

# ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

ЛЕКЦІЯ 11

# ПЛАН

1. Досліди Фарадея. Явище електромагнітної індукції. Закон електромагнітної індукції (закон Фарадея). Правило Ленца.
2. Індуктивність. Самоіндукція. Електрорушійна сила (ЕРС) самоіндукції.
3. Взаємоіндукція. Розрахунок взаємної індуктивності двох котушок на спільному осерді.
4. Енергія та об'ємна густина енергії магнітного поля.

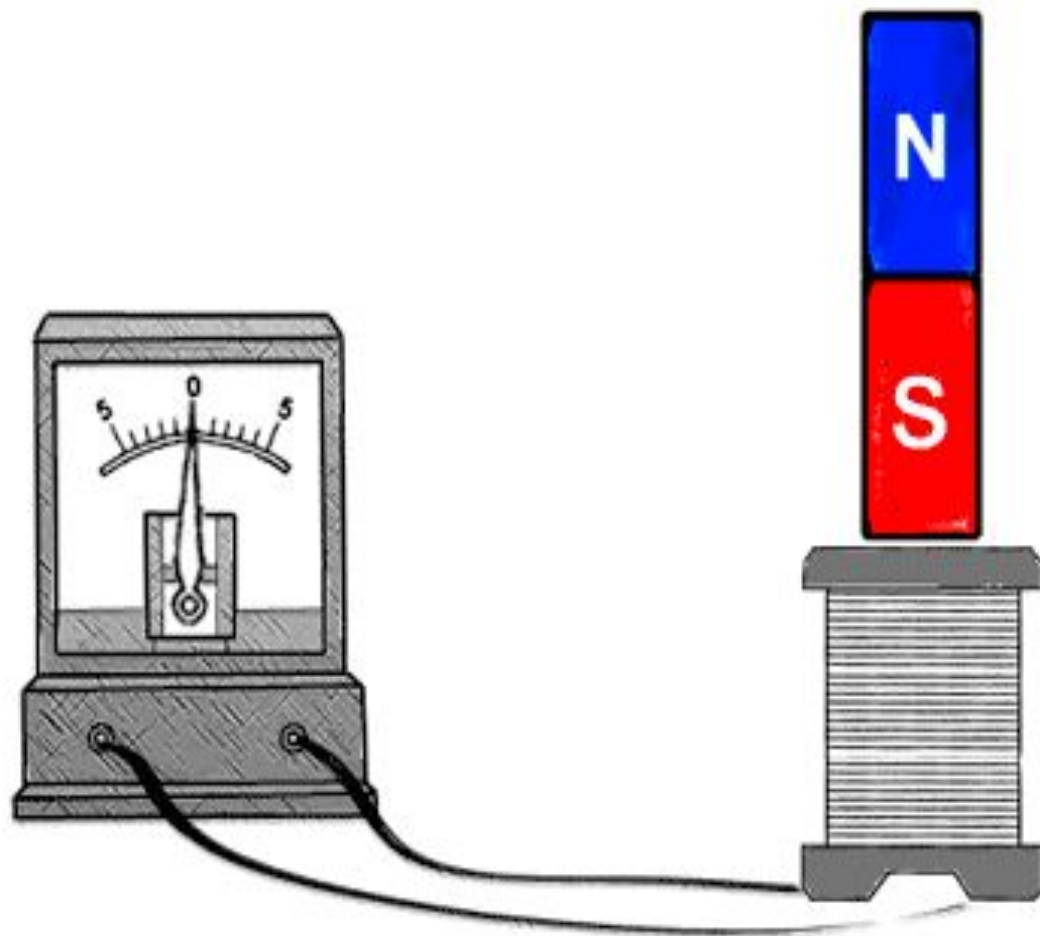
# На самостійне опрацювання

1. Опрацювати зміст лекції та відповідні розділи у підручниках.
2. Екстраструми при замиканні та розмиканні кола постійного струму.
3. Струми Фуко. Скін-ефект.

# Досліди Фарадея

*Дослід 1.* Якщо в замкнений на гальванометр соленоїд вводити або виводити постійний магніт, то в моменти його руху спостерігається відхилення стрілки гальванометра; напрями відхилення стрілки при введенні та виведенні протилежні. Відхилення стрілки гальванометра тим більше, чим більше швидкість руху магніту відносно котушки. У разі зміни полярності магніту напрям відхилення стрілки зміниться.





Дослід Фарадея

# Досліди Фарадея

*Дослід II.* Кінці однієї з котушок, вставлених одна в другу, приєднуються до гальванометра, а через іншу котушку пропускається струм. Відхилення стрілки гальванометра спостерігається в моменти ввімкнення або вимкнення струму, в моменти його збільшення або зменшення або у разі переміщення котушок одна відносно одної. Напрями відхилень стрілки гальванометра також протилежні у разі ввімкнення і вимкнення струму, його збільшення і зменшення, зближення і віддалення котушок.



