

Лекция 7

Модуль I.

Электрические цепи

Электрические цепи синусоидального тока (продолжение).

Содержание



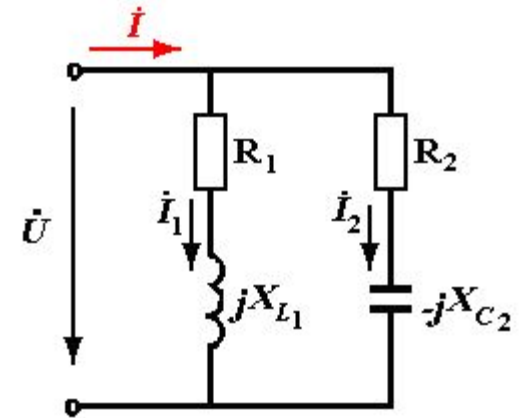
1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов
2. Повышение коэффициента мощности электротехнических установок.
3. Разветвленная цепь синусоидального тока

1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников.

Резонанс токов

К зажимам цепи приложено напряжение \dot{U} . Определим токи во всех участках цепи, активную, реактивную и полную мощности. Примем начальную фазу напряжения $\psi_u = 0$

$$\dot{U} = Ue^{j0} = U$$



Сопротивление и ток каждой ветви в комплексной форме :

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = Z_1 e^{j\varphi_1} \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{U}{Z_1} e^{-j\varphi_1} = I_1 e^{-j\varphi_1}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2} = Z_2 e^{-j\varphi_2} \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{U}{Z_2} e^{j\varphi_2} = I_2 e^{j\varphi_2}$$



1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

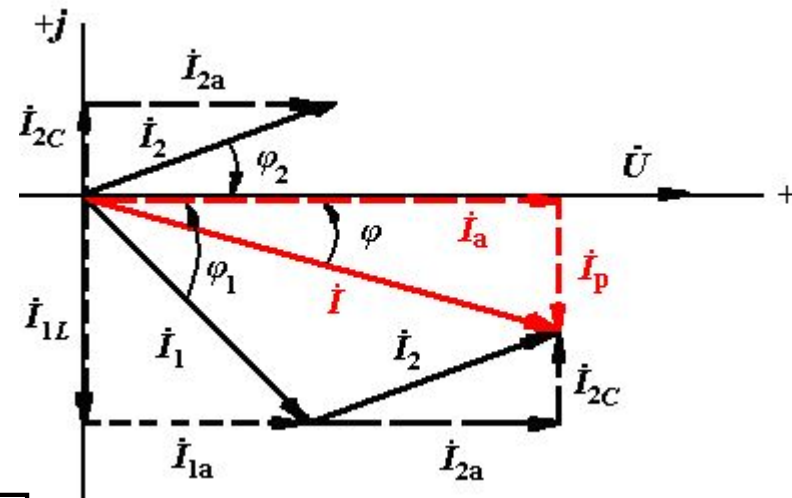
По первому закону Кирхгофа.

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

Вектор напряжения направлен вдоль вещественной оси с учетом его начальной фазы, равной нулю.

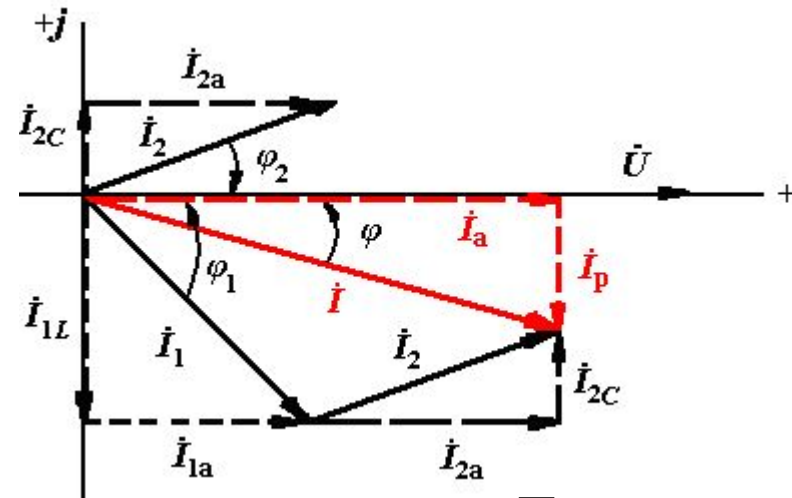
Вектор тока

первой ветви \dot{I}_1 отстает от вектора \dot{U} на угол φ_1 (характер первой ветви активно-индуктивный), вектор тока второй ветви \dot{I}_2 опережает вектор \dot{U} на угол φ_2 (характер второй ветви активно-емкостный). Результирующий вектор \dot{I} , равный сумме векторов \dot{I}_1 и \dot{I}_2 , — вектор тока в неразветвленной части цепи



1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

Значение тока в цепи можно определить, проводя анализ в модульной форме. Для этого на векторной диаграмме разложим вектор каждого тока на две составляющие:



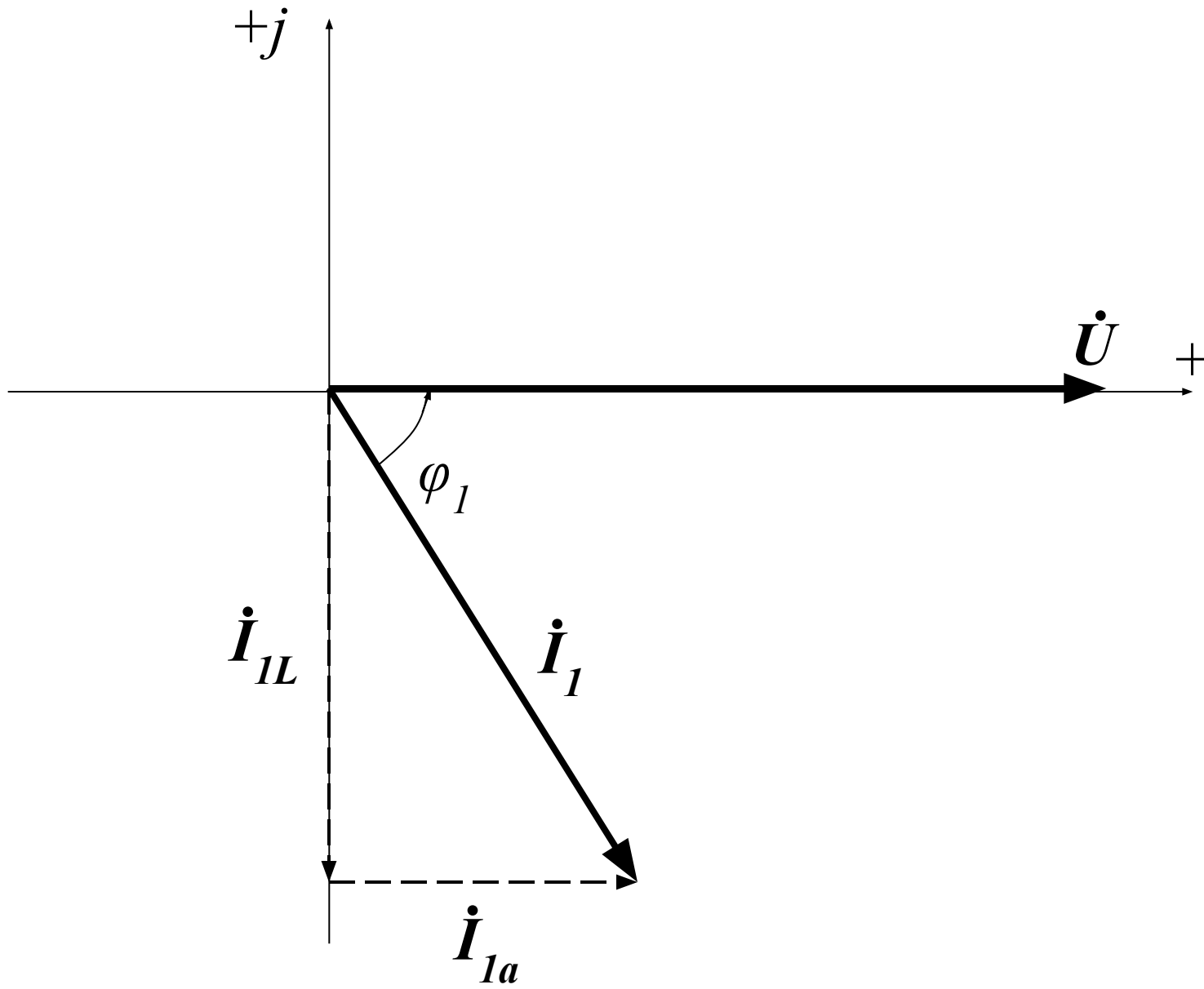
активную, совпадающую по направлению с вектором \vec{U} и реактивную, перпендикулярную к вектору \vec{U}

