Формула Ньютона - Лейбніца

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Формула Ньтона - Лейбніца дає правило обчислення визначеного інтеграла: значення визначеного інтеграла на відрізку [a; b] від неперервної функції f (x) дорівнює різниці значень будь-якої її первісної, обчисленої при x = b і x = a.

Різницю в правій частині рівності зазвичай записують так:

$$F(x)\Big|_a^b$$

Тоді формула Ньютона - Лейбніца приймає наступний вигляд:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Ця формула дозволяє обчислювати визначений інтеграл не по визначенню (тобто обчислюючи межу інтегральних сум), а зводиться до задачі знаходження невизначеного інтеграла.

Приклади обчислення

1) $\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x|_0^{\pi/2} = -\cos\frac{\pi}{2} + \cos 0 = 1$;

2) $\int_0^1 \left(6x^2+3\right)dx = \left(2x^3+3x\right)\Big|_0^1 = \left(2\cdot 1^3 + 3\cdot 1\right) - \left(2\cdot 0 + 3\cdot 0\right) = 5$;

3) $\int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln x|_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$;

4) $\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{3+x}} = \int_1^6 (3+x)^{-1/2} dx = 2\sqrt{3+x}\Big|_1^6 = 2\left(\sqrt{9}-\sqrt{2}\right) = 2$;

5) $\int_{-1}^0 e^{-2x} dx = -\frac{1}{2}e^{-2x}\Big|_{-1}^0 = \frac{e^2-1}{2}$.