Дисциплина:

Электротехника и электроника

Лектор: **Валерий Петрович Довгун**
доктор технических наук, профессор

АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ:
Лекции, практические задания, лабораторные работы

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА:

1. Расчетно-графическое задание.
2. Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ.
3. Самостоятельное изучение отдельных разделов курса.

ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Третий семестр: зачет.

Четвертый семестр: экзамен.

Рекомендуемая литература

1. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника: учебник / О. П. Новожилов. – М.: Гардарики, 2008. – 653 с.

2. Довгун, В. П. Электротехника и электроника: учеб. пособие: в 2-х ч. Ч. 1 / В. П. Довгун. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. – 270 с.

3. Довгун, В. П. Электротехника и электроника: учеб. пособие: в 2-х ч. Ч. 2 / В. П. Довгун. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. – 252 с.

Электрические величины и единицы их измерения

Ток в проводящей среде – явление упорядоченного движения электрических зарядов под действием электрического поля.

Мгновенное значение тока равно скорости изменения заряда во времени:

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}.$$

Единица измерения тока в системе СИ – ампер (А).

Андре-Мари Ампер
1775 - 1836

Электрические величины и единицы их измерения

Напряжение (разность потенциалов) между двумя точками цепи определяется количеством энергии, затрачиваемой на перемещение заряда из одной точки в другую:

$$u = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta q} = \frac{dw}{dq}$$

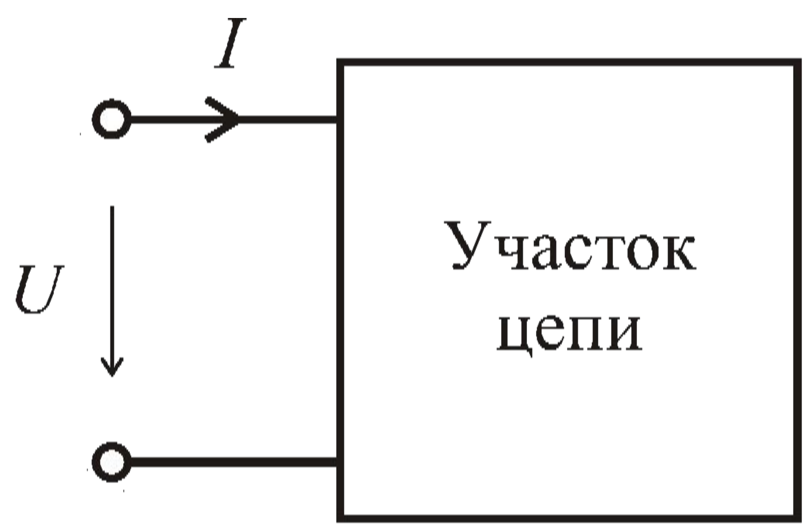
Единица измерения напряжения в системе СИ – вольт (В).

Алессандро Вольта
1745 – 1827

Электрические величины и единицы их измерения

Положительное направление тока выбирают произвольно и показывают стрелкой на выводах элемента или участка цепи.

Для однозначного определения напряжения между двумя выводами участка цепи одному из выводов приписывают положительную полярность, которую отмечают стрелкой, направленной от вывода.



Электрические величины и единицы их измерения

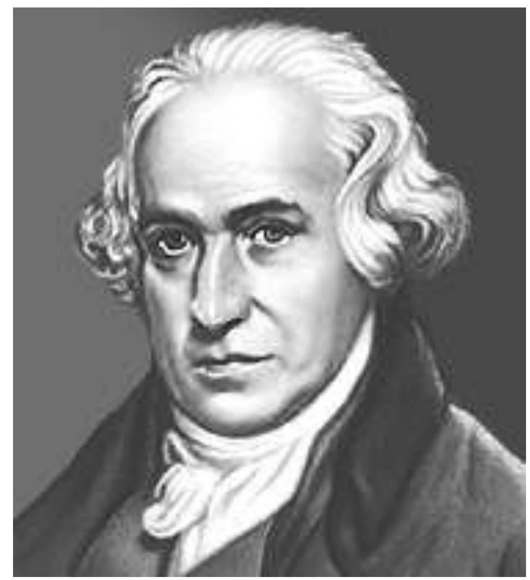
Энергия, затрачиваемая на перемещение заряда

$$w = \int_0^q u\,dq = \int_{-\infty}^t ui\,dt$$

Мгновенная мощность участка цепи:

$$p = \frac{dw}{dt} = ui\,.$$

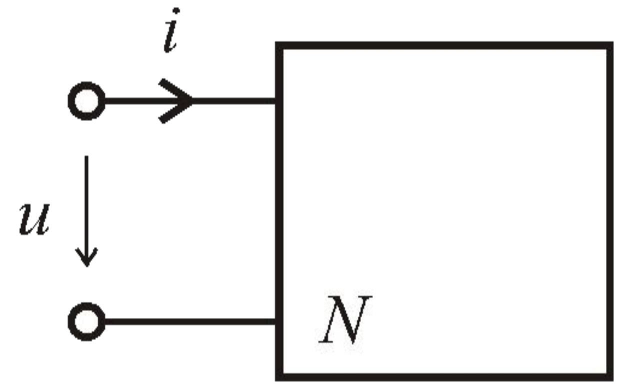
Мощность измеряется в ваттах (Вт).



Джеймс Уатт
1736 – 1819

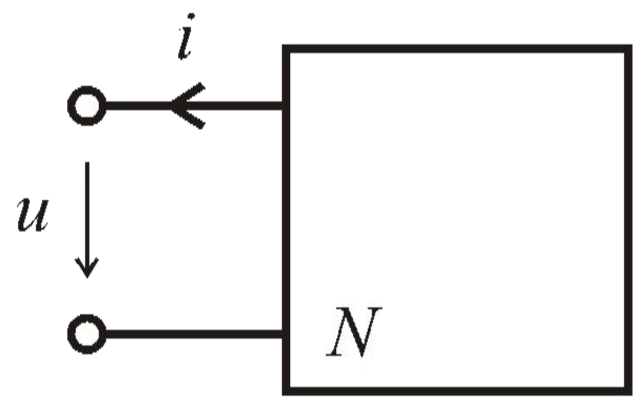
Электрические величины и единицы их измерения

При совпадении знаков напряжения и тока мощность положительна. Это соответствует потреблению энергии участком цепи.



$$p = ui > 0$$

При несовпадении знаков напряжения и тока мощность отрицательна. Это означает, что участок цепи является источником энергии.



$$p = -ui < 0$$

Элементы электрических цепей

Под элементами в теории цепей понимают не реальные устройства, а их идеализированные модели, обладающие определенными свойствами реальных прототипов.

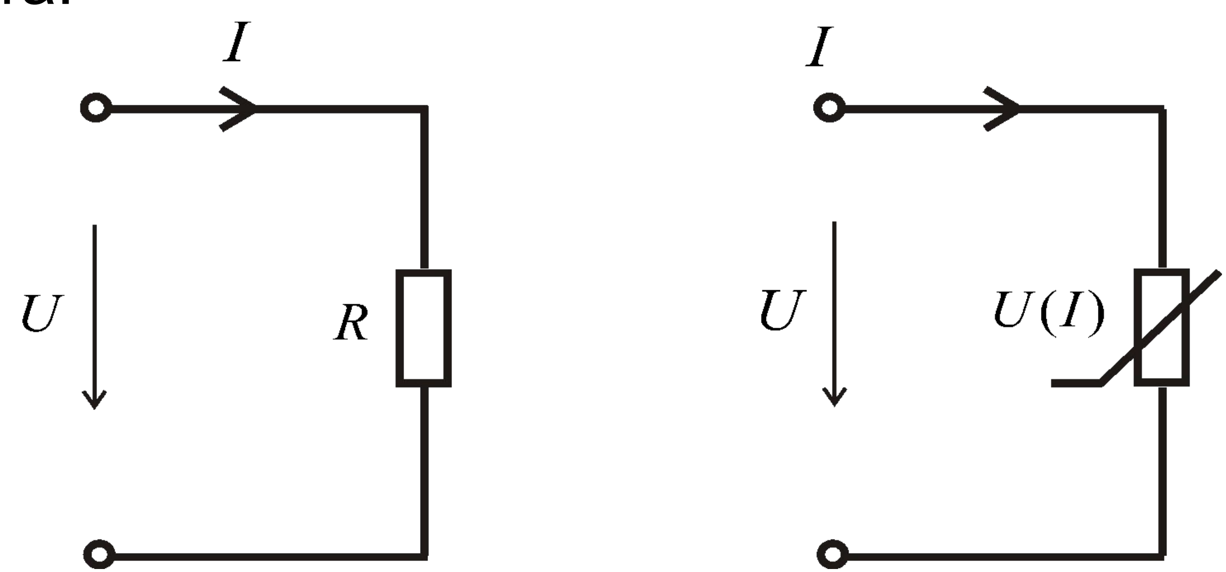
Такими идеализированными элементами являются резистивный, индуктивный и емкостный элементы, а также независимые источники напряжения и тока.

Соединяя между собой идеализированные элементы, мы получим модель, или схему замещения, приближенно отображающую процессы в реальном электронном устройстве.

ДВУХПОЛЮСНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Резистивный элемент – идеализированный элемент, в котором происходит только необратимое преобразование электромагнитной энергии в тепло и другие виды энергии.

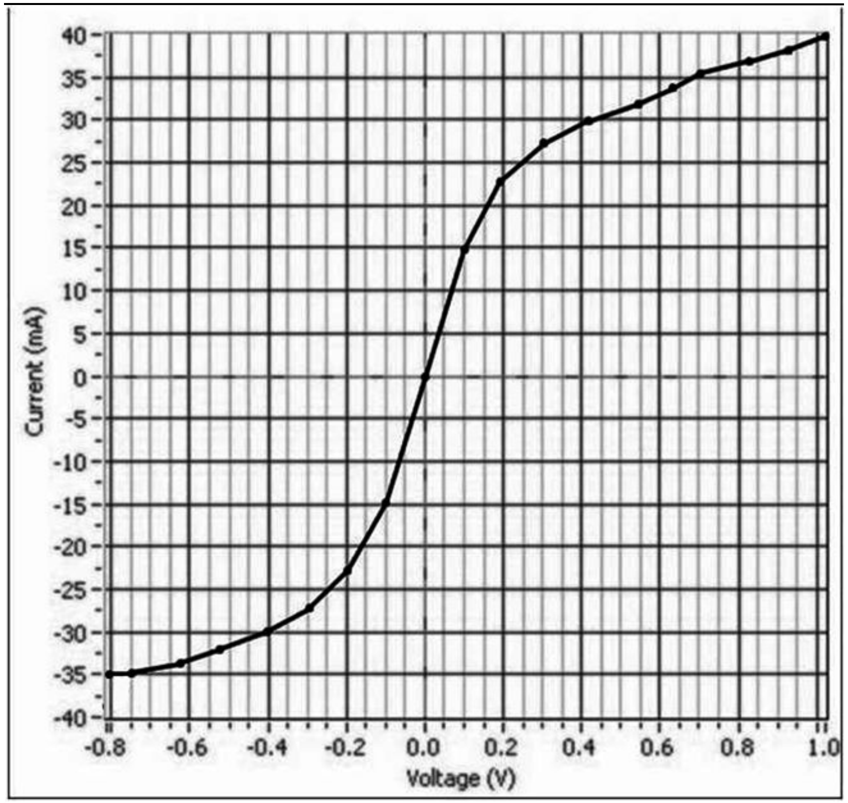
Условное графическое обозначение резистивного элемента:



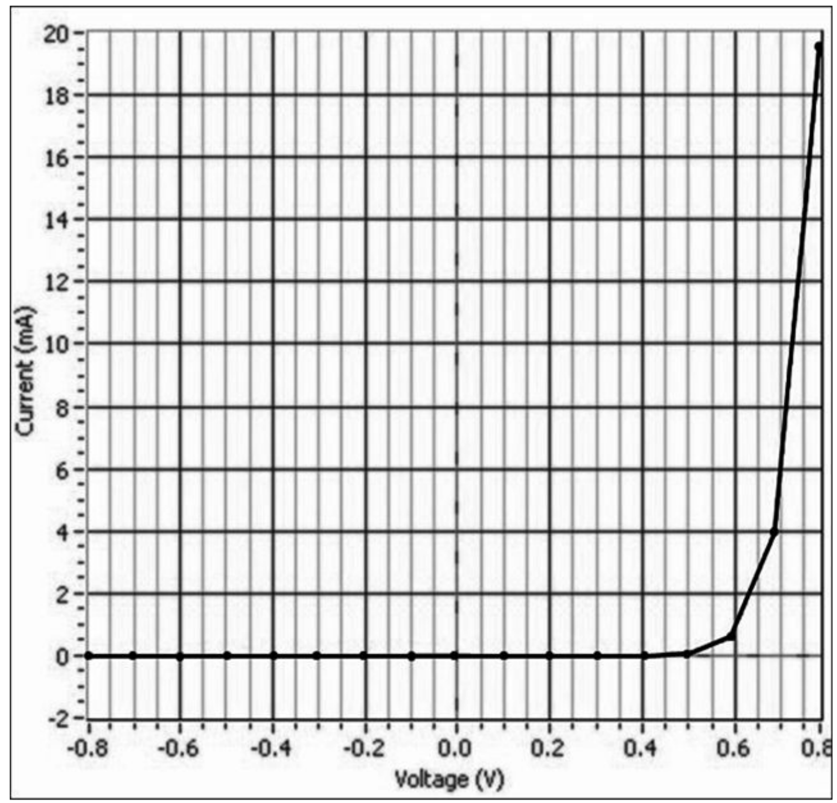
Резистивный элемент

Вольт-амперные характеристики резистивных элементов.

Лампа накаливания



Полупроводниковый диод



Резистивный элемент

Если ВАХ – прямая, проходящая через начало координат, резистор называют линейным.

Закон Ома:

$$u = Ri\ .$$

R – сопротивление.

Единица измерения – Ом.

Георг Симон Ом
1789 – 1854

Резистивный элемент

Закон Ома:

$$i = Gu\ .$$

$G = {}^{1}\!/_{R}$ - проводимость.

Единица измерения – Сименс.

Вернер фон Сименс

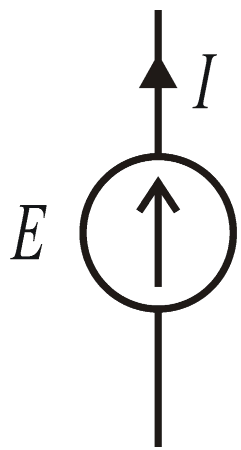
Мощность, поглощаемая резистором

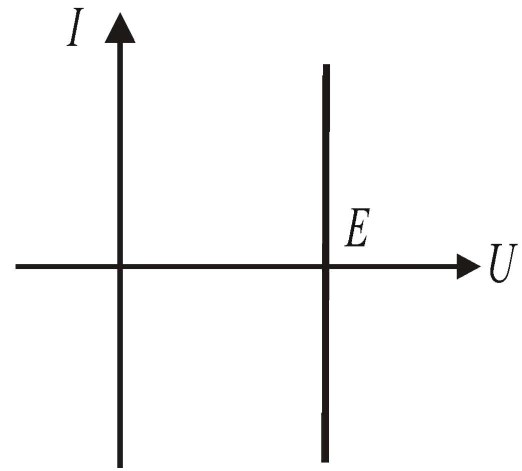
$$p = ui = Ri^2 = {}^{u^2}\!/_{R}$$

Независимые источники напряжения и тока

Источник напряжения – двухполюсный элемент, напряжение которого не зависит от тока через него и изменяется по заданному закону.

ВАХ источника напряжения

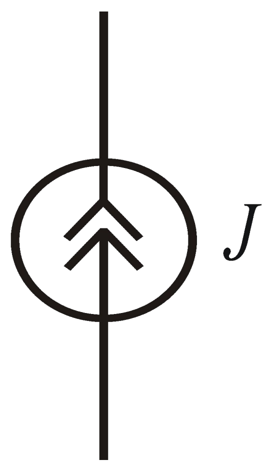




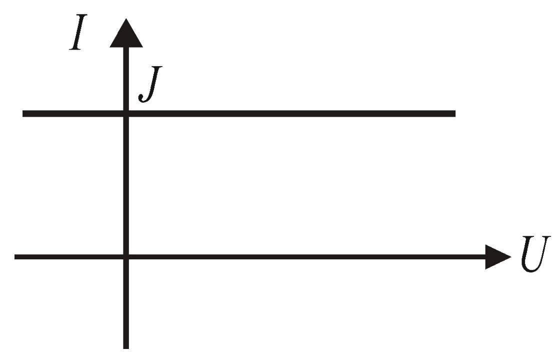
Внутреннее сопротивление идеального источника напряжения равно нулю.

Независимые источники напряжения и тока

Источник тока – двухполюсный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его зажимах и изменяется в соответствии с заданным законом.



ВАХ источника тока



Внутреннее сопротивление идеального источника тока бесконечно.

Управляемые источники

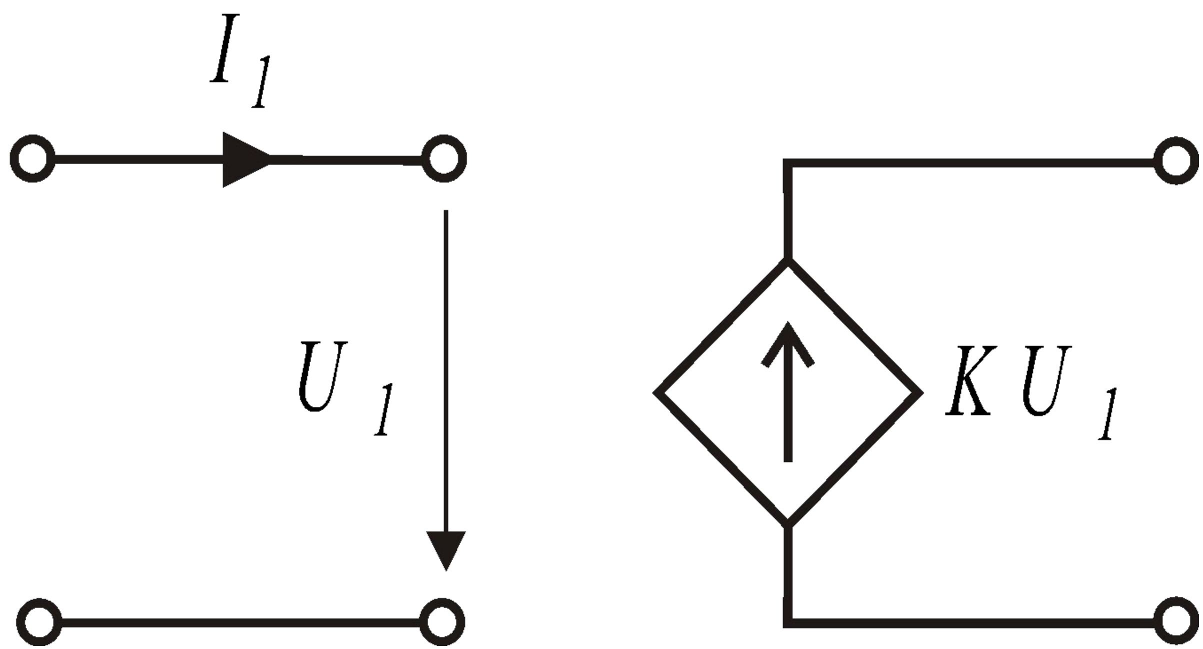
Управляемый источник – четырехполюсный резистивный элемент, состоящий из двух ветвей и двух пар выводов: входной и выходной.

Управляемые источники обладают следующими свойствами:

1) выходная величина пропорциональна входной.
2) выходная величина не влияет на входную.

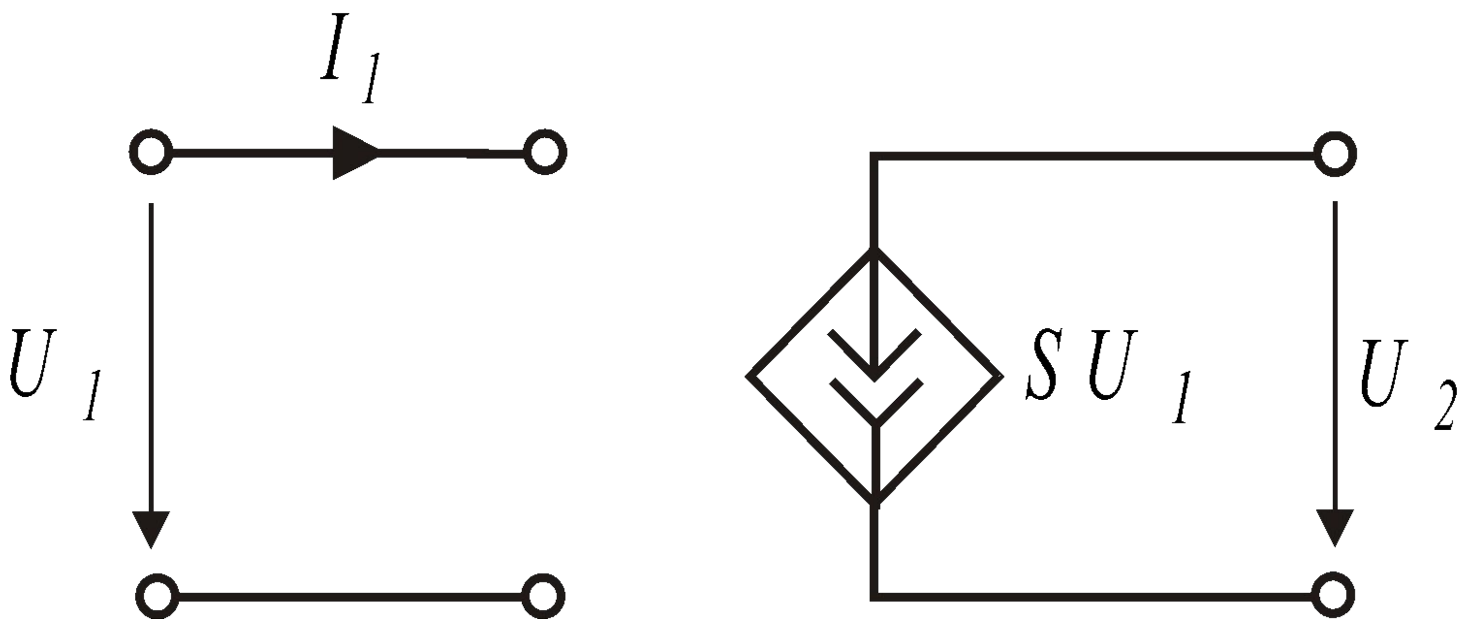
Управляемые источники

Источник напряжения управляемый напряжением (ИНУН)



