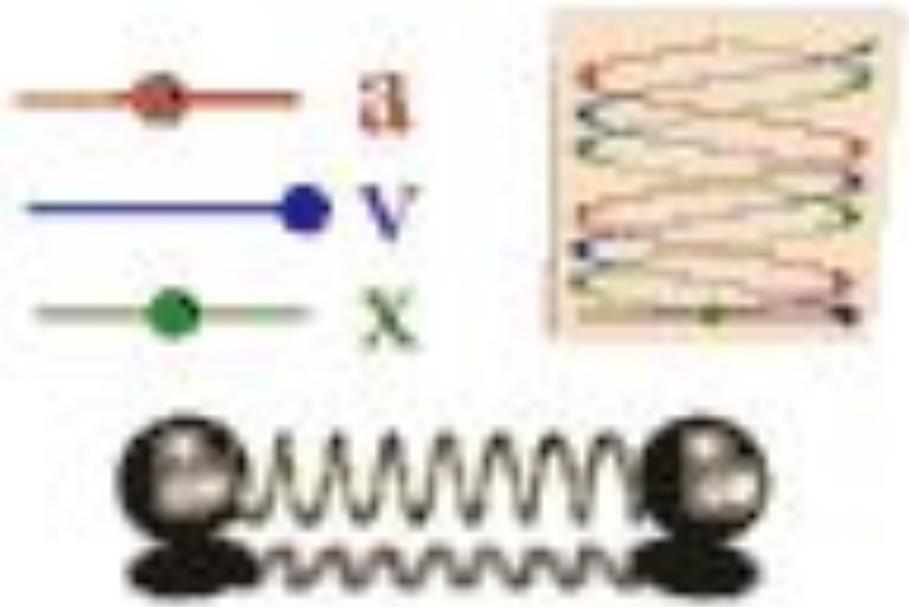
отсюда
$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_c = \text{const.}$$

импульс замкнутой системы не изменяется во времени.

Импульс системы тел может быть представлен в виде произведения суммарной массы тел на скорость центра инерции: $\vec{p} = m \vec{v}_c$, тогда

$$m \vec{v}_c = \text{const.}$$

При любых процессах, происходящих в замкнутых системах, скорость центра инерции сохраняется неизменной.



СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

- 1. Виды и категории сил в природе
- 2. Сила тяжести и вес тела
- 3. Упругие силы
- 4. Силы трения
- 5. Силы инерции
 - 5.1. Уравнения Ньютона для неинерциальной системы отсчета
 - 5.2. Центробежная и центростремительная силы
 - 5.3. Сила Кориолиса

1. Виды и категории сил в природе

В настоящее время, различают **четыре типа сил** или **взаимодействий**:

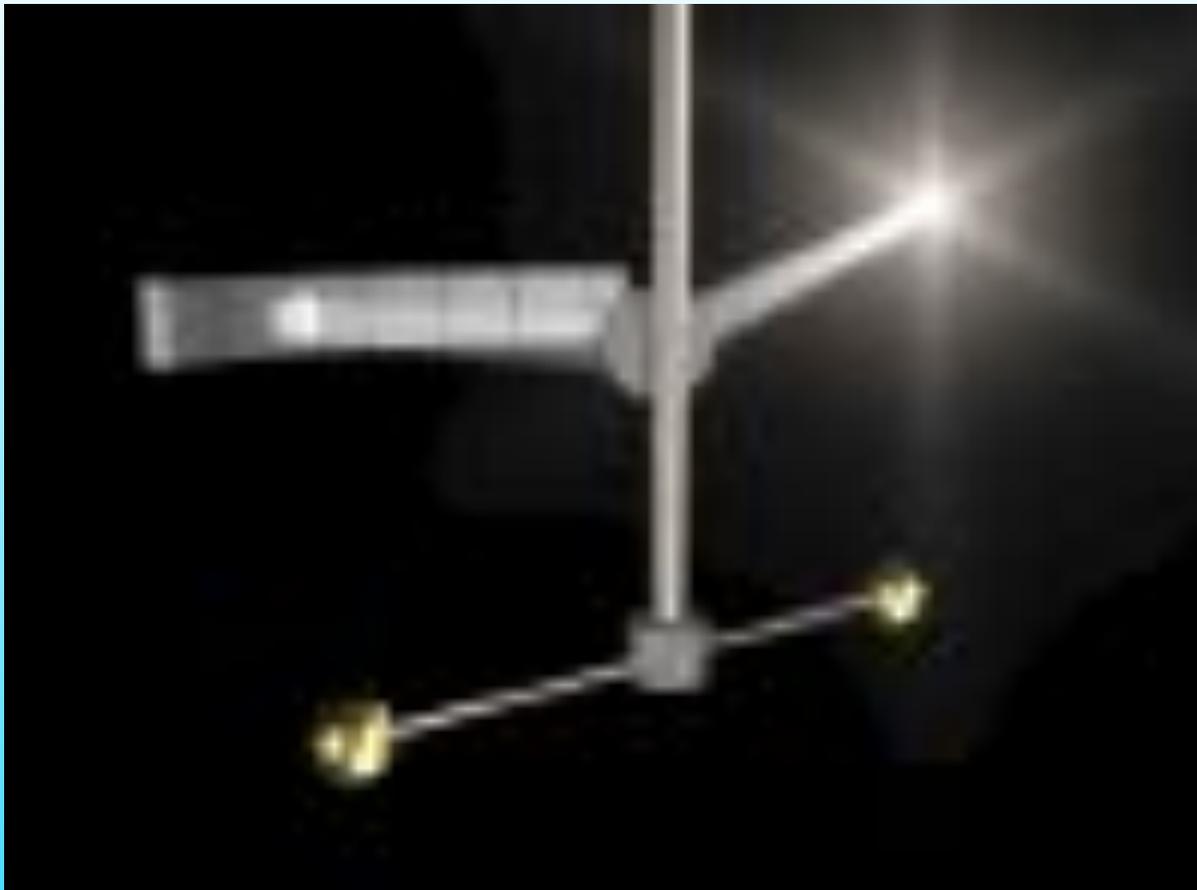
- **гравитационные;**
- **электромагнитные;**
- **сильные** (ответственное за связь частиц в ядрах) и
- **слабые** (ответственное за распад частиц)

Гравитационные и электромагнитные силы нельзя свести к другим, более простым силам, поэтому их называют **фундаментальными**.

