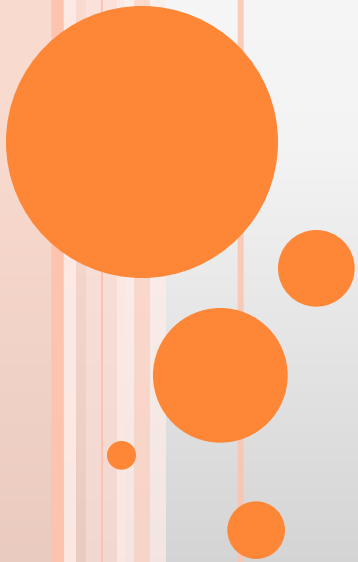
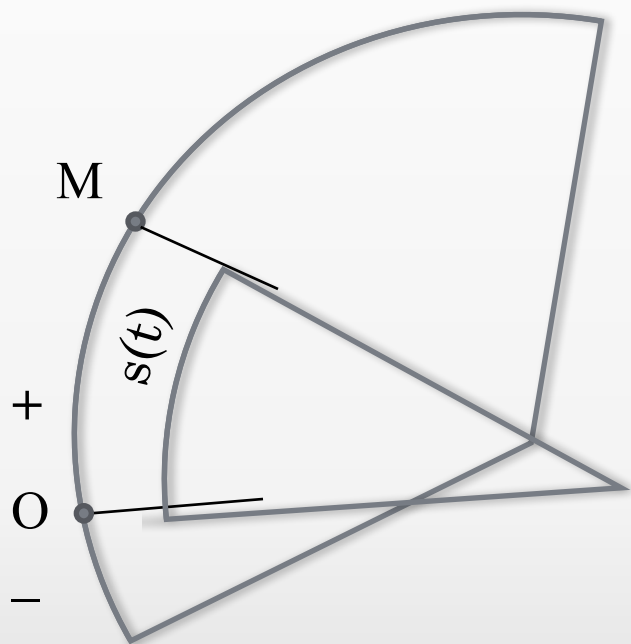


# КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

*Естественный способ задания  
движения*



При естественном способе задаются:



✓ траектория точки;

✓ начало отсчета на траектории;

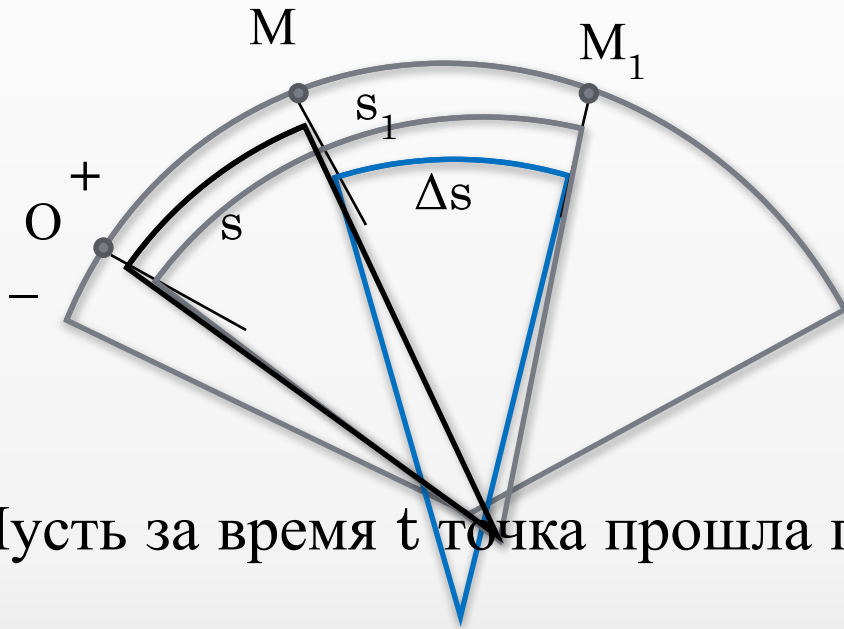
✓ положительное направление отсчета;

✓ закон изменения дуговой координаты:

$$s = s(t)$$



## Определение скорости точки



Пусть за время  $t$  точка прошла путь  $OM = s$ .