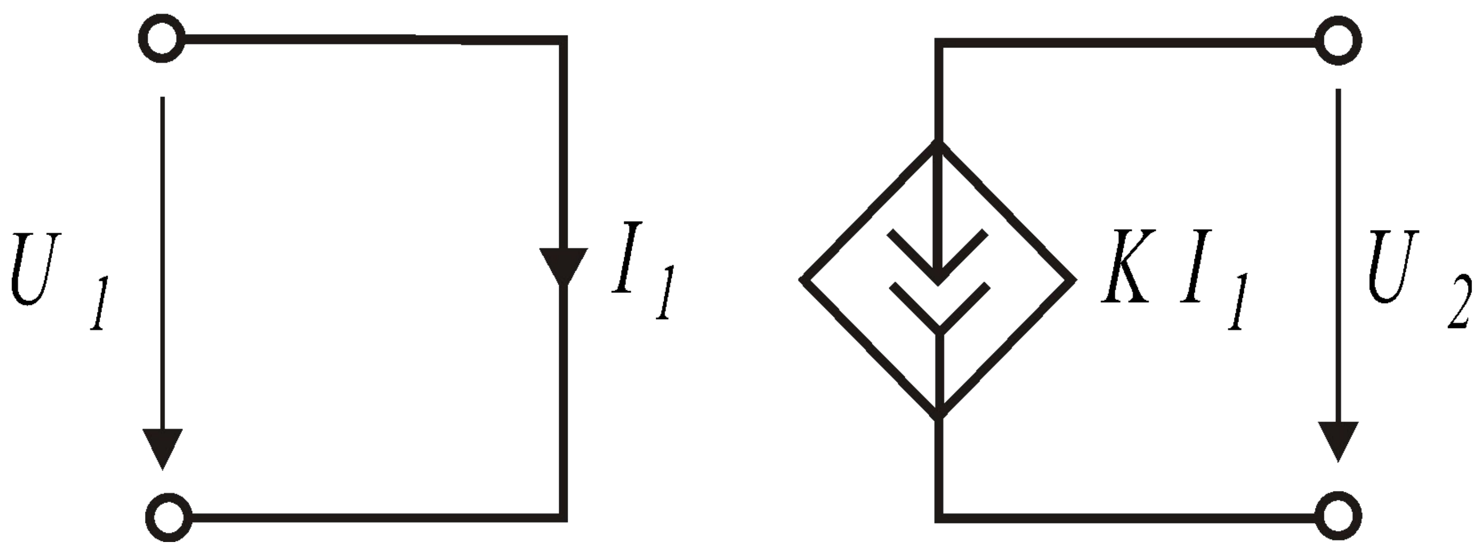
Управляемые источники

Источник тока управляемый напряжением
(ИТУН)



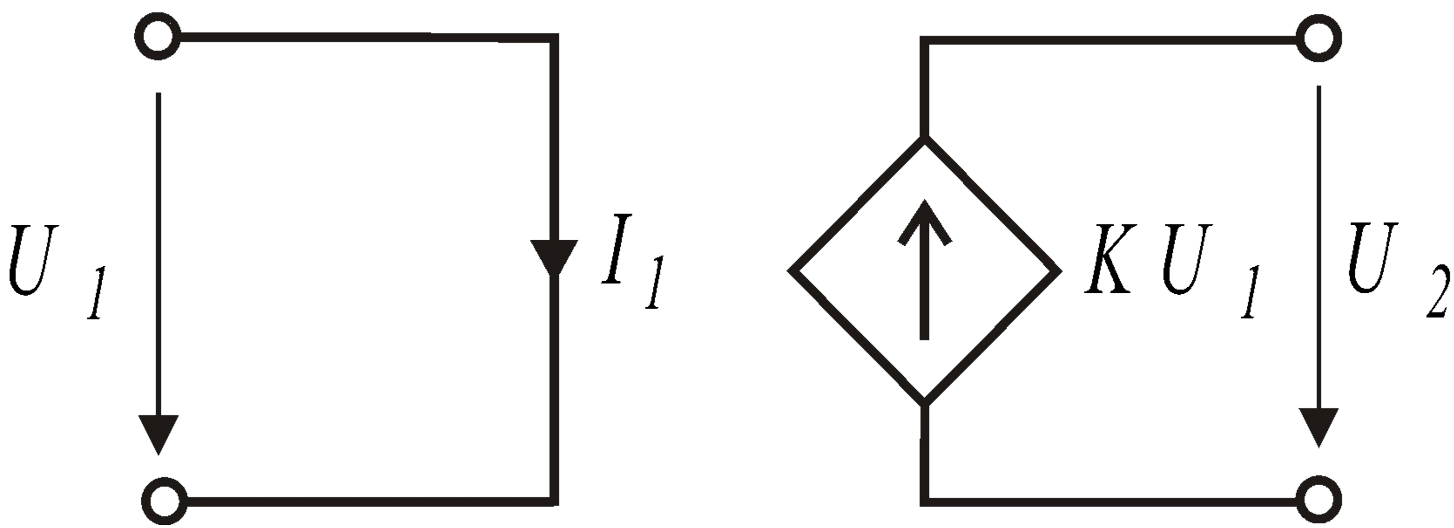
Управляемые источники

Источник тока управляемый током
(ИТУТ)



Управляемые источники

Источник напряжения управляемый током (ИНУТ)



Выводы

1. *Ток* в проводящей среде есть явление упорядоченного движения электрических зарядов под действием электрического поля. Мгновенное значение тока равно скорости изменения заряда во времени. Положительное направление тока выбирают произвольно и показывают стрелкой на выводах элемента или участка цепи.

2. *Напряжение* (разность потенциалов) между двумя точками цепи определяется количеством энергии, затрачиваемой на перемещение заряда из одной точки в другую. Положительное направление напряжения показывают стрелкой, направленной от одного зажима элемента к другому, либо знаками «+», «-»

Выводы

3. Для обозначения электрических величин используют прописные и строчные буквы. Прописными буквами обозначают постоянные напряжения, токи и мощности: *U, I, P*. Мгновенные значения переменных величин обозначают малыми (строчными) буквами: *u, i, p.*

4. *Резистивным* называют идеализированный двухполюсный элемент, для которого связь между напряжением и током можно представить в виде графика, называемого вольт-амперной характеристикой (ВАХ). Резистивный элемент моделирует процесс необратимого преобразования электромагнитной энергии в тепло и другие виды энергии, при этом запасание энергии в электромагнитном поле отсутствует.

Выводы

5. *Источник напряжения* – двухполюсный элемент, напряжение которого не зависит от тока через него и изменяется по заданному закону. Внутренне сопротивление идеального источника напряжения равна нулю.

6. *Источник тока* - двухполюсный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его зажимах и изменяется в соответствии с заданным законом. Внутренне сопротивление идеального источника тока бесконечно.

Задача анализа электрических цепей. Законы Кирхгофа

Основные топологические понятия

Ветвь – участок цепи с двумя выводами.

Узел – точка соединения двух или более ветвей.

Контур – замкнутый путь, проходящий через ряд ветвей и узлов.

Законы Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа: Алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$$

Токи, направленные от узла, записывают с положительным знаком. Токи, направленные к узлу, записывают со знаком минус.

Число независимых уравнений по первому закону Кирхгофа

$$n_y - 1$$

Законы Кирхгофа

Второй закон Кирхгофа: В контуре электрической цепи алгебраическая сумма напряжений ветвей равна алгебраической сумме ЭДС источников.

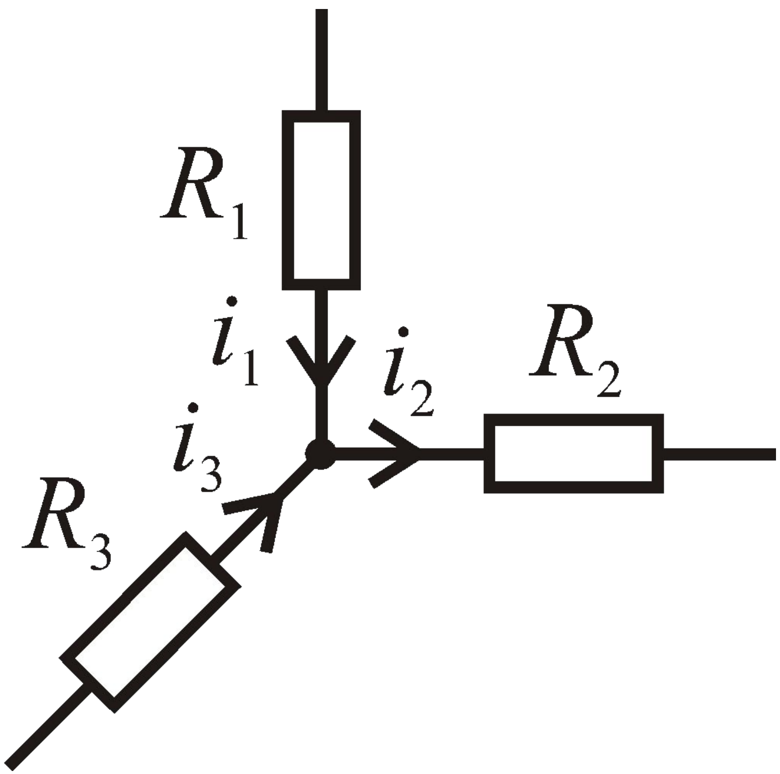
$$\sum_{k=1}^{n} u_k = \sum_{k=1}^{n} e_k$$

Число независимых уравнений по второму закону Кирхгофа, равно числу независимых контуров:

$$n_b - n_y + 1$$

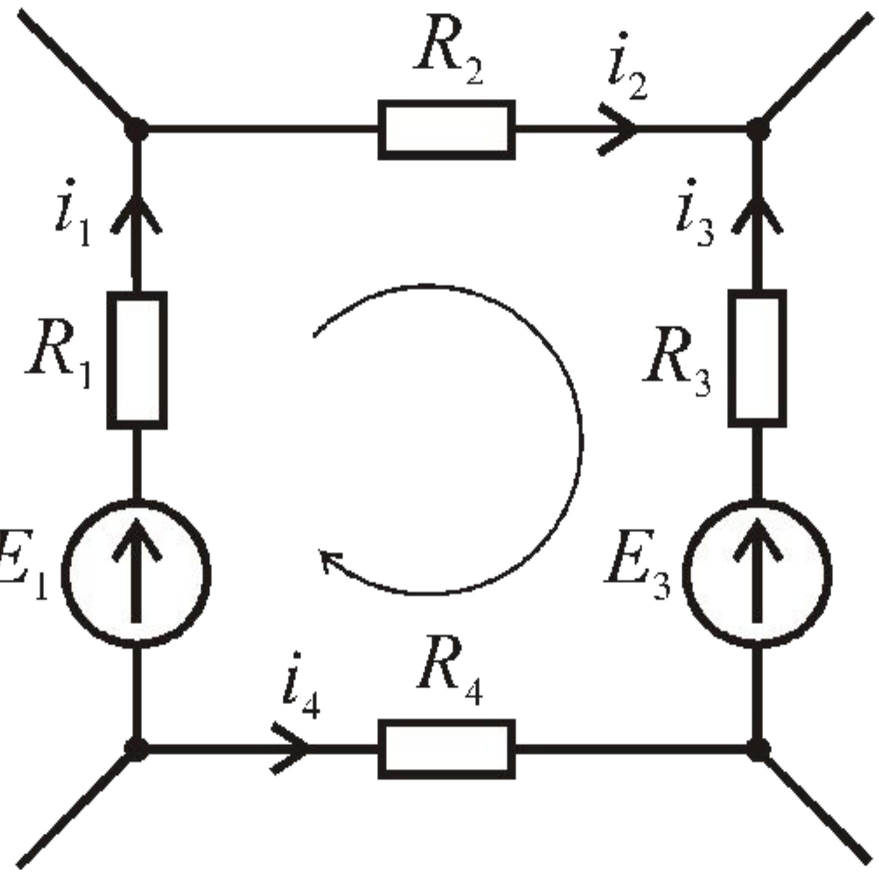
Густав Роберт Кирхгоф
1824 - 1887

Пример. Уравнения по законам Кирхгофа



$$-i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

Пример. Уравнения по законам Кирхгофа



$$R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_3 i_3 - R_4 i_4 = E_1 - E_3$$

Принцип наложения (суперпозиции). Метод наложения

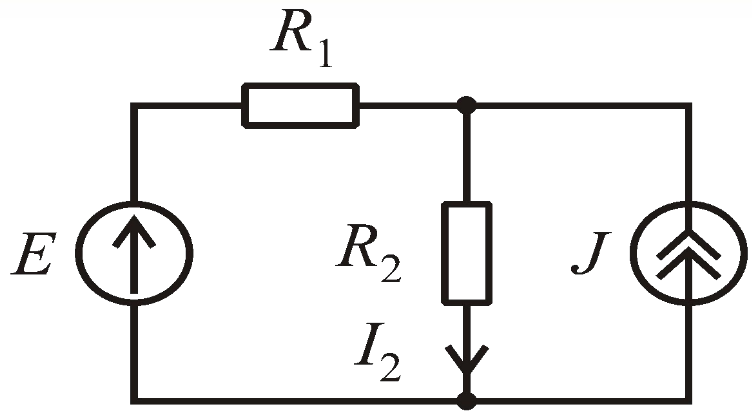
Принцип наложения является фундаментальным свойством линейных цепей.

Реакция линейной цепи при одновременном действии нескольких независимых источников равна сумме реакций, получающихся при действии каждого источника в отдельности.

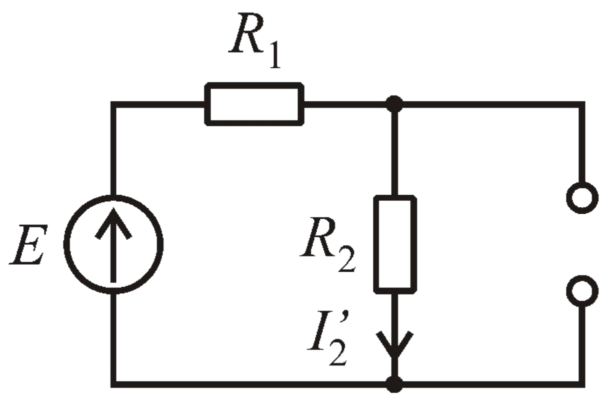
Принцип наложения является следствием линейности уравнений, описывающих цепь.

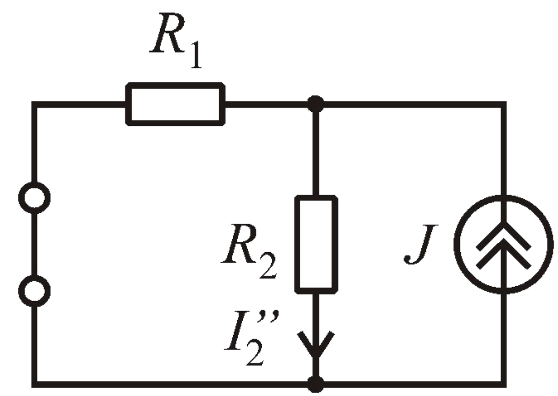
Принцип наложения справедлив только для линейных цепей.

Пример, иллюстрирующий принцип наложения



Рассмотрим две частных схемы, в каждой из которых действует только один источник

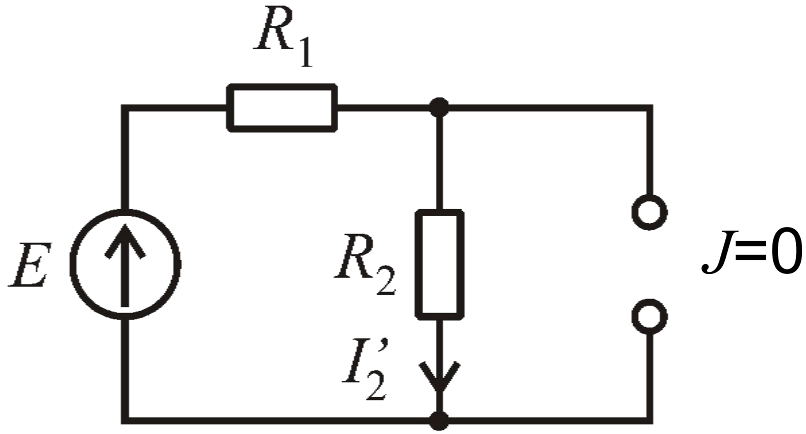




$$I_2 = I_2' + I_2''$$

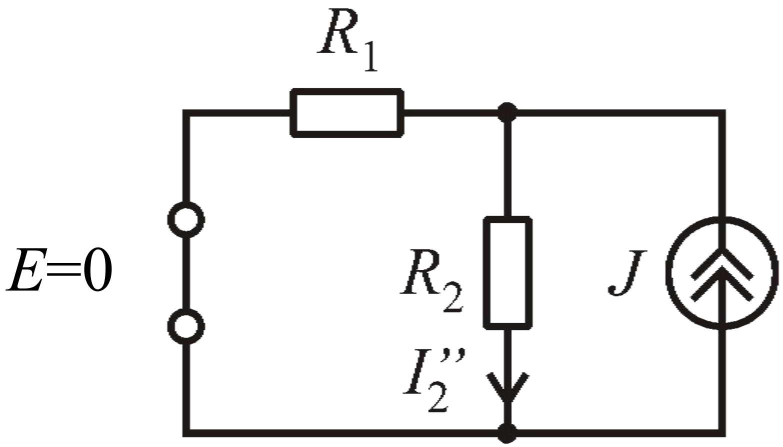
Пример, иллюстрирующий принцип наложения

Частная схема 1:



$$I_2^{'} = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

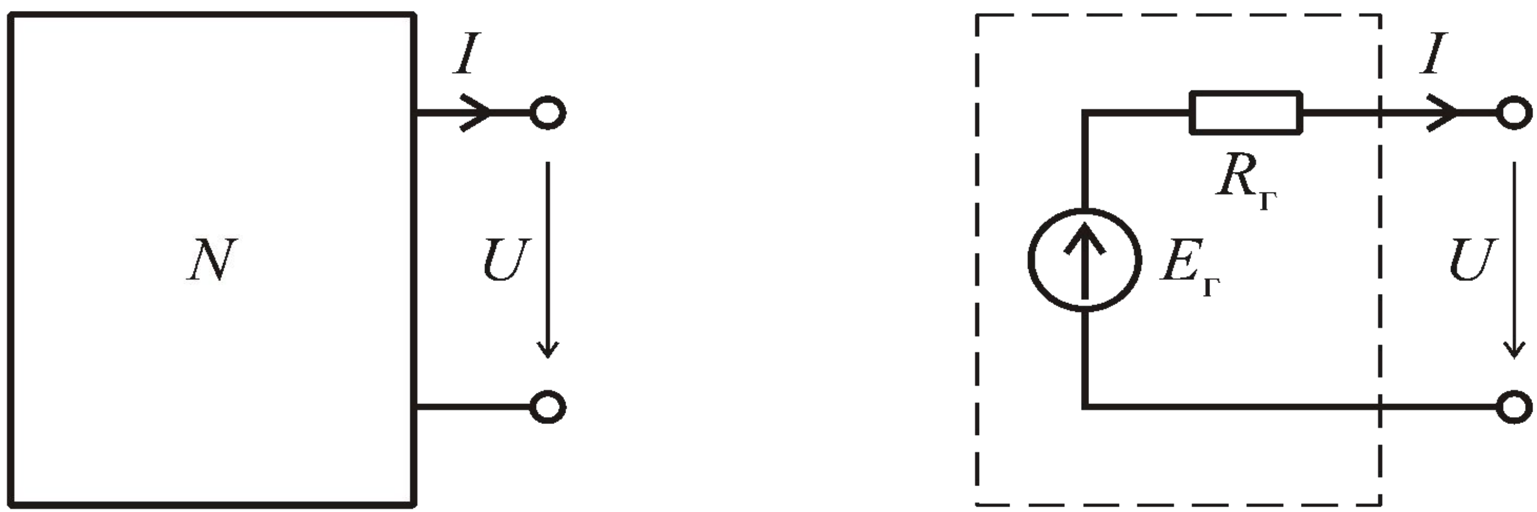
Частная схема 2:



$$I_2^{''} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} J$$

Теорема об эквивалентном двухполюснике:

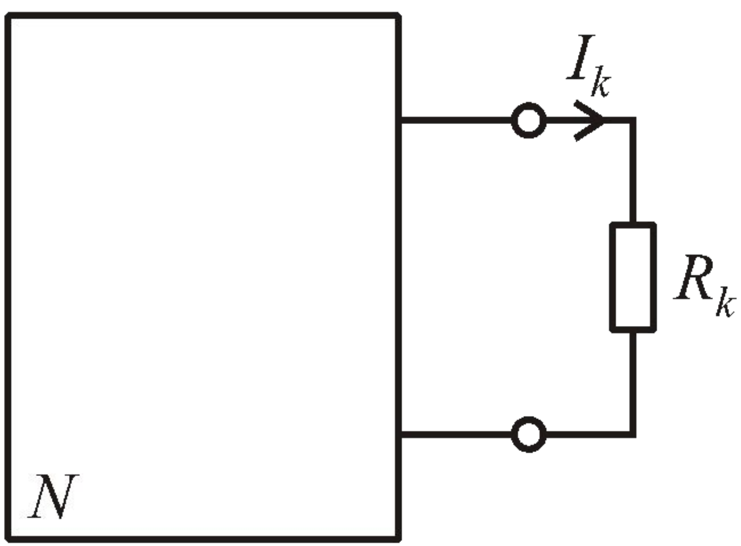
Линейную цепь с двумя внешними зажимами можно представить эквивалентной схемой, состоящей из последовательно соединенных независимого источника напряжения и резистора

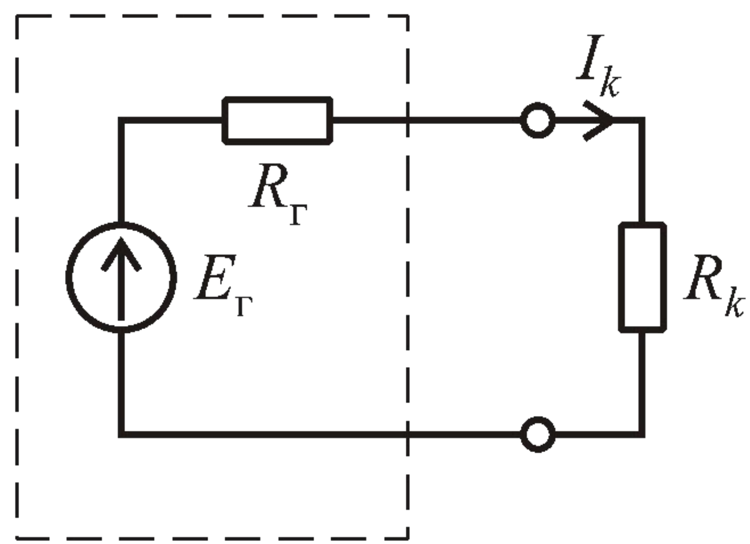


$$E_Г = U_{XX} \qquad R_Г = R_{BX} = U_{XX} / I_{КЗ}$$

Метод эквивалентного генератора

Этот метод удобно использовать тогда, когда требуется рассчитать ток только в одной ветви сложной цепи.





Последовательность расчета методом эквивалентного генератора

1. Выделяем ветвь, в которой необходимо рассчитать ток, а остальную часть цепи заменяем эквивалентным двухполюсником.

