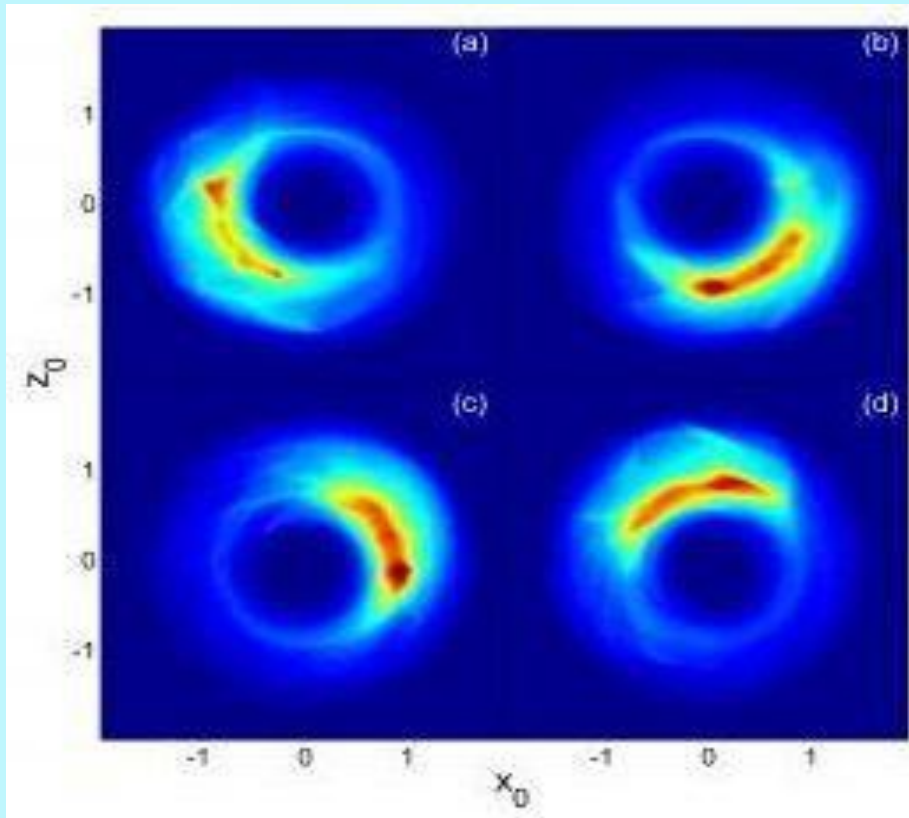


## Лекция № 2

# Формирование квантовых понятий о веществе



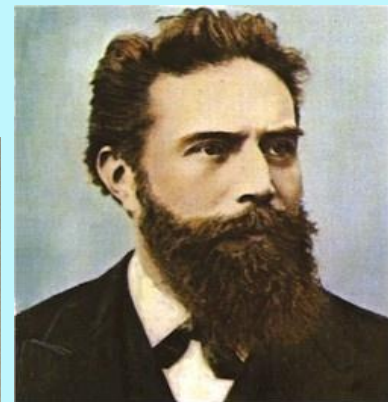
Локализованный электрон «вращается»  
вокруг ядра атома калия

Н.В.Никитин

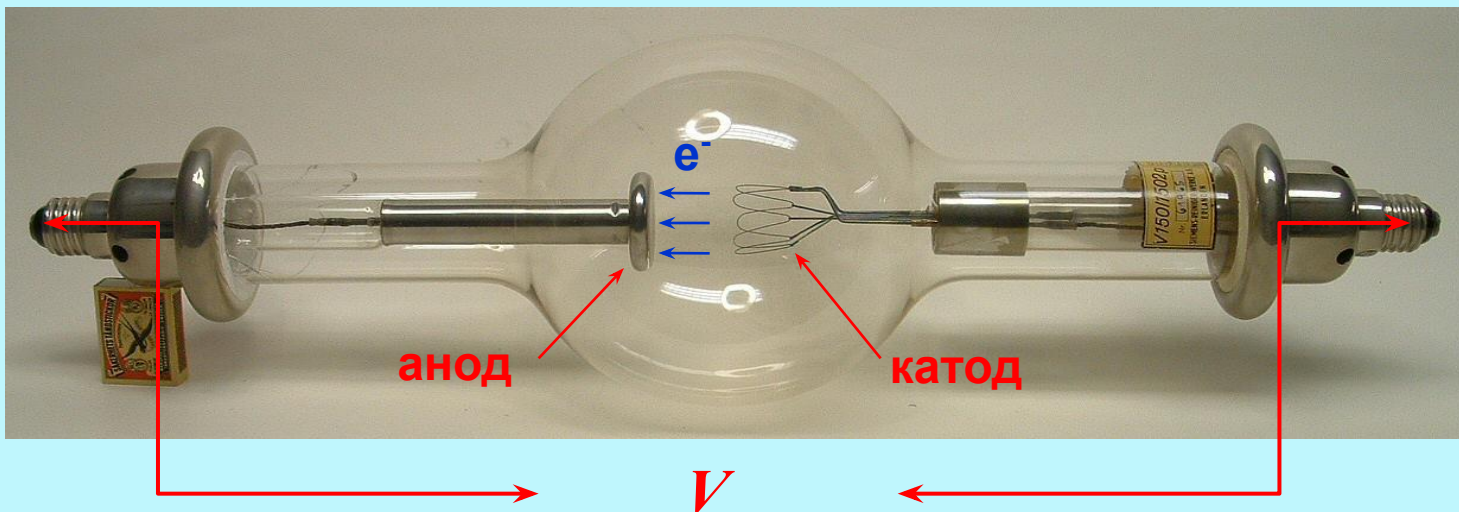


Т.Р.Шарапова

# Рентгеновские лучи (1895 г)



Вильгельм Рентген  
(Wilhelm Roentgen)  
(1845-1923 гг.)