За время  $t_1 = t + \Delta t$  точка прошла путь  $OM_1 = s_1$ .

$\Delta s$  – путь, пройденный точкой за время  $\Delta t$ .



Отношении пройденного пути  $\Delta s$  к промежутку времени  $\Delta t$  называется *средней скоростью* точки за время  $\Delta t$ .

$$v_{\text{cp}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

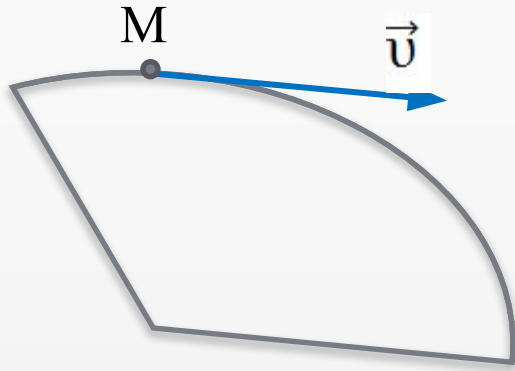
*Скорость точки в данный момент времени* находится как предел средней скорости при стремлении промежутка времени к нулю, то есть

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{\text{cp}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



Следовательно,

*Алгебраическое значение скорости в данный момент* времени равно производной от дуговой координаты по времени.



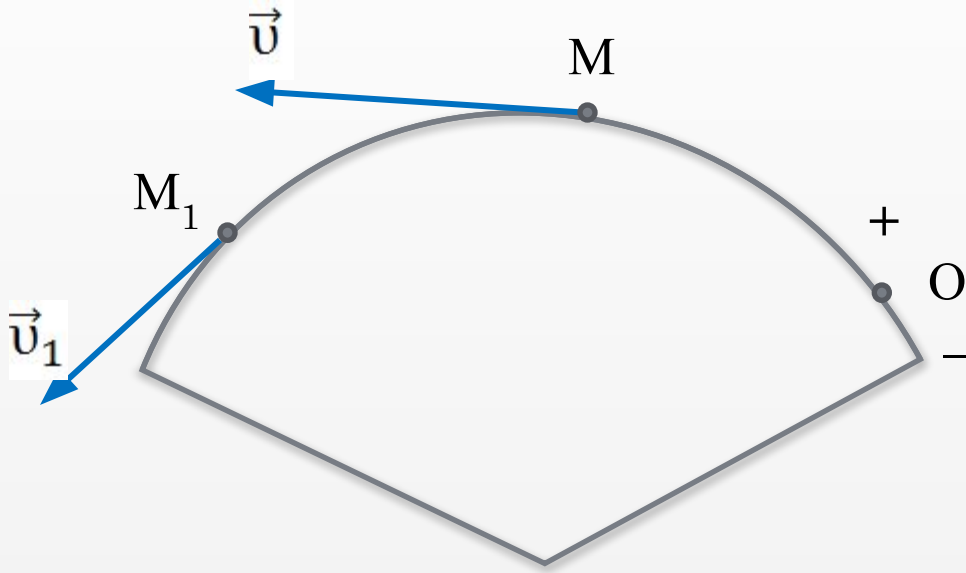
$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории точки в сторону движения.