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где r – расстояние между точками



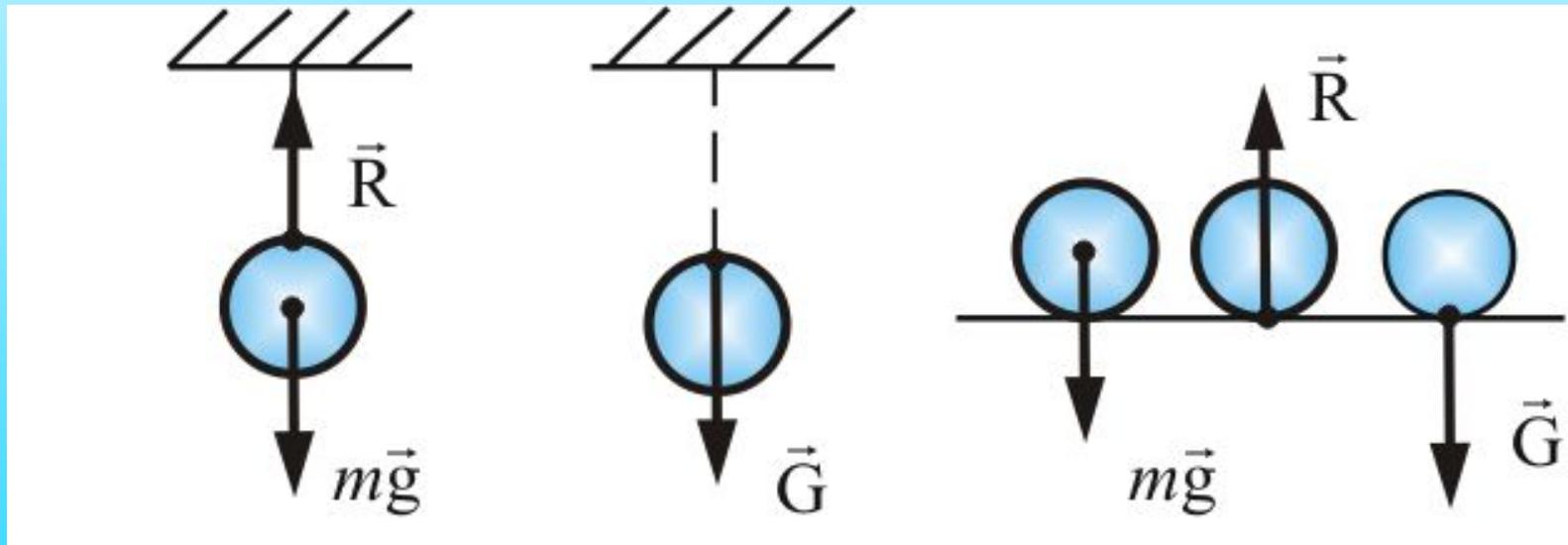
2. Сила тяжести и вес тела

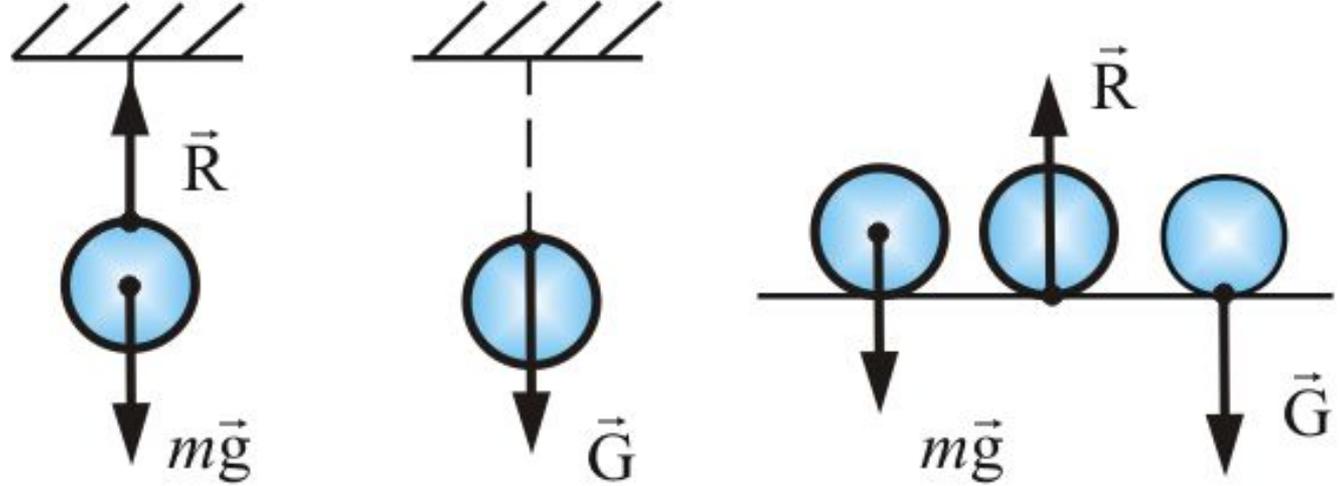
Силы тяжести – сила, с которой все тела притягиваются к Земле.