**Рентгеновские лучи** – это электромагнитное излучение, возникающее при взаимодействии быстрых электронов с веществом (например, с атомами анода в рентгеновской трубке). Максимальная энергия рентгеновского излучения  $\hbar\omega_{max}$  тормозного спектра определяется энергией электронов  $eV$  в трубке:

$$\hbar\omega_{max} = eV$$

Характерные энергии (длины волн) рентгеновских лучей лежат в диапазоне от **20 эВ** до **1 МэВ** ( $5 \cdot 10^{-6}$  см до  $10^{-10}$  см).

**Нобелевская премия по физике**

**1901 г. — В. Рентген**

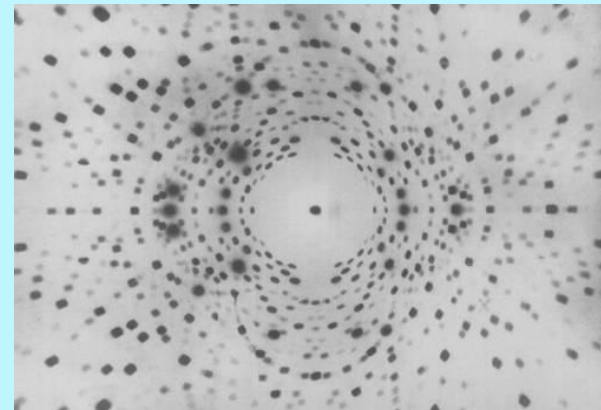
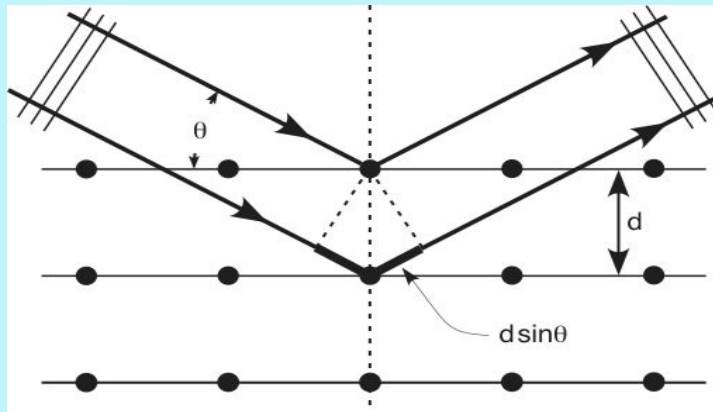
**За открытие лучей, названных его именем.**

# Дифракция рентгеновских лучей

Макс фон Лауэ высказал гипотезу, что правильное расположение атомов в кристаллической решётке (период кристаллической решетки  $d \sim 10^{-8}$  см сравним с длиной волны рентгеновских лучей  $10^{-6}$  см -  $10^{-10}$  см) можно использовать для наблюдения интерференции рентгеновских лучей. Для этого надо взять кристалл в качестве дифракционной решётки.



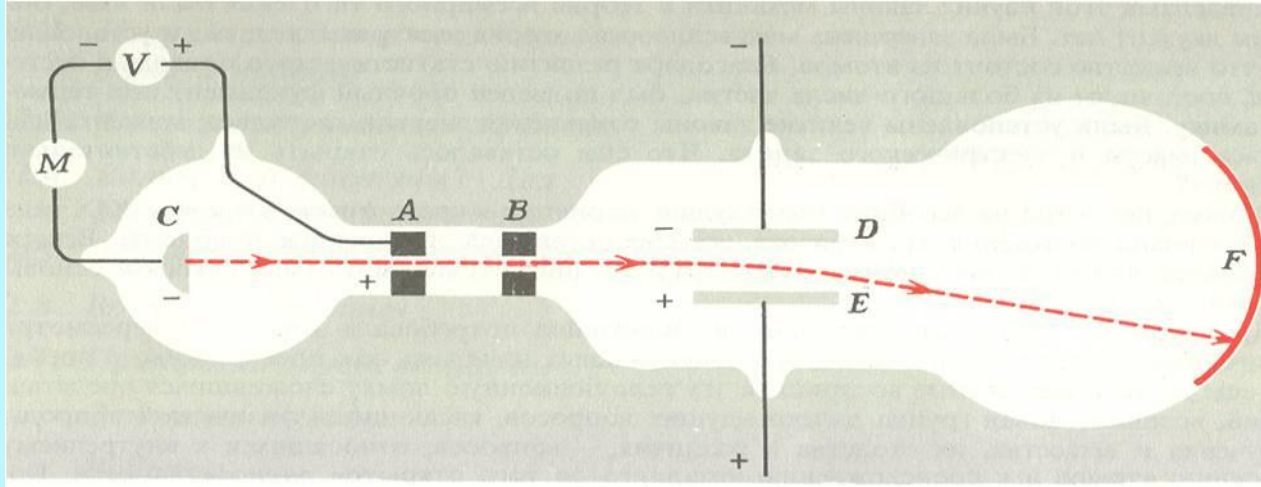
Макс фон Лауэ  
(Max von Laue)  
(1879-1960 гг.)