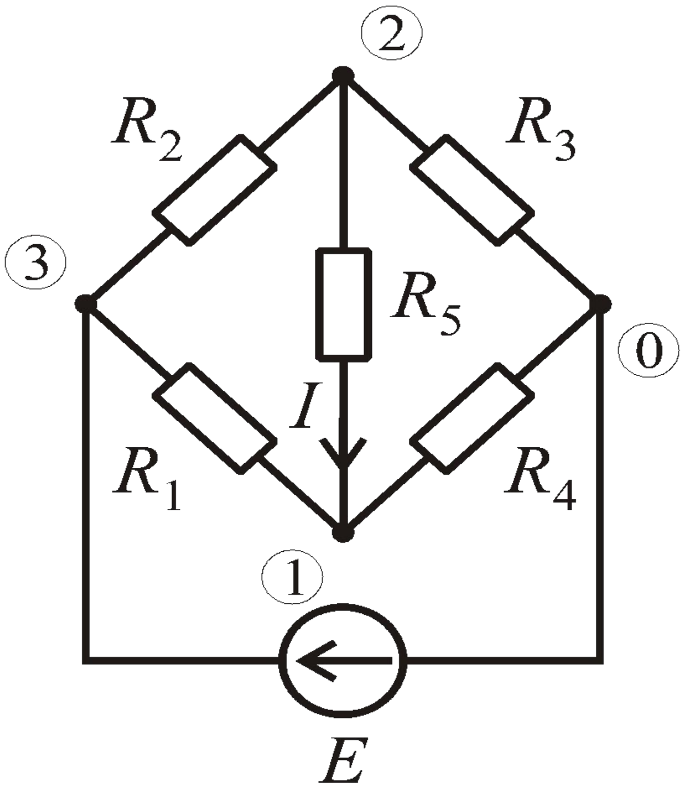
2. Определяем параметры $E_{\text{г}}, R_{\text{г}}$ эквивалентного двухполюсника

3. Искомый ток рассчитываем по формуле

$$I = \frac{E_{\text{г}}}{R_{\text{г}} + R_{\text{к}}}.$$

Пример расчета методом ЭГ

Мост Уитстона, используется для измерения сопротивлений. Для ограничения тока нуль-индикатора последовательно с ним включен резистор R_5. Необходимо найти ток в диагональной ветви моста.



$R_1 = 15$ Ом,

$R_2 = 60$ Ом,

$R_3 = 90$ Ом,

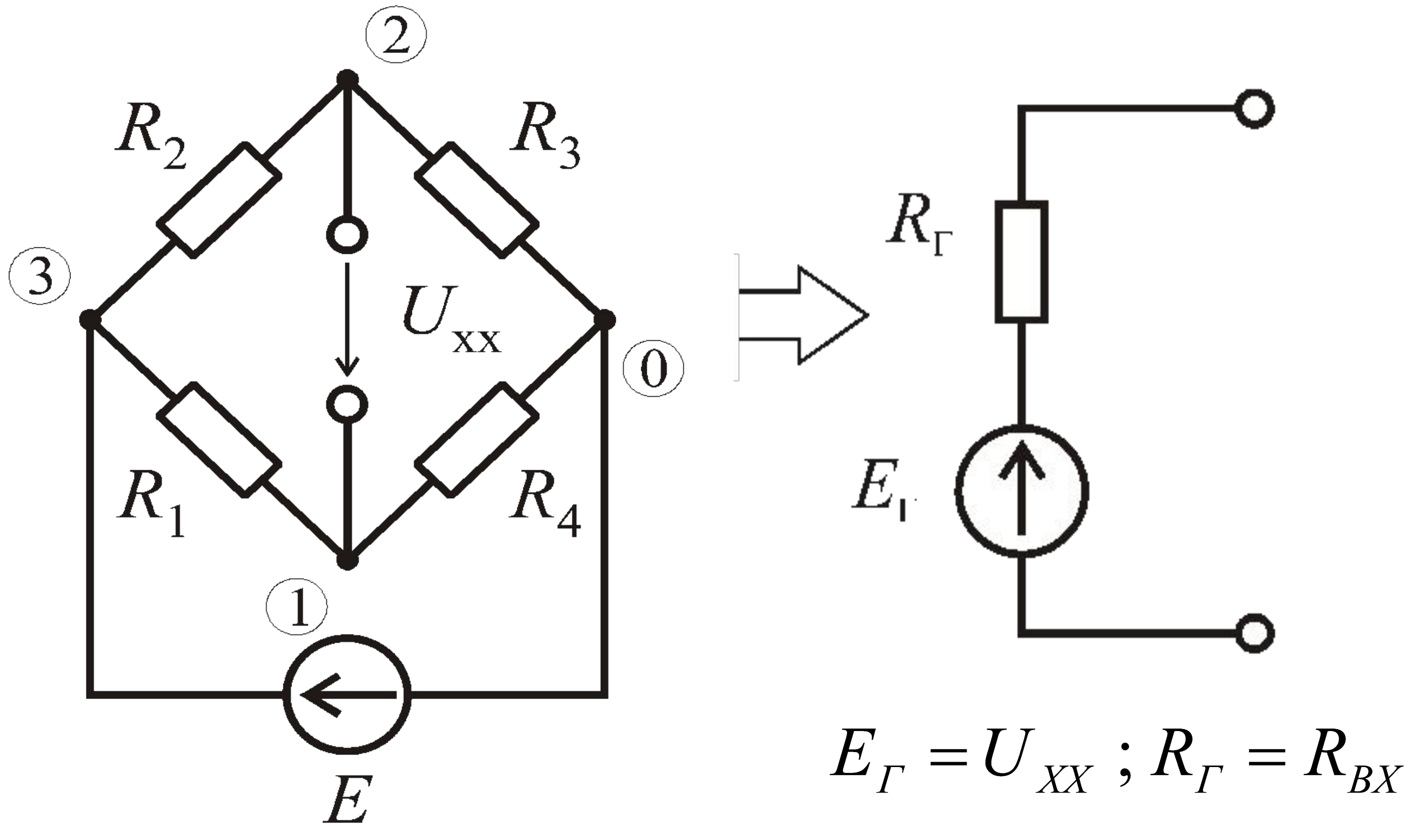
$R_4 = 60$ Ом,

$R_5 = 12$ Ом,

$E = 120$ В

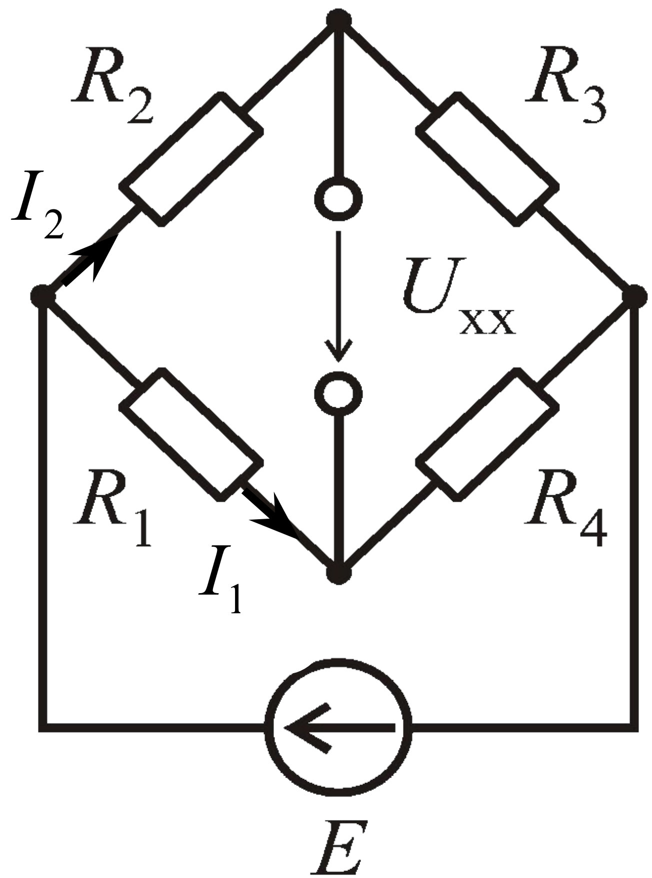
Пример расчета методом ЭГ

Разомкнем диагональную ветвь, а оставшуюся цепь представим эквивалентным двухполюсником.



$$E_Г = U_{XX}\ ;\ R_Г = R_{BX}$$

Пример расчета методом ЭГ



$$U_{\text{хх}} = R_1 I_1 - R_2 I_2$$

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_4} = \frac{120}{15+60} = 1.6 \text{ А}$$

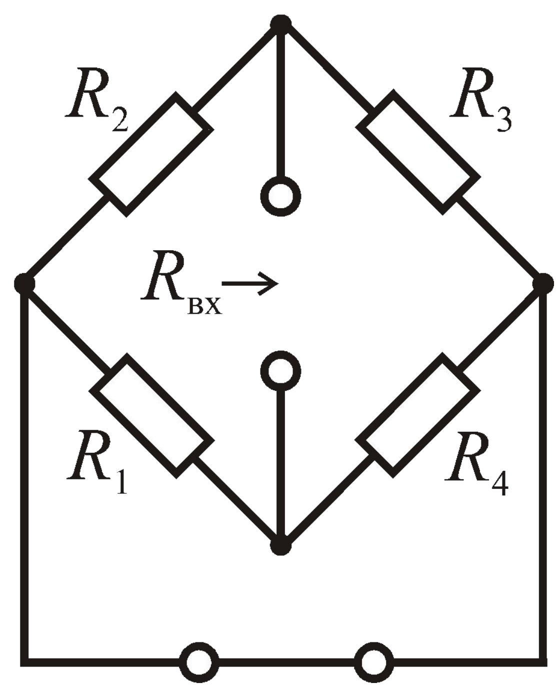
$$I_2 = \frac{E}{R_2 + R_3} = \frac{120}{60+90} = 0.8 \text{ А}$$

$$U_{\text{хх}} = -24 \text{ В}$$

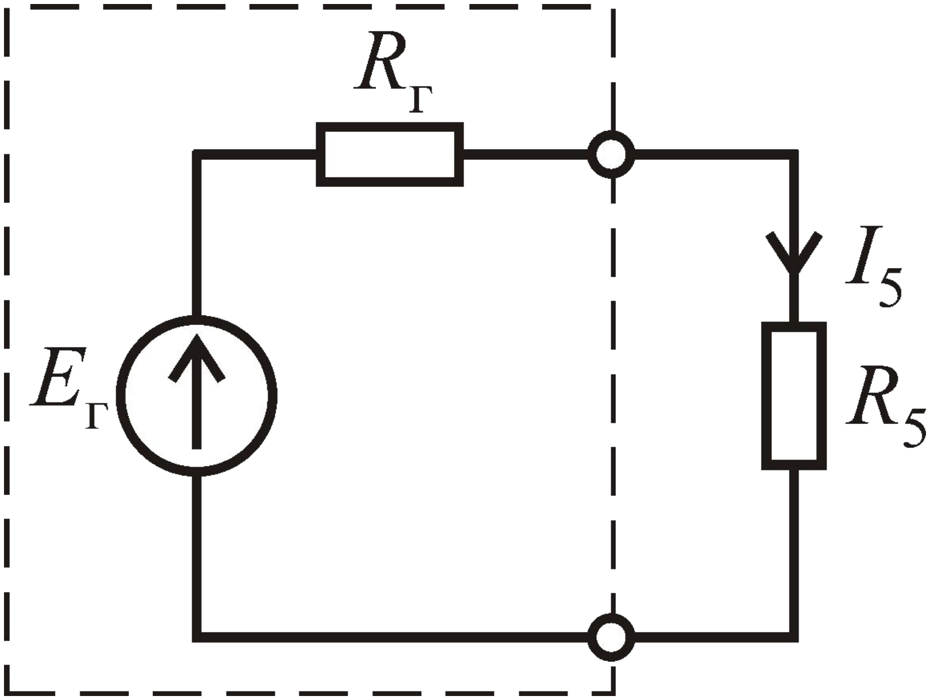
Пример расчета методом ЭГ

Входное сопротивление двухполюсника найдем, исключив из схемы источник напряжения:

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2} = 48\ \text{Ом}\ .$$



Пример расчета методом ЭГ



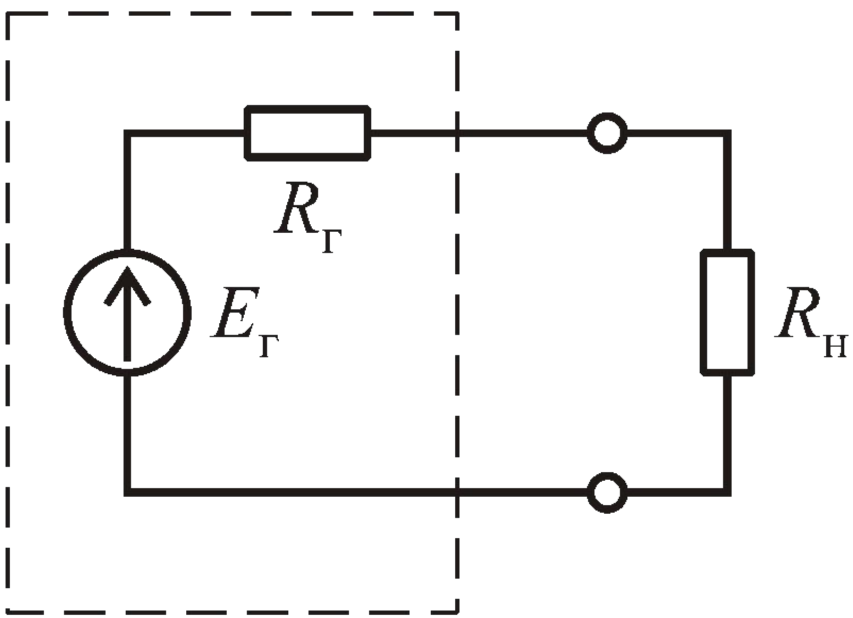
$$E_г = U_{хх} = -24 \text{ В}$$

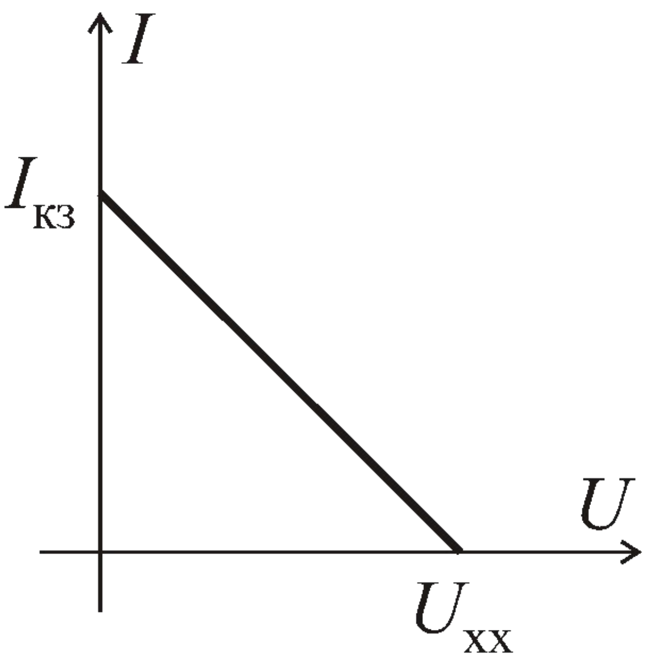
$$R_г = R_{вх} = 48 \text{ Ом}$$

$$I_5 = \frac{E_г}{R_г + R_5} = \frac{-24}{48 + 12} = -0.4 \text{ А}.$$

Характеристики эквивалентного двухполюсника

Рассмотрим двухполюсник, образованный последовательным соединением источника напряжения и линейного резистора. К внешним зажимам двухполюсника подключено сопротивление нагрузки $R_{н}$.





Характеристики эквивалентного двухполюсника

Ток в цепи

$$I = \frac{E}{R_{\text{г}} + R_{\text{н}}}$$

Напряжение на зажимах двухполюсника

$$U_{\text{н}} = E_{\text{г}} - R_{\text{г}} I$$

Мощность, отдаваемая двухполюсником в сопротивление нагрузки

$$P_{\text{н}} = I^2 R_{\text{н}} = \frac{E_{\text{г}}^2 R_{\text{н}}}{\left(R_{\text{г}} + R_{\text{н}}\right)^2}$$

Характеристики эквивалентного двухполюсника

Режим короткого замыкания

$$I_{\text{кз}} = \frac{E_{\text{г}}}{R_{\text{г}}} \qquad U_{\text{н}} = 0$$

В режиме к. з. $P_{\text{н}}=0$.

Режим холостого хода:

напряжение на внешних зажимах двухполюсника равно напряжению источника:

$$U_{\text{хх}} = E_{\text{г}} \text{ , а ток } I = 0$$

В режиме хх $P_{\text{н}}=0$.

Характеристики эквивалентного двухполюсника

Двухполюсник отдает в нагрузку максимальную мощность при $R_{\text{н}} = R_{\text{г}}$:

$$P_{\text{н}\max} = \frac{E_{\text{г}}^2}{4R_{\text{г}}}$$

Этот режим называют ***режимом согласованной нагрузки***.

Операционные усилители

Операционный усилитель (ОУ) – усилитель, имеющий большой коэффициент усиления, высокое входное и малое выходное сопротивления. В настоящее время операционные усилители выпускают в виде интегральных микросхем.

Типичные параметры интегрального ОУ:

$$R_{\text{вх}} > 100 \text{ кОм}$$

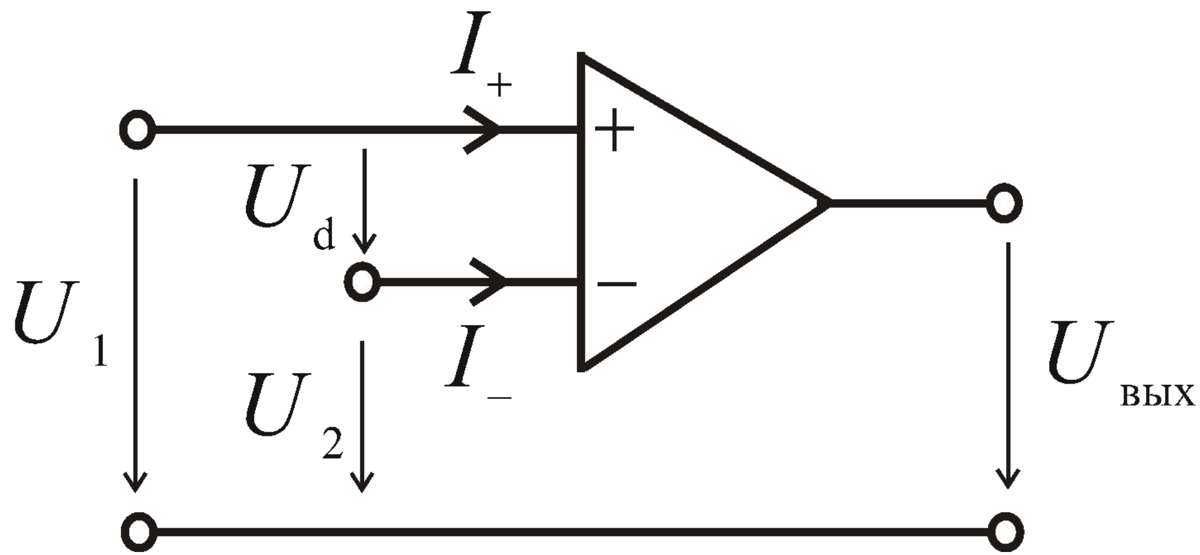
$$R_{\text{вых}} < 100 \text{ Ом}$$

линейном режиме коэффициент усиления напряжения ОУ

$$K_U = 10^4–10^6.$$

Операционные усилители

Условное обозначение ОУ



Неинвертирующий вход обозначен знаком «+»

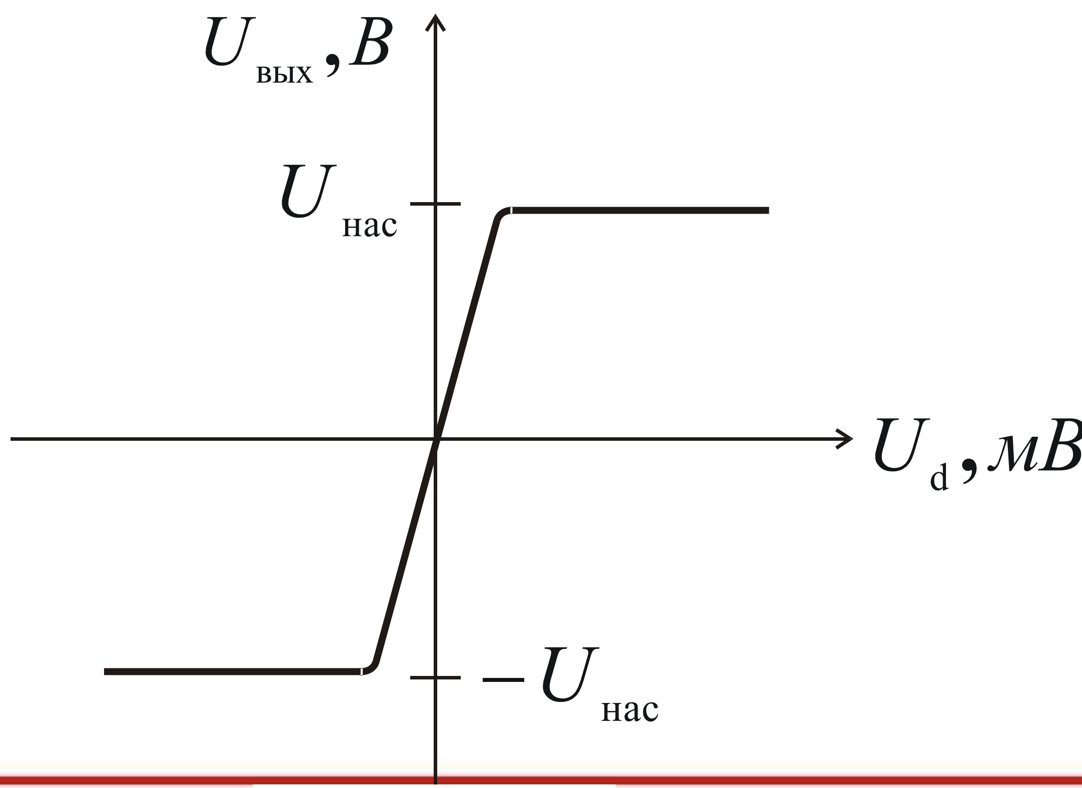
Инвертирующий вход обозначен знаком «–».

Операционные усилители

Передаточная характеристика ОУ – зависимость выходного напряжения ОУ от входного

$$U_{\text{вых}} = f(U_d)$$

График передаточной характеристики



Анализ цепей с ОУ

Правила анализа электронных цепей с ОУ, работающими в линейном режиме.