# Висновки з дослідів Фарадея

1. Індукційний струм виникає при будь-якій зміні зчепленого з контуром потоку магнітної індукції.
2. Сила індукційного струму абсолютно не залежить від способу зміни потоку магнітної індукції, а визначається лише швидкістю його зміни.

***Електромагнітна індукція*** - це явище виникнення електричного струму у замкненому контурі при зміні потоку магнітної індукції, що охоплюється цим контуром.

# Вихрове електричне поле

Виникнення струму у провіднику можливим лише при наявності у ньому електрорушійної сили. Отже, при будь-якій зміні магнітного потоку, зчепленого з замкненим провідним контуром, в ньому виникає ЕРС. Але виникнення ЕРС, в свою чергу, є проявом електричного поля. Таким чином, при зміні магнітного потоку, зчепленого з замкненим провідним контуром, в цьому контурі виникає електричне поле, яке називають індукційним. Індукційне електричне поле відрізняється від електричного поля нерухомого електричного заряду. Силкові лінії індукційних електричних полів відрізняються від силових ліній електричних полів нерухомих зарядів тим, що вони завжди замкнені. Тому індукційне електричне поле називають вихровим.



# ЕРС електромагнітної індукції

✳ЕРС, що виникає у провідниках при зміні магнітного потоку, називають *ЕРС електромагнітної індукції  $\mathcal{E}_i$* . Струм, що виникає у замкнених провідниках при зміні магнітного потоку, називають *індукційним струмом*.

ЕРС індукції  $\mathcal{E}_i$  виникає у кожному відрізку провідника навіть у тому випадку, якщо провідник не є замкненим. Прояв ЕРС електромагнітної індукції у провідниках виявляється різницею потенціалів, що виникає на його кінцях .

ЕРС електромагнітної індукції  $\mathcal{E}_i$  виявляється розподіленою, на відміну від ЕРС джерела струму, яка є зосередженою безпосередньо у самому джерелі.

# Закон Фарадея

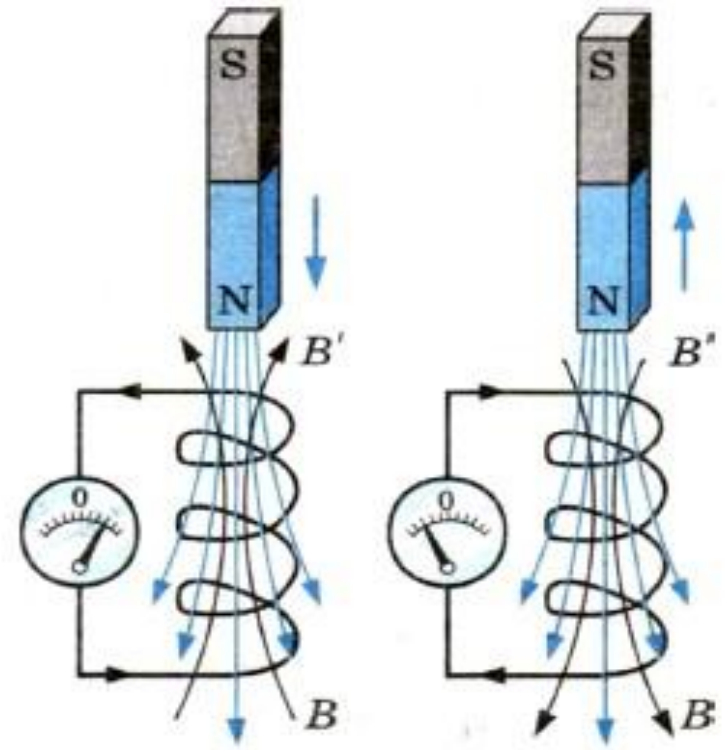
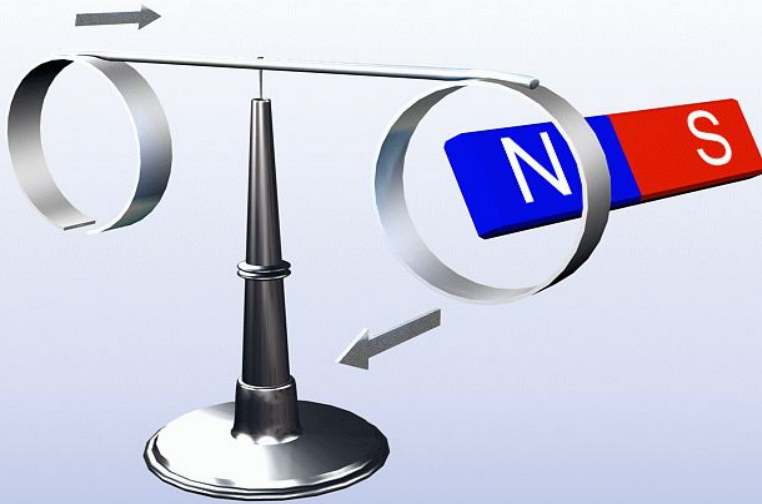
*\*ЕРС електромагнітної індукції чисельно дорівнює і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку через поверхню, обмежену цим контуром:*