$n \lambda = 2d \sin \theta$  - формула Брэгга-Вульфа

Рентгенограмма  
ориентированного  
монокристалла берилла

# Открытие электрона



Джозеф Джон Томсон  
(1856-1940 гг.)

В 1897 г. Дж. Томсон, изучая характеристики газового разряда, показал, что катодные лучи, образующиеся в разрядной трубке, состоят из отрицательно заряженных частиц вещества. Отклоняя катодные лучи в электрических и магнитных полях, он определил отношение заряда к массе этих частиц.

$$\frac{e}{m} \approx 1,7 \cdot 10^{18} \text{ ед. СГСЭ/г};$$

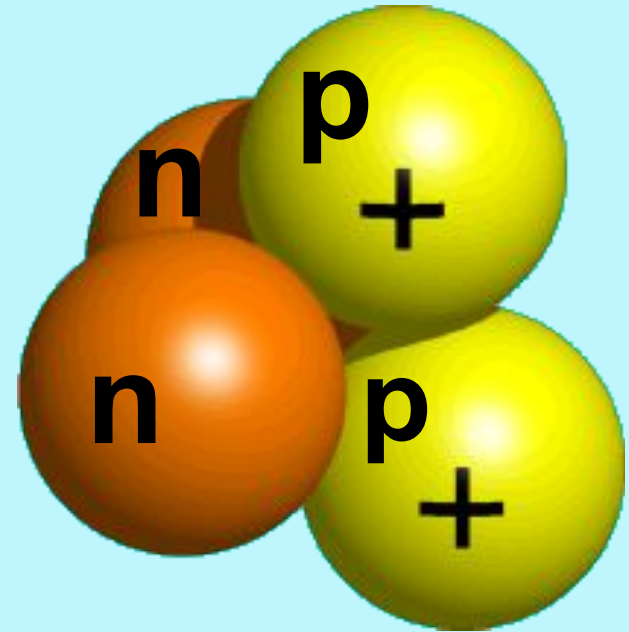
(современное значение:  $5,27 \cdot 10^{17}$  ед. СГСЭ/г )

Он показал, что катодные лучи представляют собой поток более лёгких, чем атомы, частиц и не зависят от состава газа. Эти частицы были названы **электронами**. Открытие электрона и установление того факта, что **все атомы содержат электроны**, явилось важной информацией о внутреннем строении атома.

# $\alpha$ -частицы

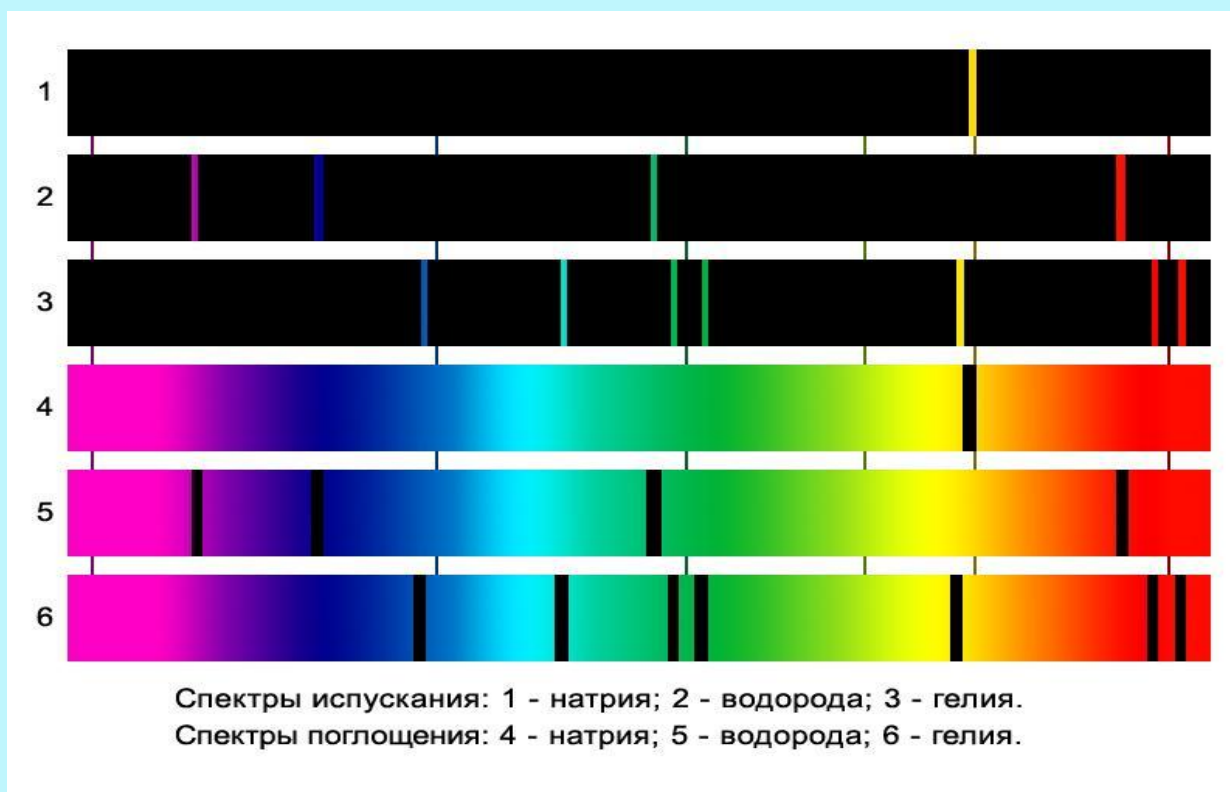
В настоящее время известно, что  $\alpha$ -частица – это объект, образованный из двух протонов и двух нейтронов (то есть ядро атома  ${}^4\text{He}$ ). **Характерные размеры  $\alpha$ -частиц  $\sim 10^{-13}$  см.**