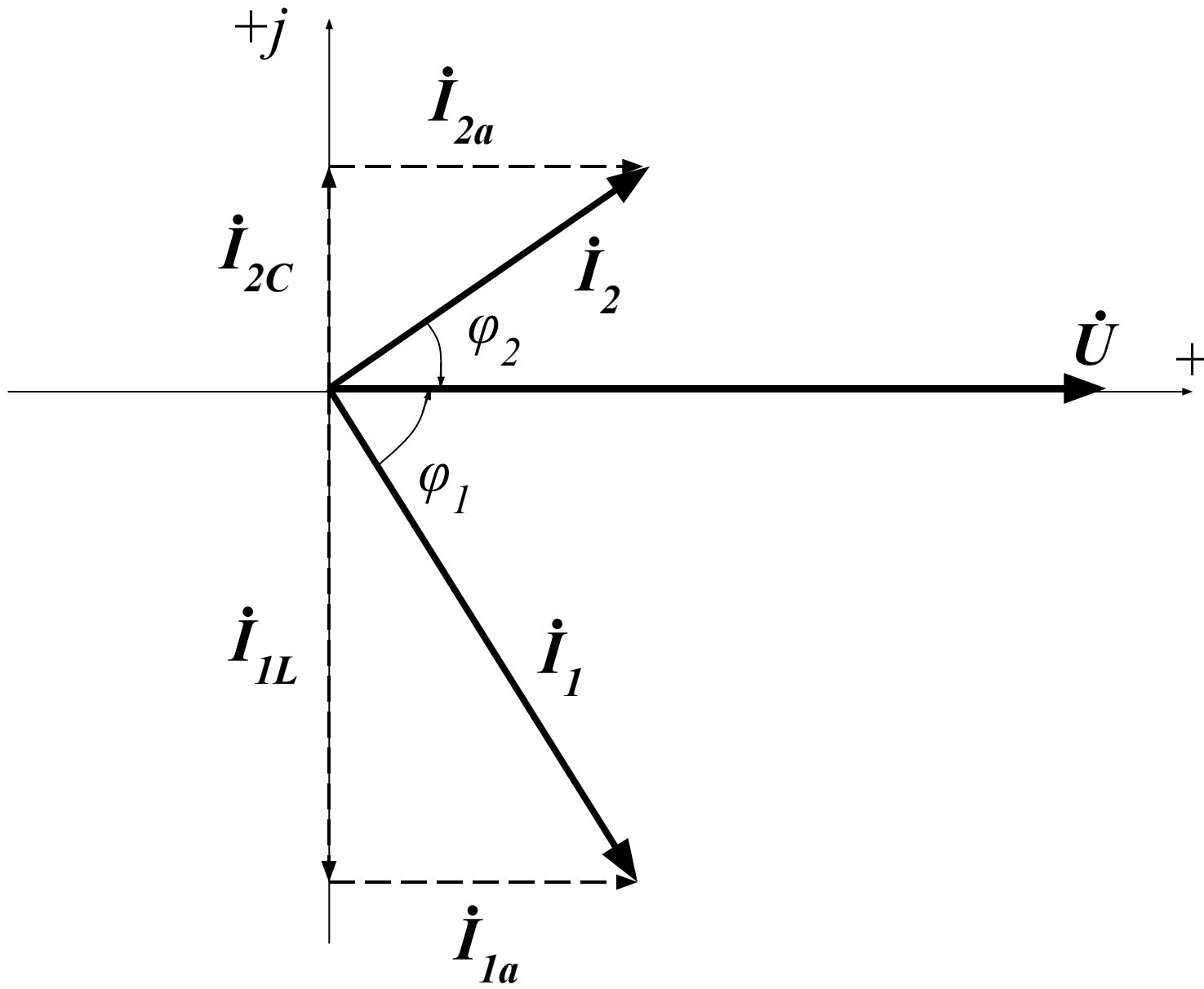
\vec{I}_{1a} и \vec{I}_{1L} активная и реактивная индуктивная или просто индуктивная составляющие тока \vec{I}_1

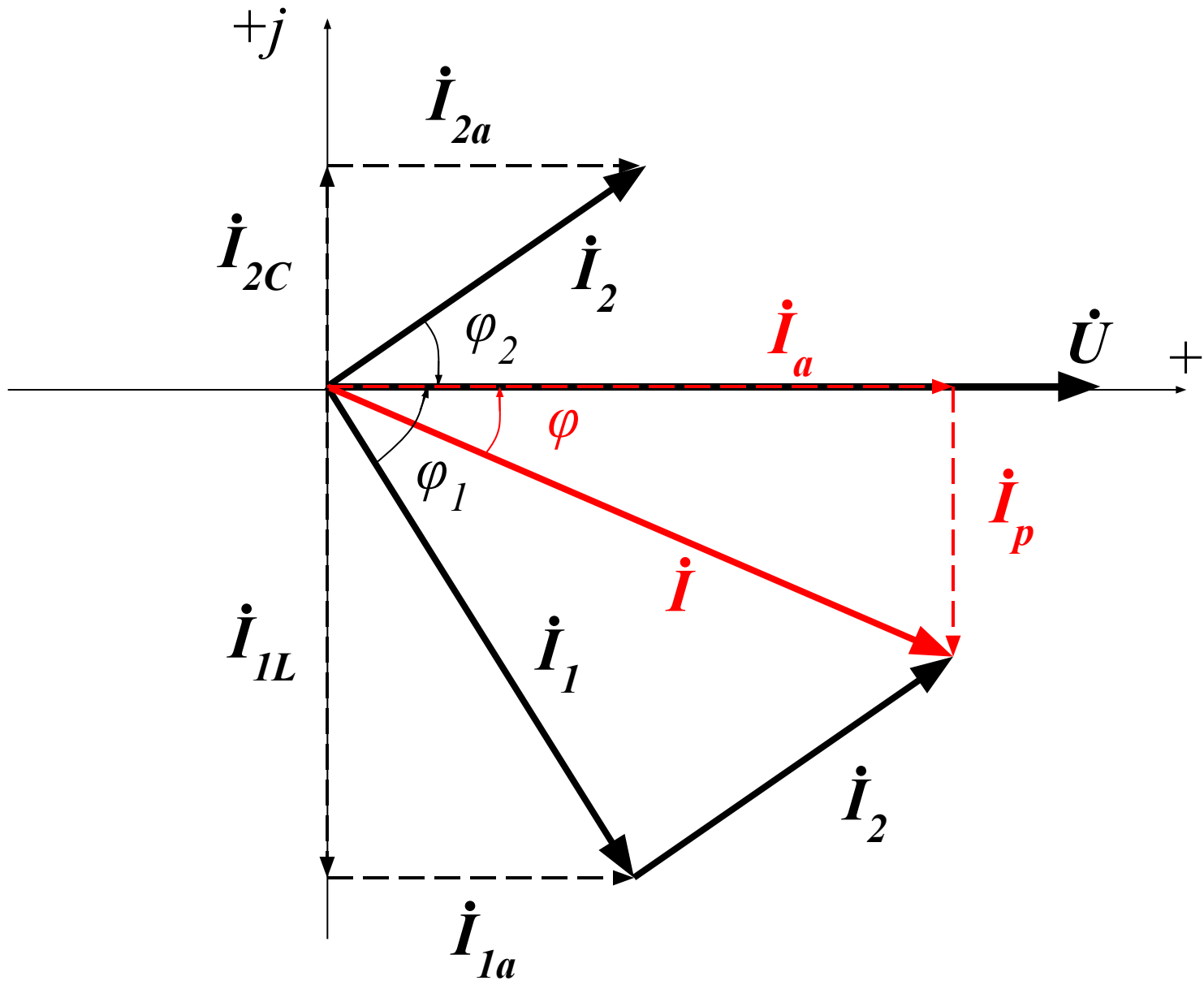
\vec{I}_{2a} и \vec{I}_{2C} активная и емкостная составляющие тока \vec{I}_2

\vec{I}_a и \vec{I}_p активная и реактивная составляющие тока \vec{I}









1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

Модули активных составляющих токов:

$$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1 = \frac{U}{Z_1} \cdot \frac{R_1}{Z_1} = \frac{R_1}{Z_1^2} U = G_1 U$$

$$I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 = \frac{U}{Z_2} \cdot \frac{R_2}{Z_2} = \frac{R_2}{Z_2^2} U = G_2 U$$

$$I_a = I_{1a} + I_{2a} = G_1 U + G_2 U = (G_1 + G_2) U = G U$$

Здесь G_1, G_2 – активные проводимости ветвей;

$G = G_1 + G_2$ – активная проводимость цепи.