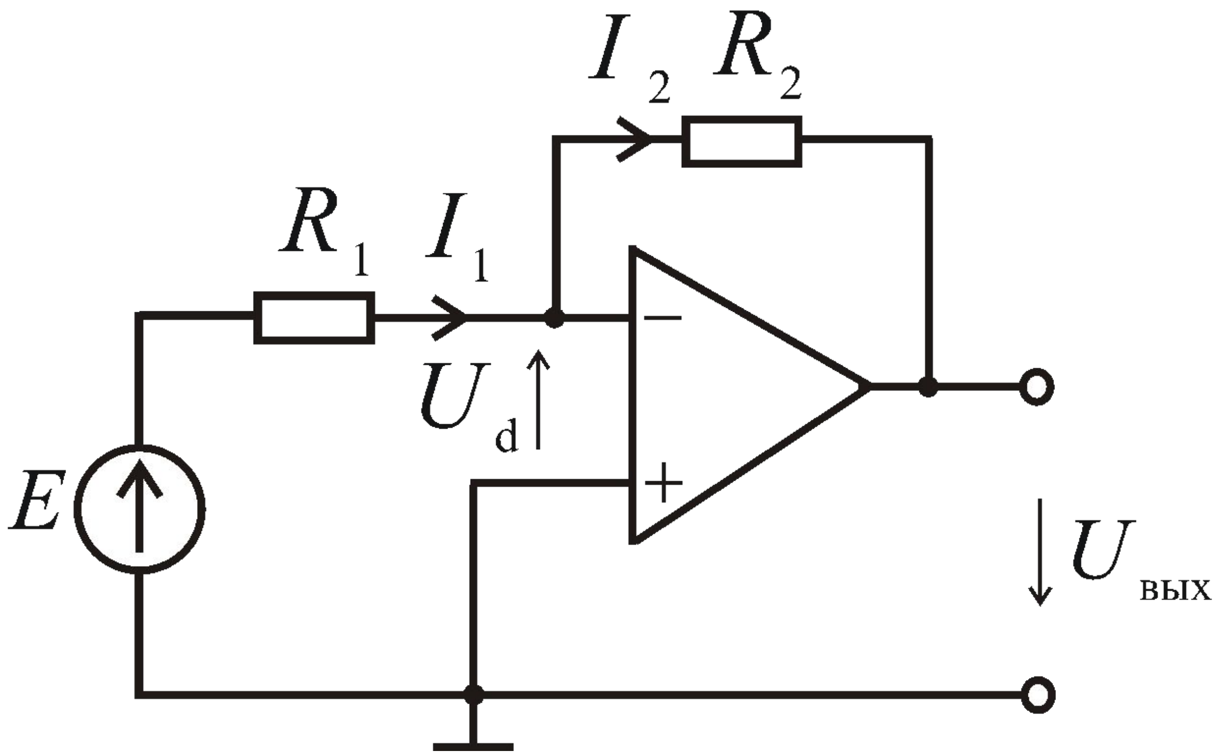
1. Входные токи ОУ равны нулю: $I_+ = 0$, $I_- = 0$
2. Напряжение на входе ОУ равно нулю: $U_d = 0$

(*правило виртуального короткого замыкания*).

Правило виртуального короткого замыкания справедливо только в том случае, если ОУ охвачен отрицательной обратной связью и его выходное напряжение меньше напряжения насыщения.

Анализ цепей с ОУ

Пример 1. Рассчитать выходное напряжение в схеме, изображенной на рисунке. ОУ считать идеальным.



Анализ цепей с ОУ

Запишем уравнение по первому закону Кирхгофа для узла 1:

$$-I_1 + I_2 + I_- = 0$$

Уравнение по второму закону Кирхгофа для контура, включающего источник *E*, резистор R_1 и вход ОУ:

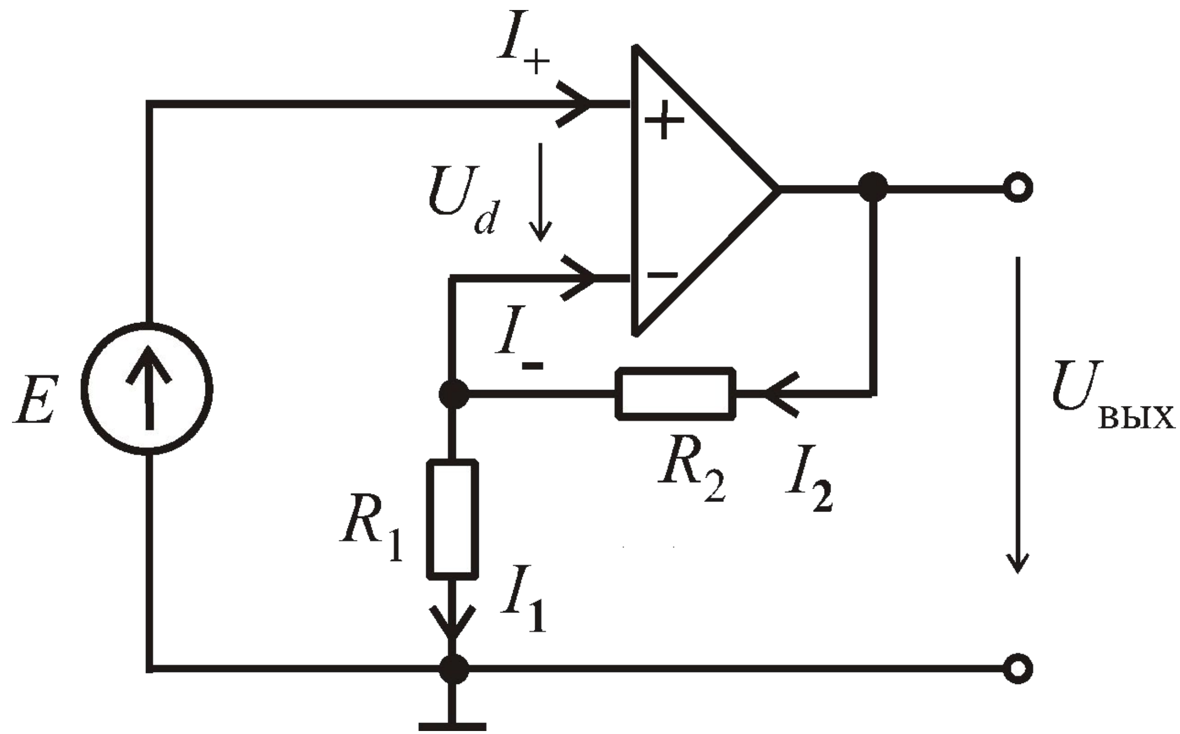
$$R_1 I_1 - U_d = E$$

Для контура, включающего вход ОУ, резистор R_2 и выход схемы, имеем

$$U_d + R_2 I_2 + U_{\text{вых}} = 0$$

Анализ цепей с ОУ

Пример 2. Неинвертирующий усилитель напряжения



Уравнение по первому закону Кирхгофа для узла, к которому подключен инвертирующий вход:

$$I_1 - I_2 + I_- = 0$$

Анализ цепей с ОУ

Уравнение по второму закону Кирхгофа для контура, включающего источник *E*, резистор R_1 и вход ОУ:

$$U_d + R_1 I_1 = E.$$

Для контура, включающего резисторы R_1, R_2 и выход схемы, имеем

$$-R_1 I_1 - R_2 I_2 + U_{\text{вых}} = 0.$$

Решая эту систему уравнений и учитывая, что

$$U_d = 0, \quad I_- = I_+ = 0$$

получаем

$$U_{\text{вых}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} E.$$

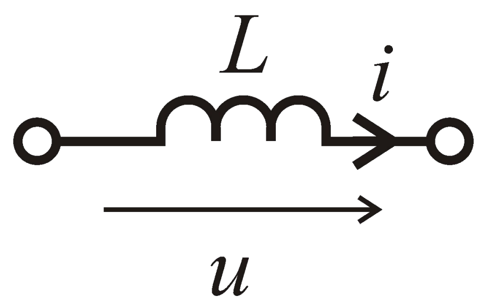
Индуктивный и емкостный элементы

В индуктивном элементе происходит запасание энергии, связанное с прохождением тока, потери и запасание электрической энергии отсутствуют.

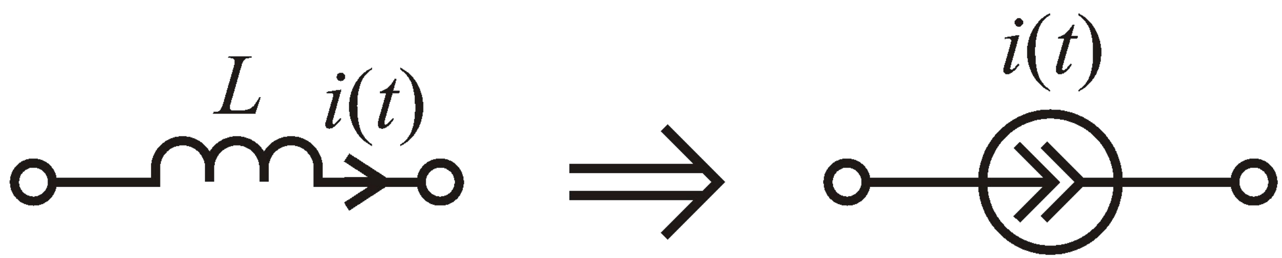
Условное графическое обозначение индуктивного элемента

Индуктивный и емкостный элементы

Условное графическое обозначение индуктивного элемента



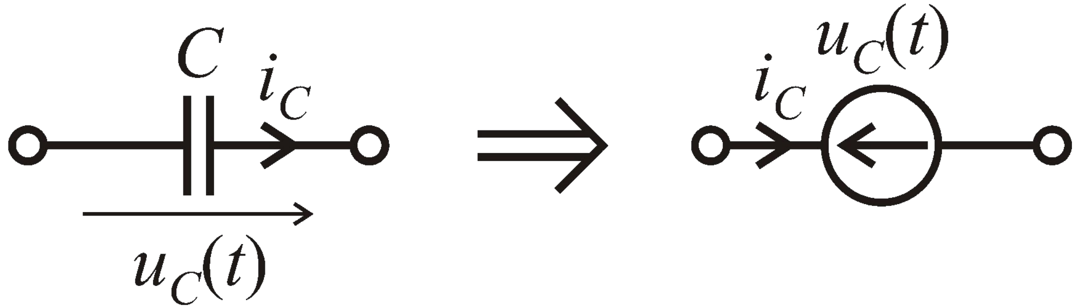
$$u_L = L\frac{di_L}{dt}$$



Емкостный элемент

В идеальном емкостном элементе происходит запасание электрической энергии, связанное с прохождением тока, потери и запасание магнитной энергии отсутствуют.

$$i_C = \frac{dQ}{dt} = C\,\frac{du_C}{dt}$$



Законы коммутации и начальные условия

Законы коммутации

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

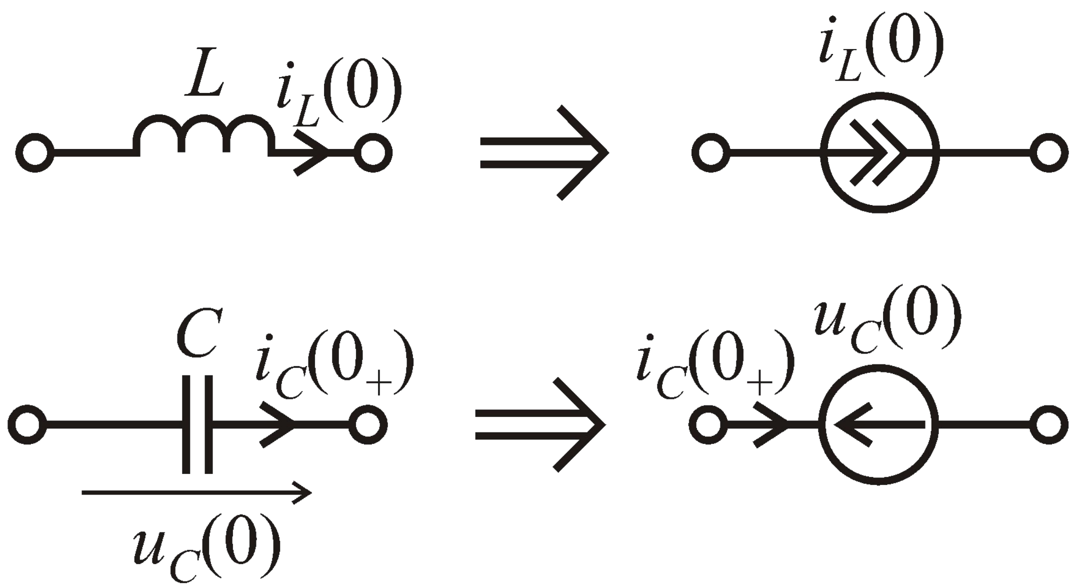
$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

В начальный момент после коммутации токи индуктивных и напряжения емкостных элементов остаются такими же, какими они были перед коммутацией, а затем плавно изменяются.

Переходные процессы в электрических цепях

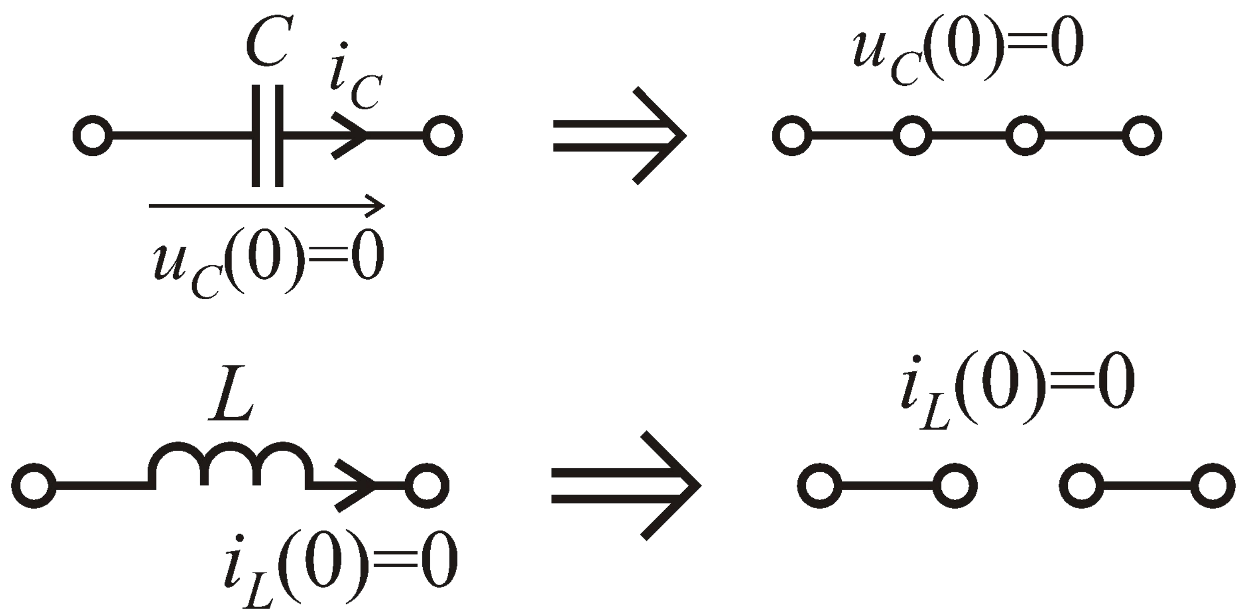
Значения тока индуктивного и напряжения емкостного элементов в момент коммутации называют ***независимыми начальными условиями***.

Именно эти токи и напряжения, а также независимые источники, определяют режим цепи в первый момент после коммутации.



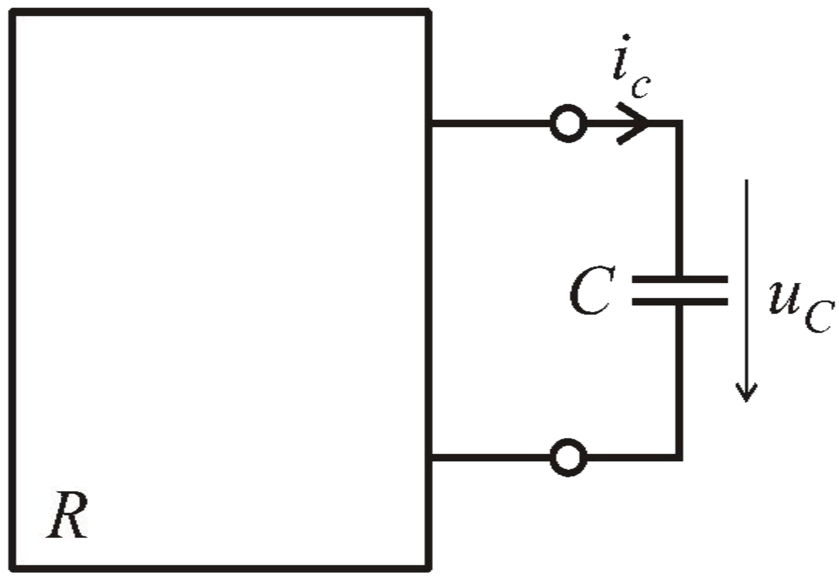
Переходные процессы в электрических цепях

Если в момент коммутации токи всех индуктивных и напряжения всех емкостных элементов равны нулю, то соответствующие начальные условия называют ***нулевыми***



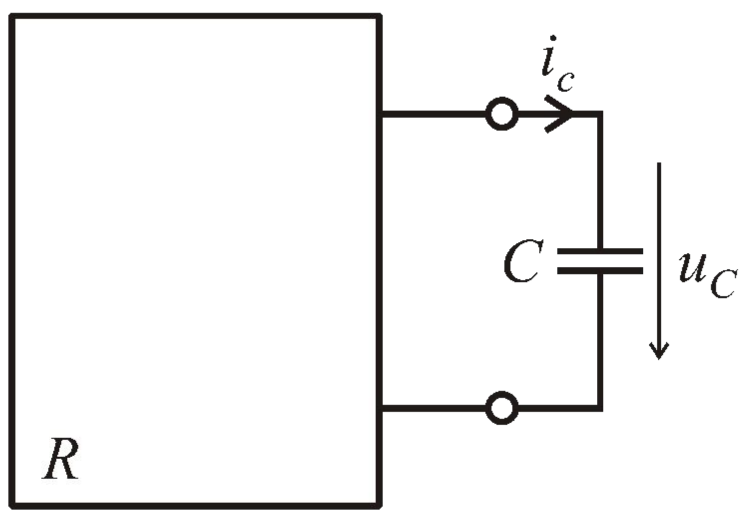
Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

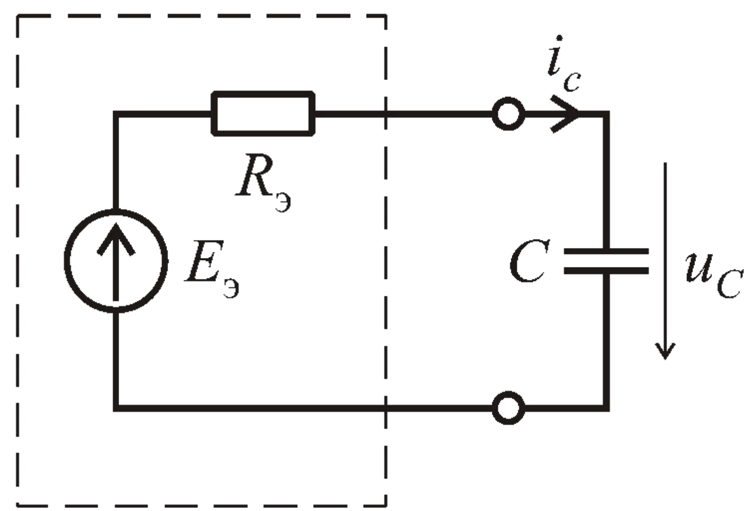
В *RC*-цепи в момент $t = 0$ происходит коммутация. Необходимо определить токи и напряжения цепи при $t \geq 0$



Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

Определим сначала закон изменения напряжения $u_C(t)$.
Зная $u_C(t)$, мы можем представить емкостный элемент источником напряжения $e(t)=u_C(t)$ и рассчитать токи и напряжения в резистивной цепи.
Чтобы упростить расчет, заменим резистивную подсхему эквивалентным двухполюсником





Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

В соответствии со вторым законом Кирхгофа:

$$R_э i_C + u_C = E_э$$

Выполняя подстановку $i_C = C\dfrac{du_C}{dt}$ и решая

полученное уравнение относительно $\dfrac{du_C}{dt}$, получим

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R_э C}u_C + \frac{1}{R_э C}E_э \qquad (1)$$

$\tau = R_э C$ - *постоянная времени*.

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau}u_C + \frac{1}{\tau}E_э \qquad (2)$$

Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

$$u_C(t) = \left(U_0 - u_{\text{уст}}\right) e^{-t/\tau} + u_{\text{уст}}. \quad (3)$$

$$u_C(0) = U_0$$

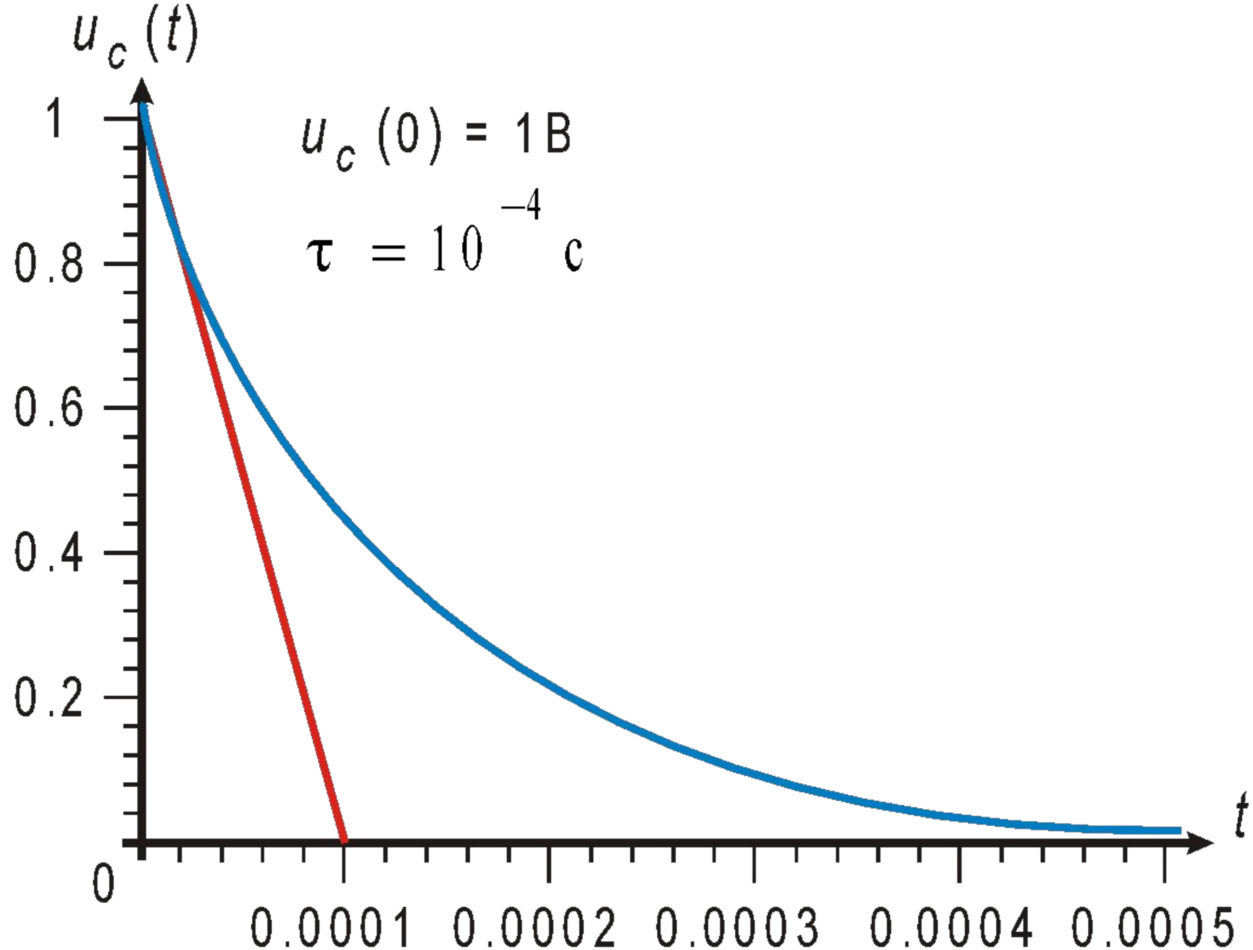
Первое слагаемое в (3) **- *свободная составляющая***

Второе слагаемое в (3) **- *принужденная* (установившаяся) *составляющая***

Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

Случай 1. $E_э = 0$

Решение уравнения (2) имеет вид: $u_C(t) = u_C(0)e^{-t/\tau}$



Переходные процессы в *RC*-цепях первого порядка

Случай 2. $E_э \neq 0$

Запишем уравнение (2) в виде:

$$\frac{d}{dt}\left(u_C - E_э\right) = -\frac{1}{\tau}\left(u_C - E_э\right)$$

Решение:

$$u_C(t) - E_э = \left(u_C(0) - E_э\right)e^{-t/\tau}$$

Поскольку $u_C(\infty) = E_э$

$$u_C(t) = \left(u_C(0) - u_C(\infty)\right)e^{-t/\tau} + u_C(\infty)$$

Порядок расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка

Считаем, что переходный процесс вызван замыканием или размыканием идеального ключа в момент $t = 0$ и нужно определить ток k-й ветви.