Еще Э.Резерфорд в 1910-х годах установил, что **размеры  $\alpha$ -частиц много меньше размеров атомов ( $\sim 10^{-8}$  см).** Именно это свойство позволило использовать данные частицы как точечные «пробники» при изучении распределений массы и заряда в атоме.



# Что было известно об атомах в начале XX века?

- 1) Атомы электрически нейтральны и содержат электроны.
- 2) Атомы имеют линейчатые спектры испускания и поглощения.



- 3) Эмпирическая формула для спектра атома водорода:

$$\nu = R_H (1/m^2 - 1/n^2), \quad \text{где } R_H = 109678,76 \text{ см}^{-1} \text{ - постоянная Ридберга. } 6$$

# Модель атома Томсона

Модель предложена Дж. Дж. Томсоном в 1903 г.

Атом – равномерно заряженный по объему шар радиусом  $R \sim 10^{-8} \text{ см}$ , внутри которого движутся электроны  $e^-$ .

Найдем уравнение движения  $e^-$  в атоме водорода

$$m_e \ddot{\vec{r}} = -e \vec{E}$$

где  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля, создаваемая электрическим зарядом внутри сферы радиуса  $r$

$$\vec{E} = \frac{e_r}{r^2} \cdot \vec{r}$$

Из отношения подобия:  $\frac{e_r}{e} = \left(\frac{r}{R}\right)^3$  Окончательно:

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{e^2}{m_e R^3} \vec{r} = 0$$

Это уравнение колебаний с частотой

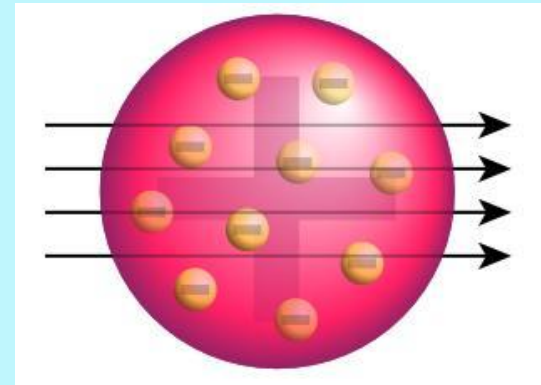
$$\omega = \sqrt{\frac{e^2}{m_e R^3}} \sim 10^{-6} \frac{1}{\text{с}}$$

– область ультрафиолетового спектра

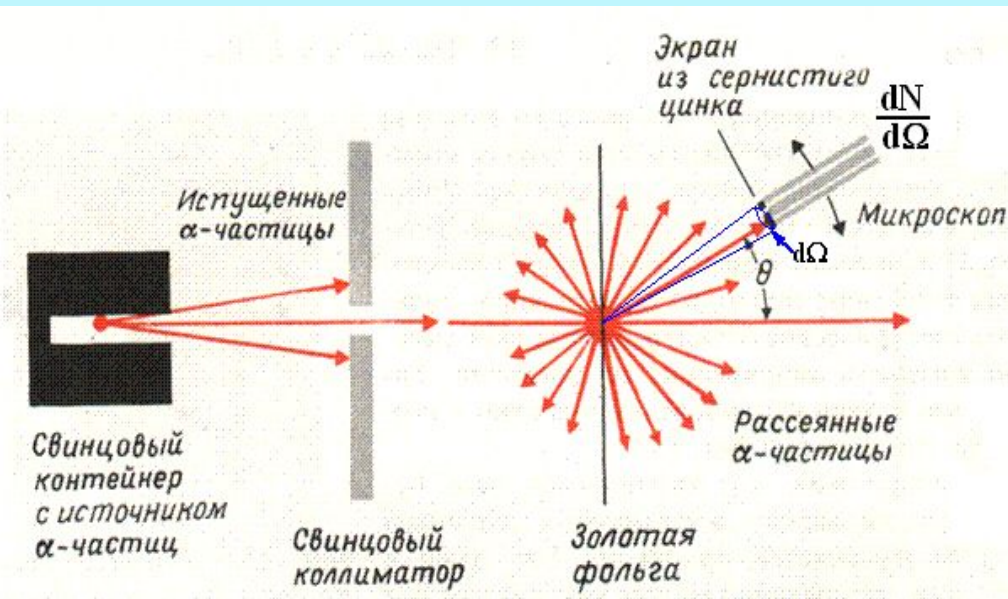
Можно учесть затухание, возникающее из-за излучения ускоренного заряда