Единица активной проводимости - См (сименс).



1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

Модули реактивных составляющих токов:

$$I_{1L} = I_1 \sin \varphi_1 = \frac{U}{Z_1} \cdot \frac{X_{L1}}{Z_1} = \frac{X_{L1}}{Z_1^2} U = B_{L1} U$$

$$I_{2C} = I_2 \sin \varphi_2 = \frac{U}{Z_2} \cdot \frac{X_{C2}}{Z_2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2} U = B_{C2} U$$

Из векторной диаграммы:

$$I_p = I_{1L} - I_{2C} = B_{L1} U - B_{C2} U = (B_{L1} - B_{C2}) U = BU$$

Здесь B_{L1} – индуктивная, B_{C2} – емкостная,

$B = (B_{L1} - B_{C2})$ – реактивная проводимости цепи.

Единица реактивной проводимости – См (сименс).



1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

Из прямоугольного треугольника на векторной диаграмме :

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{(GU)^2 + (BU)^2} = \sqrt{G^2 + B^2} \cdot U = YU$$

Полная проводимость цепи: $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{G^2 + (B_{1L} - B_{2C})^2}$

Единица реактивной проводимости – См (сименс).

$$P = UI \cos \varphi = UI_a = GU^2$$

$$Q = UI \sin \varphi = UI_p = BU^2 = B_{L1}U^2 - B_{C2}U^2 = Q_{L1} - Q_{C2}$$

$$S = UI = YU^2$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{I_a}{I} = \frac{G}{Y}$$



1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

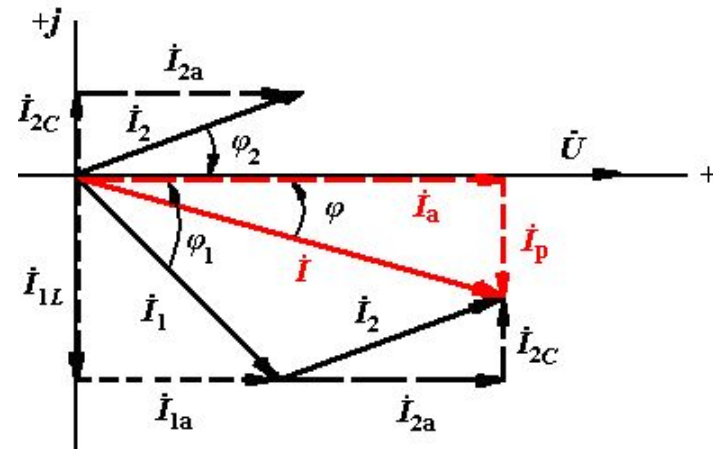
В рассматриваемой цепи в зависимости от соотношения между реактивными проводимостями B_{L1} и B_{C2} разность фаз φ всей цепи может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Рассмотрим возможные режимы:

- $B_{L1} > B_{C2}$.

$$B = (B_{L1} - B_{C2}) > 0;$$

$$I_{1L} > I_{2C}, I_p = (I_{1L} - I_{2C}) > 0.$$

$$\varphi = \arctg \frac{I_p}{I_a} > 0.$$



Приложенное напряжение опережает по фазе полный ток, цепь имеет *активно-индуктивный характер*.



1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

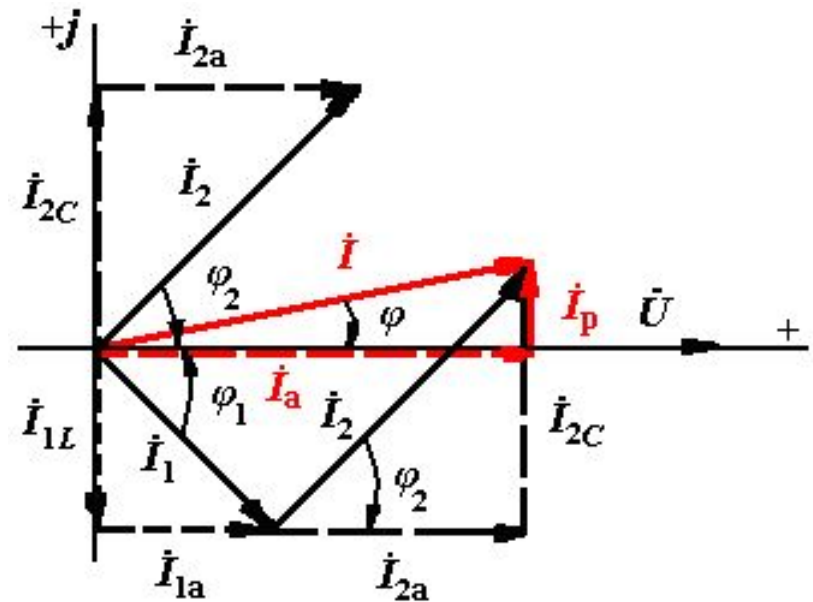
- $B_{L1} < B_{C2}$.

$$B = (B_{L1} - B_{C2}) < 0;$$

$$I_{1L} < I_{2C},$$

$$I_p = (I_{1L} - I_{2C}) < 0.$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{I_p}{I_a} < 0.$$



Напряжение отстает по фазе от полного тока цепи.

Цепь имеет *активно-емкостный* характер.



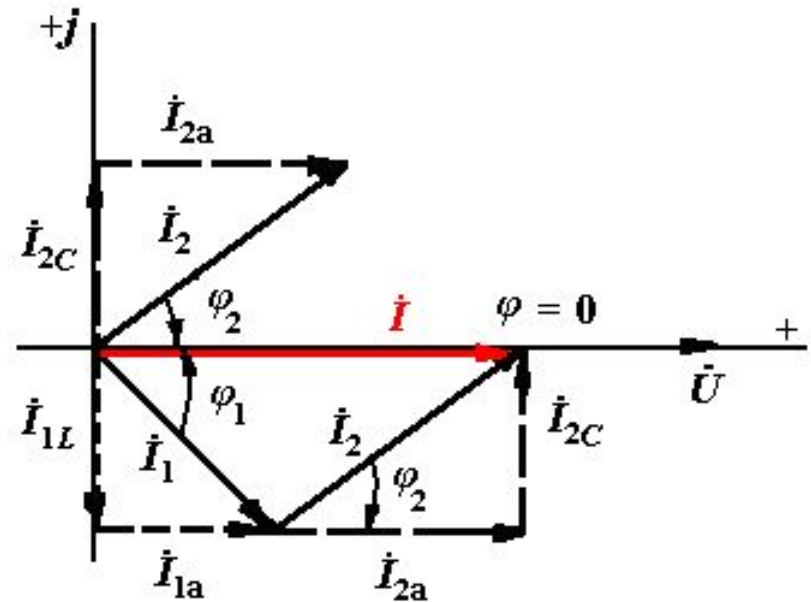
1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

- $B_{L1} = B_{C2}$.

$$B = 0; I_{1L} = I_{2C}, I_p = 0.$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{I_p}{I_a} = 0.$$

Цепь имеет активный характер, напряжение и полный ток цепи совпадают по фазе.



