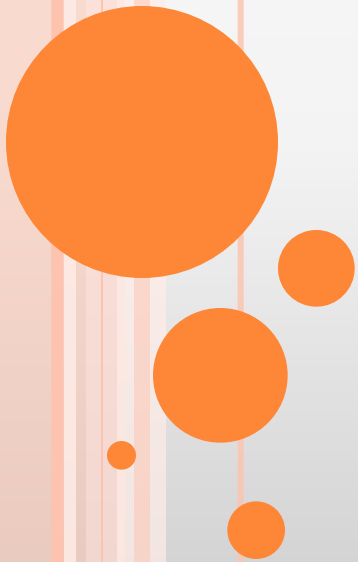
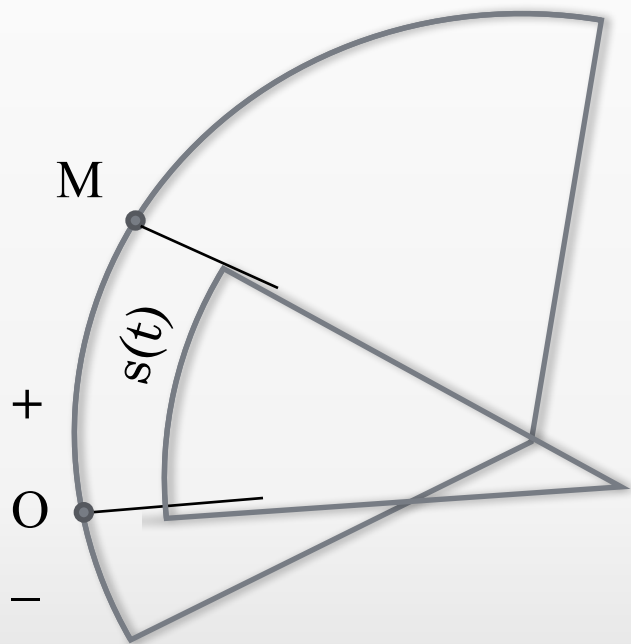


КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

Естественный способ задания движения



При естественном способе задаются:

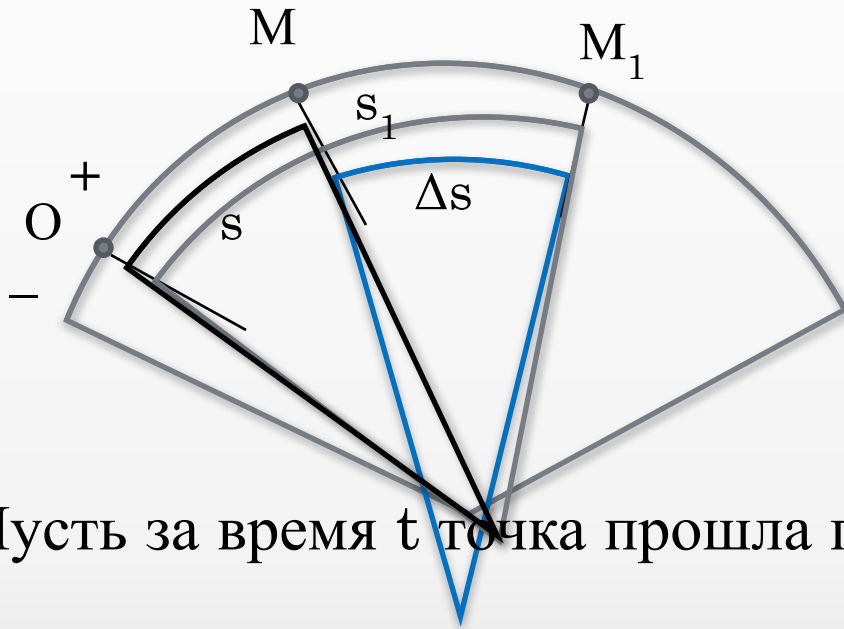


- ✓ траектория точки;
- ✓ начало отсчета на траектории;
- ✓ положительное направление отсчета;
- ✓ закон изменения дуговой координаты:

$$s = s(t)$$



Определение скорости точки



Пусть за время t точка прошла путь $OM = s$.