**Note:** Многоэлектронный атом по Томсону – “рыхлый” объект, который легко пробивается насквозь тяжелыми компактными объектами, такими, как  $\alpha$ -частицы. Например, для  $\alpha$ -частицы с энергией  $E_\alpha \sim 5 \text{ ГэВ}$  максимальный угол отклонения на атомах золота составляет:

$$\theta_{\text{Au}} = \frac{2Z_{\text{Au}} e^2}{R E_\alpha} \sim 10^{-4} \text{ рад}$$



# Сечение рассеяния



**Сечение рассеяния:** это физическая величина, характеризующая вероятность перехода системы двух взаимодействующих частиц в определенное конечное состояние.

Эффективное поперечное сечение определяется как отношение числа взаимодействий  $dN$  с заданными параметрами в единицу времени к плотности потока частиц  $j$ , падающих на мишень:

$$\frac{dN(\theta, \varphi)}{d\Omega} = j \times V \times \rho \times \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Число частиц в секунду в элементе телесного угла  $d\Omega$

$$\frac{1}{t}$$

Плотность потока налетающих частиц

$$\frac{1}{tl^2}$$

Объем мишени

$$l^3$$

Плотность рассеивающих центров мишени

$$\frac{1}{l^3}$$

**Дифференциальное сечение рассеяния**

Должно быть  $l^2$

Внесистемная единица измерения сечения: **1 барн =  $10^{-24}$  см<sup>2</sup>**.

Название: артефакт режима секретности при создании американской атомной бомбы.

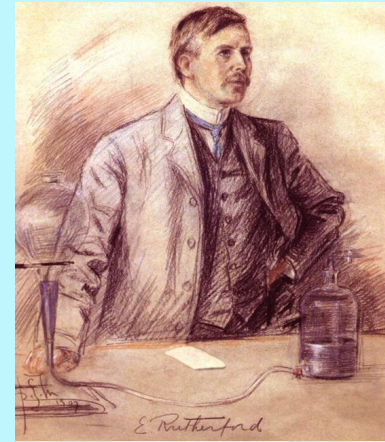


# Барн – этимология названия



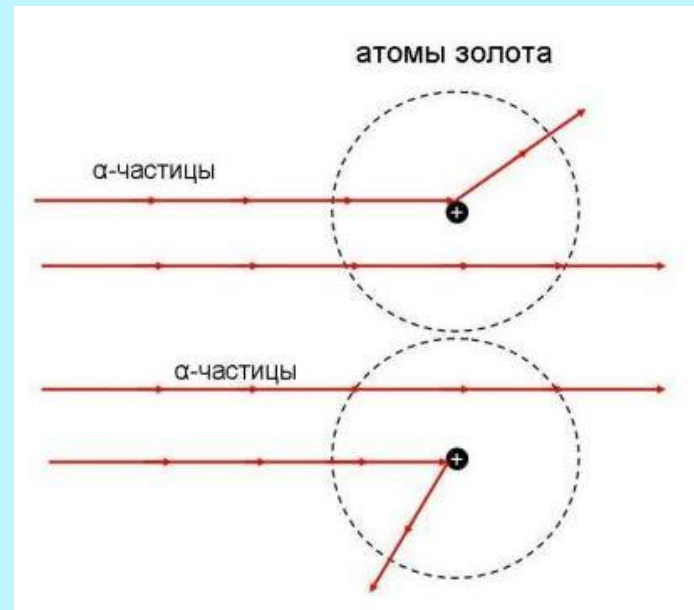
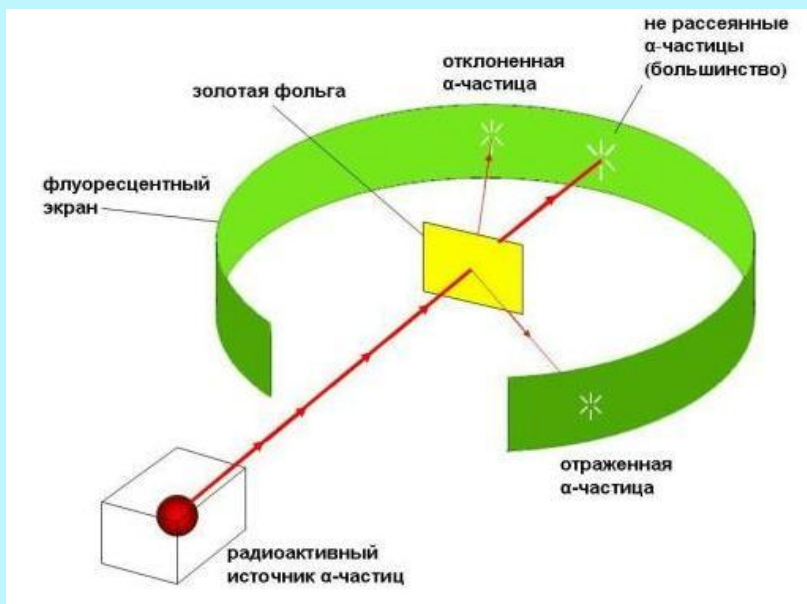
Название «барн» происходит от английского слова «*barn*» — **амбар**. Для большинства ядерных процессов эффективное сечение  $10^{-24}$  см<sup>2</sup> кажется «*as big as barn door*» («здоровым, как ворота у амбара» – американский сленг).