$$\vec{v} = \dot{s} \vec{\tau}$$



## Определение ускорения точки



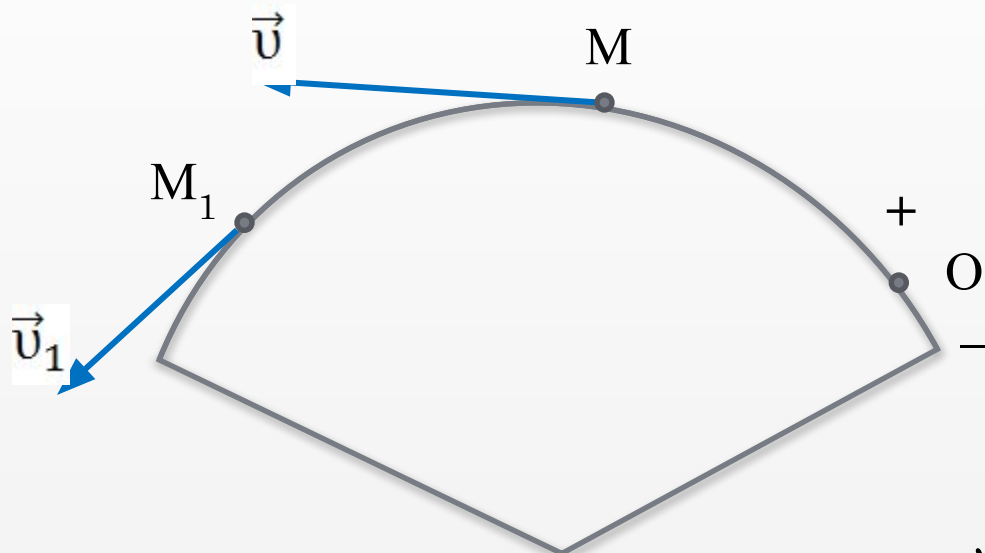
Пусть

$\vec{v}$  — скорость точки в момент времени  $t$ ;

$\vec{v}_1$  — скорость точки в момент времени  $t_1 = t + \Delta t$ ;



Вычислим вектор ускорения точки по его проекциям на *естественные оси*.

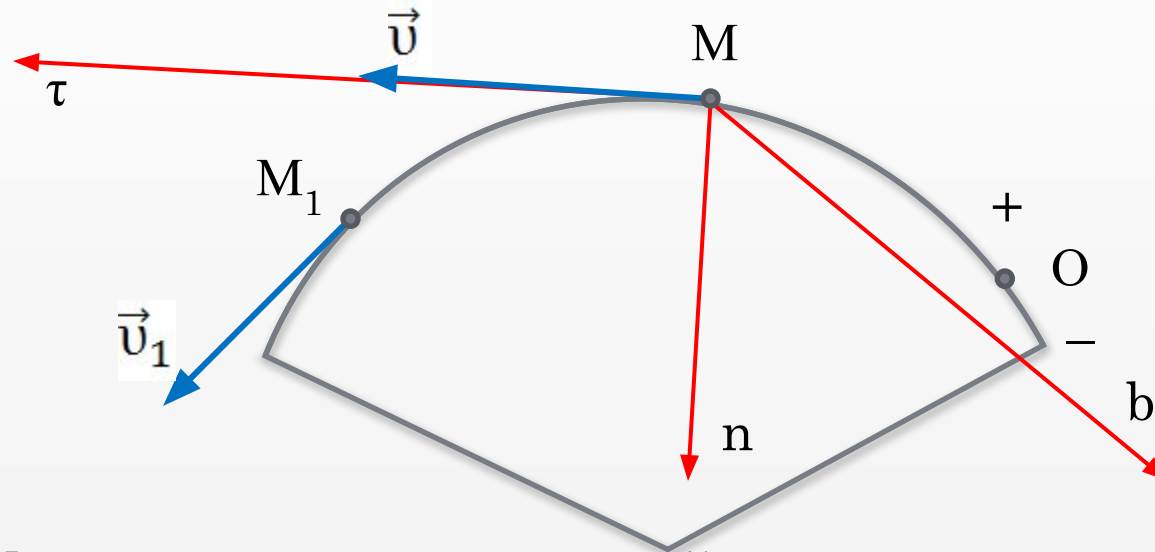


Естественные оси — это оси подвижной прямоугольной системы координат с началом в движущейся точке.

Эти оси направлены следующим образом:



Ось  $M\tau$  направлена по касательной к траектории в положительном направлении отсчета дуговой координаты.



