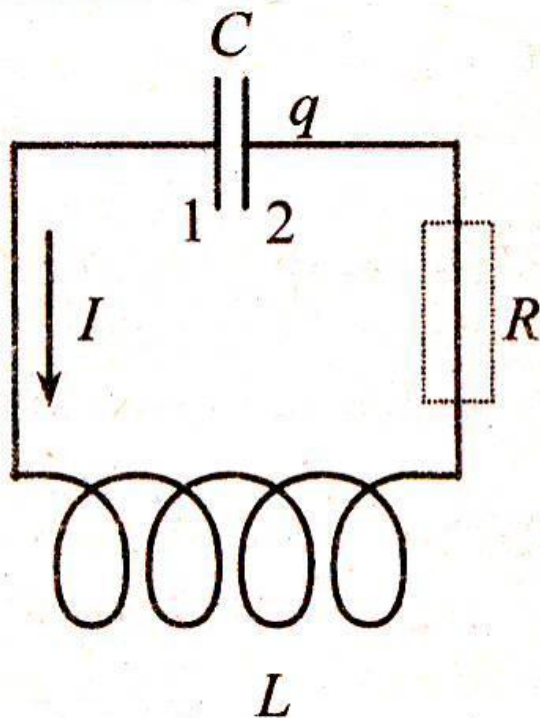
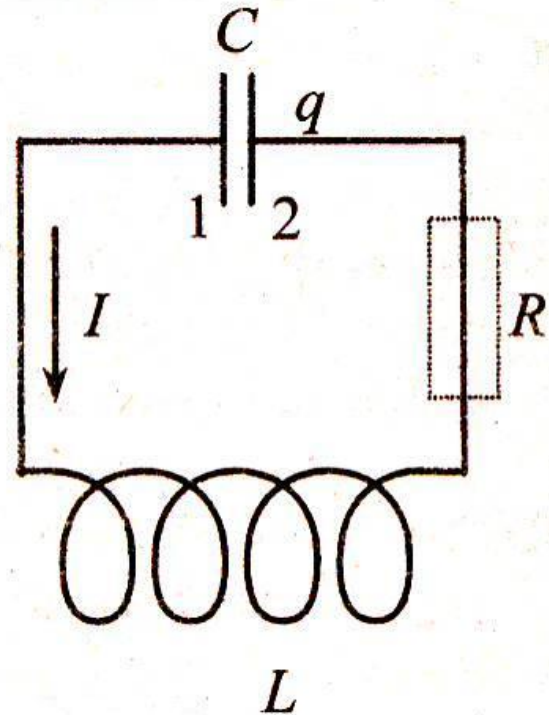


Электромагнитные колебания



Колебательный контур

Состоит из конденсатора и соединенной с ним последовательно катушки индуктивности. Активное сопротивление равно нулю.



Закон сохранения энергии

$$W_n = W_{эл} + W_m = W_{эл \max} = W_{m \max}$$

$$W_n = \frac{Cu^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

Уравнение электромагнитных колебаний в контуре

Полная энергия в контуре
остается постоянной во
времени.

$$\frac{Cu^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \text{const}$$

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \text{const}$$

Продифференцируем
равенство по времени

$$\frac{2q \cdot q'}{2C} + \frac{L \cdot 2i \cdot i'}{2} = 0$$

$$q' = i$$

$$i' = q''$$

$$\frac{qi}{C} + Li \cdot q'' = 0$$

$$q'' + \frac{1}{LC}q = 0$$

Уравнение электромагнитных колебаний в контуре

$$q'' + \frac{1}{LC}q = 0 \quad \frac{1}{LC} = \omega^2 \quad q'' + \omega^2 q = 0$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$q = q_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

Если при $t=0$, $\varphi=0$, то

$$q = q_{\max} \sin \omega t$$

Уравнение электромагнитных колебаний в контуре

$$q = q_{\max} \sin \omega t$$

$$i = q' = q_{\max} \omega \cos \omega t$$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_{\max}}{C} \sin \omega t$$

$$I_{\max} = q_{\max} \omega$$

$$U_{\max} = \frac{q_{\max}}{C}$$

Характеристики электромагнитных колебаний

Циклическая частота

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Период
электромагнитных
колебаний