# Опыт Э. Резерфорда



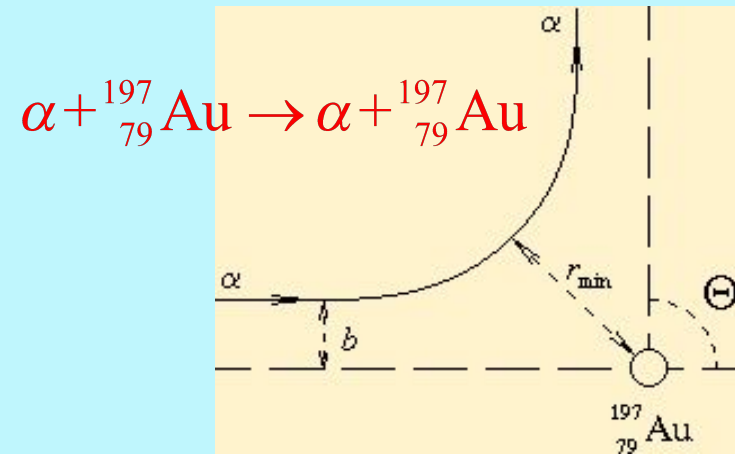
Эрнест Резерфорд  
(Ernest Rutherford)  
(1871-1937 гг.)

Прямые экспериментальные исследования строения атома были выполнены в 1911 году Хансом Гейгером и Эрнстом Марсденом в лаборатории Э. Резерфорда. Изучалось рассеяние  $\alpha$ -частиц при прохождении через тонкие фольги тяжелых металлов (золото, серебро и т.д.). Эксперименты показали, что большая часть  $\alpha$ -частиц рассеиваются на угол  $\sim 1^\circ - 3^\circ$ . Но примерно 1 из 8000  $\alpha$ -частиц отклонялась на угол  $>90^\circ$ . Были зарегистрированы углы отклонения до  $150^\circ$ . Такое абсолютно не возможно в теории атома Дж. Дж. Томсона.



В 1911г. Э.Резерфорд предложил **планетарную модель атома.**

# Планетарная модель атома



Дифференциальное сечение упругого рассеяния нерелятивистской заряженной  $\alpha$ -частицы в кулоновском поле точечного ядра-мишени описывается формулой Резерфорда:

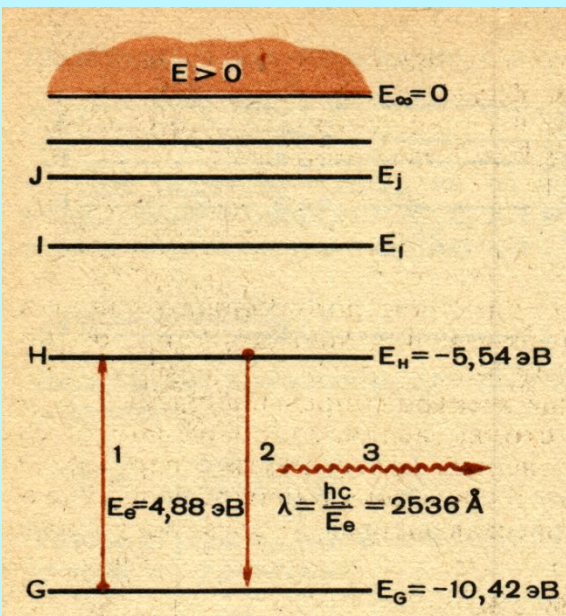
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \theta/2},$$

$Z_1$  и  $Z_2$  — заряды налетающей частицы и ядра-мишени,  
 $e$  — элементарный заряд,  
 $T$  — кинетическая энергия налетающей частицы,  
 $\theta$  — угол рассеяния.

Угловое распределение  $\alpha$ -частиц, рассеянных на золоте, свидетельствовало о том, что положительный заряд атома сосредоточен в пространственной области размером  $\sim 10^{-12}$  см. Это явилось основанием для планетарной модели атома Резерфорда, согласно которой атом состоит из тяжелого положительно заряженного **атомного ядра** с радиусом  $10^{-12}$  -  $10^{-13}$  см и вращающихся вокруг него отрицательно заряженных электронов.