Вблизи поверхности Земли все тела падают с одинаковым ускорением – ускорением свободного падения g

$$\vec{F} = mg \vec{g}$$

Если подвесить тело или положить его на опору, то **сила тяжести** уравнивается **силой** – которую называют **реакцией опоры или подвеса R** .





По третьему закону Ньютона тело действует на подвес или опору с силой \vec{G} которая называется **весом тела**.

Вес и сила тяжести равны друг другу, но приложены к разным точкам: вес к подвесу или опоре, сила тяжести – к самому телу.

Это равенство справедливо, если подвес (опора) и тело покоятся относительно Земли (или движутся равномерно, прямолинейно). Если имеет место движение с ускорением, то справедливо соотношение:

$$G = mg \pm ma = m(g \pm a).$$

Вес тела может быть больше или меньше силы тяжести:

$$G < mg$$

$$G > mg$$

Находясь внутри закрытой кабины невозможно определить, чем вызвана сила mg , тем, что кабина движется с ускорением или действием притяжения Земли.

Пассажиры космического корабля, вращающегося с частотой всего 9,5 об/мин, находясь на расстоянии 10 м от оси вращения, будут чувствовать себя, как на Земле.

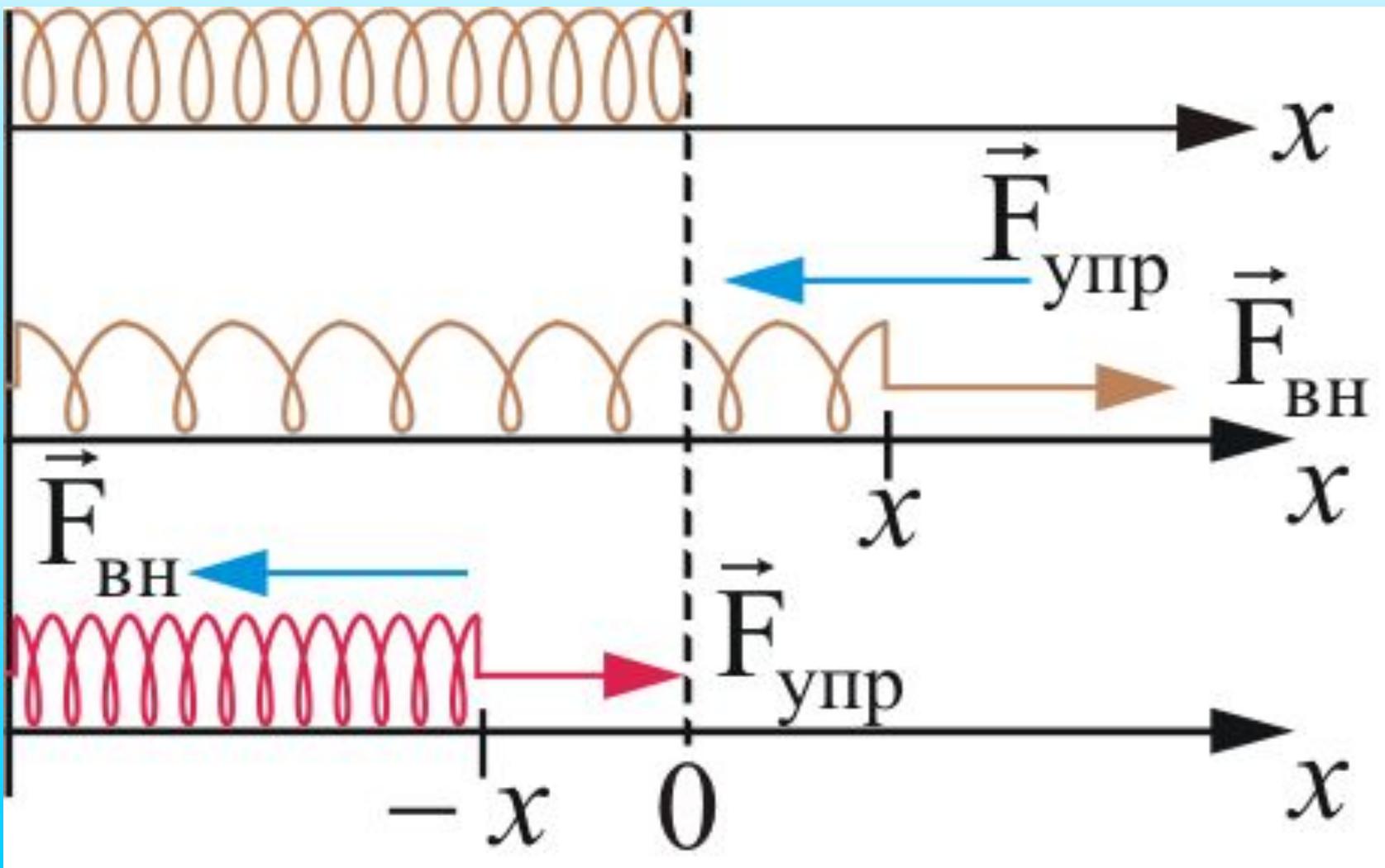
3. Упругие силы

Электромагнитные силы проявляют себя как **упругие силы и силы трения.**

Под действием внешних сил возникают **деформации** (т.е. изменение размеров и формы) тел. Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется **упругой**.

Рассмотрим упругие деформации.