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$$

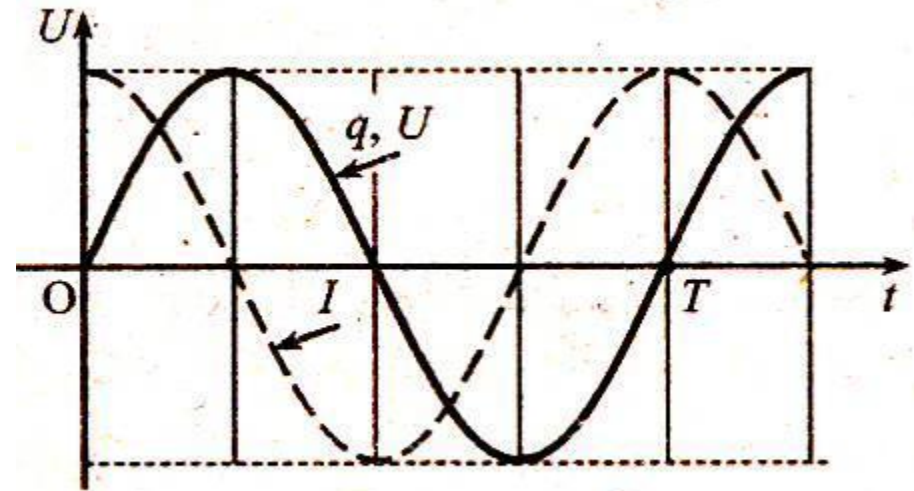
Графики

$$q = q_{\max} \sin \omega t$$

$$U = U_{\max} \sin \omega t$$

$$i = I_{\max} \cos \omega t$$

$$i = I_{\max} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$



Ток опережает по фазе напряжение и заряд на $\frac{\pi}{2}$

Энергия электрического поля конденсатора

$$\begin{aligned} W_{\text{эл}} &= \frac{q^2}{2C} = \frac{q_{\text{max}}^2}{2C} \cdot \sin^2 \omega t = \\ &= \frac{q_{\text{max}}^2}{4C} (1 - \cos 2\omega t) = \\ &= \frac{q_{\text{max}}^2}{4C} (1 + \cos 2\omega t + \pi) \end{aligned}$$

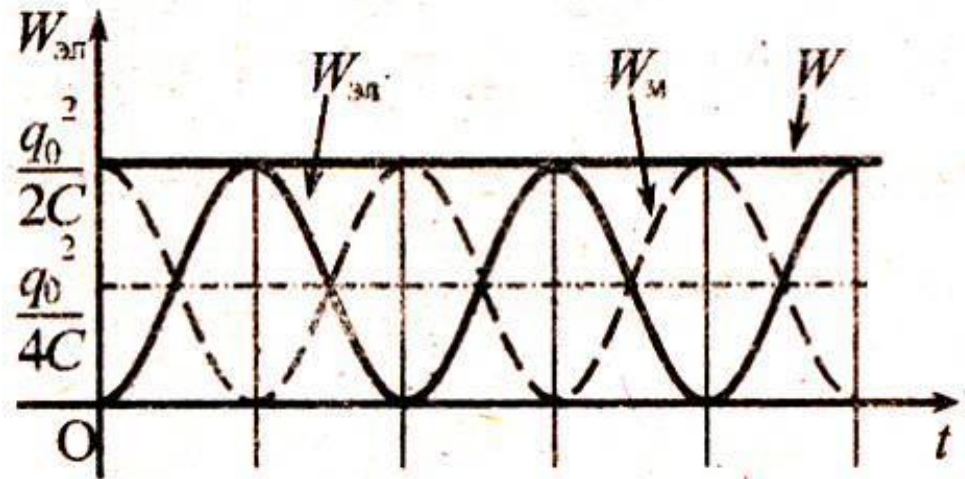
Энергия магнитного поля катушки

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2} \cos^2 \omega t = \\ &= \frac{LI_{\max}^2}{2} (1 + \cos 2\omega t) \end{aligned}$$

Графики

Колебания энергий происходят с частотой в 2 раза превышающей частоту колебаний заряда и силы тока, и со сдвигом фаз, равным π .