Явление, возникающее в разветвленной цепи с элементами L , R , C , когда полный ток цепи и приложенное напряжение совпадают по фазе, называется **резонансом токов**.

Условие резонанса токов: $B_L = B_C$



1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)

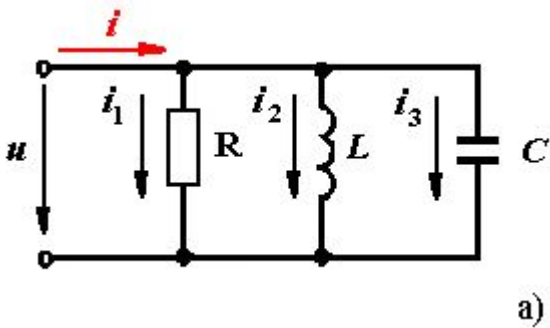
- Реактивная мощность цепи в режиме резонанса

$$Q = Q_{L1} - Q_{C2} = 0.$$

- Следовательно, цепь не потребляет от сети реактивной энергии. В ней происходит взаимный обмен энергиями между электрическим и магнитным полями емкостного и индуктивного элементов.



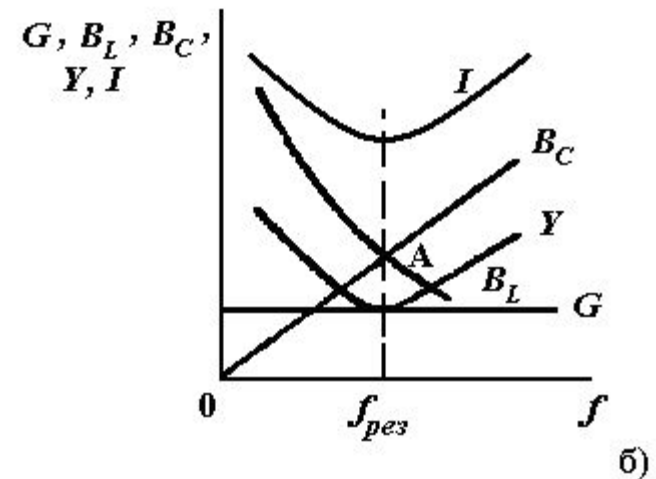
1. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением приемников. Резонанс токов (продолжение)



$$G = \frac{1}{R}$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$$



$$B = B_L - B_C = 0$$

$$Y_{рез} = G$$

$$I_{рез} = Y_{рез} U = GU$$

$$\cos \varphi_{рез} = 1$$

Явление резонанса токов используется в электротехнике для повышения коэффициента мощности установок и в радиотехнике при составлении схем резонансных фильтров.



2. Повышение коэффициента мощности электротехнических установок.

Коэффициент мощности имеет важное экономическое значение.

- Большинство потребителей электрической энергии имеют активно-индуктивный характер, то есть они потребляют активную P и реактивную индуктивную мощность Q_L . Разность фаз $\varphi > 0$. Коэффициент мощности $\cos\varphi < 1$. При номинальной нагрузке потребителей $\cos\varphi = (0,7 \div 0,9)$ а при нагрузке меньше номинальной – ниже. Это требует мер по повышению коэффициента мощности.
- Источником снижения $\cos\varphi$ является излишнее потребление реактивной мощности недогруженными двигателями и трансформаторами.



2. Повышение коэффициента мощности электротехнических установок. (продолжение)

- Один из способов повышения коэффициента мощности – рациональное использование электрооборудования.
- Другой способ – применение специальных косинусных конденсаторов или синхронных компенсаторов, обладающих емкостным характером, подключаемых параллельно приемнику и потребляющих емкостный ток.

Ток приемника
$$I_{II} = \frac{U_{II}}{Z_{II}}$$
$$P = U \cdot I_{II} \cos \varphi_{II} = U \cdot I_{IIa}$$

Ток в линии передачи до подключения конденсатора определяется током

приемника:
$$I_{JI} = I_{II}$$

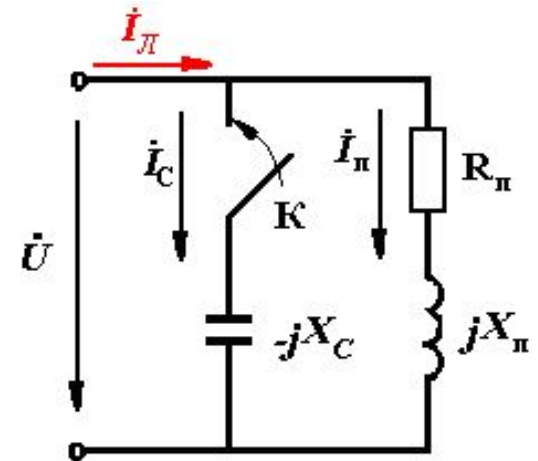


Схема замещения потребителя и косинусного конденсатора.



2. Повышение коэффициента мощности электротехнических установок. (продолжение)

- При замыкании ключа К емкостный элемент подключается параллельно приемнику. При этом ток в приемнике не изменяется. Активная мощность по-прежнему определяется активной составляющей тока приемника.

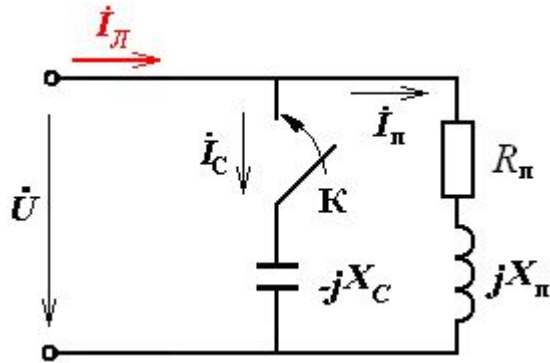
Ток в конденсаторе
$$I_C = \frac{U}{-jX_C}$$

Ток в линии передачи при подключенном конденсаторе по первому закону Кирхгофа:
$$I_I = I_{II} + I_C$$

Анализ эффективности этого способа повышения коэффициента мощности может проведен по векторной диаграмме



Повышение коэффициента мощности электротехнических установок

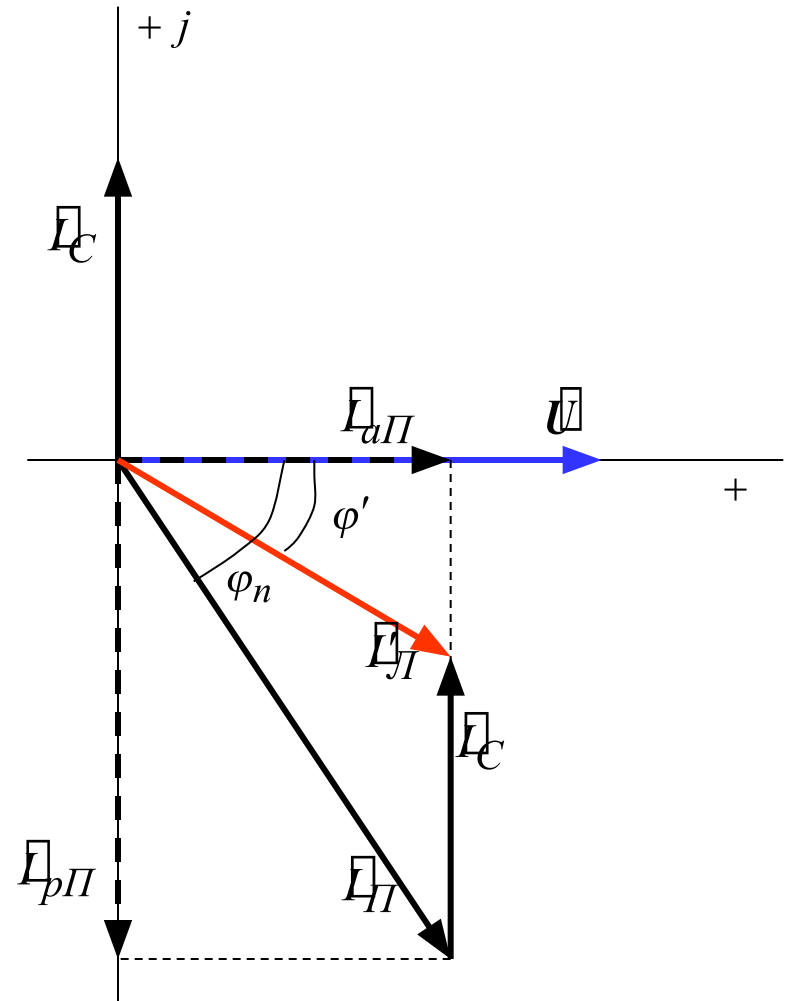


- Ток в линии передачи до подключения конденсатора определяется током приемника:

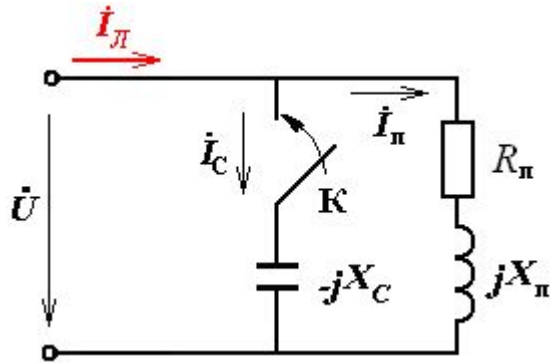
$$I_{JI} = I_{II}$$

- Ток в линии передачи при подключенном конденсаторе по первому закону Кирхгофа:

$$I_{JI} = I_{II} + I_C \quad \varphi' < \varphi_{II}$$



Повышение коэффициента мощности электротехнических установок



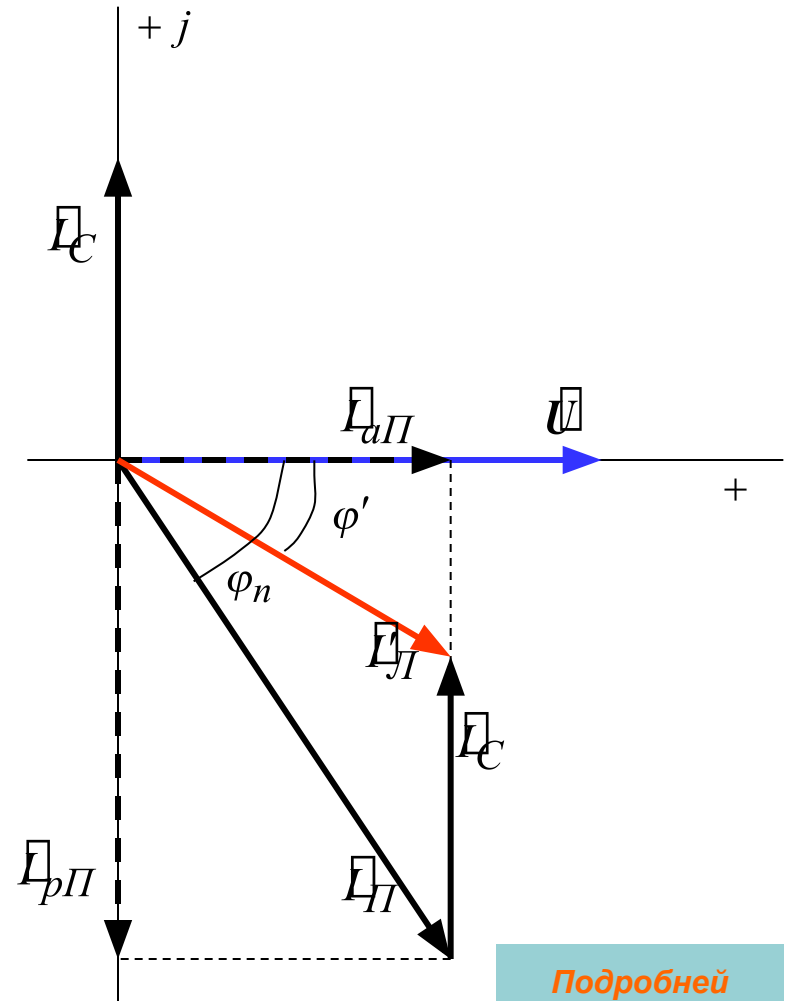
- Ток в линии передачи до подключения конденсатора определяется током приемника:

$$I_{JI} = I_{II}$$

- Ток в линии передачи при подключенном конденсаторе по первому закону Кирхгофа:

$$I_{JI} = I_{II} + I_C$$

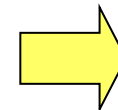
$$\varphi' < \varphi_{II}$$



[Подробнее](#)

2. Повышение коэффициента мощности электротехнических установок. (продолжение)

- То есть коэффициент мощности увеличился: $\cos \varphi' > \cos \varphi_{II}$
- Величина тока в линии передачи уменьшилась при подключении конденсатора. Практически это означает, что при той же активной мощности приемника полная мощность уменьшилась, т.к. уменьшился ток:
$$P = U \cdot I_{IIa} = S \cos \varphi_{II} = U \cdot I_{II} \cdot \cos \varphi_{II} = S' \cos \varphi' = U \cdot I'_{II} \cdot \cos \varphi'$$
- Таким образом, подключив конденсатор параллельно потребителю, можно повысить коэффициент мощности установки при неизменной активной мощности.
- Меньший ток в линии передачи обуславливает меньшие потери, меньшую нагрузку для источника электроэнергии, позволяет подключать к нему дополнительные потребители. электроустановка более рациональна.



2. Повышение коэффициента мощности электротехнических установок. (продолжение)

- Емкость батареи конденсаторов, необходимая для повышения коэффициента мощности, определяется исходя из закона Ома для емкостного элемента:

$$C = \frac{I_c}{\omega U}$$

- Наиболее рациональным будет режим, при котором ток конденсатора равен реактивной составляющей тока приемника:
- При этом коэффициент мощности $\cos\varphi = 1$.
- Необходимая для этого емкость конденсатора

$$C = \frac{I_{p\Pi}}{\omega U}$$



2. Повышение коэффициента мощности электротехнических установок. (продолжение)

Таким способом удастся повысить коэффициент мощности до значения $\cos\varphi = 0,92 \div 0,93$. Это ограничено тем, что режим работы потребителей нестабилен, величина нагрузки непрерывно изменяется.

В нашей стране для предприятий введен дифференциальный тариф на электроэнергию. Её стоимость снижается, если на предприятии осуществляются мероприятия по повышению среднего значения над нормативным значением. При низком коэффициенте мощности оборудования плата за электроэнергию оказывается больше. В быту проблема повышения коэффициента мощности не возникает, т.к. бытовые электроприборы обладают достаточно высоким коэффициентом мощности.



3. Разветвленная цепь синусоидального тока

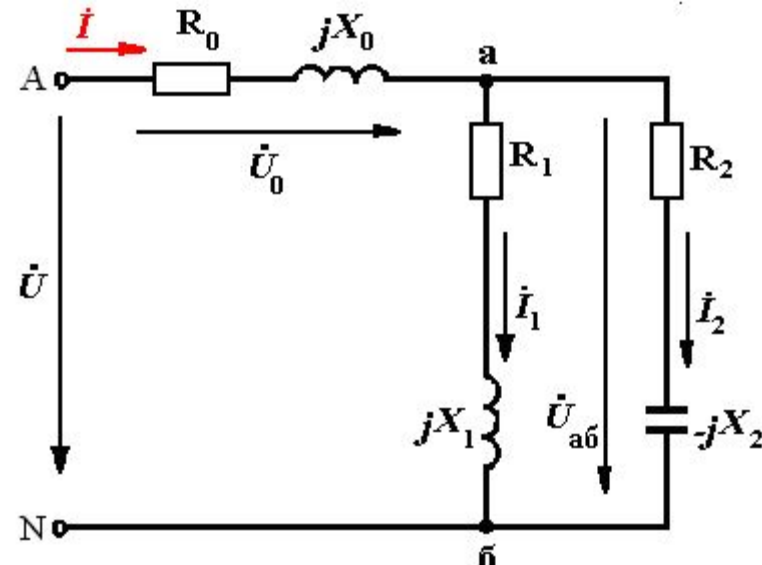
К зажимам цепи приложено напряжение \dot{U}

Определим токи во всех участках цепи, активную, реактивную и полную мощности.