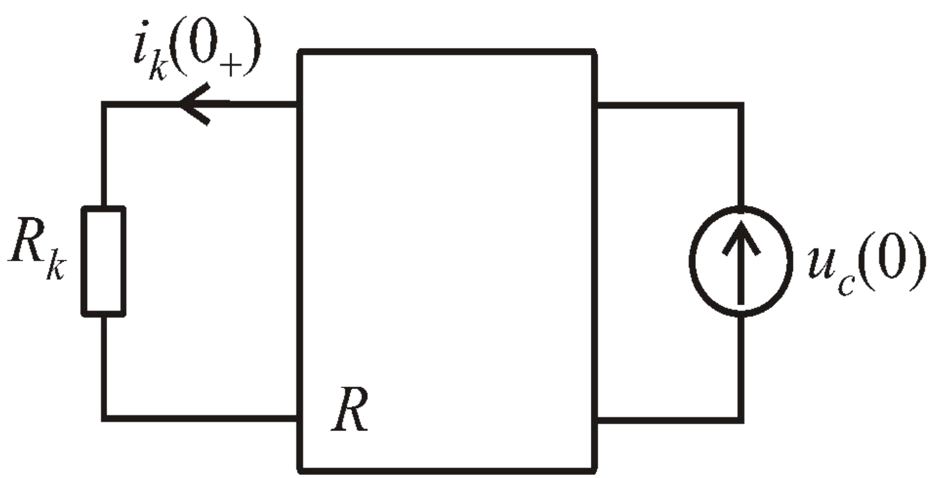
1. Анализируем цепь в момент, предшествующий коммутации (при $t = 0_-$), и определяем напряжение емкостного элемента $U_C(0)$.

2. Заменяем емкостный элемент источником напряжения $E = U_C(0)$ (рис. *а*). Анализируя полученную резистивную схему замещения, находим начальные значения искомых токов и напряжений $i_k(0_+), u_k(0_+)$.

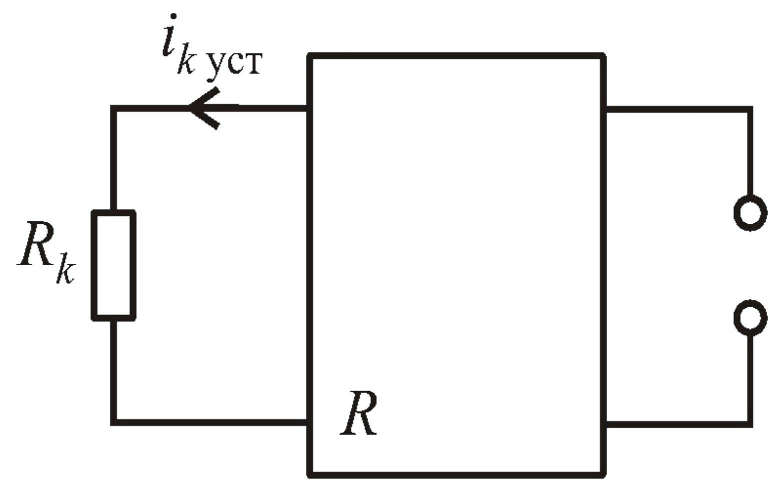
Порядок расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка

3. Рассчитываем установившиеся значения искомых токов и напряжений, анализируя цепь в момент времени . $t \to \infty$

$$t = 0_+$$



$$t \to \infty$$



Порядок расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

4. Определяем входное сопротивление резистивной цепи со стороны зажимов, к которым подключен емкостный элемент. Рассчитываем постоянную времени цепи по формуле $\tau = R_{\text{вх}} C$.

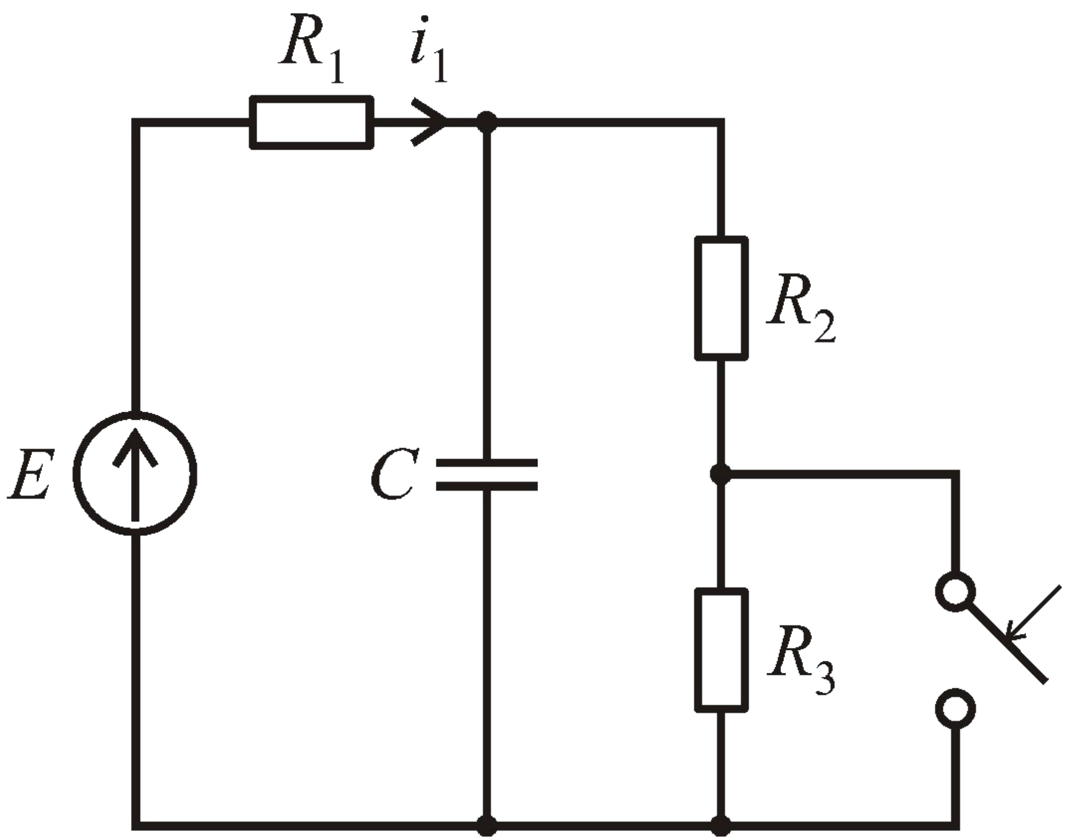
5. Решение записываем в виде

$$i_k(t) = \left[i_k(0_+) - i_{k\,\text{уст}} \right] e^{-t/\tau} + i_{\text{уст}}$$

Важно! Все переходные токи и напряжения имеют одинаковую постоянную времени.

Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

Пример. Ключ в цепи на рис. 1 замыкается. Рассчитать ток после коммутации, если $R_1 = R_2 = R_3 =$ 100 Ом, C = 1 мкФ, E = 60 В.



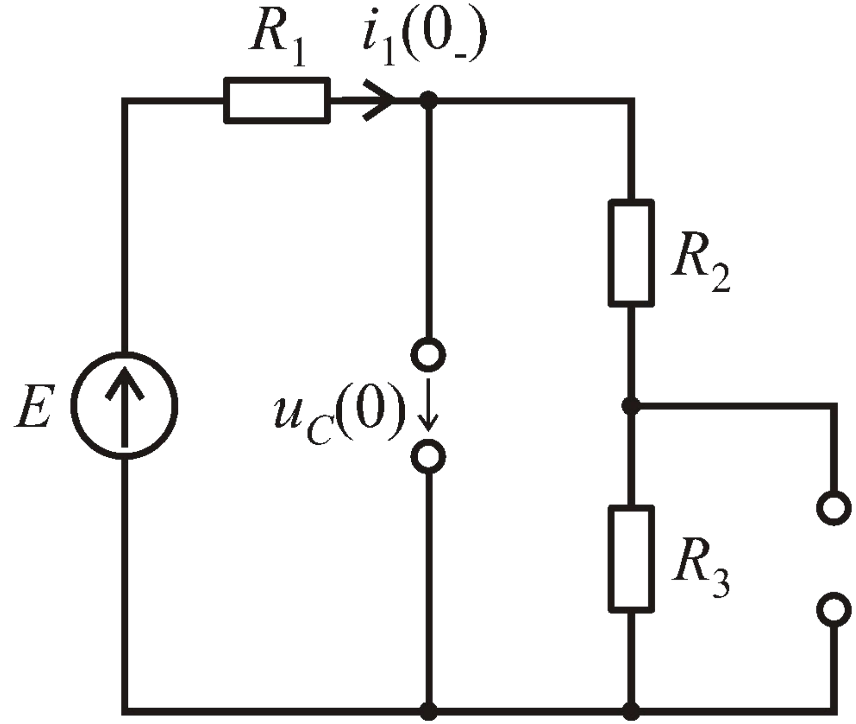
Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

Решение.

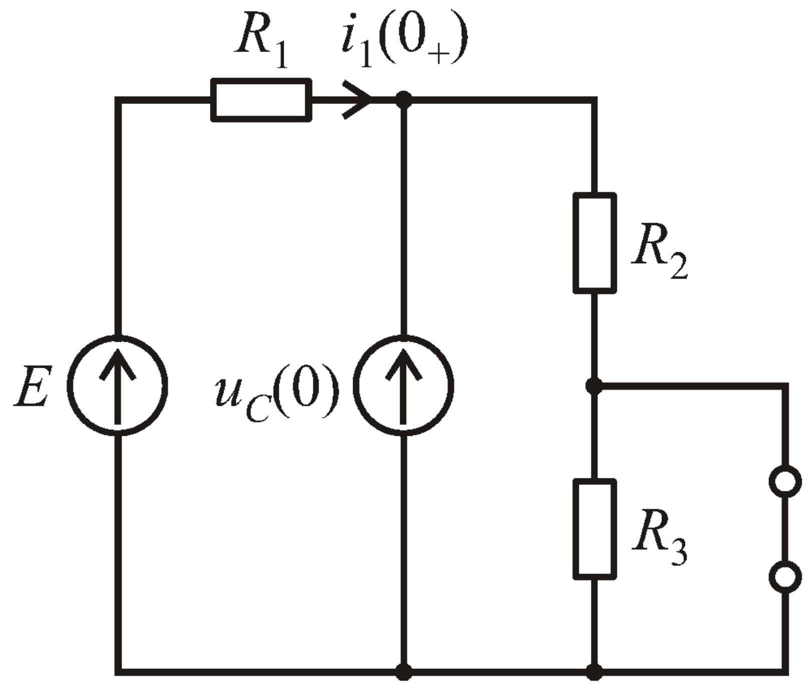
1. Определим независимые начальные условия. Для этого рассчитаем режим в цепи при $t = 0_-$.

Эквивалентная схема для момента $t = 0_-$.

$i_1(0_-) = 0.2$ А, $u_C(0) = 40$ В.



Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.



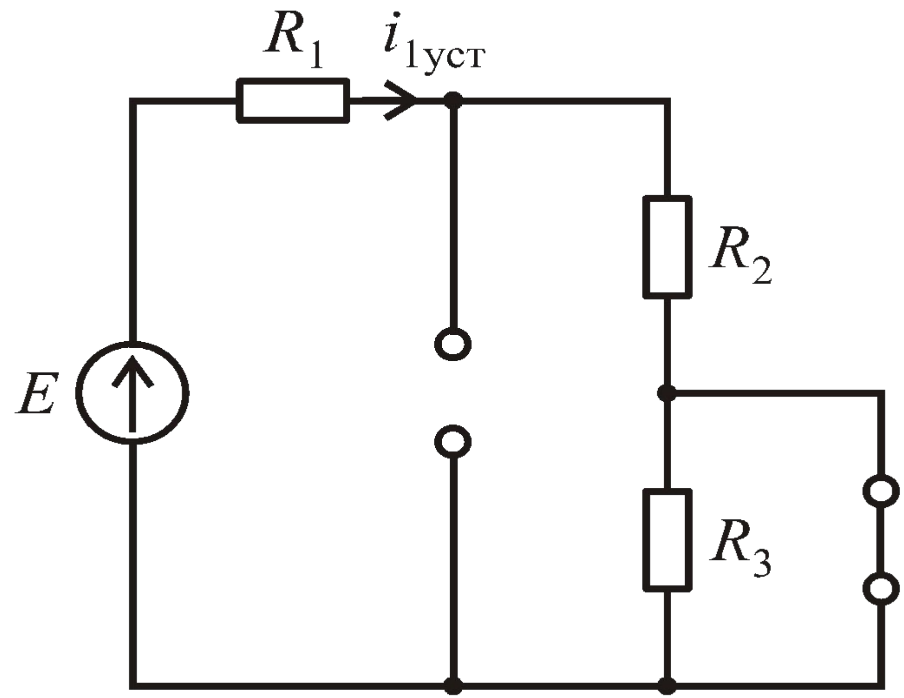
Начальное значение тока i_1 при $t = 0_+$.

$$i_1(0_+) = \frac{E - u_C(0)}{R_1} = \frac{60 - 40}{100} = 0.2 \text{ А.}$$

Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

Определим установившееся значение искомого тока.

Схема замещения, соответствующая Установившемуся режиму



Установившееся значение тока

$$i_{1уст} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{60}{100 + 100} = 0.3\ \text{A}$$

Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

Определим входное сопротивление схемы относительно зажимов, к которым подключен емкостный элемент. Исключая источник напряжения, найдем, что

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} = 50 \text{ Ом}$$

Постоянная времени цепи

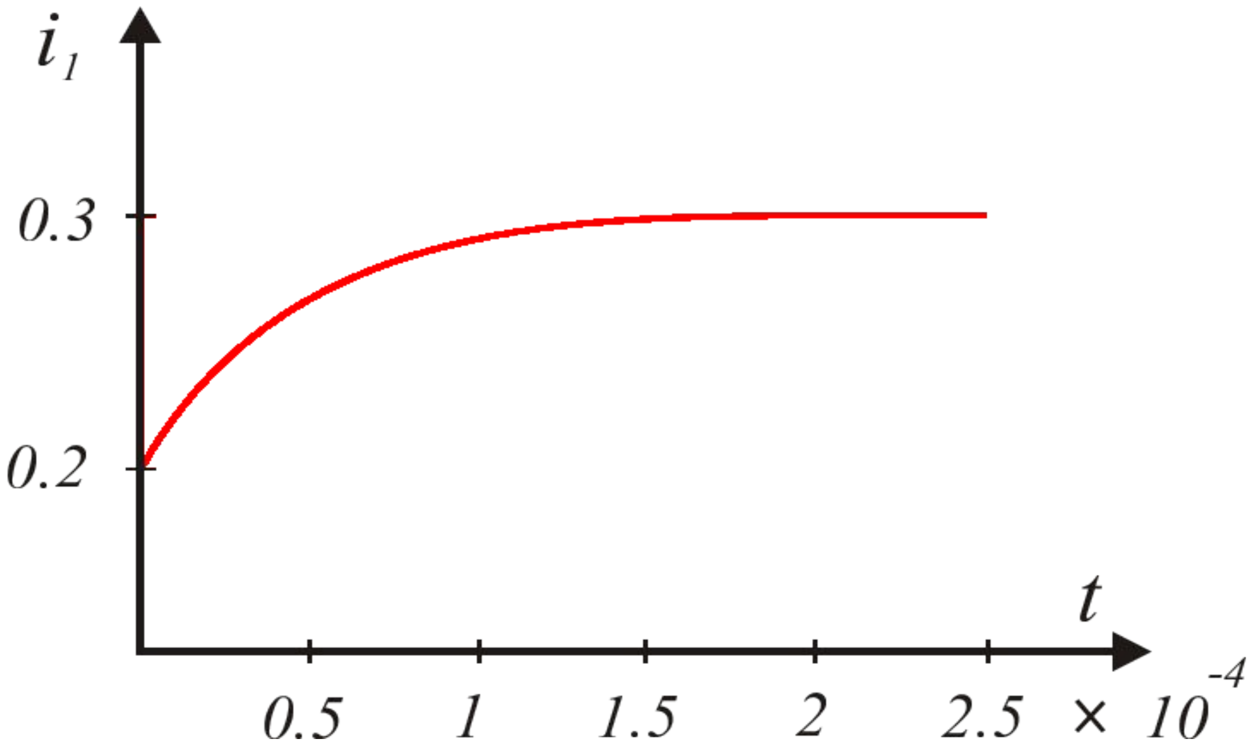
$$\tau = R_{\text{вх}} C = 50 \cdot 10^{-6} = 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$$

Закон изменения тока

$$i_1(t) = \left[i_1(0_+) - i_{1\text{уст}} \right] e^{-t/\tau} + i_{1\text{уст}} = -\,0{,}1 e^{-2 \cdot 10^4 t} + 0{,}3$$

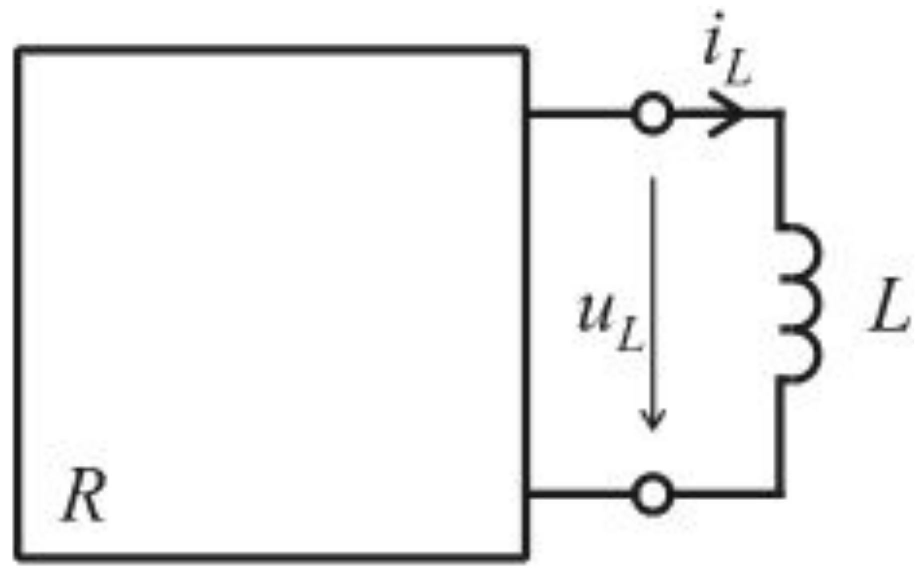
Пример расчета переходных процессов в *RC*-цепях первого порядка.

График изменения тока $i_1(t)$



Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

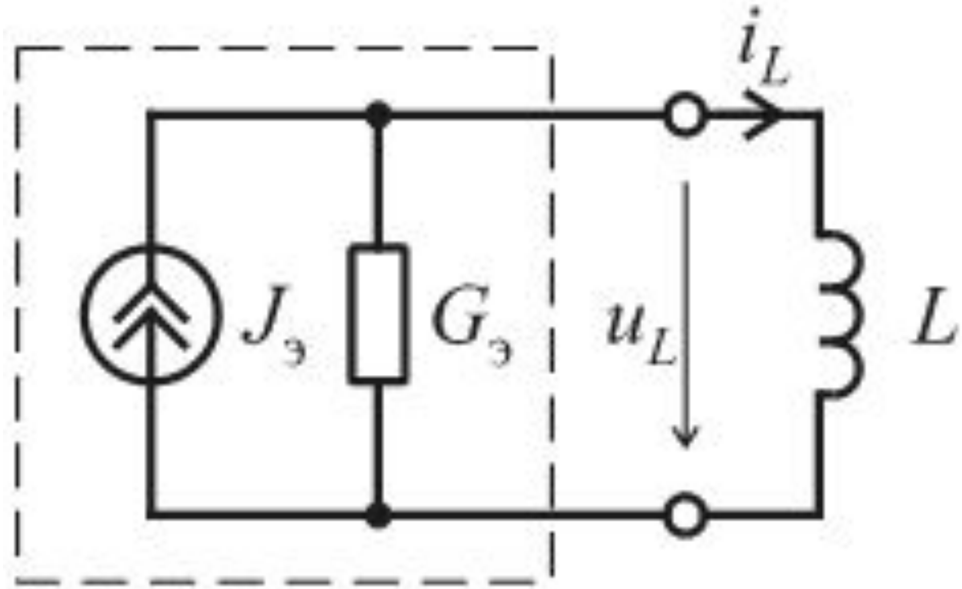
В цепи, показанной на рисунке, в момент t = 0 происходит коммутация



Необходимо определить закон изменения тока $i_L(t)$.

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

Представим резистивный двухполюсник эквивалентной схемой Нортона



Параметры эквивалентного резистивного двухполюсника

$$J_э = I_{кз}\ ,\ \ G_э = 1/R_{вх}\ .$$

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

Уравнение по первому закону Кирхгофа:

$$-J_э + G_э u_L + i_L = 0$$

Учитывая, что $u_L = L\dfrac{di_L}{dt}$, запишем уравнение состояния:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_э}{L} i_L + \frac{R_э}{L} J_э \,. \qquad (1)$$

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

Обозначим $\tau = L / R_э$, уравнение (1) примет вид

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{\tau} i_L + \frac{1}{\tau} J_э \, . \qquad (2)$$

τ называют *постоянной времени*.

Решение уравнения (2) можно представить в следующем виде:

$$i_L(t) = \left(I_0 - i_{уст}\right) e^{-t/\tau} + i_{уст} \qquad (3)$$

Первое слагаемое - свободная составляющая тока $i_L(t)$, а второе – установившаяся, или принужденная, составляющая.

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

Порядок расчета переходных процессов в *RL*-цепях первого порядка.

Переходный процесс вызван замыканием или размыканием идеального ключа в момент $t = 0$.