Размер атома определяется размерами его **электронной оболочки** и составляет  $\sim 10^{-8}$  см. Несмотря на то, что атомное ядро занимает лишь небольшую часть объема атома, в нем сосредоточено 99,98% его массы

# Опыт Франка-Герца



В 1913 г. Франк и Герц поставили эксперимент, в котором наблюдалась дискретная структура атомных уровней. Энергии связи внешних электронов в тяжелых атомах составляют несколько эВ. На рисунке показаны уровни энергии валентных электронов атома ртути. Энергия электронов основного состояния  $E_0 = -10,42$  эВ. Энергия первого возбужденного состояния  $E_h = -5,54$  эВ. Энергия перехода между этими состояниями

$$E = E_h - E_0 = -5,54 - (-10,42) \text{ эВ} = 4,88 \text{ эВ}$$

Если энергия пучка медленных электронов, проходящего через пары ртути, меньше 4,88 эВ, то столкновения электронов пучка с атомами ртути будут упругими, т.е. без передачи энергии. Если энергия пучка электронов превышает 4,88 эВ, то происходят неупругие столкновения с передачей части энергии электрону атома ртути, сопровождающиеся переходами электронов атома ртути в первое возбужденное состояние. Поэтому в зависимости анодного тока от ускоряющего потенциала будут наблюдаться характерные максимумы и минимумы, соответствующие дискретным уровням

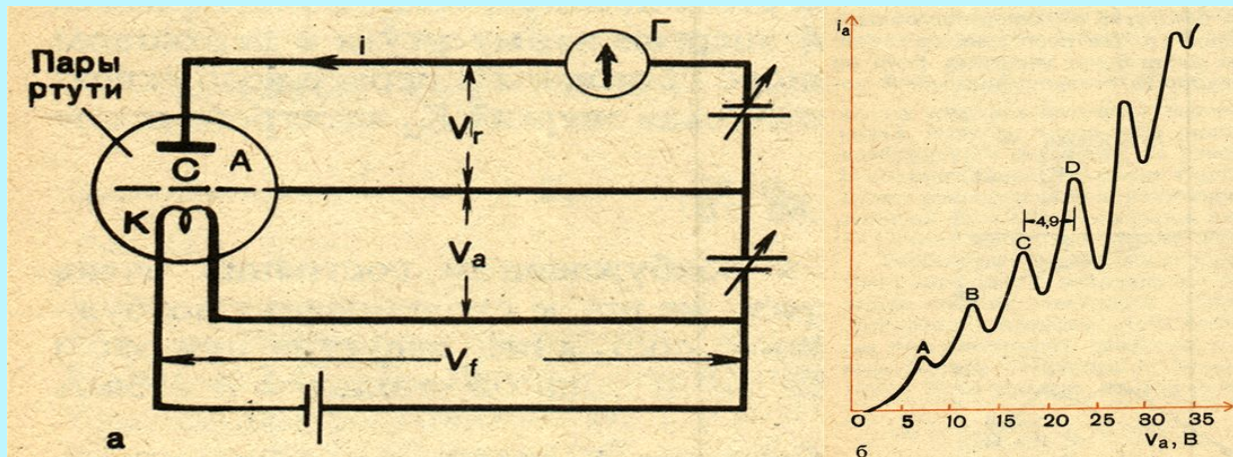
# Опыт Франка-Герца



**James Franck**  
(1882-1964)



**Gustav Hertz**  
(1887-1975)



**Нобелевская премия по физике**

**1925 г. – Дж. Франк и Г. Герц**

**За открытие законов столкновения электрона с атомом.**

# Противоречия между планетарной моделью и опытами Франка-Герца

Из модели Э.Резерфорда следует, что электрон вращается вокруг ядра с некоторым центробежным ускорением. Любое заряженное тело, которое движется с ускорением, согласно законам электромагнетизма, – **излучает**, то есть **теряет энергию**. Поэтому орбиты электронов в атомах не могут быть дискретными, то есть атомы не могут иметь дискретных уровней. Это противоречит результатам Франка и Герца.

Можно оценить время, за которое электрон упадет на ядро, если к модели Резерфорда применить законы классической электродинамики. Это время составляет

$$t \sim 10^{-11} \text{ сек.}$$

Но мы знаем, что атомы стабильны.

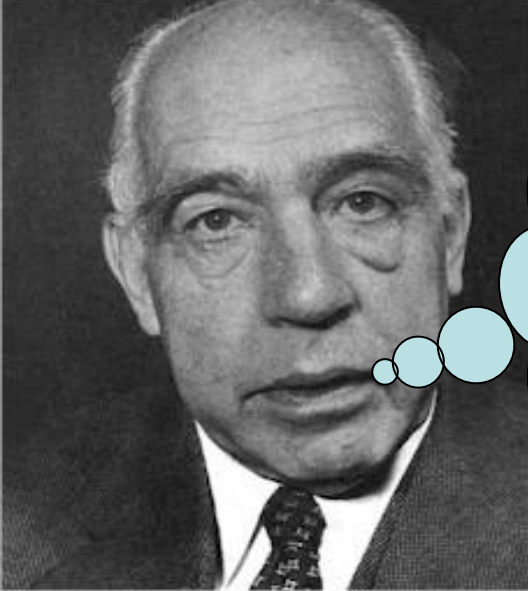
Таким образом, возник целый ряд противоречий между различными экспериментальными данными, которые указывают на то, что **законы классической физики не применимы к атомным масштабам**.

# Постулаты Бора

Модель, предложенная Бором, впервые позволила удовлетворительно объяснить закономерность строения атома, найденные в экспериментах группы Э.Резерфорда и опытах Франка-Герца.