При расчете разветвленной цепи со смешанным соединением

приемников целесообразно использовать метод эквивалентных преобразований цепи.

- При этом для учета фазовых соотношений расчет удобно производить в комплексной форме.
- Выразим сопротивление отдельных участков цепи в комплексной форме:



3. Разветвленная цепь синусоидального тока (продолжение)

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0 = Z_0 e^{j\varphi_0}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = Z_1 e^{j\varphi_1}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_2 = Z_2 e^{-j\varphi_2}$$

- Далее, проводя эквивалентные преобразования, определим комплексное эквивалентное сопротивление участка цепи с двумя параллельными ветвями между точками а и б: $\underline{Z}_{a\bar{b}}$

$$\underline{Z}_{a\bar{b}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = Z_{a\bar{b}} e^{j\varphi_{a\bar{b}}} = R_{a\bar{b}} + jX_{a\bar{b}}$$

- Определим комплексное полное сопротивление всей цепи:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{a\bar{b}} = (R_0 + jX_0) + (R_{a\bar{b}} + jX_{a\bar{b}}) = \\ &= (R_0 + R_{a\bar{b}}) + j(X_0 + X_{a\bar{b}}) = R + jX = Ze^{j\varphi} \end{aligned}$$



3. Разветвленная цепь синусоидального тока (продолжение)

- Комплексное напряжение источника: $\underline{U} = Ue^{j\psi_u}$
- По закону Ома ток в неразветвленной части цепи:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Ze^{j\varphi}} = \frac{U}{Z} e^{j(\psi_u - \varphi)} = Ie^{j\psi_i}$$

- Напряжение участка А-а

$$\underline{U}_0 = \underline{Z}_0 \underline{I} = Z_0 e^{j\varphi_0} Ie^{j\psi_i} = Z_0 Ie^{j(\varphi_0 + \psi_i)} = U_0 e^{j\psi_{u_0}}$$

- Напряжение участка а-б

$$\underline{U}_{a\bar{b}} = \underline{Z}_{a\bar{b}} \underline{I} = Z_{a\bar{b}} e^{j\varphi_{a\bar{b}}} Ie^{j\psi_i} = Z_{a\bar{b}} Ie^{j(\varphi_{a\bar{b}} + \psi_i)} = U_{a\bar{b}} e^{j\psi_{u_{a\bar{b}}}}$$

- Токи в параллельных ветвях между точками а и б:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{a\bar{b}}}{\underline{Z}_1} = \frac{U_{a\bar{b}} e^{j\psi_{u_{a\bar{b}}}}}{Z_1 e^{-j\varphi_1}} = \frac{U_{a\bar{b}}}{Z_1} e^{j(\psi_{u_{a\bar{b}}} - \varphi_1)} = I_1 e^{j\psi_{i_1}}$$



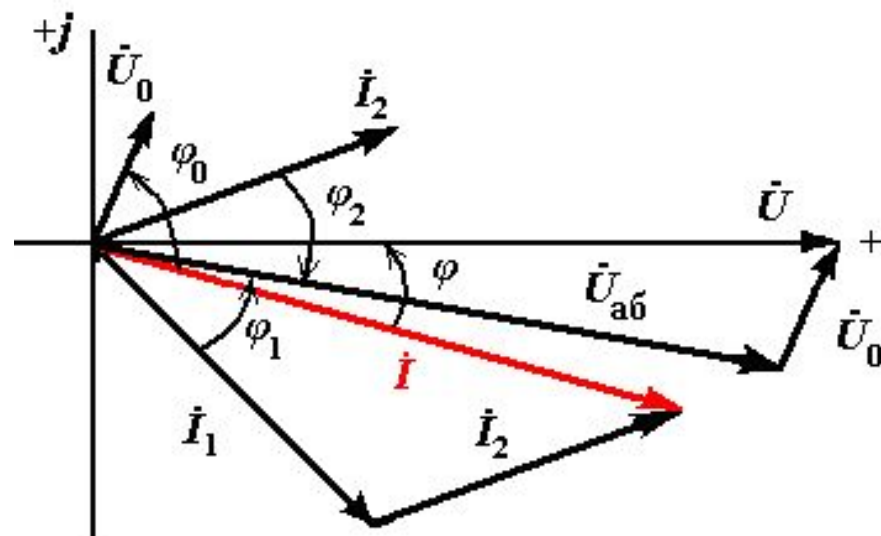
3. Разветвленная цепь синусоидального тока (продолжение)

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{a\delta}}{\underline{Z}_2} = \frac{U_{a\delta} e^{j\psi_{u_{a\delta}}}}{Z_2 e^{-j\varphi_2}} = \frac{U_{a\delta}}{Z_2} e^{j(\psi_{u_{a\delta}} - \varphi_2)} = I_2 e^{j\psi_{i_2}}$$

- Полная мощность:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = UI e^{j\varphi} = Se^{j\varphi} = P + jQ$$

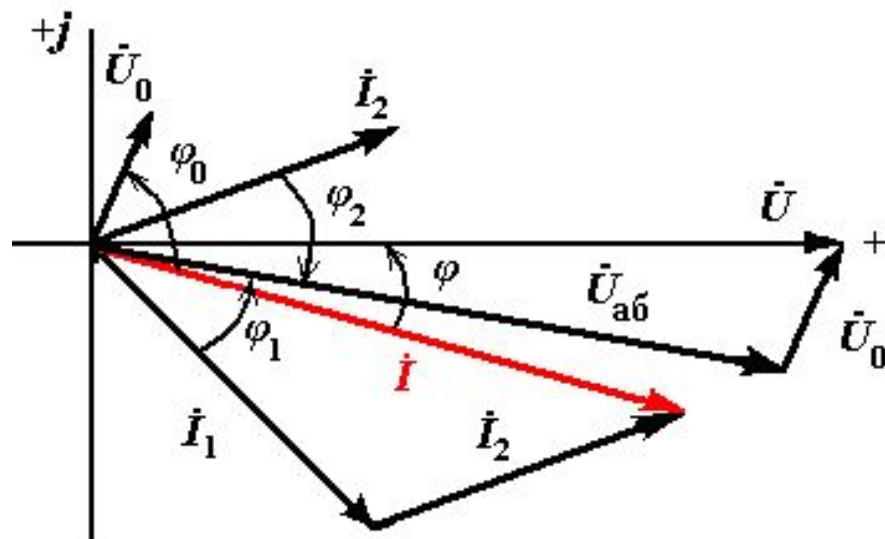
На рисунке изображена векторная диаграмма рассматриваемой цепи в предположении, что начальная фаза напряжения источника равна нулю: $\psi_u = 0$



3. Разветвленная цепь синусоидального тока (продолжение)

- На векторной диаграмме векторы соответствуют комплексным значениям величин. Например, вектор тока I_1 направлен под углом по отношению к вещественной оси, равным его начальной фазе ψ_{i1} , в соответствии с комплексным значением.