В деформированном теле возникают упругие силы, уравновешивающие внешние силы.



Под действием **внешней силы** – $F_{\text{вн}}$, пружина получает **удлинение** x , в результате в ней возникает **упругая сила** – $F_{\text{упр}}$, **уравновешивающая** $F_{\text{вн}}$.

Упругие силы возникают во всей деформированной пружине. Любая часть пружины действует на другую часть с силой упругости $F_{\text{упр}}$.

Удлинение пружины пропорционально внешней силе и определяется законом Гука:

$$x = \frac{1}{k} F_{\text{вн}},$$

k – жесткость пружины.

Так как упругая сила отличается от внешней только знаком, т.е. $F_{\text{упр.}} = -F_{\text{вн.}}$

то закон Гука можно записать в виде:

$$F_{\text{упр.}} = -kx.$$

Потенциальная энергия упругой пружины равна работе, совершенной над пружиной.

Так как сила не постоянна, то элементарная работа равна

$$dA = F dx$$

$$dA = -kx dx,$$

Тогда **полная работа, которая совершена пружиной, равна:**

$$A = \int dA = -\int_0^x kx dx = -\frac{kx^2}{2}$$

4. Силы трения

Трение подразделяется на **внешнее** и **внутреннее**.

Внешнее трение возникает при относительном перемещении двух соприкасающихся твердых тел (трение скольжения или трение покоя).

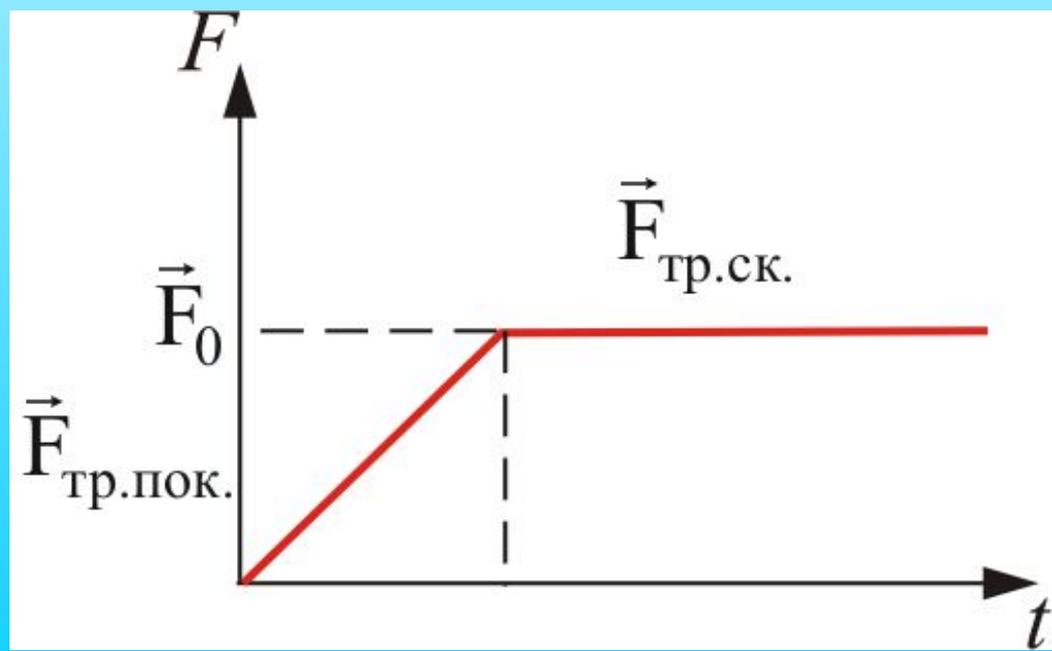
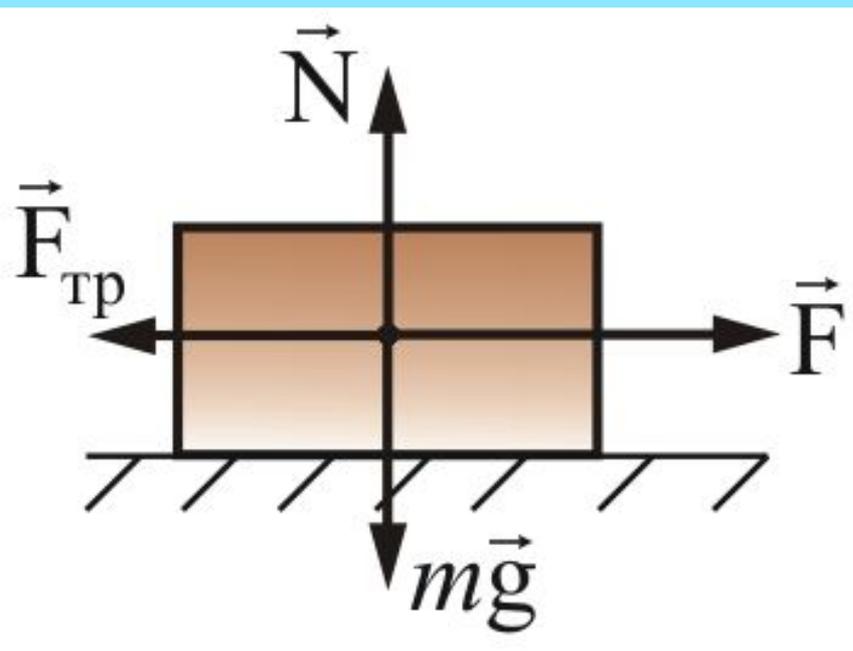
Внутреннее трение наблюдается при относительном перемещении частей одного и того же сплошного тела (например, жидкость или газ).