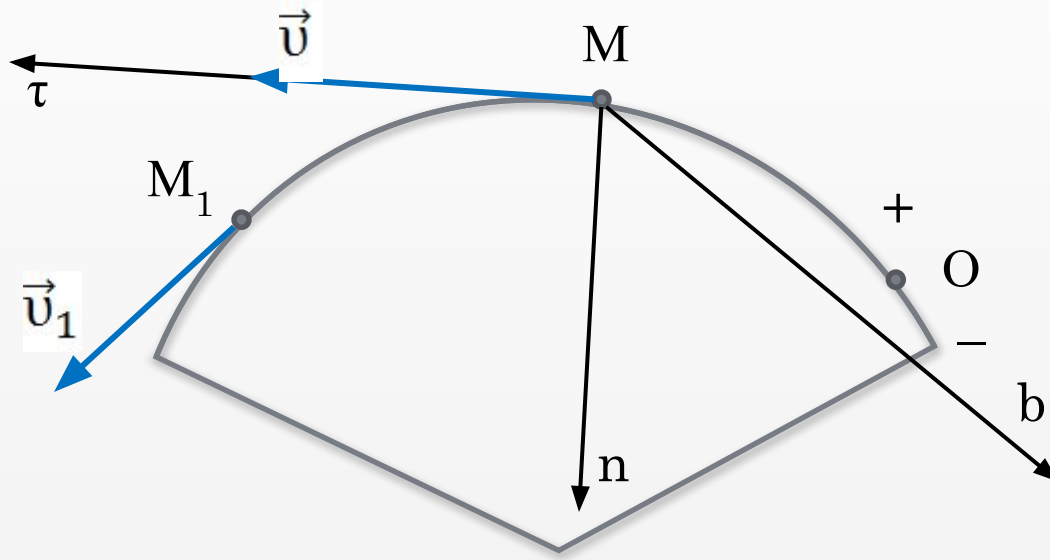
Ось  $Mn$  направлена по главной нормали в сторону вогнутости траектории.

Ось  $Mb$  перпендикулярна к первым двум и направлена так, чтобы она образовывала с ними правую тройку.





Так как ускорение лежит в соприкасающейся плоскости, то проекция вектора ускорения на бинормаль равна нулю, то есть