За время $t_1 = t + \Delta t$ точка прошла путь $OM_1 = s_1$.

Δs — путь, пройденный точкой за время Δt .



Отношении пройденного пути Δs к промежутку времени Δt называется *средней скоростью* точки за время Δt .

$$v_{\text{cp}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

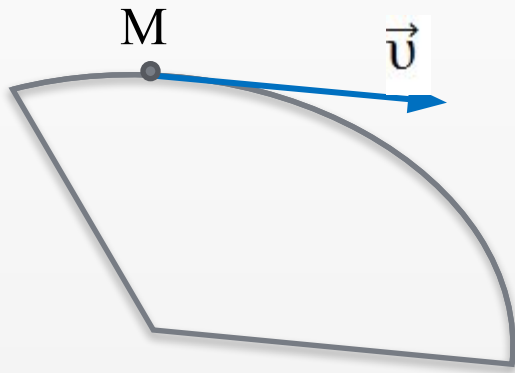
Скорость точки в данный момент времени находится как предел средней скорости при стремлении промежутка времени к нулю, то есть

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{\text{cp}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



Следовательно,

Алгебраическое значение скорости в данный момент времени равно производной от дуговой координаты по времени.



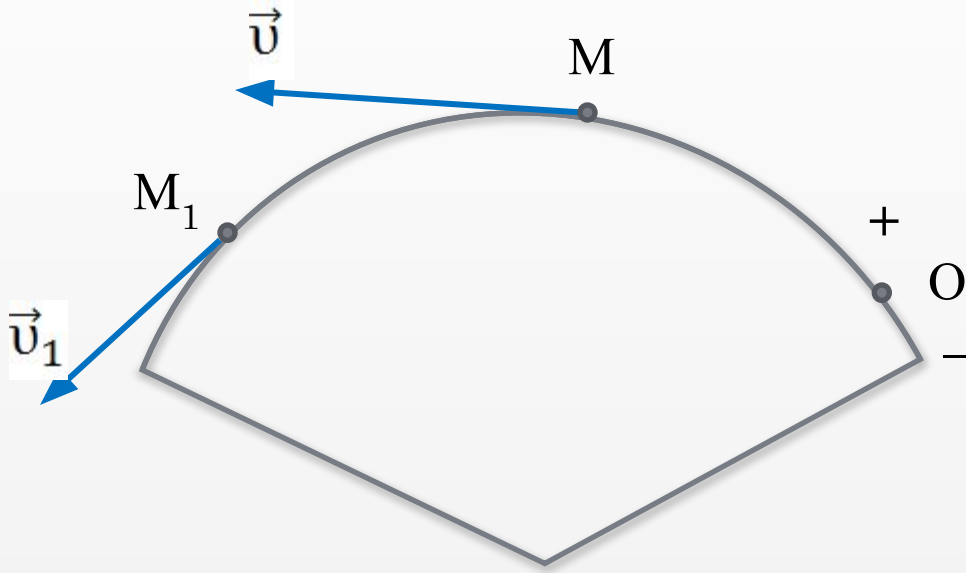
$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории точки в сторону движения.