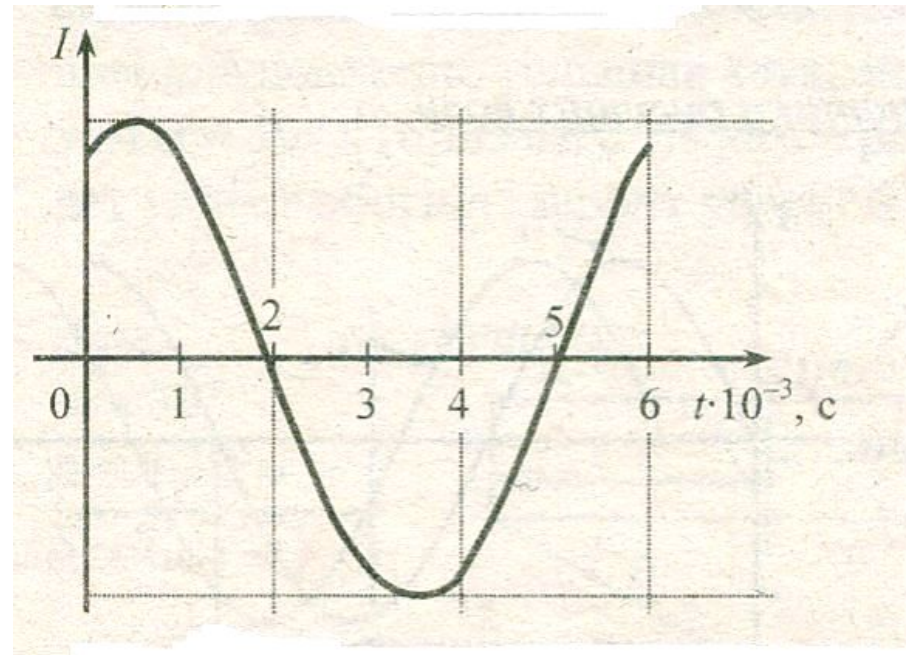
Их сумма — полная энергия электромагнитных колебаний в контуре — остается неизменной во времени и может быть вычислена по их амплитудным значениям.



$$W_n = W_{эл} + W_m = \frac{q_{\max}^2}{2C} + \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

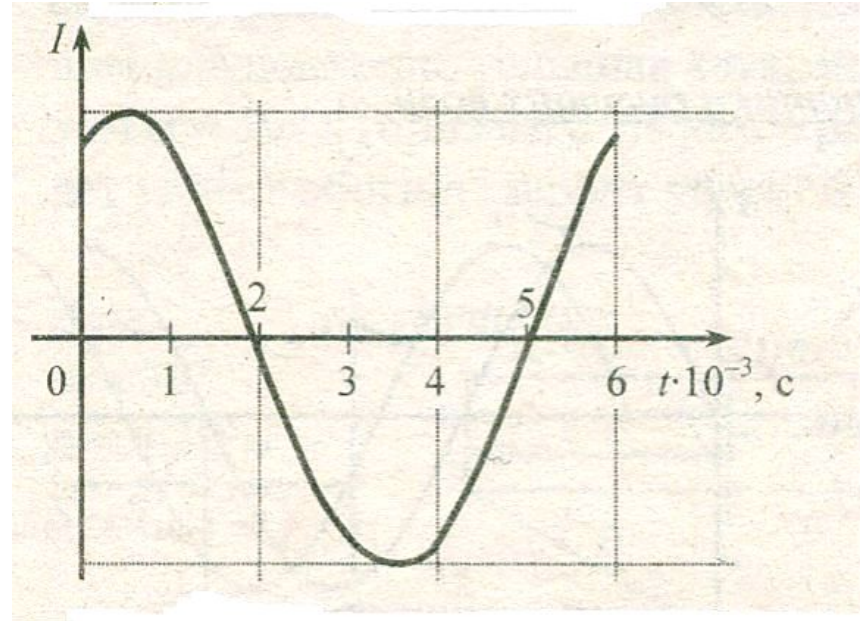
Пример № 1

В колебательном контуре сила тока в катушке меняется с течением времени согласно графику на рисунке. Какое преобразование энергии происходит в контуре в момент времени от $2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ до $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$?