1. Анализируем цепь в момент, предшествующий коммутации (при $t = 0_-$), и определяем ток индуктивного элемента $i_L(0)$.

2. Заменяем индуктивный элемент источником тока $i_L(0)$. Анализируя полученную схему замещения, определим начальные значения искомых напряжений или токов $u_k(0_+), i_k(0_+)$

Переходные процессы в *RL*-цепях первого порядка

3. Замыкаем накоротко зажимы, к которым подключен индуктивный элемент. Определяем установившиеся значения интересующих нас токов и напряжений $i_{\text{уст}},\ u_{\text{уст}}$.

4. Определяем входное сопротивление резистивной цепи со стороны зажимов, к которым подключен индуктивный элемент. Рассчитываем постоянную времени цепи по формуле $\tau = L G_{\text{э}}$ или $\tau = L / R_{\text{э}}$.

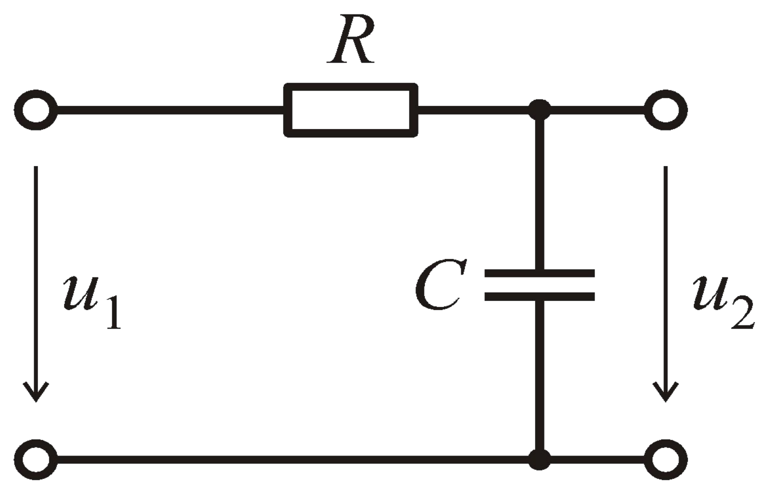
5. Записываем решение в виде

$$i_k(t) = \left(i_k(0_+) - i_{\text{уст}}\right) e^{-t/\tau} + i_{k\,\text{уст}}$$

Интегрирующие и дифференцирующие цепи

Интегрирующие и дифференцирующие цепи находят широкое применение в электронике, системах автоматического управления, при аналого-цифровом преобразовании и генерации периодических колебаний.

Интегрирующими называют цепи, напряжение на выходе которых пропорционально интегралу входного напряжения.



Простейшая интегрирующая цепь

Интегрирующие и дифференцирующие цепи

Ток в цепи

$$i = C\frac{du_C}{dt} = \frac{u_1 - u_2}{R}$$

Выходное напряжение

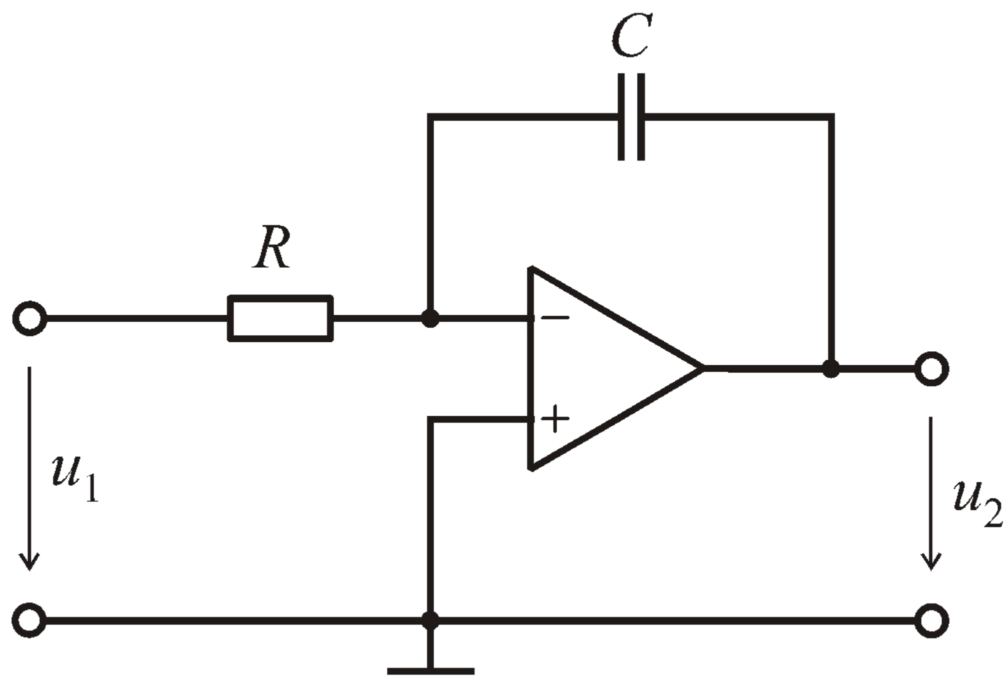
$$u_2(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

При выполнении условия $u_2 \ll u_1$ за счет большого значения постоянной времени $\tau = RC$

$$u_2(t) \approx \frac{1}{RC}\int_0^t u_1(t)dt$$

Интегрирующие и дифференцирующие цепи

Инвертирующий интегратор на операционном усилителе

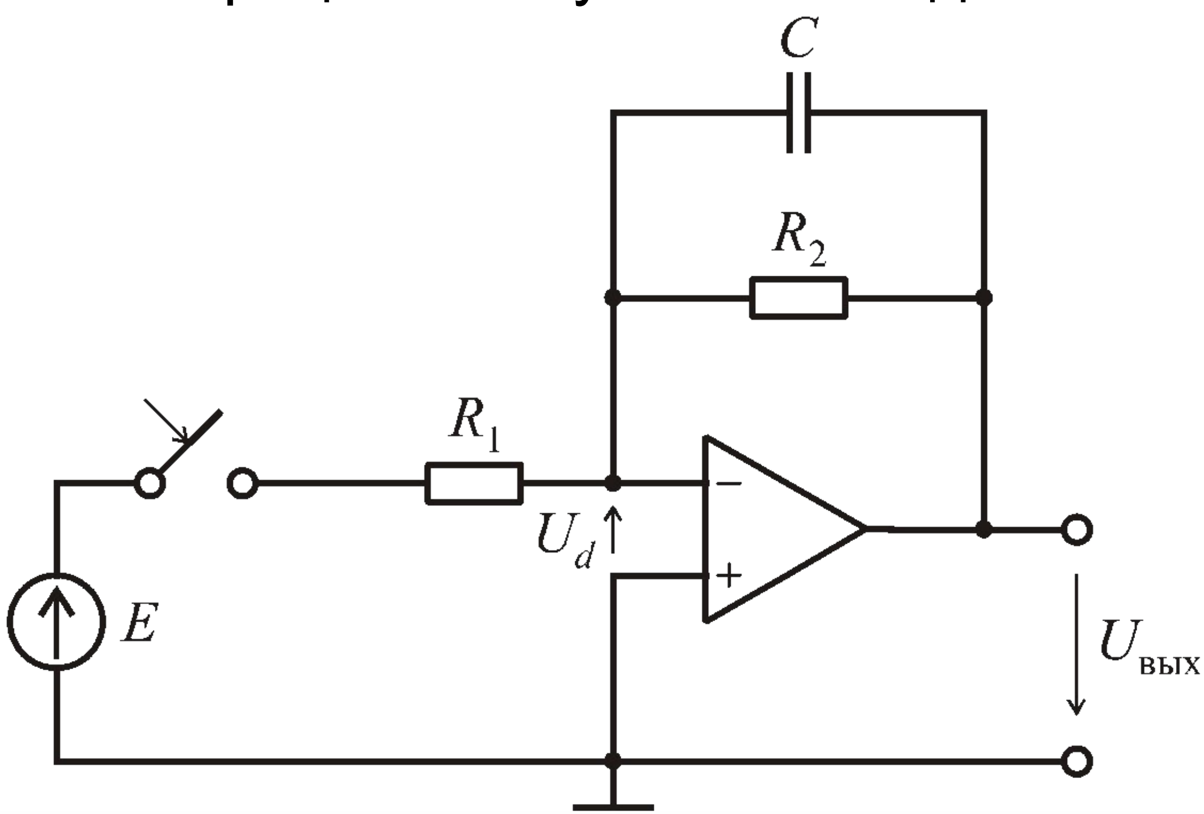


Выходное напряжение

$$u_2(t) = -\frac{1}{RC}\int u_1 dt$$

Интегрирующие и дифференцирующие цепи

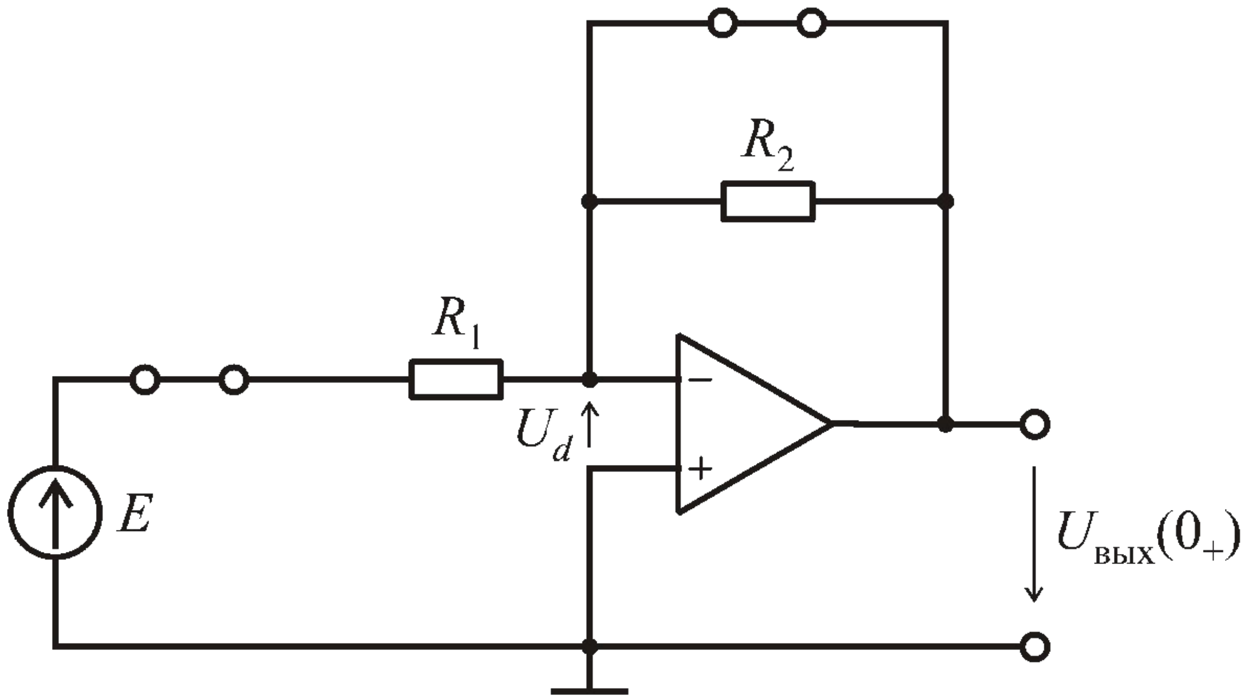
Пример. Анализ демпфированного интегратора.
Рассчитать напряжение на выходе схемы, показанной на рис, при включении на входе источника постоянного напряжения. Операционный усилитель идеальный.



Интегрирующие и дифференцирующие цепи

Решение. Поскольку сначала ключ был разомкнут, начальные условия в цепи нулевые: $u_C(0) = 0$

Схема замещения для момента времени $t = 0_+$



Интегрирующие и дифференцирующие цепи

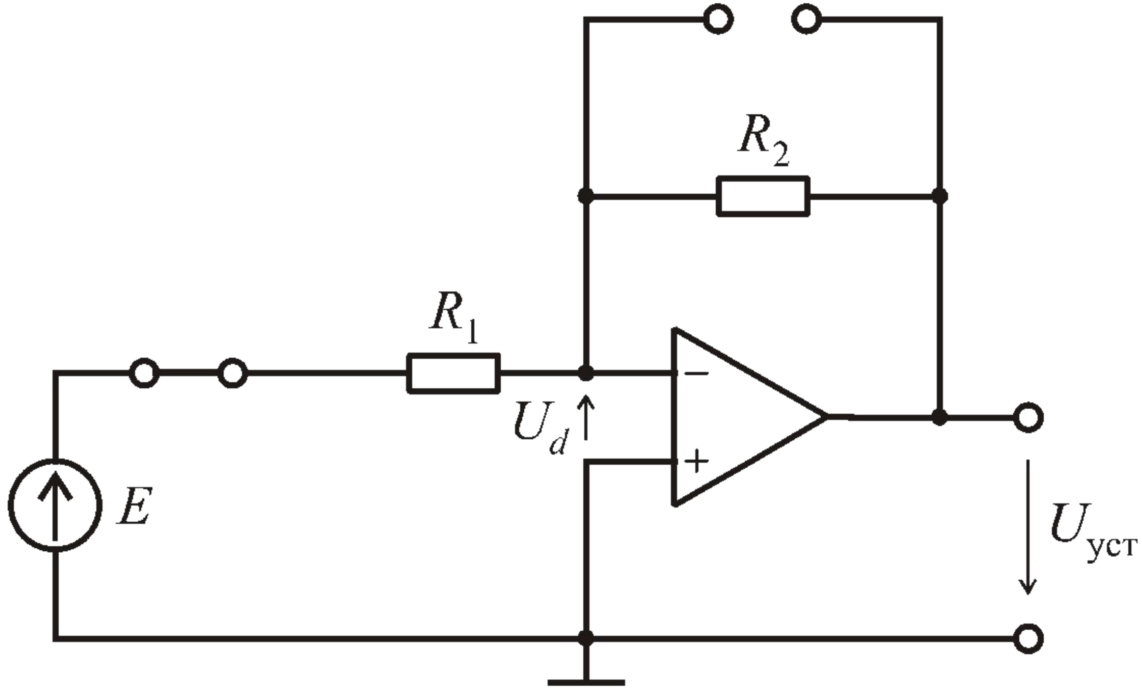
Из уравнения по второму закону Кирхгофа для контура, включающего вход ОУ, емкостный элемент и выход схемы:

$$u_d + u_{\text{вых}}(0_+) = 0$$

Поскольку $u_d = 0$, то $u_{\text{вых}}(0_+) = 0$

Интегрирующие и дифференцирующие цепи

Эквивалентная схема для момента времени $t \to \infty$



Рассматриваемая схема представляет инвертирующий усилитель, напряжение на выходе которого

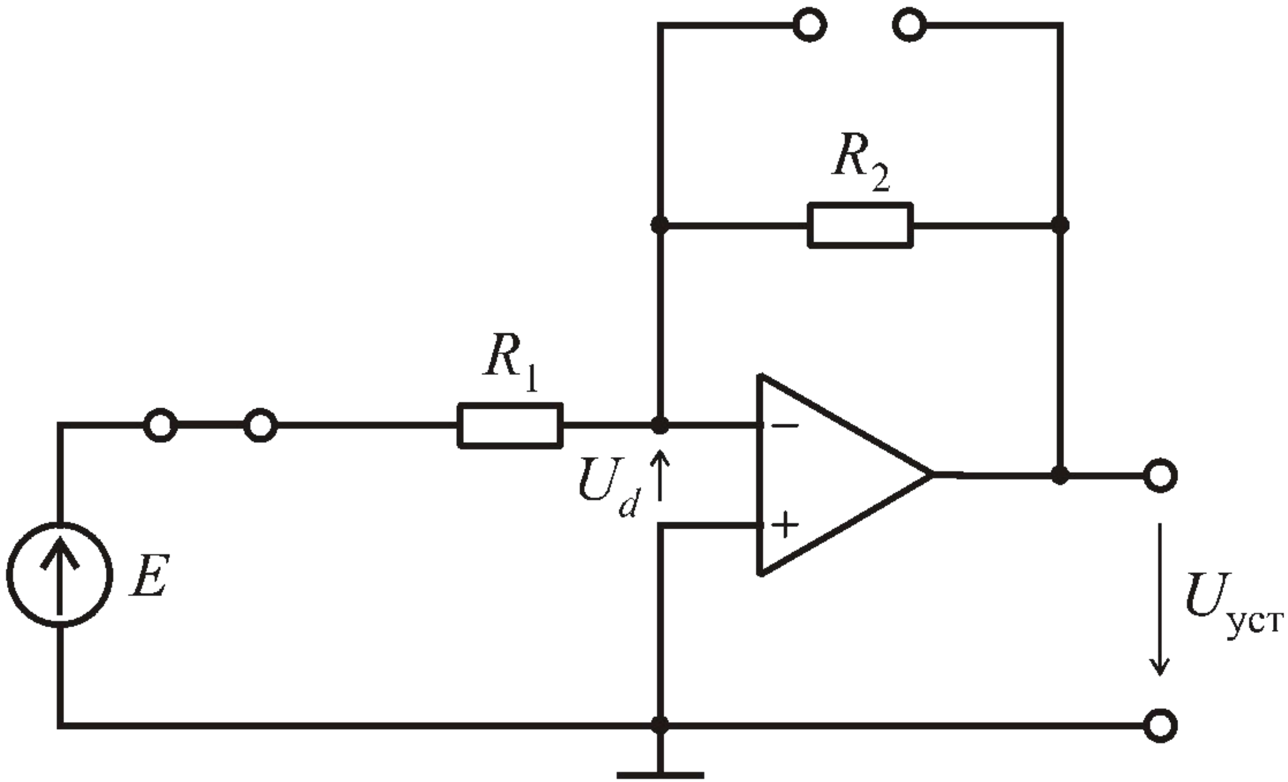
$$u_{\text{вых}} = -\frac{R_2}{R_1}E$$

Интегрирующие и дифференцирующие цепи

Входное сопротивление резистивной части цепи относительно зажимов, к которым подключен емкостный элемент найдем как отношение напряжения холостого хода к току короткого замыкания:

$$R_{\text{вх}} = U_{\text{хх}} / I_{\text{кз}}.$$

Интегрирующие и дифференцирующие цепи



$$U_{xx} = ER_2 / R_1,$$

Интегрирующие и дифференцирующие цепи

Ток короткого замыкания $I_{\text{кз}} = E / R_1.$

Таким образом, $R_{\text{вх}} = R_2$

Постоянная времени цепи $\tau = R_{\text{вх}}C = R_2C.$

Итак, напряжение на выходе интегратора

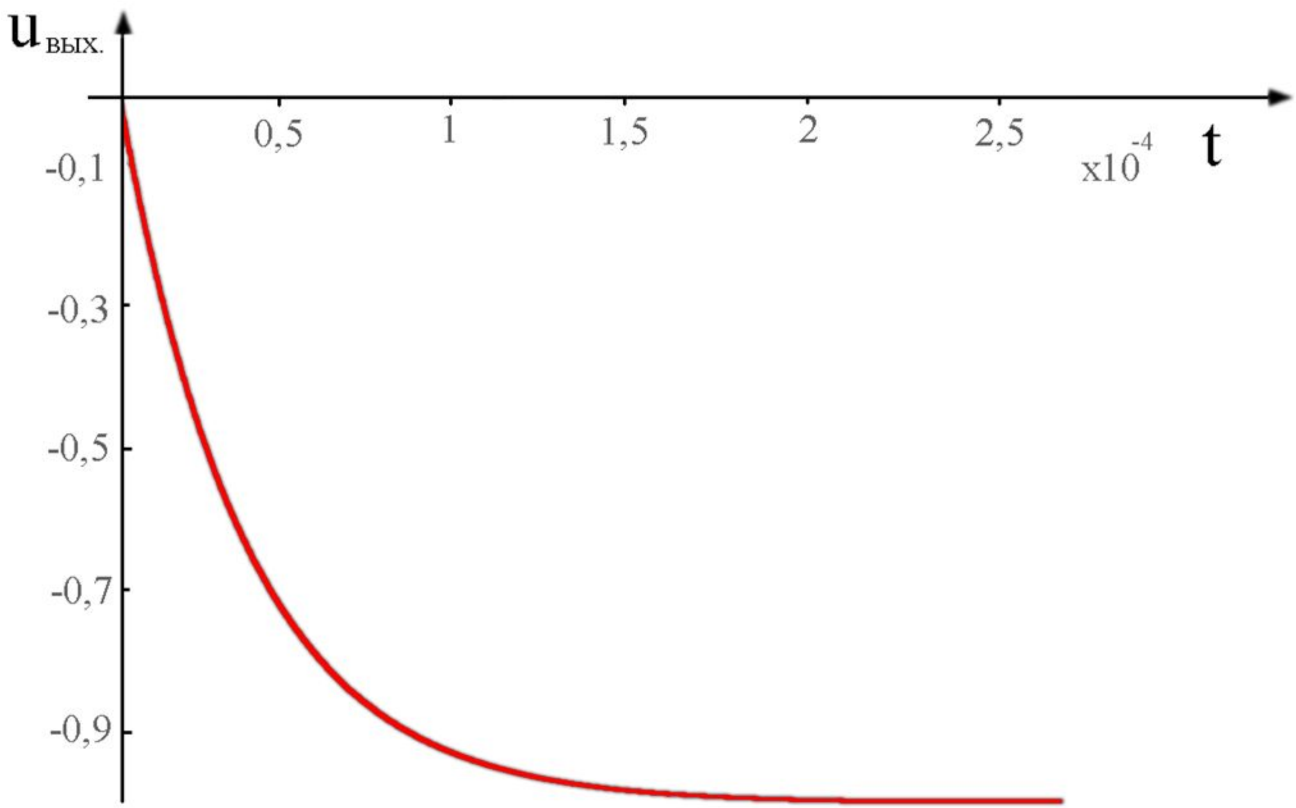
изменяется по закону

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{R_2}{R_1}Ee^{-t/\tau} - \frac{R_2}{R_1}E$$

Интегрирующие и дифференцирующие цепи

График $u_{\text{вых}}(t)$ для случая, когда

$C = 0{,}1$ мкФ, $R_1 = R_2 = 1$ кОм, $E = 1$ В



Синусоидальные электрические величины

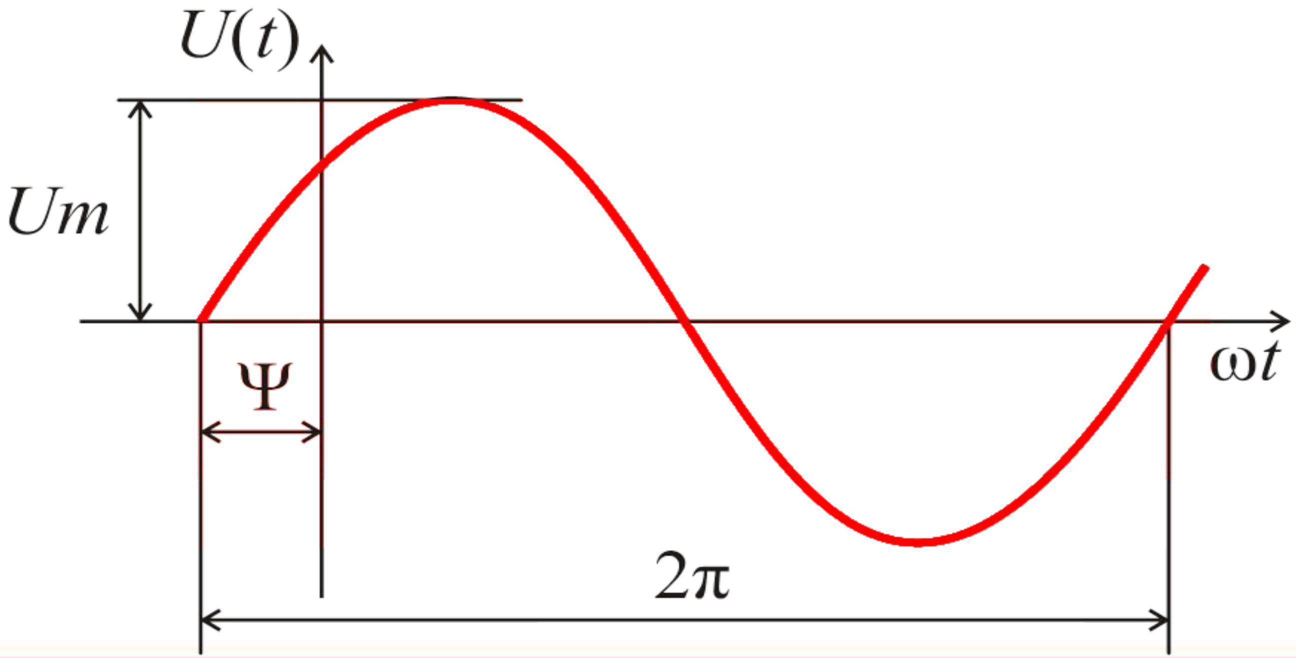
Мгновенное значение синусоидальной функции времени:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

I_m – амплитудное значение.