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

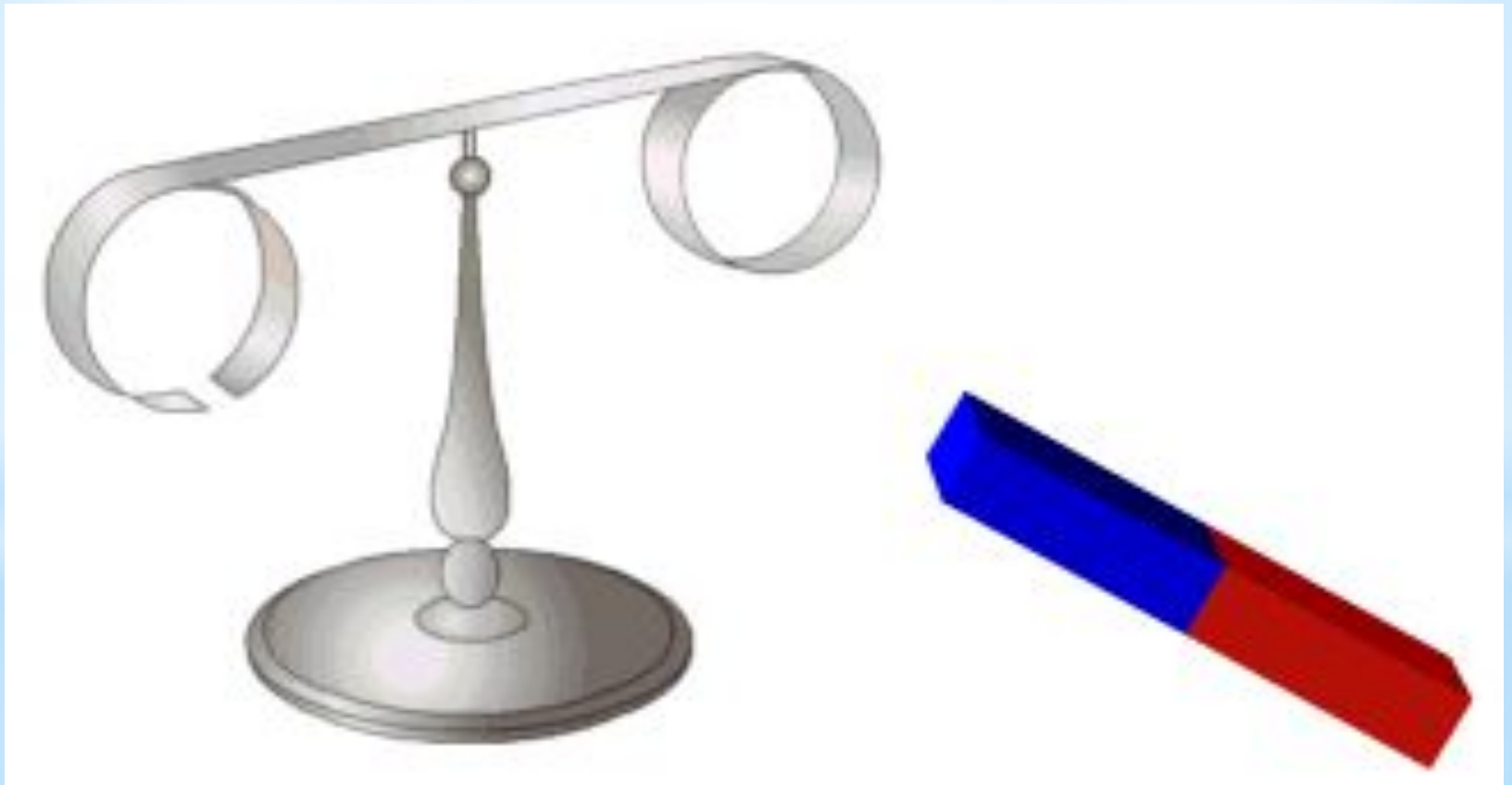
Знак мінус в законі Фарадея є математичним виразом *правила Ленца* - загального правила для знаходження напрямку індукційного струму.