$$\vec{v} = \dot{s} \vec{\tau}$$



Определение ускорения точки



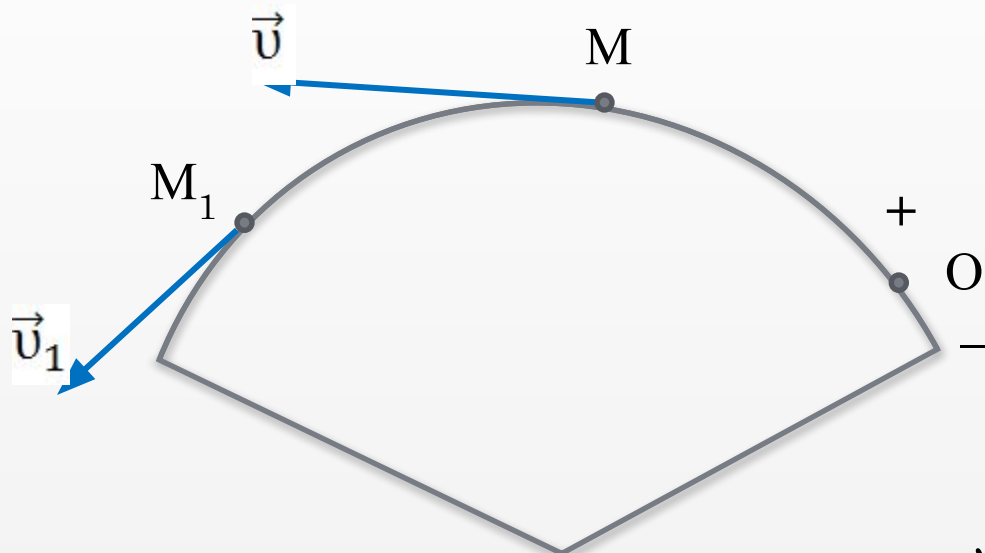
Пусть

\vec{v} — скорость точки в момент времени t ;

\vec{v}_1 — скорость точки в момент времени $t_1 = t + \Delta t$;



Вычислим вектор ускорения точки по его проекциям на *естественные оси*.

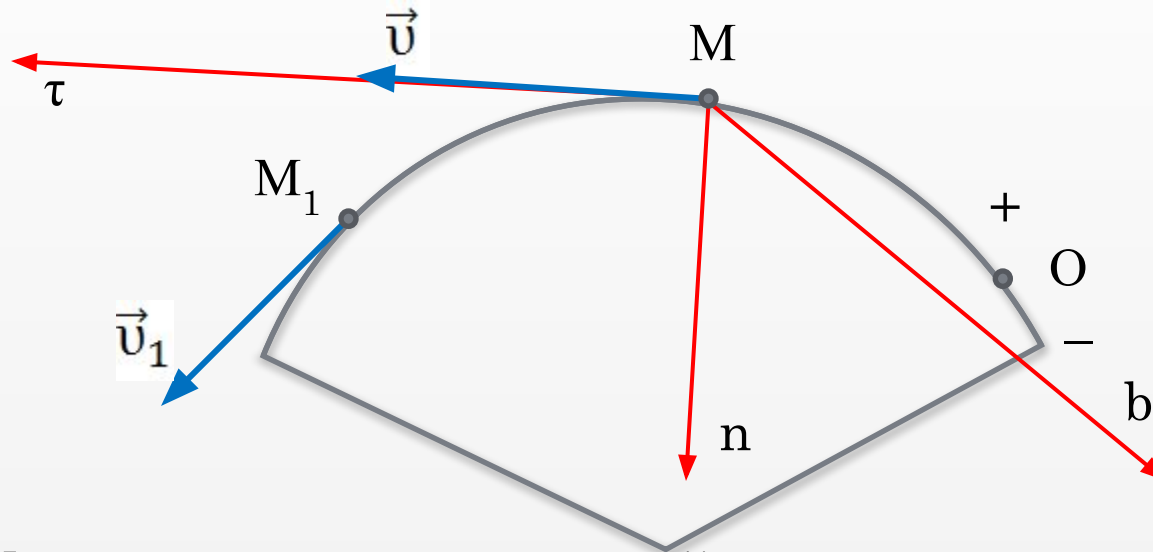


Естественные оси — это оси подвижной прямоугольной системы координат с началом в движущейся точке.

Эти оси направлены следующим образом:



Ось $M\tau$ направлена по касательной к траектории в положительном направлении отсчета дуговой координаты.