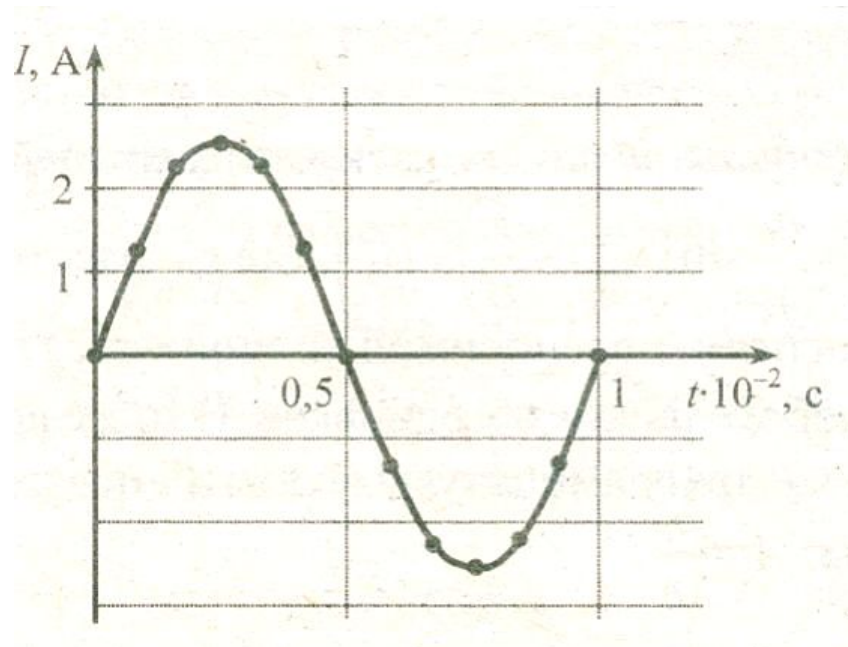
Пример № 1

1. Энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию взаимодействия его пластин.
2. Энергия магнитного поля катушки преобразуется в энергию электрического поля конденсатора.
3. Энергия электрического поля конденсатора преобразуется в энергию магнитного поля катушки .
4. Энергия магнитного поля катушки преобразуется в энергию силы тока в ней.



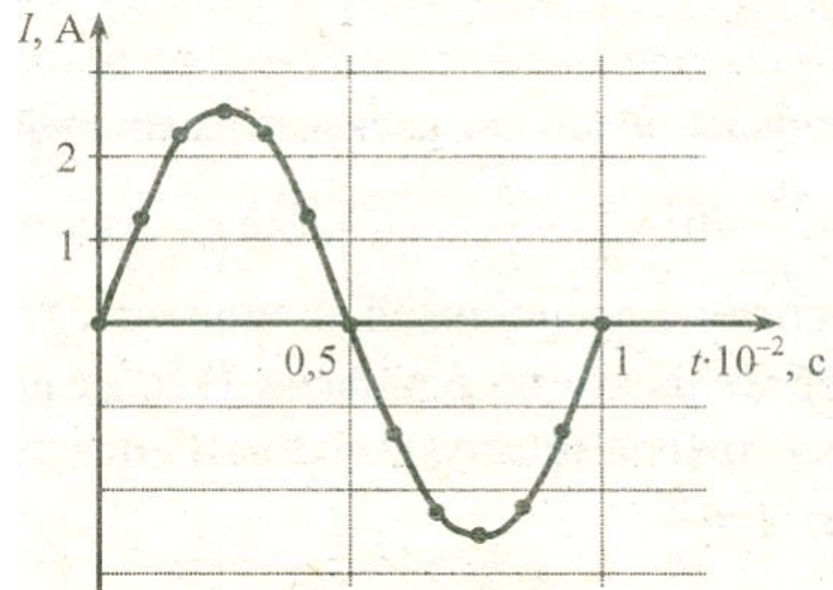
Пример № 2

В колебательном контуре сила тока изменяется согласно графику на рисунке. Заряд конденсатора возрастает в интервале времени...?