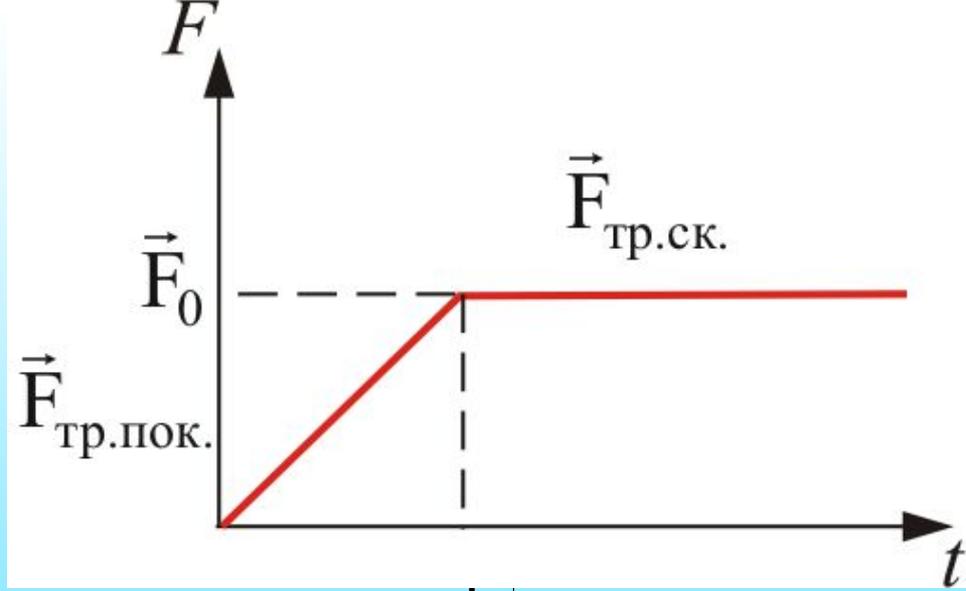
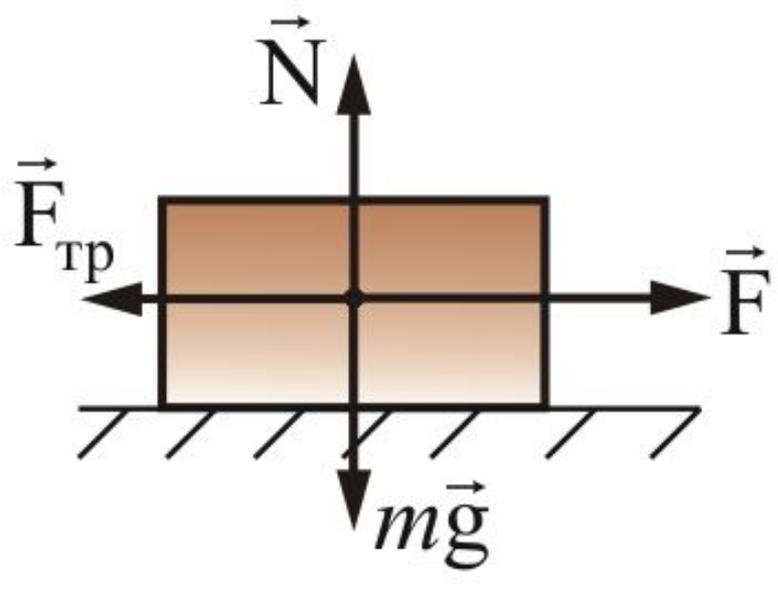
Различают **сухое** и **жидкое** (или **вязкое**) трение.

Жидким (вязким) называется трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой или ее слоями.

Сухое трение, в свою очередь, подразделяется на **трение скольжения и трение качения**.

Рассмотрим законы сухого трения





Подействуем на тело, внешней силой \vec{F} постепенно увеличивая ее модуль. Вначале брусок будет оставаться неподвижным, значит внешняя сила уравновешивается некоторой силой $\vec{F}_{\text{тр}}$. В этом случае $\vec{F}_{\text{тр}}$ – и есть **сила трения покоя**.

Когда модуль внешней силы, а следовательно, и модуль силы трения покоя превысит значение F_0 , тело начнет скользить по опоре – **трение покоя $\vec{F}_{\text{тр.пок}}$ сменится трением скольжения $\vec{F}_{\text{тр.ск}}$**

Установлено, что **максимальная сила трения покоя** не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно **пропорциональна модулю силы нормального давления N**

$$F_0 = \mu_0 N,$$

μ_0 – коэффициент трения покоя – зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

Аналогично и **для силы трения скольжения:**

$$F_{\text{тр.}} = \mu N$$

5. Силы инерции

5.1. Уравнение Ньютона для неинерциальных систем отсчета

Законы инерции выполняются в инерциальной системе отсчета.

А как описать движение тела в неинерциальной системе?

Пример: вы стоите в троллейбусе спокойно. Вдруг троллейбус резко трогается, и вы невольно отклонитесь назад. Что произошло? Кто вас толкнул?

С точки зрения наблюдателя на Земле (в инерциальной системе отсчета), в тот момент, когда троллейбус тронулся, вы остались стоять на месте – в соответствии с первым законом Ньютона.

С точки зрения сидящего в троллейбусе – вы начали двигаться назад, как если бы кто-нибудь вас толкнул. На самом деле, никто не толкнул, просто ваши ноги, связанные силами трения с троллейбусом «поехали» вперед из-под вас и вам пришлось падать назад.

Можно описать ваше движение в инерционной системе отсчета. Но это не всегда просто, так как обязательно нужно вводить силы, действующие со стороны *связей*.