# Правило Ленца:

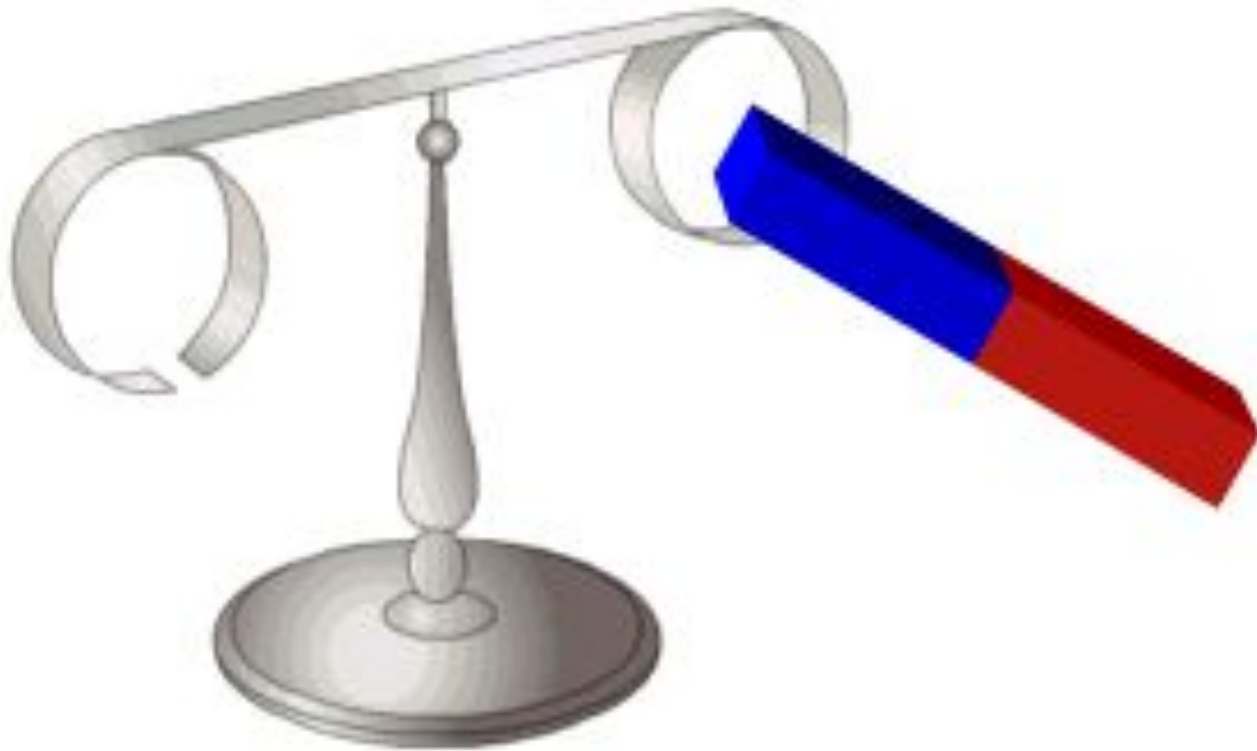
*індукційний струм в контурі завжди має такий напрям, що створюване ним магнітне поле заважає змінюванню магнітного потоку, який викликав цей індукційний струм.*



Збільшення магнітного потоку викликає від'ємну ЕРС  $\mathcal{E}_i < 0$ , тобто поле індукційного струму напрямлене назустріч потоку.



Зменшення потоку викликає додатну ЕРС  $\mathcal{E}_i > 0$ , тобто напрями потоку і поля індукційного струму співпадають.



# Виведення закону електромагнітної індукції

було здійснене Гельмгольцем у 1847 році та ґрунтується на законі збереження та перетворення енергії.

Нехай маємо замкнуте коло, що містить джерело ЕРС, величина якої  $\mathcal{E}$ , а повний опір цього кола  $R$ . Позначимо силу струму в колі  $I$ . Кількість енергії, що витрачає джерело ЕРС за час  $dt$ , дорівнює

$$dW = I\mathcal{E} \cdot dt$$

У випадку відсутності зовнішнього магнітного поля (або якщо контур нерухомий) ця енергія виділяється у вигляді кількості теплоти, яка визначається законом Джоуля-Ленца :

$$dQ = I^2 R dt$$

Маємо

$$I\mathcal{E} \cdot dt = I^2 R dt$$

Звідси отримується закон Ома в інтегральній формі:

$$\mathcal{E} = IR \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

# Виведення закону електромагнітної індукції

\* При переміщенні контура з джерелом ЕРС у магнітному полі енергія джерела частково буде витрачатися проти переміщення контуру, а частково виділятися у вигляді тепла.

Робота по переміщенню провідника зі струмом

$$dA = I \cdot d\Phi$$

виконується лише за рахунок енергії джерела струму

$$dW = dQ + dA$$

$$I\varepsilon \cdot dt = I^2 R dt + I \cdot d\Phi$$

$$\varepsilon = IR + \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon = IR + \frac{d\Phi}{dt}$$

## Виведення закону електромагнітної індукції

Розв'язуючи отримане рівняння відносно сили струму отримаємо вираз

$$I = \frac{\varepsilon - \frac{d\Phi}{dt}}{R}$$

Порівнюючи даний вираз з законом Ома, робимо висновок, що внаслідок зміни потоку магнітної індукції у колі з'явилася ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

величина якої не залежить від ЕРС джерела, а отже збереже своє значення і за відсутності джерела струму у колі (при  $\varepsilon = 0$ ).