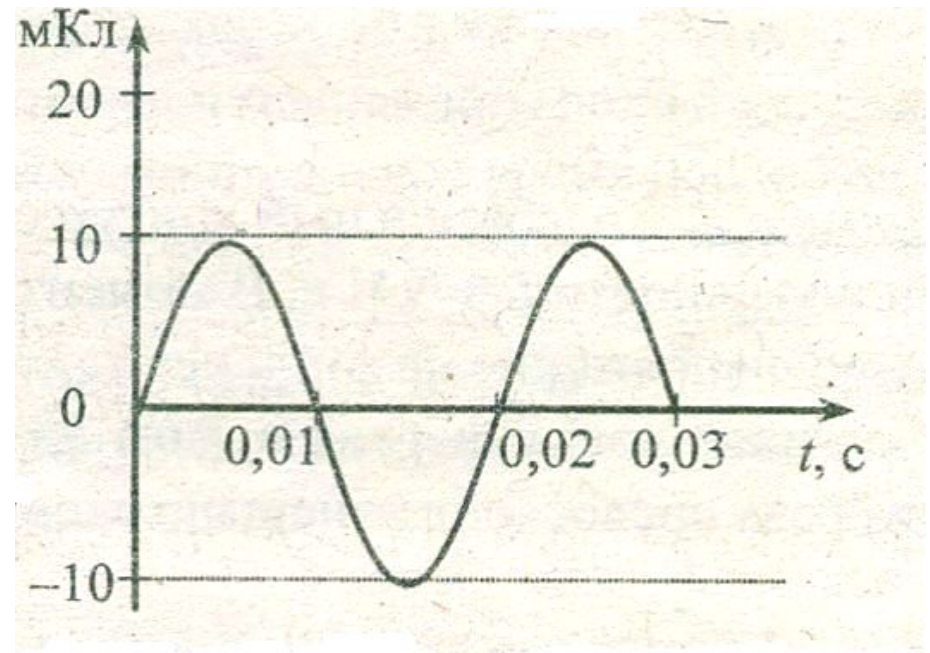
Пример № 2

1. от $0,25 \cdot 10^{-2}$ с до $0,5 \cdot 10^{-2}$ с;
от $0,75 \cdot 10^{-2}$ с до $1 \cdot 10^{-2}$ с
2. от 0 до $0,25 \cdot 10^{-2}$ с;
от $0,5 \cdot 10^{-2}$ с до $0,75 \cdot 10^{-2}$ с
3. от 0 до $0,5 \cdot 10^{-2}$ с;
4. от $0,5 \cdot 10^{-2}$ с до $1 \cdot 10^{-2}$ с



Пример № 3

В колебательном контуре заряд конденсатора изменяется со временем согласно графику на рисунке. Определите величину силы тока в катушке индуктивности в момент времени $t = 1/300 \text{ с}$.