Аргумент $\omega t + \psi$ называют фазой синусоидальной функции.

ω – угловая частота: $\omega = 2\pi f$



Синусоидальные электрические величины

О величине переменного тока судят по его среднему или действующему значению.
Среднее значение периодической функции времени $f(t)$ определяют по формуле:

$$F_{\text{ср}} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$

Синусоидальные электрические величины

Среднее значение синусоидальной функции за период равно нулю. Поэтому используют понятие среднего значения за половину периода:

$$F_{\text{ср}} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} f(t)dt$$

Среднее значение синусоидального тока за половину периода

$$I_{\text{ср}} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} I_m \sin\omega t dt = \frac{2I_m}{\pi} \approx 0.637 I_m$$

Синусоидальные электрические величины

Действующее значение переменного тока $i(t)$ определяется по формуле:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [i(t)]^2\, dt}$$

Действующее значение синусоидального тока:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [I_m \sin \omega t]^2\, dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Синусоидальные электрические величины

За один период переменного тока в резисторе сопротивлен
выделяется тепловая энергия, равная

$$\int_0^T R i^2 dt = RT \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = RI^2 T$$

Действующее значение синусоидального тока равно такому постоянному току, при котором в резисторе за период выделяется такое же количество тепла, что и при переменном.

Резистивный элемент на синусоидальном токе

Пусть ток резистивного элемента изменяется синусоидал

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

В соответствии с законом Ома напряжение

$$u(t) = Ri(t) = RI_m \sin(\omega t + \psi)$$

Напряжение резистивного элемента изменяется синусоидально, причем начальные фазы напряжения и тока одинаковы.

Ток и напряжение резистивного элемента совпадают по фазе.

Резистивный элемент на синусоидальном токе

Мгновенная мощность, поглощаемая резистивным элементом, равна:

$$p(t) = u(t)i(t) = U_m I_m \sin^2(\omega t) = \frac{U_m I_m}{2}(1 - \cos 2\omega t) = UI(1 - \cos 2\omega t)$$

Мгновенная мощность резистивного элемента – пульсирующая функция времени.

Резистивный элемент на синусоидальном токе

Среднее значение мгновенной мощности $p(t)$ за период T называют *активной* или *средней* мощностью:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

Активная мощность резистивного элемента

$$P = UI = RI^2$$

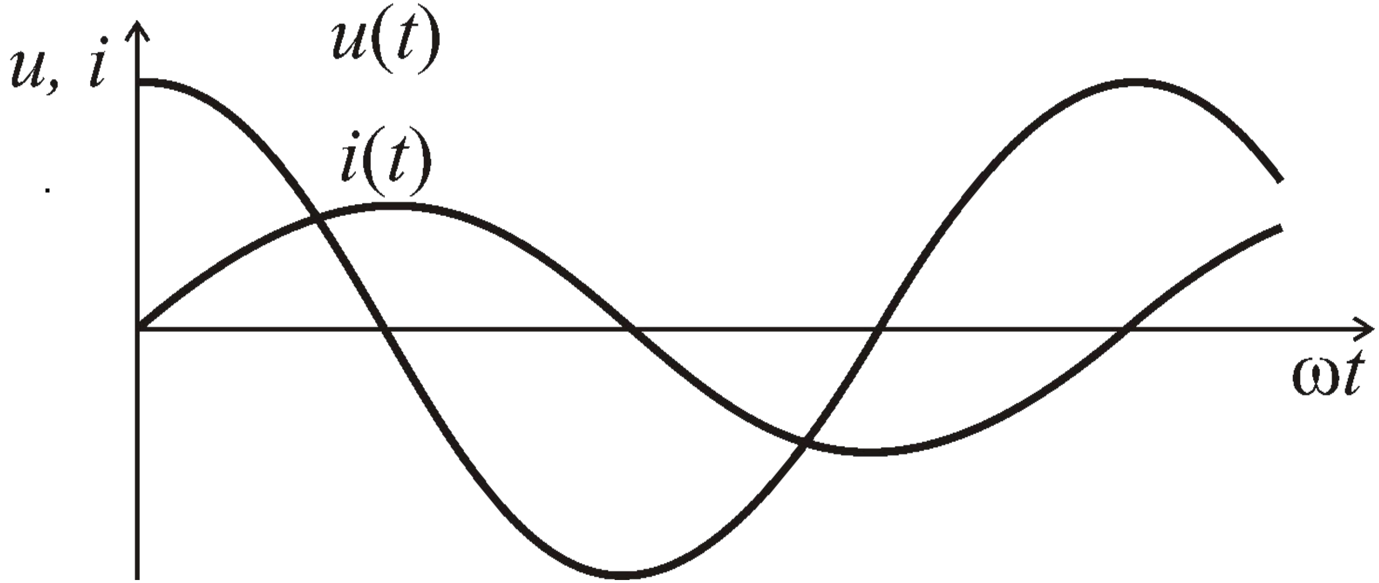
Индуктивный элемент на синусоидальном токе

Если ток индуктивного элемента изменяется синусоидально

$$i = I_m \sin \omega t$$

то напряжение

$$u = L\frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin\left(\omega t + \pi/2\right)$$



Ток индуктивного элемента отстает по фазе от приложенного напряжения на угол $\frac{\pi}{2}$ или на четверть периода.

Индуктивный элемент на синусоидальном токе

Амплитуда напряжения индуктивного элемента

$$U_m = \omega L I_m = x_L I_m$$

Величину $x_L = \omega L$, имеющую размерность сопротивления, называют *индуктивным сопротивлением*. Индуктивное сопротивление является линейной функцией частоты ω.

Индуктивный элемент на синусоидальном токе

Мгновенная мощность индуктивного элемента

$$(t)=u(t)i(t)=U_m I_m \sin\omega t\cos\omega t=\frac{U_m I_m}{2}\sin 2\omega t=UI\sin 2\omega$$

Энергия, запасаемая в магнитном поле индуктивного элемента в первую четверть периода, во вторую четверть периода возвращается во внешнюю цепь.

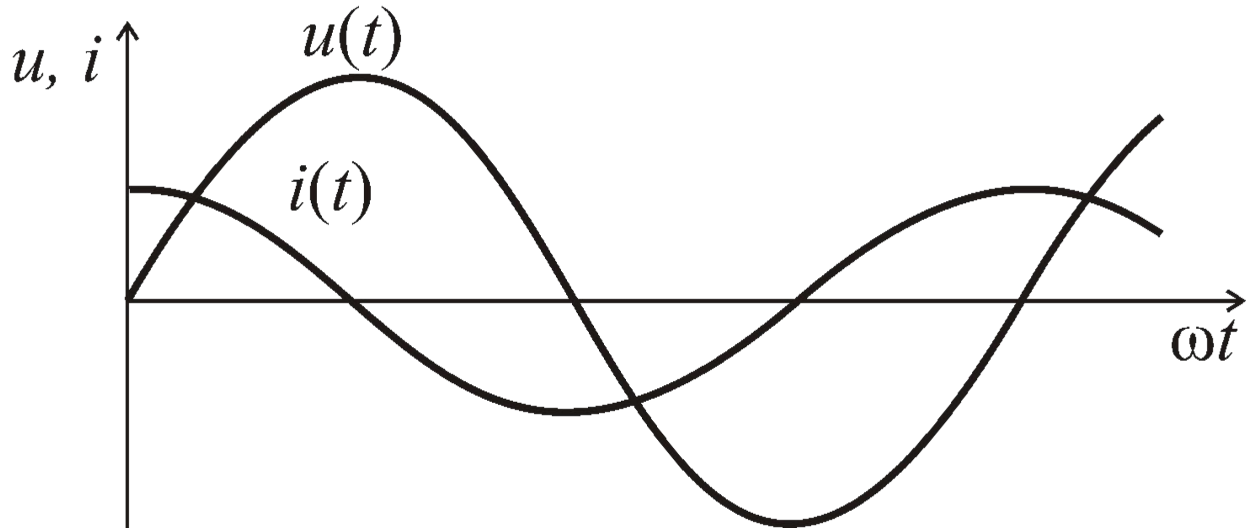
Активная мощность индуктивного элемента равна нулю: $P=0$

Емкостный элемент на синусоидальном токе

Если напряжение емкостного элемента – синусоидальная функция времени $u(t) = U_m \sin\omega t$

то ток

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = \omega C U_m \cos\omega t = \omega C U_m \sin\left(\omega t + \pi/2\right)$$



Ток емкостного элемента опережает напряжение $u(t)$ на угол $\frac{\pi}{2}$ или на четверть периода.

Емкостный элемент на синусоидальном токе

Амплитуда тока емкостного элемента

$$I_m = \omega C U_m = b_C U_m$$

Величина b_C – емкостная проводимость.

Величина, обратная емкостной проводимости, – емкостное сопротивление:

$$x_C = \frac{1}{\omega C}$$

Емкостное сопротивление обратно пропорционально частоте приложенного напряжения.

Емкостный элемент на синусоидальном токе

Мгновенная мощность емкостного элемента

$$p(t) = u(t)i(t) = U_m I_m \sin\omega t \cos\omega t = UI \sin 2\omega t$$

Энергия, запасаемая в электрическом поле емкостного элемента в первую четверть периода, во вторую четверть периода возвращается во внешнюю цепь.

Активная мощность емкостного элемента равна нулю:

$$P = 0$$

Резонанс и его значение в радиоэлектронике

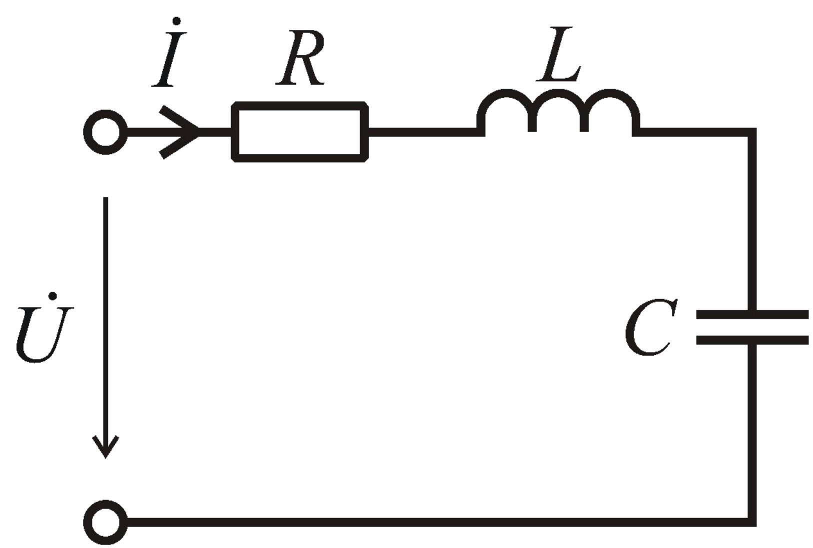
Резонанс – такой режим цепи синусоидального тока, содержащей индуктивные и емкостные элементы, при котором реактивное сопротивление и проводимость равны нулю.

При резонансе приложенное напряжение и входной ток совпадают по фазе. Цепи, в которых возникает явление резонанса, называют *резонансными цепями* или *колебательными контурами*.

Резонанс напряжений

Резонанс напряжений наблюдается в цепях с последовательным соединением ветвей, содержащих *L* и *C* элементы.

Простейшей цепью, в которой наблюдается резонанс напряжений, является последовательный колебательный контур.



Резонанс напряжений

Комплексное сопротивление последовательного колебательного контура

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

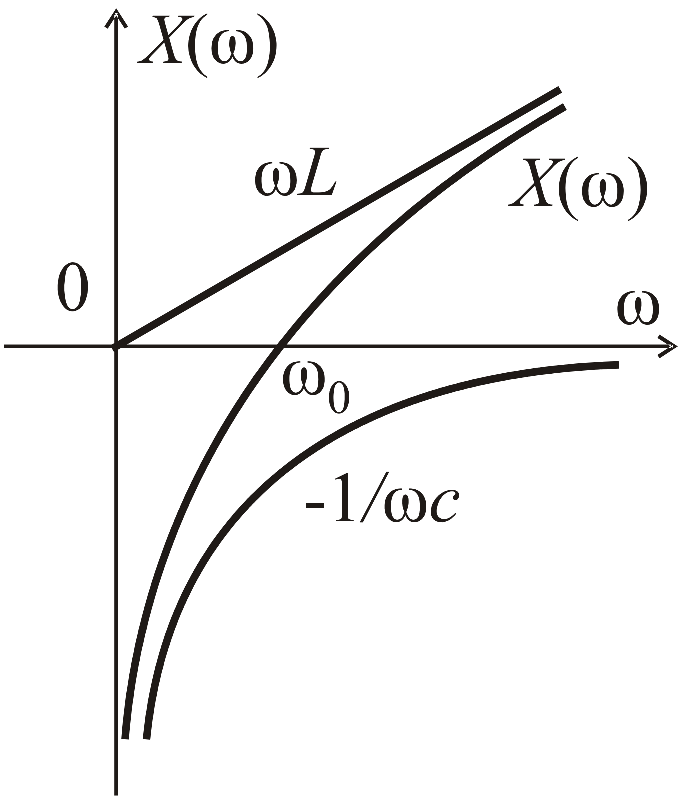
Резонанс напряжений наступает, когда реактивное сопротивление обращается в нуль, т. е.

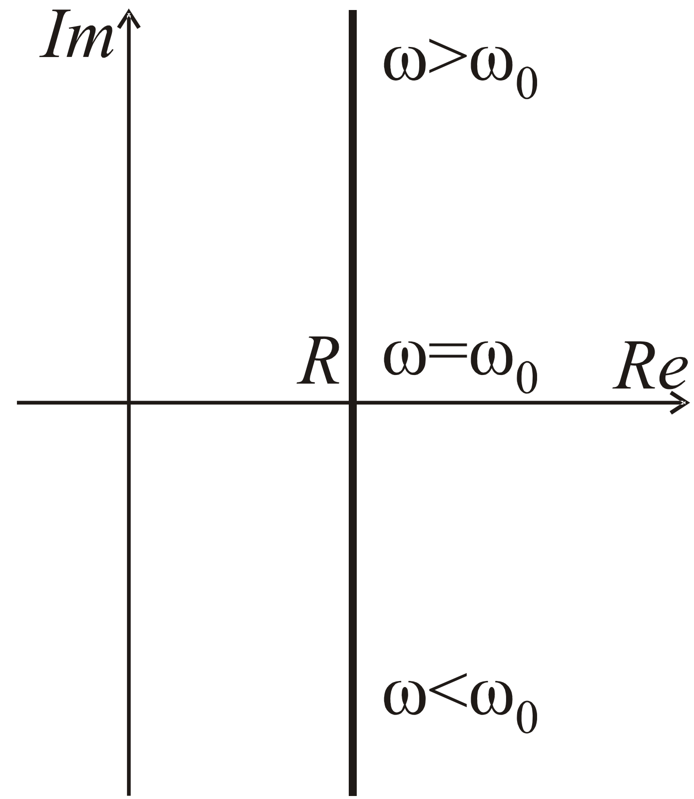
$$X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$$

Это происходит при резонансной частоте $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$

Резонанс напряжений

Частотные характеристики последовательного колебательного контура





Резонанс напряжений

Поскольку при резонансе напряжений реактивное сопротивление $X = 0$, полное сопротивление цепи принимает минимальное значение

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \min$$

Вследствие этого ток в цепи достигает максимального значения. При резонансе ток и напряжение совпадают по фазе, поэтому коэффициент мощности $\cos\phi = 1$

Резонанс напряжений

Сопротивления индуктивного и емкостного элементов в последовательном колебательном контуре при резонансе равны:

$$x_L = x_C = \omega_0 L = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Эту величину называют *характеристическим сопротивлением* контура и обозначают ρ:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Резонанс напряжений

При резонансе входное напряжение последовательного колебательного контура равно напряжению резистивного элемента. Поэтому

$$U_L = U_C = \frac{\rho}{R} U_{\text{вх}} = Q U_{\text{вх}}$$

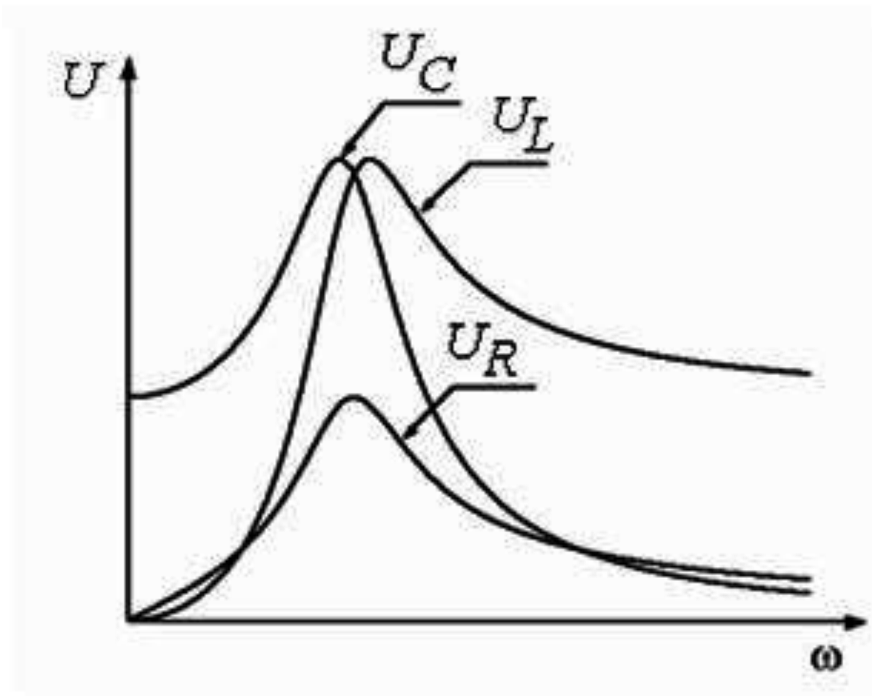
$$Q = \rho / R$$

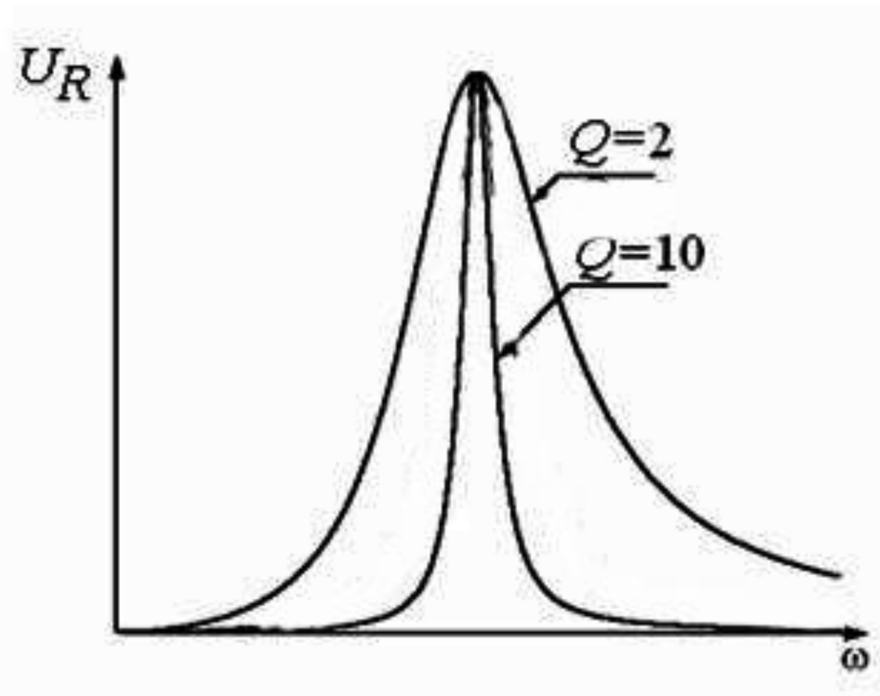
Резонанс напряжений

Величину $Q=\rho/R$ называют *добротностью* колебательного контура. Добротность равна отношению напряжения на индуктивном и емкостном элементах в режиме резонанса к напряжению, приложенному к контуру.

$$Q=\frac{\rho I}{RI}=\frac{U_L}{U_{\text{вх}}}=\frac{U_C}{U_{\text{вх}}}$$

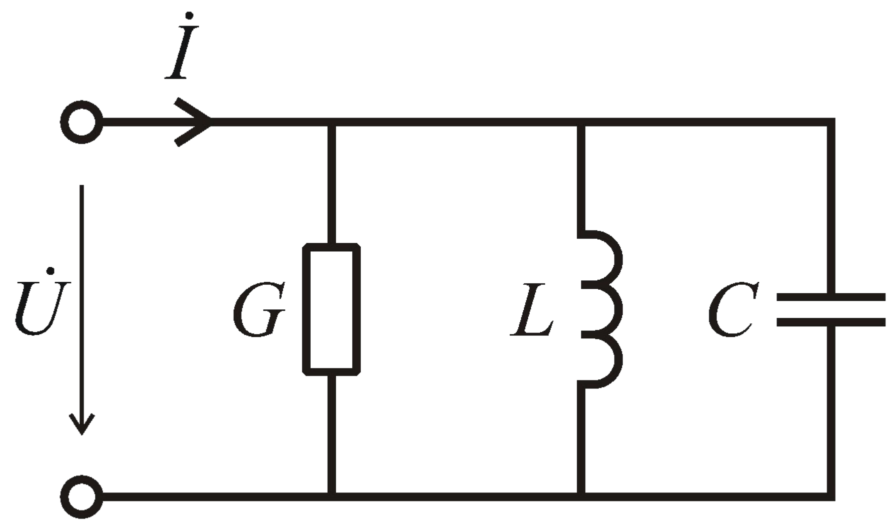
Частотные характеристики последовательного колебательного контура





Резонанс токов

Простейшей цепью, в которой может наблюдаться резонанс токов, является параллельный колебательный контур



Комплексная проводимость контура

$$\underline{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

Резонанс токов

Резонанс токов наступает, когда реактивная проводимость обращается в нуль:

$$B = \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) = 0$$

Резонансная частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

На резонансной частоте полная проводимость контура минимальна:

$$Y(\omega_0) = G$$

Резонанс токов

Полное сопротивление параллельного колебательного контура на частоте резонанса максимально

$$Z(\omega_0) = \frac{1}{Y(\omega_0)}$$

Резонанс токов

Следовательно, при резонансе токов ток неразветвленной части цепи имеет наименьшее значение и равен току резистивного элемента:

$$I_{\text{рез}} = U/R$$

При резонансе токи емкостного и индуктивного элементов

$$I_C = \omega_0 CU = QI$$

Резонанс токов

Величину $Q = R/\rho$ называют добротностью параллельного колебательного контура. Как и в случае последовательного колебательного контура, характеристическое сопротивление

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Добротность параллельного колебательного контура тем больше, чем больше сопротивление резистора *R*, включенного параллельно индуктивному и емкостному элементам.