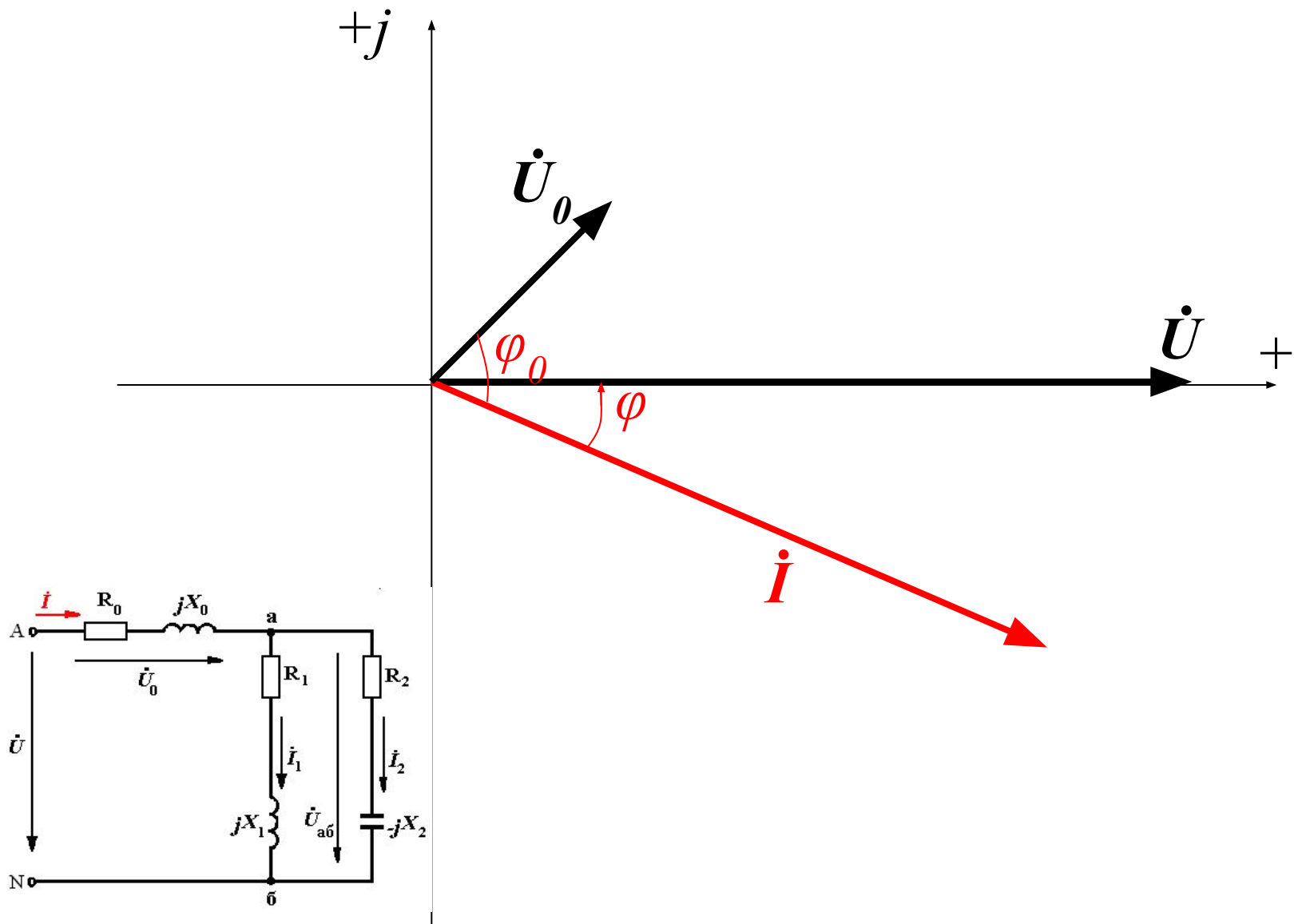
- Длина вектора определяется действующим значением тока в соответствии с модулем комплексного тока I . Аналогичным образом строятся все векторы на векторной диаграмме.