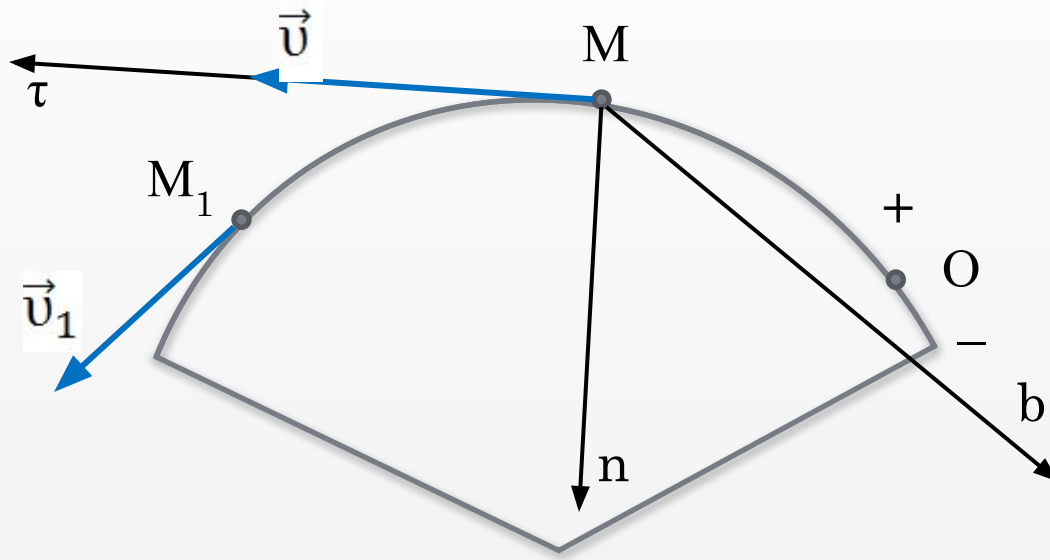


Ось Mn направлена по главной нормали в сторону вогнутости траектории.

Ось Mb перпендикулярна к первым двум и направлена так, чтобы она образовывала с ними правую тройку.



Так как ускорение лежит в соприкасающейся плоскости, то проекция вектора ускорения на бинормаль равна нулю, то есть