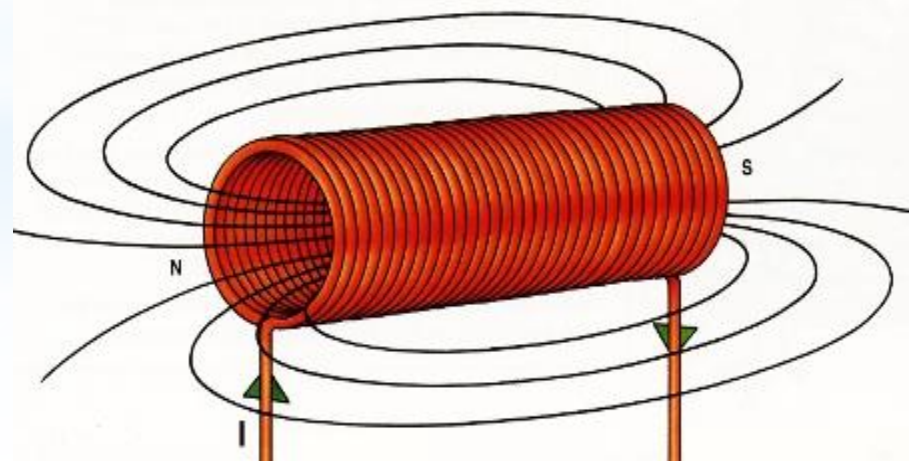


# Самоіндукція

✳ При зміні сили струму в контурі змінюватиметься і зчеплений з ним магнітний потік, а тому буде індукуватися ЕРС. Явище виникнення ЕРС в контурі при зміні в ньому сили струму називається *самоіндукцією*.

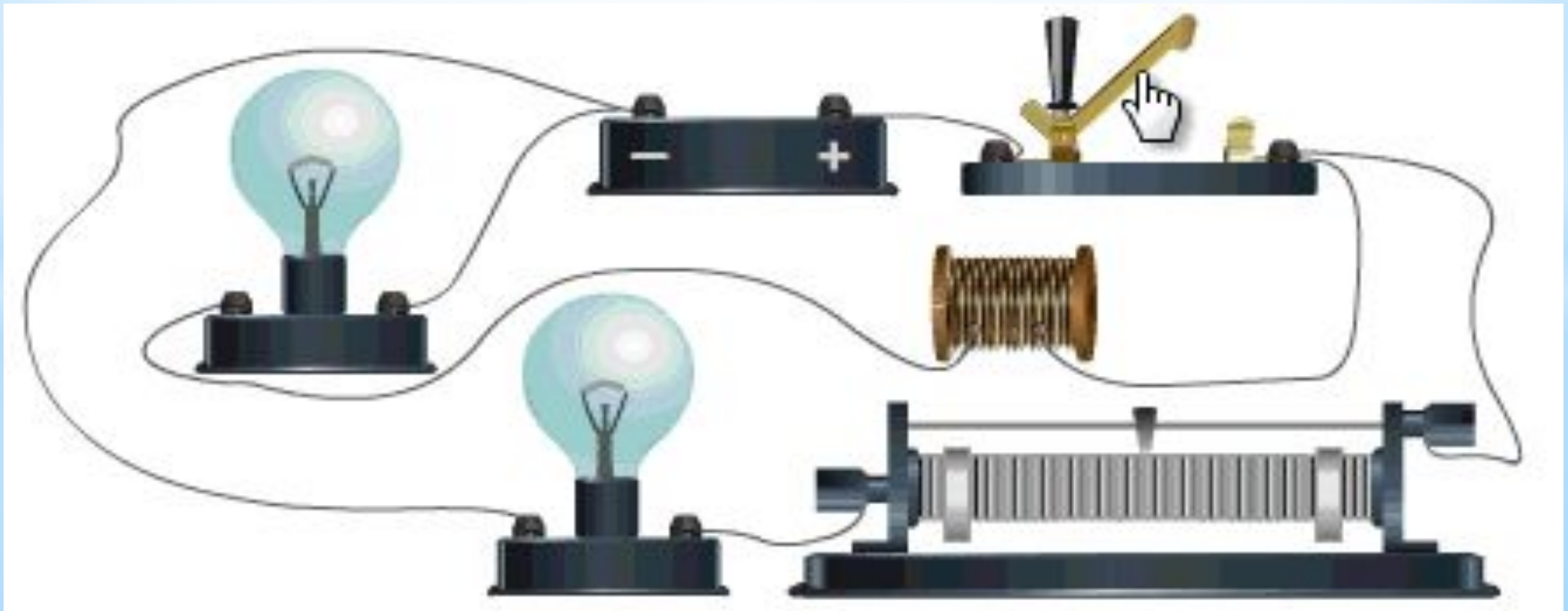
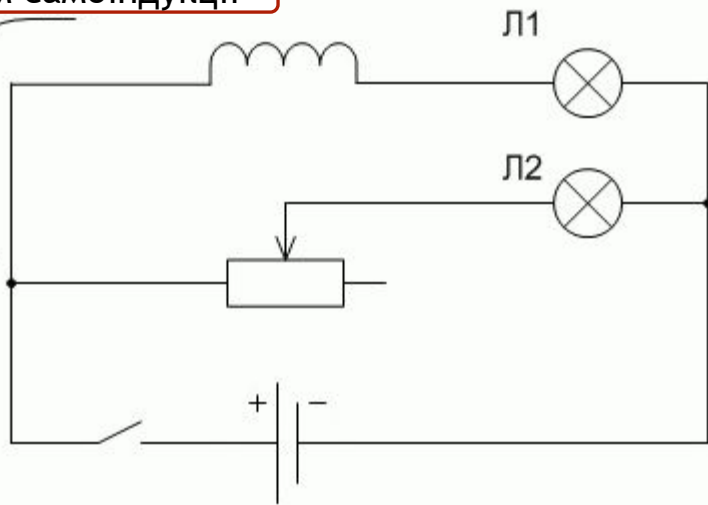
Розрахуємо ЕРС самоіндукції, яка виникає у нескінченно довгому соленоїді, магнітне поле якого є однорідним та знаходиться всередині його об'єму, заповненого середовищем з магнітною проникністю  $\mu$ . Магнітний потік  $\Phi_1$ , що пронизує кожен виток перерізом  $S$ ,