Ряд Фурье в тригонометрической форме

Ряд Фурье в тригонометрической форме

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t))$$

$\omega_1 = (2\pi / T)$ – угловая частота первой гармоники

Ряд Фурье в тригонометрической форме

Коэффициенты a_n и b_n вычисляются по формулам

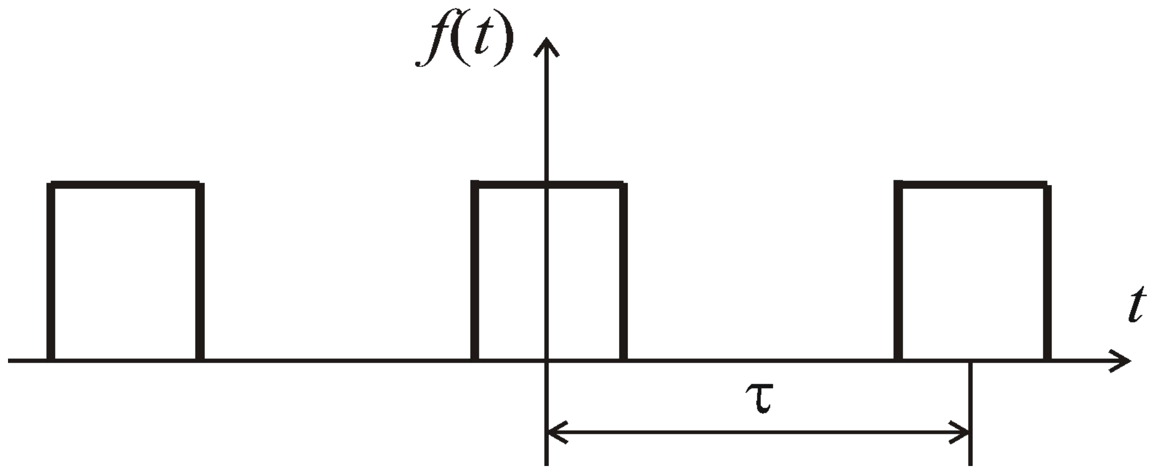
$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(n\omega_1 t)dt \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(n\omega_1 t)dt$$

$a_0 / 2$ – постоянная составляющая, равная среднему значению функции $f(t)$ за период:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt$$

Случаи симметрии

Случай 1. Четная функция: $f(t) = f(-t)$



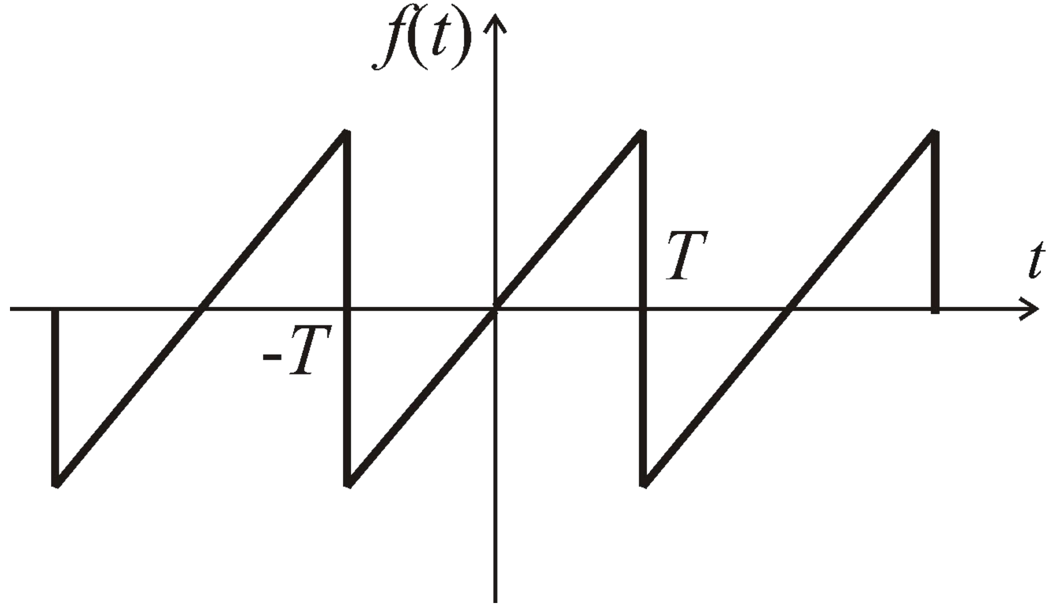
Разложение в ряд Фурье четной функции содержит только косинусы:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_1 t)$$

Коэффициенты при синусных составляющих $b_n = 0, \quad n = 1, 2, \ldots$

Случаи симметрии

Случай 2. Нечетная функция: $-f(t) = f(-t)$



Разложение в ряд Фурье нечетной функции содержит только синусы:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_1 t)$$

Случаи симметрии

Случай 3. Функция *f*(*t*) симметрична относительно оси абсцисс при совмещении двух полупериодов во времени, т. е.

$$f(t) = -f(t + T/2).$$

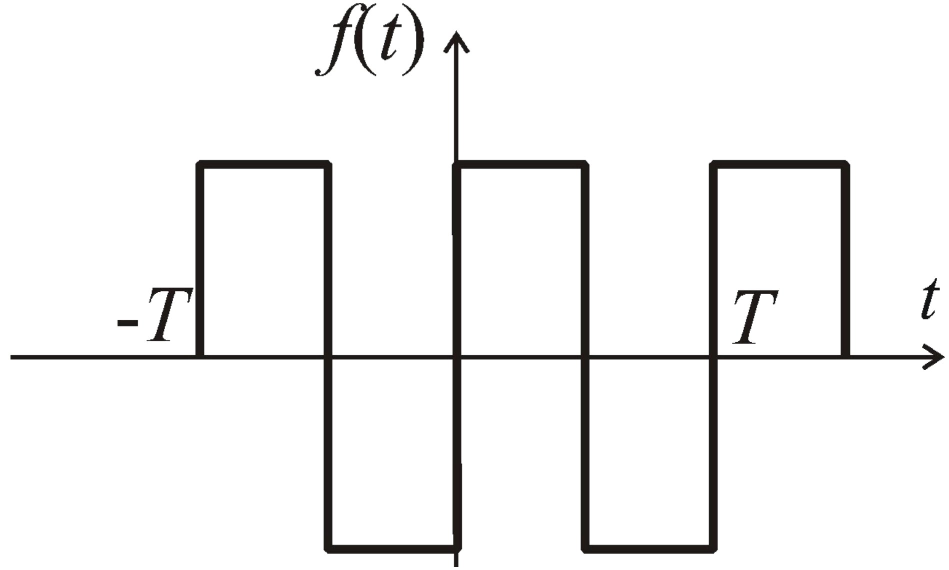
Четные гармоники, а также составляющая $a_0/2$ равны нулю, т. е.

$$a_n = b_n = 0, n = 0,\ 2,\ 4,\ \ldots$$

Случаи симметрии

Пример – последовательность прямоугольных импульсов. Разложение в ряд Фурье такой функции содержит только нечетные гармоники:

$$f(t)=\frac{4U}{\pi}\left(\sin(\omega_1 t)+\frac{1}{3}\sin(3\omega_1 t)+\frac{1}{5}\sin(5\omega_1 t)+...\right)$$



U – амплитуда прямоугольных импульсов.

Комплексная форма ряда Фурье

Ряд Фурье в тригонометрической форме

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t))$$

Воспользуемся равенствами:

$$\cos\left(n\omega_1 t\right) = \frac{e^{jn\omega_1 t} + e^{-jn\omega_1 t}}{2}; \ \sin\left(n\omega_1 t\right) = \frac{e^{jn\omega_1 t} - e^{-jn\omega_1 t}}{j2}$$

Комплексная форма ряда Фурье

Ряд Фурье примет вид:

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}((a_n-jb_n)e^{jn\omega_1 t}+(a_n+jb_n)e^{-jn\omega_1 t})$$

Коэффициент a_n – четная, а b_n – нечетная функция индекса *n*:

$$a_n=a_{-n}\ ,\ b_n=-b_{-n}$$

Поэтому элемент $-jb_n$ можно рассматривать как слагаемое с отрицательным индексом.

Комплексная форма ряда Фурье

Изменив нижний предел суммирования на $-\infty$, получим

$$f(t) = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(a_n - jb_n)e^{jn\omega_1 t} = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{A}_n e^{jn\omega_1 t}$$

$\dot{A}_n = a_n - jb_n$ – комплексный коэффициент ряда Фурье.

В показательной форме: $\dot{A}_n = A^{j\psi}$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\ ,\ \Psi_n = -\mathrm{arctg}\left(b_n / a_n\right)$$

Комплексный частотный спектр

Совокупность комплексных коэффициентов гармоник $\dot{A}_n$ называют *комплексным частотным спектром* функции $f(t)$

Амплитуды гармоник A_n образуют *амплитудный спектр*.

Начальные фазы Ψ_n образуют *фазовый спектр*.

Комплексный частотный спектр

Комплексная амплитуда *n*-й гармоники

$$\dot{A}_n = a_n - jb_n = \frac{2}{T}\int_{-\mathrm{T}/2}^{\mathrm{T}/2} f(t)\big(\cos(n\omega_1 t) - j\sin(n\omega_1 t)\big)dt$$

Используя равенства

$$\cos\left(n\omega_1 t\right) = \frac{e^{jn\omega_1 t} + e^{-jn\omega_1 t}}{2};\ \sin\left(n\omega_1 t\right) = \frac{e^{jn\omega_1 t} - e^{-jn\omega_1 t}}{j2}$$

получим, что комплексный коэффициент ряда Фурье

$$\dot{A}_n = \frac{2}{T}\int_{-\mathrm{T}/2}^{\mathrm{T}/2} f(t)e^{-jn\omega_1 t}dt$$

Электрические свойства полупроводников

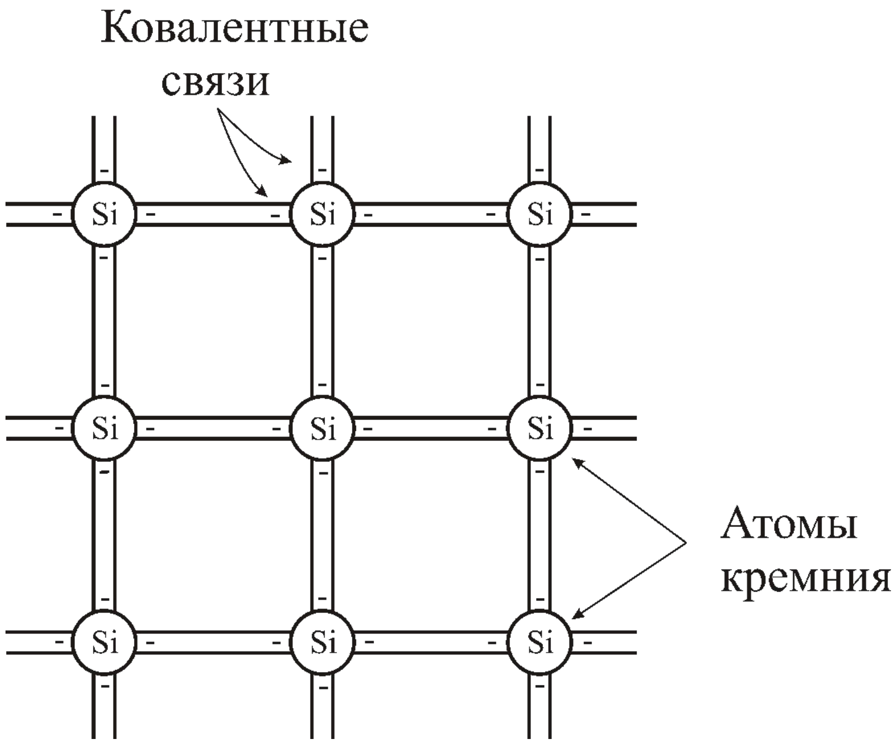
Полупроводниками называют вещества, удельная проводимость которых имеет промежуточное значение между удельными проводимостями металлов и диэлектриков.

В отличие от металлов в полупроводниках носители заряда возникают при повышении температуры или поглощении энергии от другого источника.

Кроме того, в полупроводниках электропроводность осуществляется двумя различными видами движения электронов. Проводимость полупроводников можно менять в широких пределах, добавляя ничтожно малые количества примесей.

Электрические свойства полупроводников

Структура кристалла кремния



Атомы кремния способны объединять свои валентные электроны с другими атомами кремния с помощью ковалентных связей.

Электрические свойства полупроводников

При освобождении электрона в кристаллической решетке появляется незаполненная межатомная связь. Такие «пустые» места с отсутствующими электронами получили название *дырок*.

Возникновение дырок в кристалле полупроводника создает дополнительную возможность для переноса заряда. Дырка может быть заполнена электроном, перешедшим под действием тепловых колебаний от соседнего атома.

Последовательное заполнение свободной связи электронами эквивалентно движению дырки в направлении, противоположном движению электронов, что равносильно перемещению положительного заряда.

Электрические свойства полупроводников

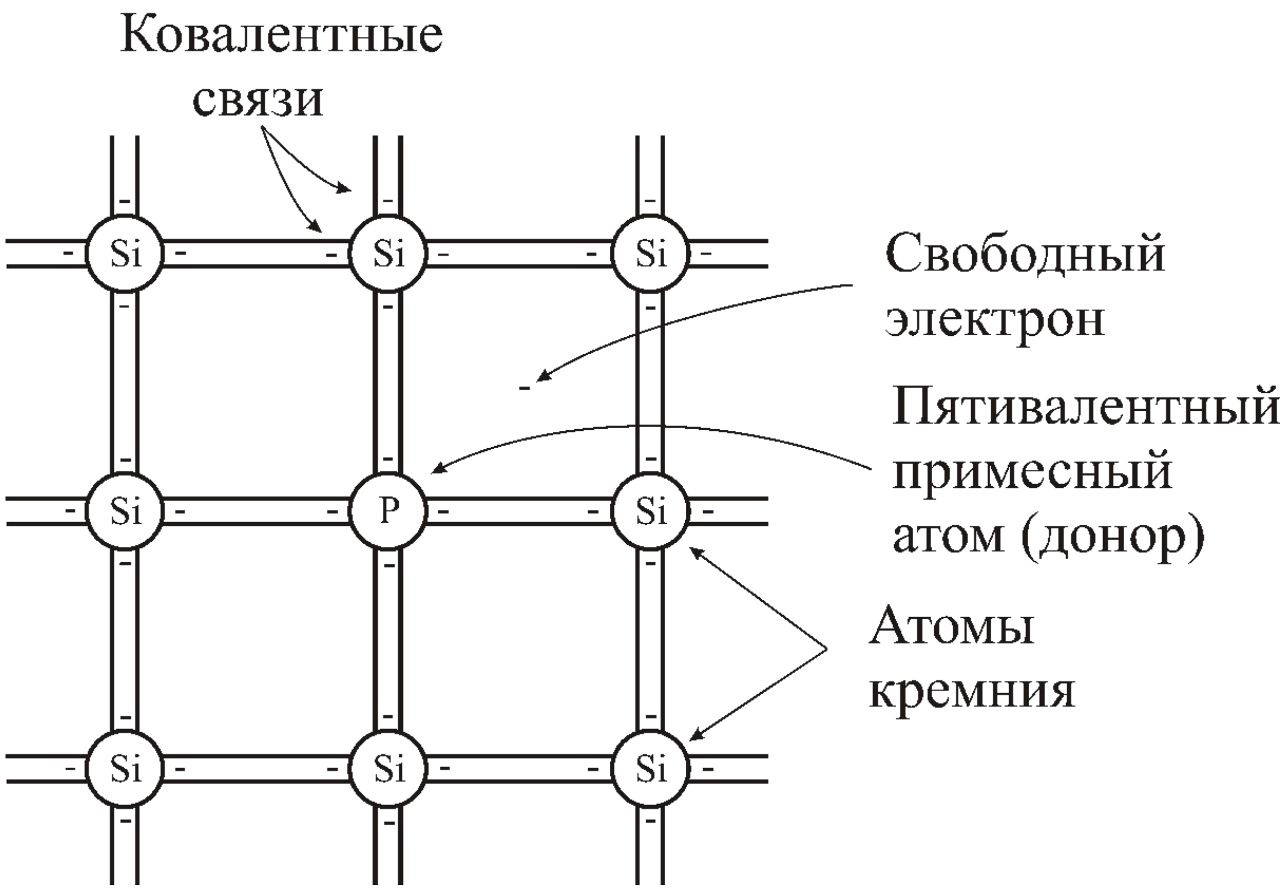
Таким образом, в полупроводнике имеются два типа носителей заряда – электроны и дырки, а общая проводимость полупроводника является суммой электронной проводимости (*n*-типа) и дырочной проводимости (*p*-типа).

Для увеличения проводимости чистых полупроводниковых материалов применяют *легирование* – добавление небольших количеств посторонних элементов, называемых примесями.

Используются два типа примесей. Примеси первого типа – пятивалентные – состоят из атомов с пятью валентными электронами. Примеси второго типа – трехвалентные – состоят из атомов с тремя валентными электронами.

Электрические свойства полупроводников

Структура кристалла кремния, легированного пятивалентным материалом (фосфором)



Электрические свойства полупроводников

Атом фосфора называют *донором*, поскольку он отдает свой лишний электрон.

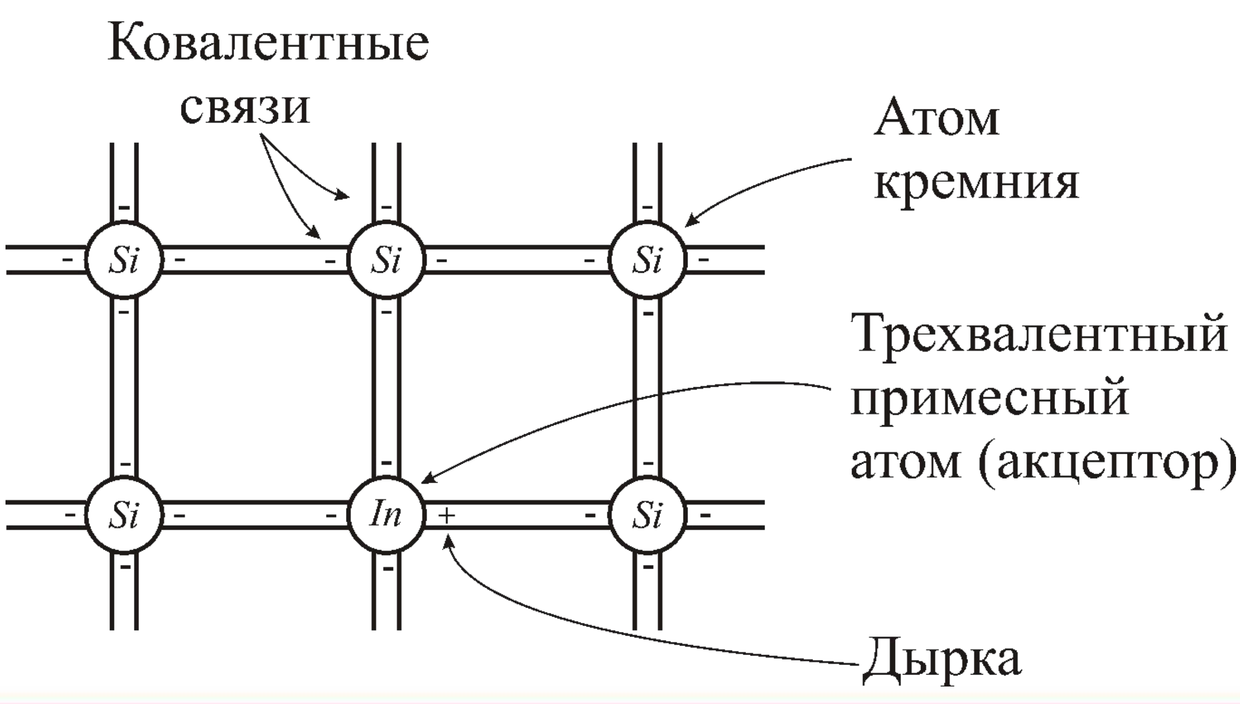
Электроны в таком полупроводнике являются *основными носителями,* а дырки – *неосновными носителями*. Основные носители имеют отрицательный заряд, поэтому такой материал называется полупроводником *n*-типа.

В качестве донорных примесей для германия и кремния используют фосфор, мышьяк, сурьму.

Электрические свойства полупроводников

Когда полупроводниковый материал легирован трехвалентными атомами, например атомами индия (In), то эти атомы разместят свои три валентных электрона среди трех соседних атомов. Это создаст в ковалентной связи дырку.

Структура кристалла кремния, легированного трехвалентным материалом



Электрические свойства полупроводников

Так как дырки легко принимают электроны, то атомы, которые вносят в полупроводник дополнительные дырки, называются *акцепторами*.

Дырки являются основными носителями, а электроны – неосновными. Поскольку основные носители имеют положительный заряд, материал называется полупроводником *p*-типа.

В качестве акцепторных примесей в германии и кремнии используют бор, алюминий, галлий, индий.

Вольт-амперная характеристика *p*–*n*-перехода

Контакт двух полупроводников с различными типами проводимости называется *p*–*n*-переходом. Сопротивление *p*–*n*-перехода зависит от направления тока через него.

Поскольку концентрация электронов в *n*-области значительно больше их концентрации в *p*-области, происходит диффузия электронов из *n*-области в *p*-область. В *n*-области остаются неподвижные положительно заряженные ионы доноров.

Одновременно происходит диффузия дырок из *p*-области в *n*-область. За счет этого приграничная *p*-область приобретает отрицательный заряд, обусловленный отрицательно заряженными ионами акцепторов.

Вольт-амперная характеристика *p–n*-перехода

Прилегающие к *p–n*-переходу области образуют слой объемного заряда, обедненный основными носителями. В слое объемного заряда возникает контактное электрическое поле E_k, препятствующее дальнейшему переходу электронов и дырок из одной области в другую.