

Дивергенция векторного поля

Заряды – это
источники векторного
поля.

Дивергенция –
локальная
характеристика

$$\text{div } \vec{E} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Phi_E}{\Delta V}$$

Дивергенция равна потоку, приходящемуся на единицу объёма.

В декартовых координатах:

$$\mathbf{div} \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Зная, что

Оператор
"набла"

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$
$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

запишем

$$\operatorname{div} \vec{E} = \nabla \cdot \vec{E}$$

Произведение оператора
набла на скалярную
функцию координат дает

$$\nabla \varphi = \text{grad } \varphi$$

Скалярное произведение
оператора набла на
векторную функцию
координат дает дивергенцию

$$\nabla \cdot E = \text{div } E$$

**Градиент – это
вектор, а
дивергенция –
скалярная
величина.**

Теорема Гаусса в локальной форме

Возьмем малый объем dV ,
ограниченный малой dS .

Пусть в нем содержится

По теореме Гаусса заряд dq поток
через dS равен $\frac{dq}{\epsilon_0}$. Тогда

$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Phi_E}{\Delta V} = \frac{dq}{\epsilon_0 \cdot dV} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

или

$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Это локальная
(дифференциальная) форма
теоремы Гаусса