$$\Phi_1 = BS = \mu\mu_0 HS = \mu\mu_0 \frac{IN}{l} S$$



Струм самоіндукції

Зростаючий струм



# Самоіндукція

При зміні струму в соленоїді у кожному витку виникає ЕРС самоіндукції :

$$\mathcal{E}_{si1} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \mu\mu_0 \frac{IN}{l} S \right)$$

В  $N$  послідовно з'єднаних витках соленоїда виникає ЕРС самоіндукції

$$\mathcal{E}_{si} = \mathcal{E}_{si1}N = -\frac{d}{dt} \left( \mu\mu_0 \frac{IN^2}{l} S \right) = -\frac{d}{dt} (\mu\mu_0 n^2 l S)$$

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d}{dt} (LI)$$

Тут  $L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu\mu_0 n^2 l S = \mu\mu_0 n^2 V$  - коефіцієнт самоіндукції або індуктивність.

Індуктивність залежить від форми, розмірів провідника та магнітної проникності середовища, яке його оточує.

$$\mathcal{E}_{si} = - \frac{d}{dt} (LI)$$

## ІНДУКТИВНІСТЬ ПРОВІДНИКА

\* При  $\frac{dI}{dt} = 1 \frac{A}{c}$   $|\mathcal{E}_{si}| = |L|$ , тобто

індуктивність - це фізична величина, яка чисельно дорівнює ЕРС самоіндукції, що виникає у провіднику при швидкості зміни струму в ньому  $1 \text{ A/c}$ .

$$[L] = 1 \text{ Гн}$$

Один Гн (генрі) - це індуктивність такого провідника, в якому за швидкості зміни струму, рівній  $1 \text{ A/c}$ , індукується ЕРС самоіндукції  $1 \text{ В}$ .

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d}{dt}(LI) \quad \text{ІНДУКТИВНІСТЬ ПРОВІДНИКА}$$

\*Якщо  $L = \text{const}$ , то  $\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}$

Отже, ЕРС самоіндукції прямо пропорційна швидкості зміни струму у провіднику.

Якщо ж  $L \neq \text{const}$  (це можливо при  $\mu = f(H)$ ), то

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}$$

Тобто при наявності феромагнітного середовища та у змінних магнітних полях коефіцієнт пропорційності у виразі для ЕРС самоіндукції не дорівнює  $L$ .

Таким чином, у провідниках зі змінним струмом існують одночасно дві ЕРС - джерела струму та самоіндукції.

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d}{dt}(LI)$$

## ІНДУКТИВНІСТЬ ПРОВІДНИКА

\* При зростанні струму  $\frac{dI}{dt} > 0$  і  $\mathcal{E}_{si} < 0$  - ЕРС самоіндукції перешкоджає збільшенню струму у провіднику.

При зменшенні струму  $\frac{dI}{dt} < 0$  і  $\mathcal{E}_{si} > 0$  - ЕРС самоіндукції перешкоджає зменшенню струму у провіднику.

Тобто  $\mathcal{E}_{si}$  перешкоджає причині, що її породжує (перешкоджає зміні струму у провіднику).

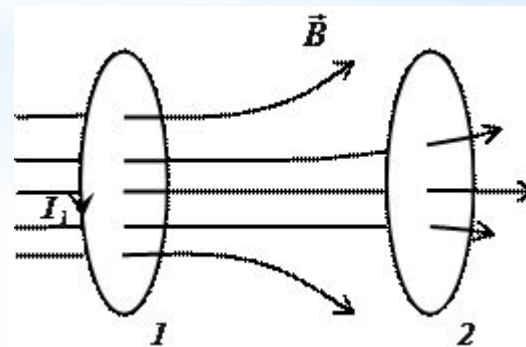
Порівнюючи вирази

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ та } \mathcal{E}_{si} = -\frac{d}{dt}(LI)$$

отримаємо вираз, що пов'язує магнітний потік з індуктивністю:  
 $\Phi = LI.$

# Взаємодукція

Взаємодукція - це явище, у якому виявляється магнітний зв'язок двох або більше електричних кіл. Внаслідок цього виникає ЕРС індукції в одному з контурів при зміні струму в іншому. Кількісною характеристикою магнітного зв'язку електричних кіл є їх взаємна індуктивність. Якщо два контури (два замкнених провідника) знаходяться в магнітному полі один одного, то при будь-якій зміні струму в одному з них відбувається зміна магнітного потоку, зчепленого з іншим, що викликає появу в ньому ЕРС індукції.