Силы, действующие со стороны связей могут быть самыми разными и ведут себя по разному – нет единого подхода к их описанию. **Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета.**

На силы инерции законы Ньютона не распространяются.

Можно в неинерциальной системе воспользоваться законами Ньютона, если ввести силы инерции.

Силы инерции вводят специально, чтобы воспользоваться уравнениями Ньютона в неинерциальной системе.

Силы инерции при *поступательном* *движении* неинерциальной системы отсчета.

Введем обозначения:



– ускорение тела относительно

неинерциальной системы;



– ускорение неинерциальной системы

относительно инерциальной (относительно Земли).

Тогда ускорение тела относительно

инерциальной системы: $\vec{a} = \vec{a} + \vec{a}'$.

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a}$$

второй закон Ньютона,

где m – масса движущегося тела.

Ускорение в инерциальной системе можно выразить через второй закон Ньютона

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} + \vec{a}'$$

или

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} - \vec{a}.$$

Мы можем и \vec{a}' представить в соответствии с законом Ньютона (формально)

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{F}_{\text{ИН}}}{m},$$

где $\vec{F}_{\text{ин}}$ – сила, направленная в сторону, противоположную ускорению неинерциальной системы.

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}^*$$

тогда получим

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}$$

– **уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета.**

$\vec{F}_{\text{ин}}$

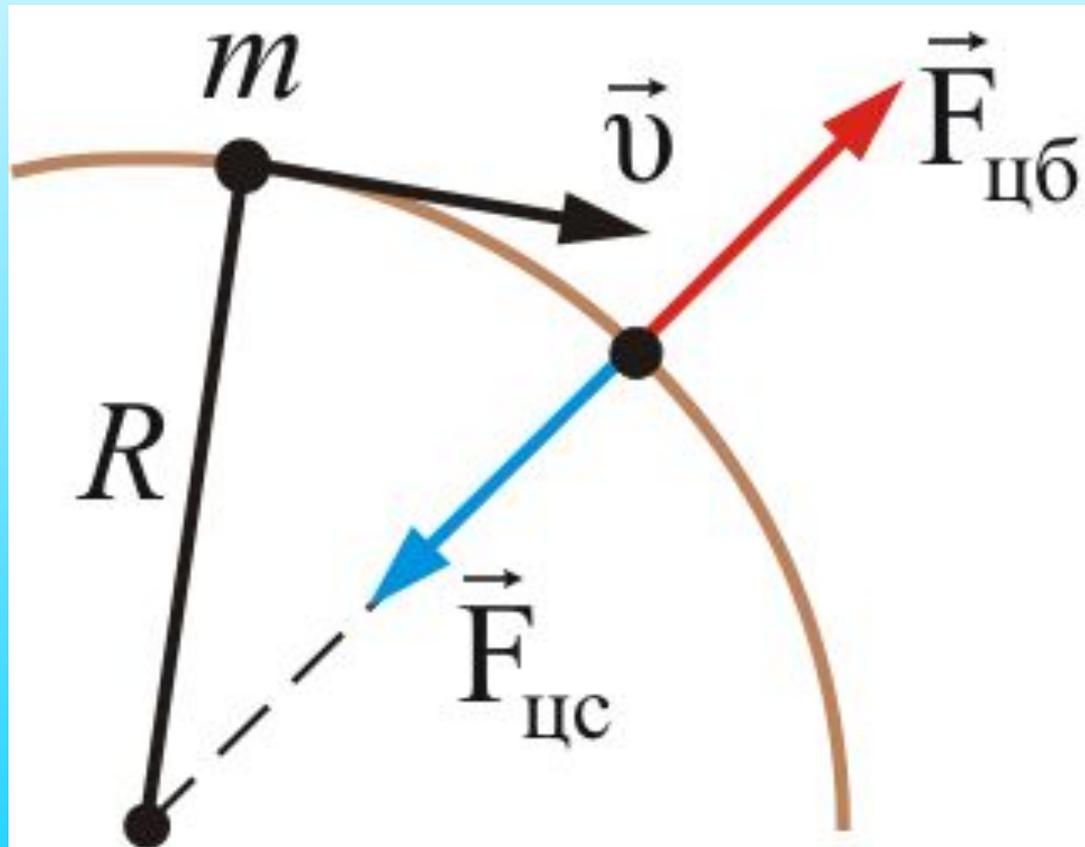
Здесь – **фиктивная сила**, обусловленная свойствами системы отсчета

Силы инерции неинвариантны относительно перехода из одной системы отсчета в другую. Они не подчиняются закону действия и противодействия.

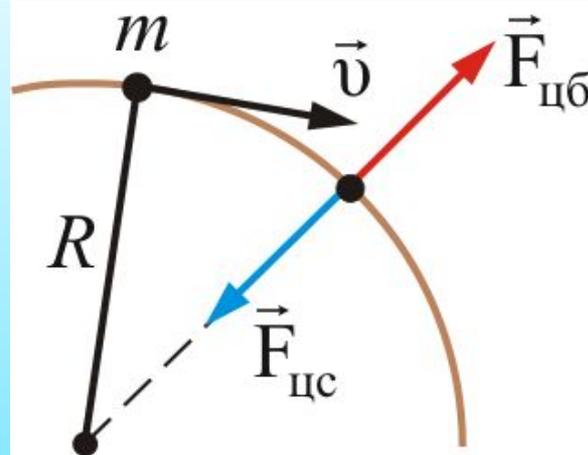
Движения тела под действием сил инерции аналогично движению во внешнем силовом поле.

Силы инерции всегда являются внешним по отношению к любому движению системы материальных тел.