## Постулаты модели Бора

1. Электрон равномерно вращается вокруг атомного ядра по круговой орбите под действием кулоновских сил в соответствии с законами Ньютона.
2. Разрешенными орбитами электрона являются только те, для которых момент импульса электрона равен  $n\hbar$ .
3. При движении электрона по стационарной орбите атом не излучает энергию.
4. При переходе с орбиты с энергии  $E_i$  на другую орбиту с энергией  $E_f$  ( $E_i > E_f$ ) излучается фотон, имеющий энергию .



Niels Henrik David Bohr  
(1885-1962)

Сегодня даже химик знает, что атом Бора это не атом бора, а атом водорода

# Постулаты Бора

Математическое выражение 2-ого постулата Бора:  $m_e v_n r_n = L_n = n\hbar$

где  $n$  – номер орбиты,  $n = 1, 2, 3, \dots$

Математическое выражение 1-ого постулата Бора:

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{Z e^2}{r_n^2}$$

Из последнего выражения легко находим радиус:

$$r_n = \frac{m_e}{7e^2} (v_n r_n)^2 = \frac{\hbar^2}{m_e Z e^2} n^2 = \frac{a_0}{Z} n^2$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \approx 5.2917720859(36) \cdot 10^{-9} \text{ см}$$

– боровский радиус (размер атома водорода в основном состоянии)

Энергия:

$$E_n = \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{Z e^2}{r_n} = -\frac{Z e^2}{2 r_n} = -\frac{m_e e^4}{2 \hbar^2} \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2 \hbar^2} \frac{Z^2}{n^2}$$

Удобно ввести постоянную тонкой структуры:

$$\alpha_{em} = -\frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

тогда

$$E_n = -\frac{m_e c^2}{2} \alpha_{em}^2 \frac{Z^2}{n^2}$$

$$\alpha = 7,297\,352\,569\,8(24) \times 10^{-3} = \frac{1}{137,035\,999\,074(44)}$$



# Уровни энергии атома водорода по Бору

Модель Н.Бора воспроизводит эмпирическое правило для спектров излучения и поглощения атома водорода и воспроизводит постоянную Ридберга:

$$\omega = \frac{m_e e^4}{2\hbar^3} Z^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

**n=2** – серия Бальмера(1885 г.),

**n=1** – серия Лаймана (1906 г.) и

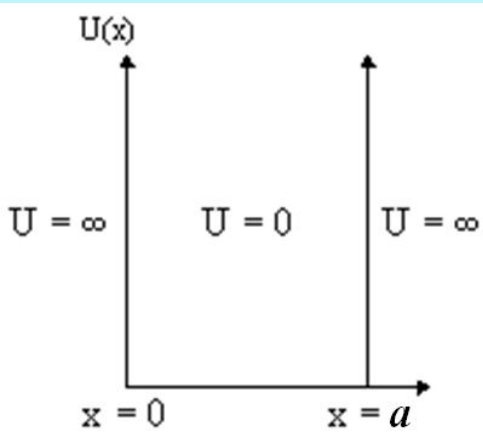
**n=3** – серия Пашена(1908г.)

Теория Бора продемонстрировала **универсальность квантовых законов**: квантовыми свойствами обладает не только свет, но и электроны в атоме .

Отсюда один шаг до волн материи Луи де'Бройля и современной квантовой механики.

# Дальнейшее развитие теории Н.Бора

Учет конечной массы ядра:  $m_e \rightarrow \frac{m_e m_p}{m_e + m_p}$  – приведенная масса



Обобщение второго постулата Бора в виде, пригодном для вычисления энергетических спектров других систем (правило квантования Бора – Зомерфельда):

$$\oint p(x, E) \frac{dx}{2\pi} = n\hbar, \quad n = 1, 2, \dots$$

Например, частица в потенциальной яме шириной  $a$

$$n\hbar = \oint p \frac{dx}{2\pi} = 2a \cdot p_n \cdot \frac{1}{2\pi} \rightarrow p_n = \frac{\pi\hbar}{a} \cdot n$$

замкнутый контур!!!

Тогда:

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left( \frac{\pi\hbar}{a} \cdot n \right)^2$$

Теория Н.Бора принципиально не последовательна, т.к. отрицает классическую физику квантованием орбит, но использует ее для вычисления движения частиц по этим орбитам.

Г. Брегг: «В теории Бора по понедельникам, средам и пятницам надо применять классические законы, а по вторникам, четвергам и субботам - квантовые»

# Возвращение к фотоэффекту

Полуклассическое «объяснение» фотоэффекта (теория У.Ламба и М. Скалли, 1969 г).

Атом – квантовая система с дискретными уровнями энергии + непрерывный спектр свободных электронов.

Свет – классическая монохроматическая волна с частотой  $\omega$ . Классическая волна возбуждает в системе резонанс с энергией  $\varepsilon_{\omega}^{(0)} = \hbar\omega$

Объяснена красная граница фотоэффекта и зависимость энергии электронов от частоты.

Но опыты А.Аспе с сотрудниками эта теория объяснить не может. Так что **квантуются и уровни энергии в веществе, и свет!**