# Взаємодукція

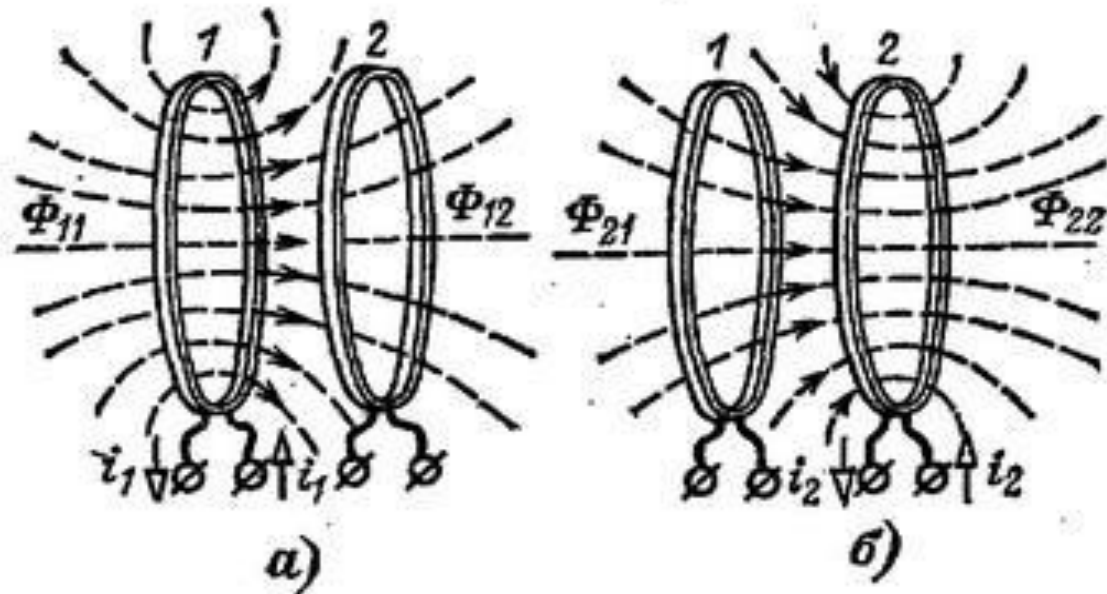
Розглянемо два контури 1 і 2 з струмами  $I_1$  і  $I_2$ , які розташовані близько один до одного. При протіканні в контурі 1 струму магнітний потік пронизує контур 2:

$$\Phi_2 = LI_1$$

Аналогічно

$$\Phi_1 = LI_2$$

Коефіцієнти пропорційності  $L$ , які називаються **взаємною індуктивністю контурів**, виявились однаковими.





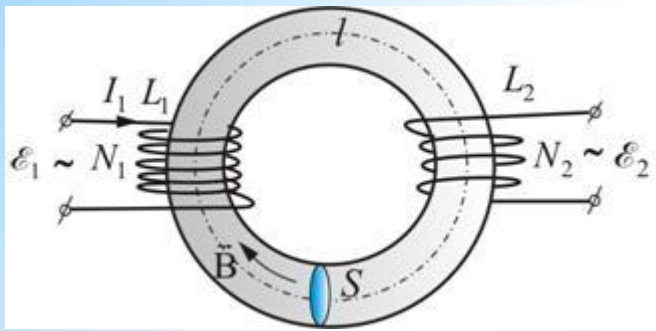
# Взаємодукція

У випадку зміни сили струму в одному з контурів, в другому індукується ЕРС згідно з законом Фарадея:

$$\mathcal{E}_{12} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L\frac{dI_1}{dt}$$
$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L\frac{dI_2}{dt}$$

*Взаємна індукція* - це явище виникнення ЕРС в одному з контурів при зміні сили струму в другому.

Взаємна індуктивність контурів залежить від геометричної форми, розмірів, взаємного розташування контурів, а також від магнітної проникності оточуючого середовища.