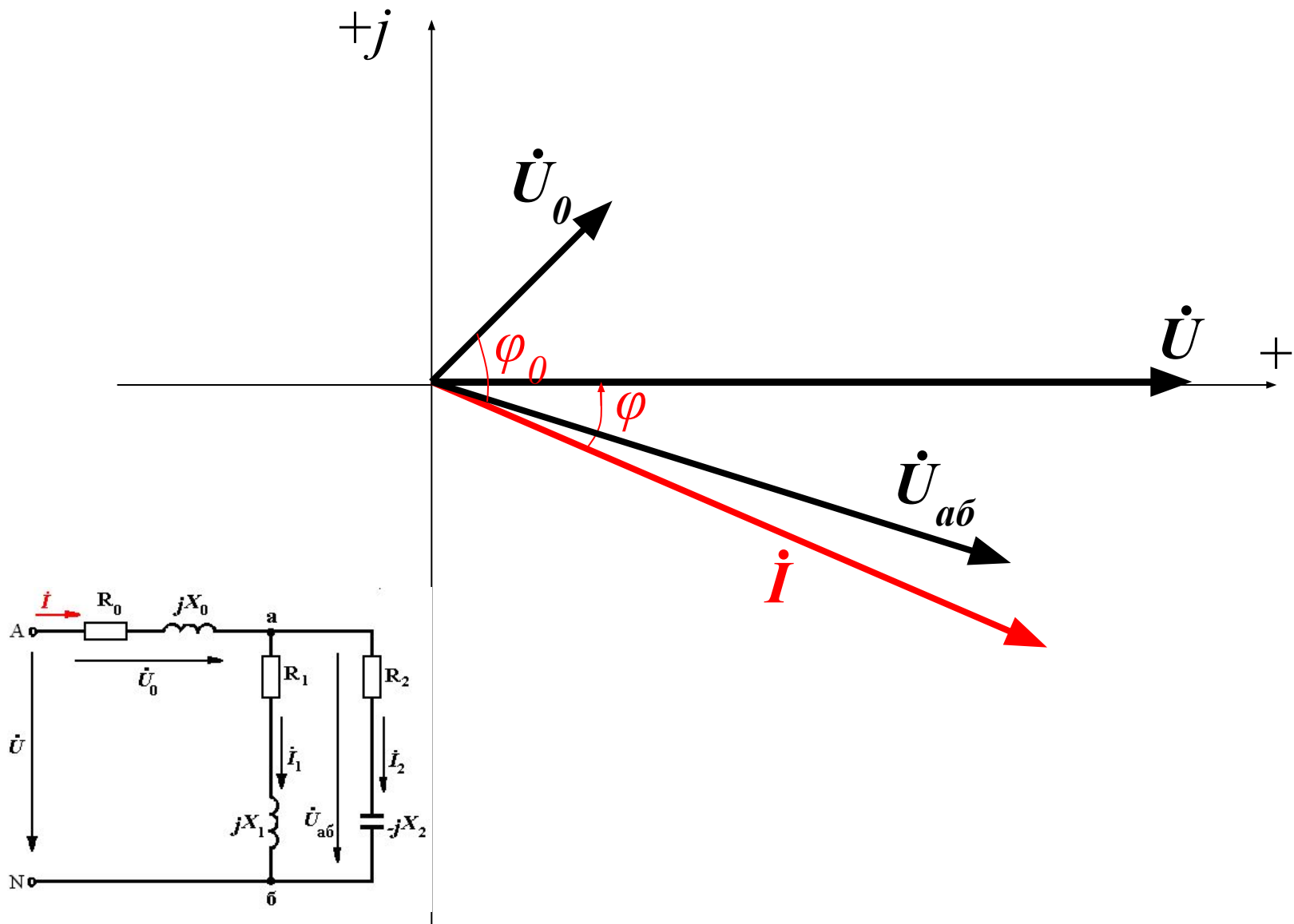


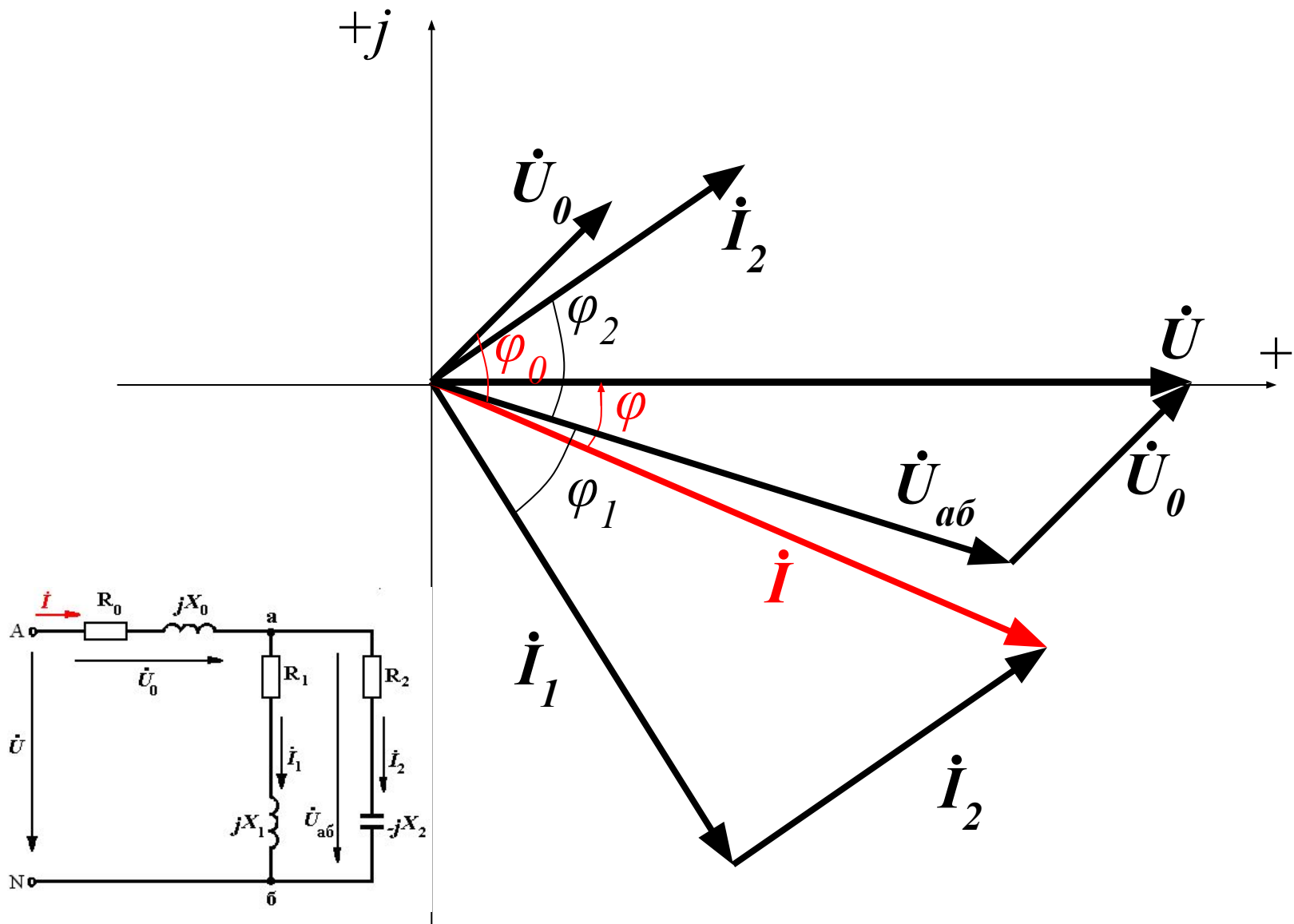
3. Разветвленная цепь синусоидального тока (продолжение)

- Взаимное расположение на векторной диаграмме векторов токов и напряжений на отдельных участках цепи соответствует характеру нагрузки.
- Вектор тока I_1 повернут относительно вектора напряжения этого участка U_{ab} в сторону отставания на угол φ_1 . Это соответствует активно-индуктивному характеру первой ветви.
- Ток I_2 изображается вектором, повернутым относительно напряжения этого участка U_{ab} в сторону опережения на угол φ_2 . Это соответствует активно-емкостному характеру второй ветви.









3. Разветвленная цепь синусоидального тока (продолжение)

- Характер всей цепи также иллюстрируется векторной диаграммой. Здесь ток неразветвленной части цепи \underline{I} отстает от напряжения источника \underline{U}_0 на угол φ , соответствующий аргументу полного комплексного сопротивления \underline{Z} всей цепи. Это свидетельствует об активно-индуктивном характере цепи в целом.
- Соотношение между токами отдельных участков соответствует первому закону Кирхгофа:
$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$$
- Соотношение между напряжениями отдельных участков соответствует второму закону Кирхгофа:

$$\underline{U} = \underline{U}_0 + \underline{U}_{ab}$$



3. Разветвленная цепь синусоидального тока (продолжение)

- Правильность расчета можно проверить составлением уравнения баланса мощности:

$$\underline{S} = \underline{S}_0 + \underline{S}_1 + \underline{S}_2$$

или

$$\underline{U} \underline{I}^* = \underline{U}_0 \underline{I}^* + \underline{U}_{a\bar{b}} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{a\bar{b}} \underline{I}_2^*$$

что соответствует $P + jQ = (P_0 + P_1 + P_2) + j(Q_0 + Q_1 + Q_2)$



Заключение

1. При параллельном соединении элементов в цепи синусоидального тока режим работы цепи определяется характером приемников и соотношением активных и реактивных составляющих токов приемников. При равенстве индуктивной и емкостной составляющих токов приемников возникает режим резонанс токов. При этом ток минимален, цепь приобретает активный характер, коэффициент мощности $\cos\varphi = 1$.
2. Эта особенность позволяет увеличивать коэффициент мощности цепи синусоидального тока с активно–индуктивными приемниками. С этой целью параллельно активно–индуктивному приемнику присоединяют емкостные элементы, обладающие емкостью, необходимой для обеспечения режима резонанс токов. Повышение коэффициента мощности позволяет создать более рациональные режимы работы электротехнических устройств в электрической цепи.

Заключение

3. Для расчета разветвленных электрических цепей синусоидального тока применимы все методы расчета электрических цепей, основанные на законах Кирхгофа и Ома. При наличии в цепи одного источника наиболее рациональным является метод эквивалентных преобразований.
Для аналитических расчетов целесообразно использование изображения синусоидальных величин комплексными числами.
Для анализа результатов расчета удобно использовать графическое изображение на векторной диаграмме.

Контрольные вопросы

Коэффициент мощности цепи синусоидального тока можно определить по формуле

$$\cos \varphi = \frac{UI}{P} \quad \cos \varphi = \frac{X}{R} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \cos \varphi = \frac{P}{Q}$$

**Полная мощность $S=1000$ ВА, активная мощность $P=800$ Вт.
Коэффициент мощности цепи ... д.е.**

$$\cos \varphi = 1,25;$$

$$\cos \varphi = 0,8;$$

$$\cos \varphi = 0,6;$$

$$\cos \varphi = 0,75;$$

$$\cos \varphi = 1,0.$$

Контрольные вопросы

Что такое коэффициент мощности цепи синусоидального тока?

- Отношение активной мощности к полной мощности;
- Отношение активной мощности к реактивной мощности;
- Соотношение активной мощности источника и приемника;
- Отношение реактивной мощности к полной мощности;
- Отношение полной мощности к активной мощности.

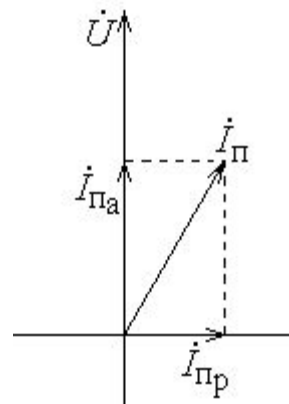
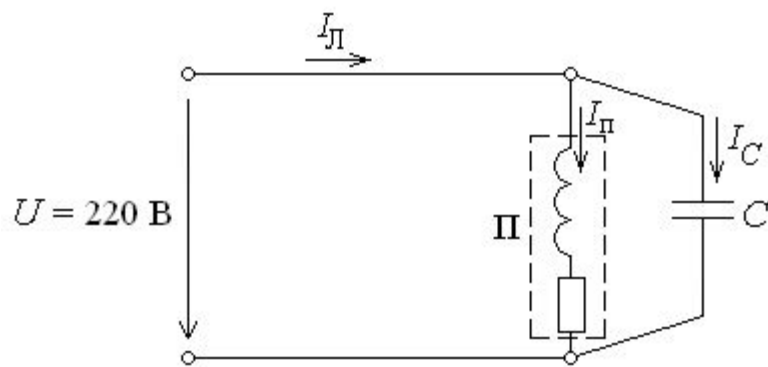
Как можно повысить коэффициент мощности цепи синусоидального тока с активно-индуктивным приемником?

- Подключением параллельно приемнику батареи конденсаторов;
- Подключением емкостного элемента последовательно с приемником;
- Подключением катушки индуктивности параллельно приемнику ;
- Подключением катушки индуктивности последовательно с приемником.

Контрольные вопросы

Ток активно-индуктивного приемника равен $I = 20$ А. Коэффициент мощности приемника $\cos\varphi = 0,866$.

Определить емкость конденсатора, необходимого для повышения коэффициента мощности цепи до значения $\cos\varphi = 1,0$.



- $C = 250,7$ мкФ;
- $C = 144,8$ мкФ;
- $C = 70063$ мкФ;
- $C = 289,5$ мкФ.