$$a_b = 0$$

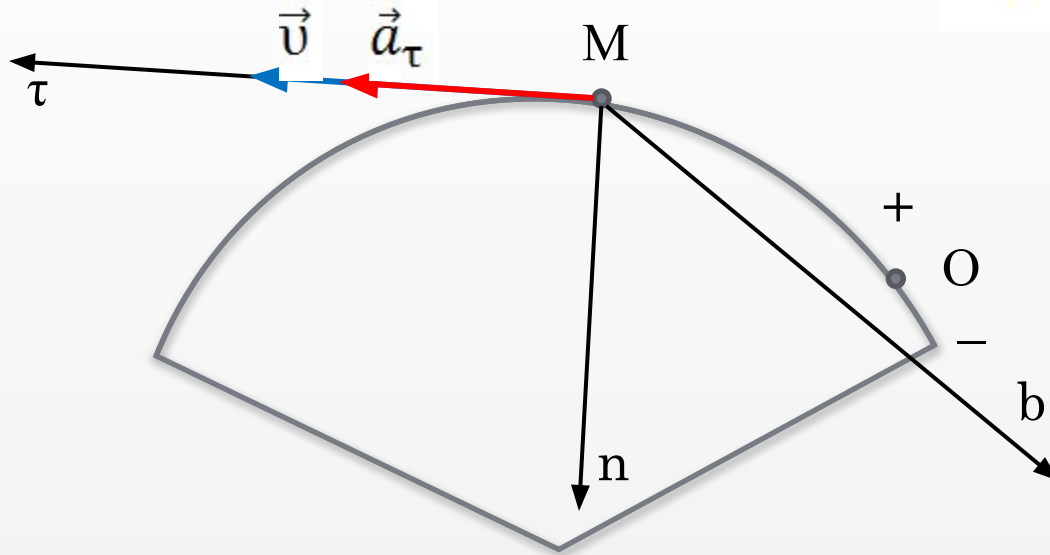
Таким образом

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$$



где

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \ddot{s}$$

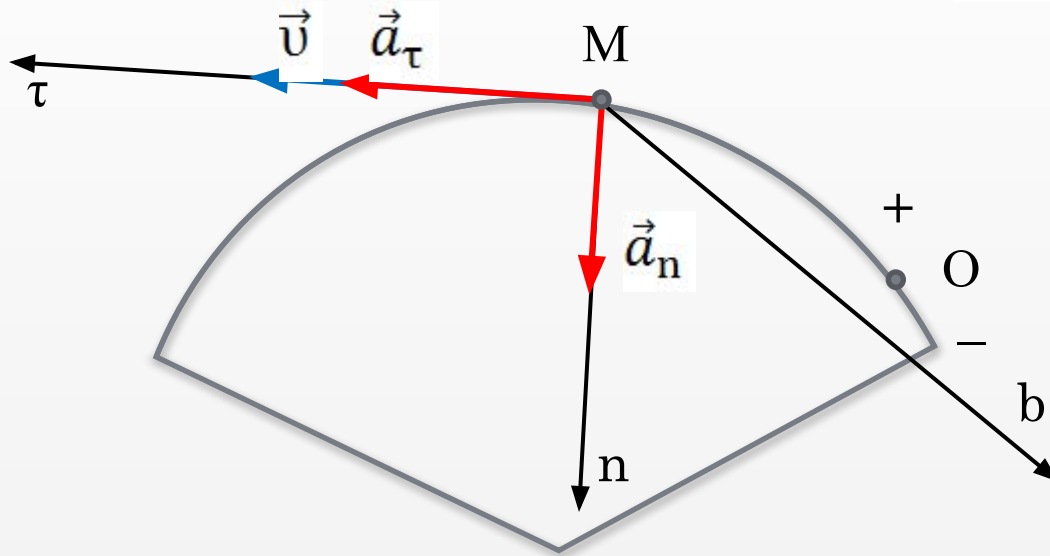


Проекция ускорения точки на касательную равна первой производной от численной величины скорости или второй производной от дуговой координаты по времени.

Эта составляющая характеризует *изменение скорости по модулю.*



$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

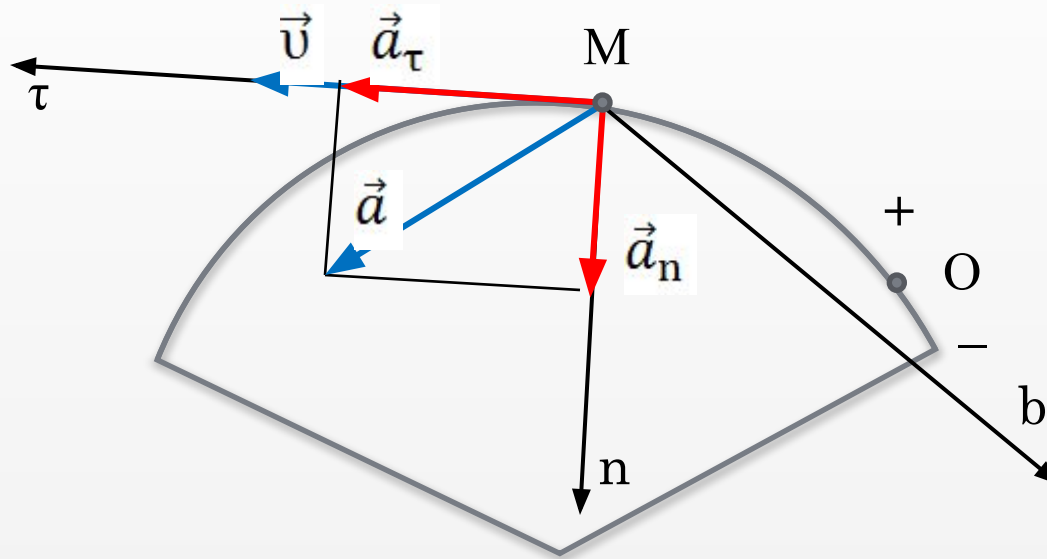


Проекция ускорения на главную нормаль равна квадрату скорости, деленному на радиус кривизны траектории в данной точке кривой.

Эта составляющая характеризует *изменение скорости по направлению*.



Вектор ускорения точки изображается диагональю параллелограмма, построенного на касательной и нормальной составляющих.



Так как эти составляющие взаимно перпендикулярны, то по модулю

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