## Взаємна індуктивність двох котушок на спільному осерді

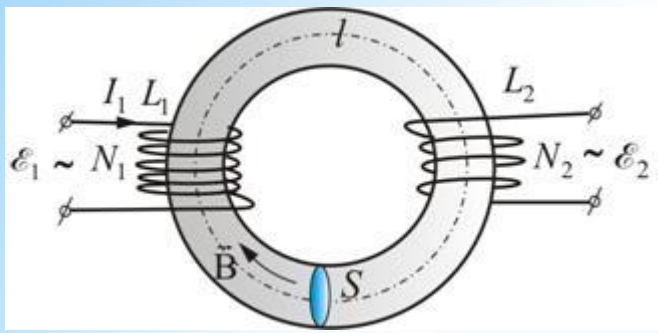
Розглянемо дві котушки на спільному осерді. Магнітна індукція поля, створюваного першою котушкою з числом витків  $N_1$ , струмом  $I_1$  і магнітною проникністю осердя  $\mu$ , дорівнюватиме

$$B = \mu_0 \mu \frac{N_1 I_1}{l}$$

де  $l$  - довжина осердя по середній лінії.

Магнітний потік крізь один виток другої котушки

$$\Phi_2 = BS == \mu_0 \mu \frac{N_1 I_1}{l} S$$



# Взаємна індуктивність двох котушок на спільному осерді

\* повний магнітний потік (потокосцеплення) крізь  $N_2$  витків вторинної обмотки

$$\Psi = \Phi_2 N_2 = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S I_1$$

Потік  $\Psi$  створюється струмом  $I_1$ , тому взаємна індуктивність

$$L = \frac{\Psi}{I_1} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S$$

# ЕРС індукції в нерухомих провідниках

Згідно з законом Фарадея виникнення ЕРС електромагнітної індукції можливе також у випадку *нерухомого контуру*, який знаходиться в *змінному* магнітному полі.

Згідно з трактовкою Максвелла: *всьяке змінне магнітне поле збуджує в оточуючому просторі електричне поле*, яке і є причиною виникнення індукційного струму в нерухомому провіднику. Циркуляція цього поля по будь-якому нерухомому контуру провідника є ЕРС електромагнітної індукції

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

# Енергія та об'ємна густина енергії магнітного поля

Як відомо, будь-який електричний струм створює магнітне поле, яке має енергію. Енергія магнітного поля дорівнює роботі, яку виконує стороння сила проти ЕРС самоіндукції в процесі зростання струму при вмиканні джерела. Елементарна робота

$$dA = -\varepsilon_{si} dq$$

Оскільки  $dq = Idt$ , а  $\varepsilon_{ci} = -L \frac{dI}{dt}$ , то

$$dA = L \frac{dI}{dt} \cdot Idt = LI dI.$$

# Енергія та об'ємна густина енергії магнітного поля

$$dA = LI dI$$

\* повна робота при зміні струму від 0 до  $I$  буде дорівнювати енергії магнітного поля котушки  $W_m$

$$A = W_m = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}$$

Врахувавши, що  $I = \frac{H}{n}$ , а індуктивність соленоїда  $L = \mu_0 \mu n^2 V$ , для енергії магнітного поля соленоїда отримаємо вираз:

$$W_m = \frac{\mu_0 \mu n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V$$

$$W_m = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V$$

## Енергія та об'ємна густина енергії магнітного поля

*\*Об'ємна густина енергії* (або енергія одиниці об'єму) магнітного поля соленоїда, яке однорідне і зосереджене всередині нього, виражається залежністю

$$w_m = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{BH}{2}$$

Порівняємо вираз густини енергії магнітного поля з виразом густини електричного поля

$$w_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon_0 \epsilon} = \frac{ED}{2}$$

*Бачимо, що ці формули аналогічні.*

\*Оскільки  $\vec{B}$  і  $\vec{H}$  характеризують магнітне поле в даній точці, то отримані вирази для густини енергії також є функцією точки. Отже, густина енергії є диференціальною характеристикою поля:

$$w_m = w_m(x, y, z)$$

Повна енергія неоднорідного магнітного поля в об'ємі  $V$

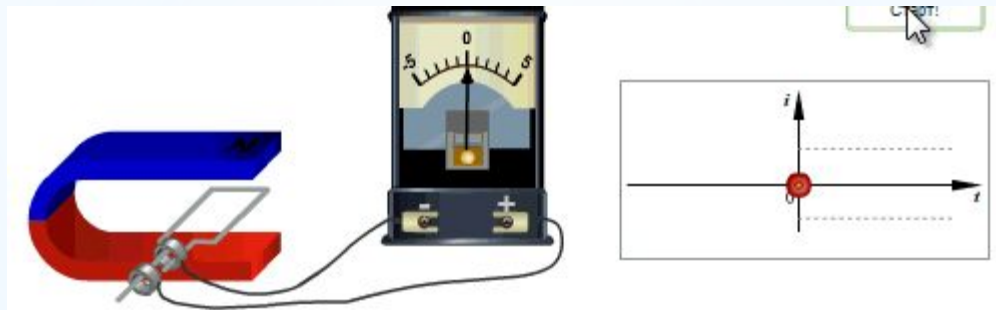
$$W_m = \int_V w_m dV = \int_V \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} dV$$

При одночасному існуванні електричного і магнітного полів повна густина енергії електромагнітного поля:

$$w = \left( \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \right)$$



H



Л