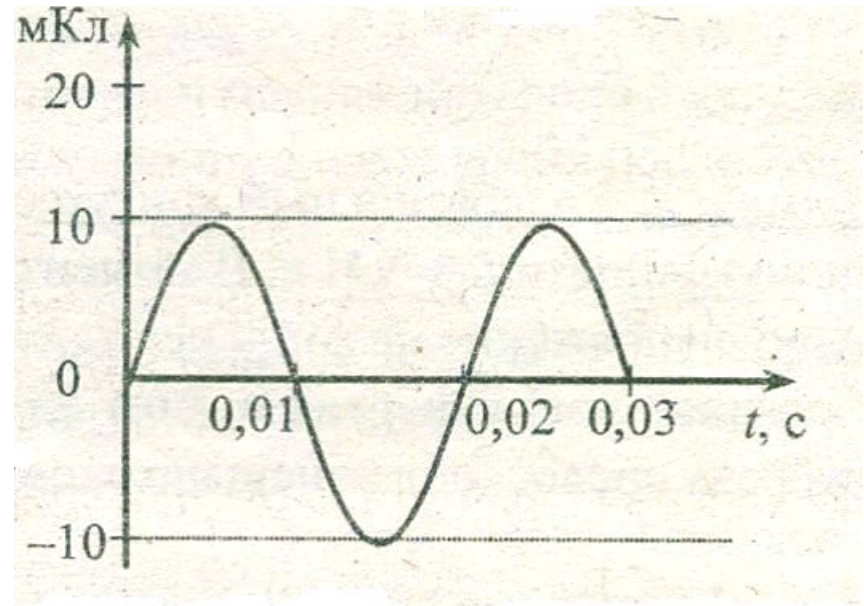
Пример № 3

По графику видим, что заряд конденсатора изменяется со временем по закону:

$$q = q_{\max} \sin \omega t$$

$$q_{\max} = 10 \text{ мкКл}$$

$$T = 0,02 \text{ с}; \omega = \frac{2\pi}{T}; \omega = \frac{2\pi}{0,02} = \pi \cdot 100 \text{ с}^{-1}$$



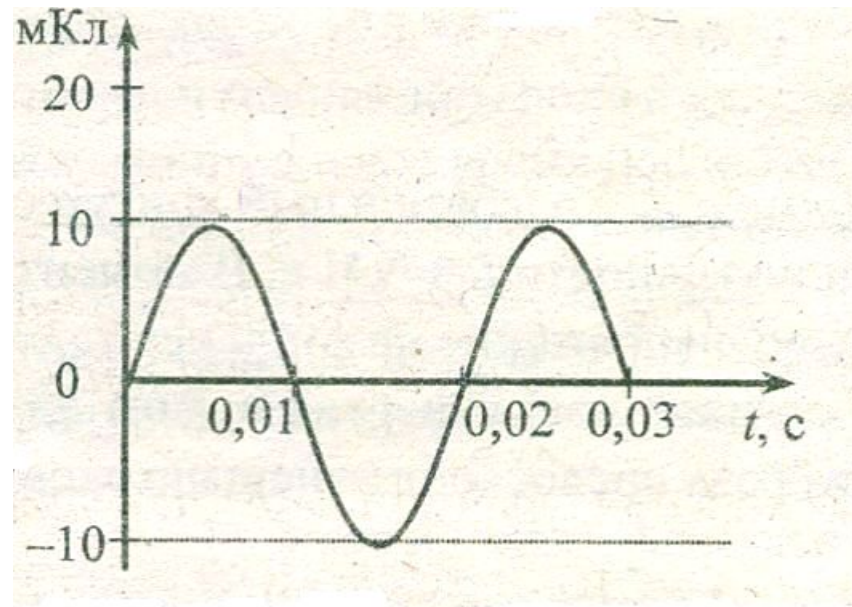
Пример № 3

Сила тока в катушке
индуктивности
изменяется от времени по
закону:

$$i = q' = q_{\max} \omega \cos \omega t$$

$$t = \frac{1}{300} \text{ c}$$

$$i = 10 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 100 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 1,57 \text{ A}$$



Пример № 4

В таблице показана зависимость силы тока в колебательном контуре от времени.

Определите заряд конденсатора в момент времени $t = \pi/3 \cdot 10^{-6} \text{ с}$. Результат выразите в микрокулонах.

$t \cdot 10^{-6} \text{ с}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π
$I, \text{ А}$	1,00	0,71	0,00	-0,71	-1,00	-0,71	0,00

Пример № 4

$t \cdot 10^{-6} \text{с}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π
I, A	1,00	0,71	0,00	-0,71	-1,00	-0,71	0,00

По таблице определяем, что сила тока
изменяется по закону:

$$I = I_{\max} \cos \omega t; T = 4\pi \cdot 10^{-6} \text{с}; I_{\max} = 1 \text{A}$$

$$I = 1 \cdot \cos(0,5 \cdot 10^6 t)$$

$$I = q'$$

$$q = \frac{1}{0,5 \cdot 10^6} \sin(0,5 \cdot 10^6 t)$$

$$t = \frac{\pi}{3} \cdot 10^{-6} \text{с}; q = 1 \text{мкКл}$$