Силы инерции при вращательном движении неинерциальной системы отсчета.

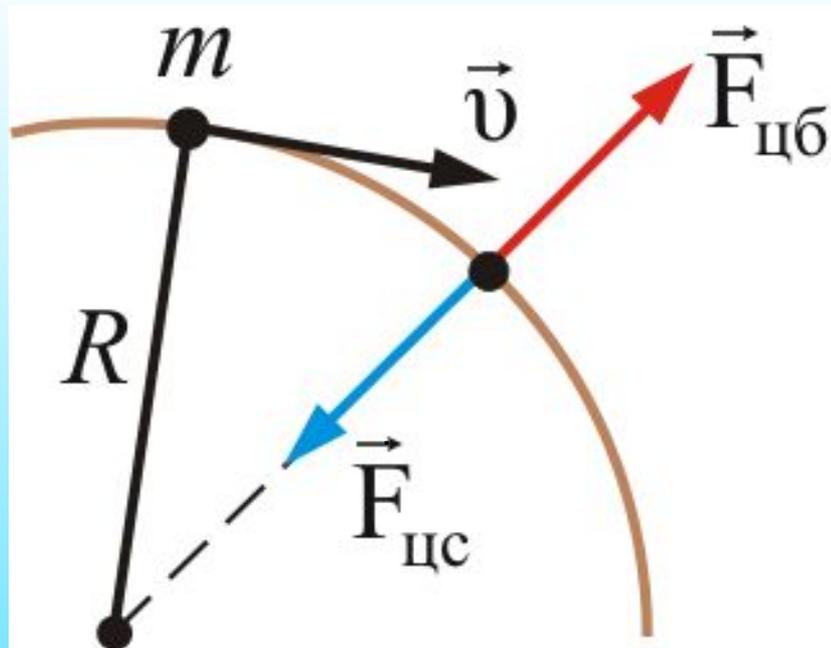


5.2. Центростремительная и центробежная силы



В каждый момент времени камень должен был бы двигаться прямолинейно по касательной к окружности. Однако он связан с осью вращения веревкой. Веревка растягивается, появляется упругая сила, действующая на камень, направленная вдоль веревки к центру вращения.

Это и есть **центростремительная сила** (при вращении Земли вокруг оси в качестве центростремительной силы выступает сила гравитации).

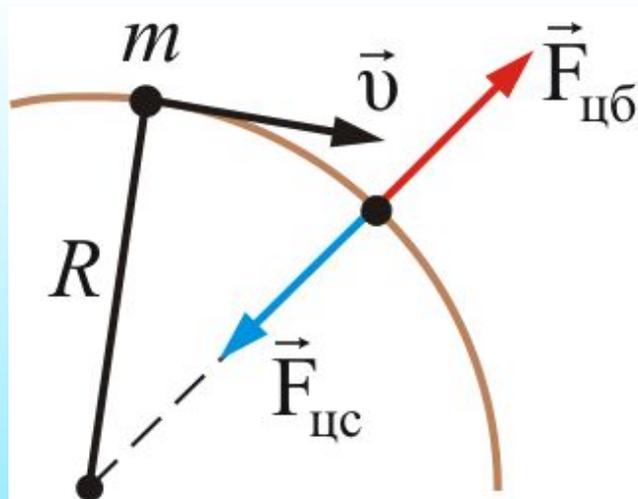


$$\vec{F}_{\text{цс}} = m \vec{a}_{\text{цс}},$$

$$\vec{a}_{\text{цс}} = \vec{a}_n,$$

$$\vec{F}_{\text{цс}} = m \vec{a}_n,$$

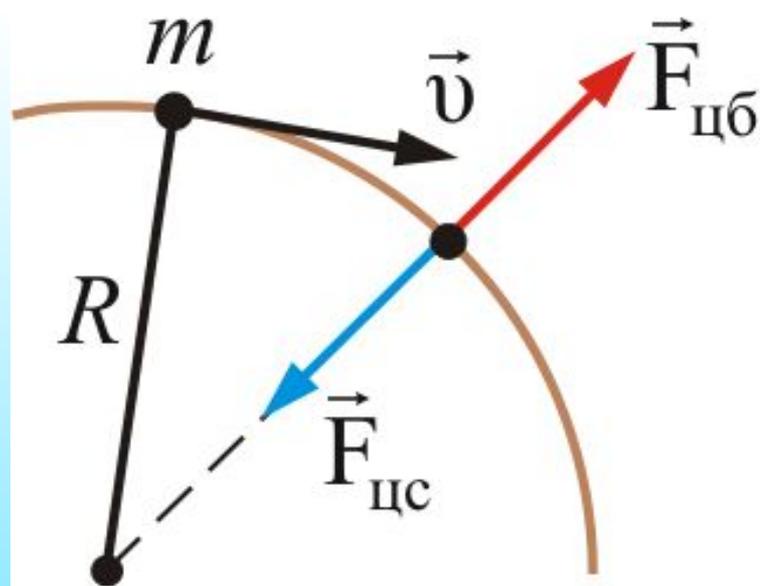
$$F_{\text{цс}} = m \frac{v^2}{R}.$$



Центростремительная сила возникла в результате действия камня на веревку, т.е. **это сила, приложенная к телу** (сила инерции второго рода).