$$a_b = 0$$

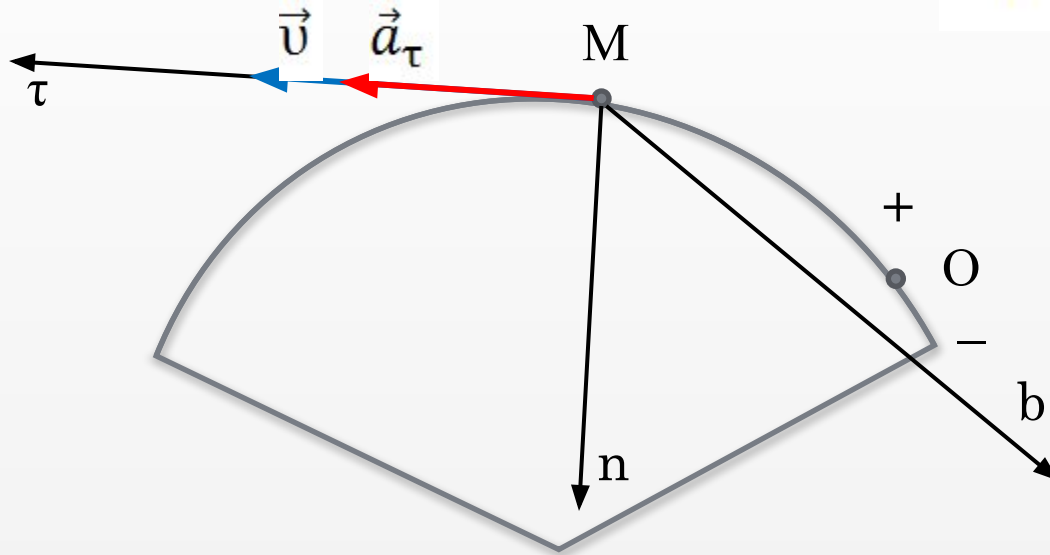
Таким образом

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$$



где

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \ddot{s}$$

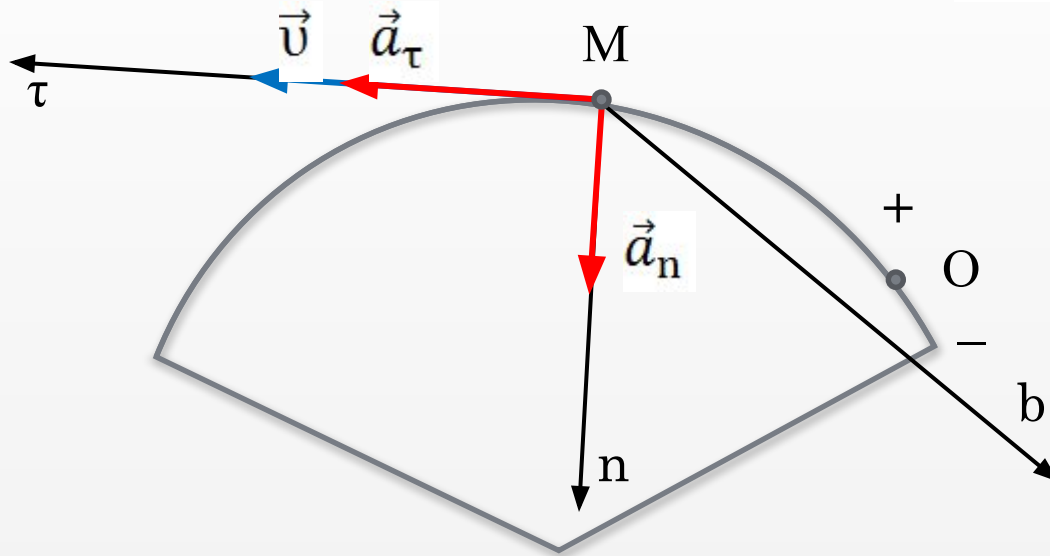


*Проекция ускорения точки на касательную равна первой производной от численной величины скорости или второй производной от дуговой координаты по времени.*

Эта составляющая характеризует *изменение скорости по модулю.*



$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

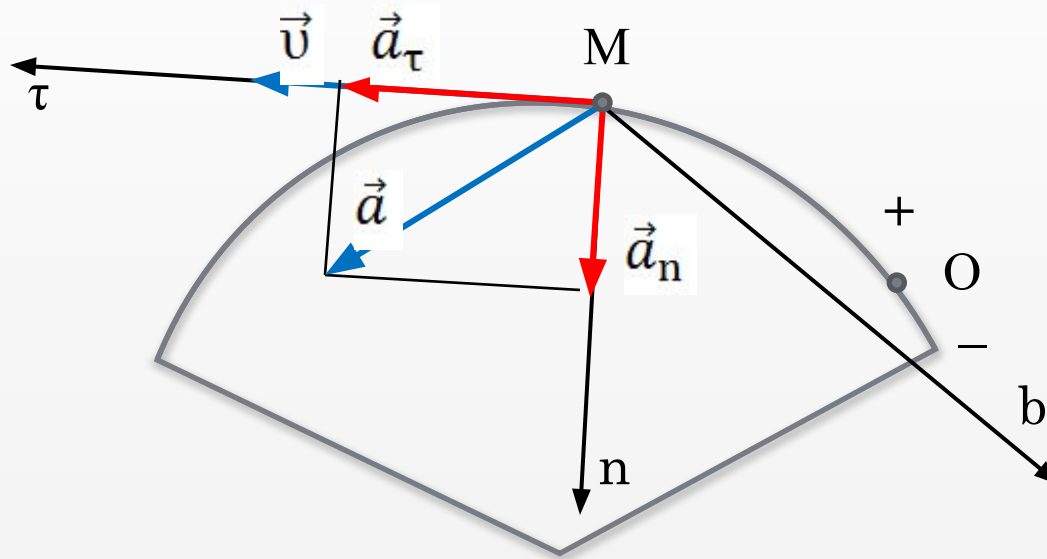


Проекция ускорения на главную нормаль равна квадрату скорости, деленному на радиус кривизны траектории в данной точке кривой.

Эта составляющая характеризует *изменение скорости по направлению*.



Вектор ускорения точки изображается диагональю параллелограмма, построенного на касательной и нормальной составляющих.



Так как эти составляющие взаимно перпендикулярны, то по модулю

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