Сила, приложенная к связи и направленная по радиусу от центра, называется **центробежной** (сила инерции первого рода)

Т.о. центростремительная сила приложена к вращающему телу, а центробежная сила – к связи.



$$\vec{F}_{\text{цб}} = -m\vec{a}_n,$$

$$F_{\text{цб}} = -m \frac{v^2}{R},$$

$$a_n = \omega^2 R$$

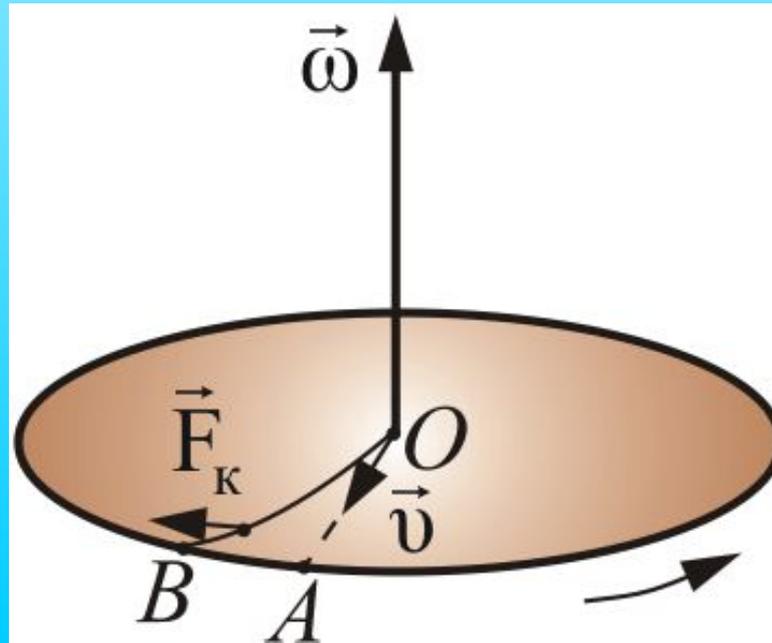
т.к.

(здесь ω – угловая скорость вращения камня, а v – линейная), то

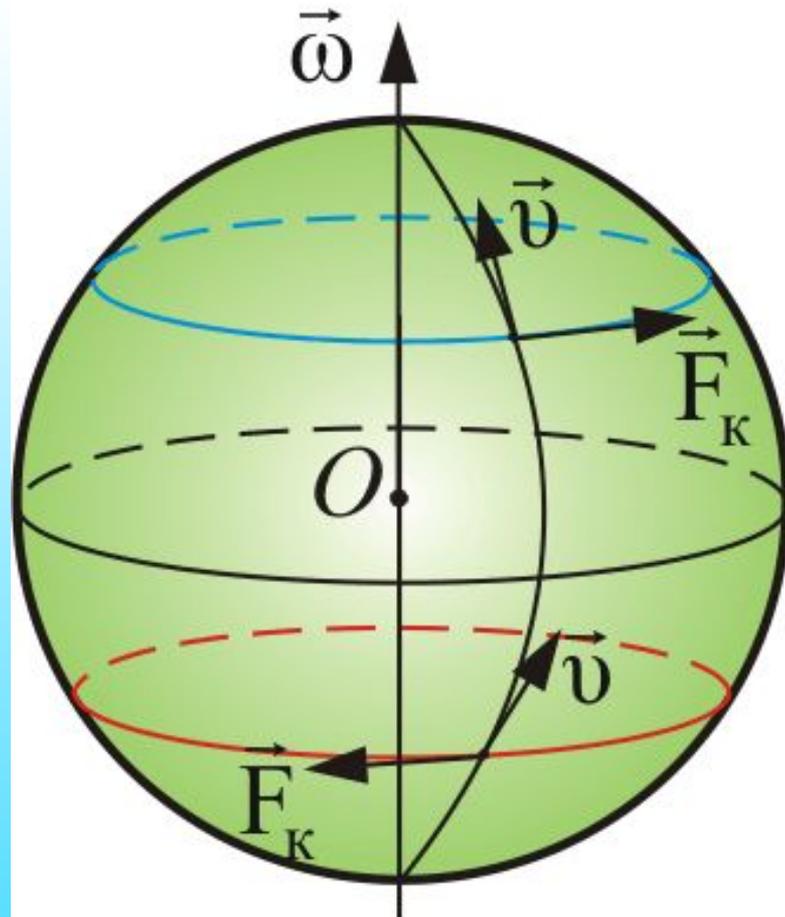
$$F_{\text{цб}} = m\omega^2 R.$$

5.3. Сила Кориолиса

При движении тела относительно вращающейся системы отсчета, кроме центробежной и центростремительной сил, появляется еще одна сила, называемая **силой Кориолиса** или **кориолисовой силой инерции** (Г. Кориолис (1792 – 1843) – французский физик).



Сила Кориолиса,
действует на тело,
движущееся вдоль
меридиана
в северном
полушарии вправо
и в южном – влево.



Это приводит к тому, что **у рек подмывается**
всегда правый берег в северном полушарии и
левый – в южном.

Эти же причины объясняют **неодинаковый**
износ рельсов железнодорожных путей.

Силы Кориолиса проявляются и при качаниях маятника (**маятник Фуко**). Для простоты предположим, что маятник расположен на полюсе:



С учетом всех сил инерции, уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета примет вид:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ИН}} + \vec{F}_{\text{Цб}} + \vec{F}_{\text{К}},$$

$\vec{F}_{\text{ИН}}$ – сила инерции, обусловленная поступательным движением неинерциальной системы отсчета;

$\vec{F}_{\text{Цб}} + \vec{F}_{\text{К}}$ – две силы инерции, обусловленные вращательным движением системы отсчета;

\vec{a} – ускорение тела относительно неинерциальной системы.

$$\vec{F}_{\text{ИН}} = -m\vec{a},$$

$$\vec{F}_{\text{К}} = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}],$$

$$\vec{F}_{\text{Цб}} = m\vec{a}_n.$$