

*Лекция 6*

# **ФОТОНЫ**

# §§ Введение

Проблему равновесного излучения с классических позиций решить не удастся.

1900, гипотеза Планка

Излучение и поглощение света веществом происходит не непрерывно, а конечными порциями или **квантами**

Для согласия с классической термодинамикой и электродинамикой:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$$

# 1905, гипотеза Эйнштейна

при распространении свет ведет себя подобно совокупности частиц (световых квантов – **ФОТОНОВ**)

**Пример.**  $\lambda = 623$  нм (He-Ne лазер)

Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 3,19 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2 \text{ эВ}$$

Масса фотона в движении:

$$\begin{cases} E = h\nu \\ E = mc^2 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} = 3,55 \cdot 10^{-36} \text{ кг}$$

# Импульс фотона

$$p = m\nu = mc = 1,06 \cdot 10^{-27}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} \quad \text{КГ} \cdot \text{М} / \text{С}$$

При взаимодействии с веществом фотоны могут рассеиваться, испускаться и поглощаться.

Число фотонов не сохраняется, зато должны выполняться законы сохранения импульса и энергии.

# §§ Внешний фотоэффект

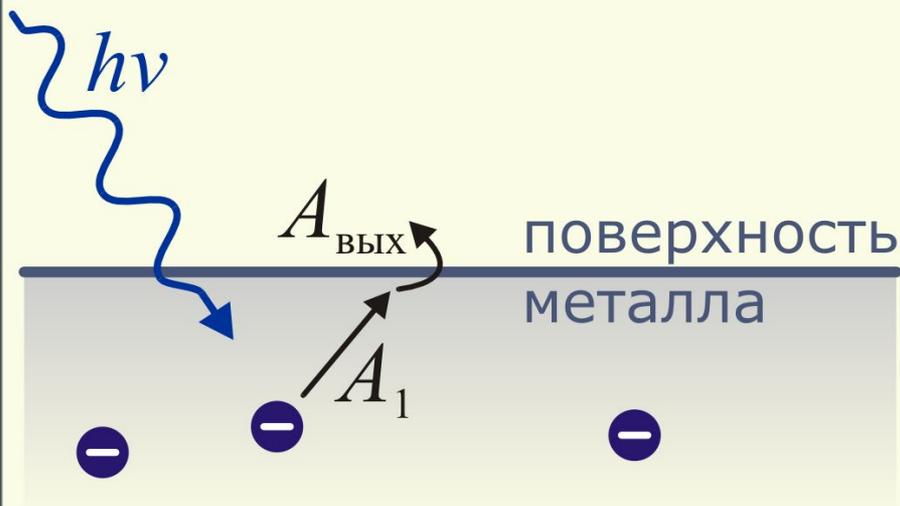
**Фотоэффект** – испускание электронов веществом под действием света.

1905, А.Эйнштейн

Пусть поверхность металла освещается монохроматическим светом с частотой  $\nu$

Один фотон несет энергию  $\varepsilon = h\nu$  и полностью передает ее электрону.

Электрон не может «поглотить» фотон из-за закона сохранения МИ (спина).



$A_1$  – потеря энергии  
в объеме

$A_{\text{ВЫХ}}$  – работа выхода  
электрона  
(1,4–5 эВ)

Закон сохранения энергии

$$h\nu = (A_{\text{ВЫХ}} + A_1) + E_k$$

$A_1 \rightarrow 0$  – электрон вблизи поверхности

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + E_{k \text{ max}}$$

уравнение  
Эйнштейна  
для фотоэффекта

# Существование красной границы:

$$E_{k \max} = 0 \Rightarrow h\nu_{\text{вых}} = A$$

Металл	$\lambda_{\max}'$ , нм
Cs	686
K	560
Na	540
Li	521



п/п	$\lambda_{\max}'$ , нм
Ge	260
Si	258

Hg	273,5
Fe	262
Ag	261
Au	265

УФ

Работа выхода, эВ

Cs 1,81

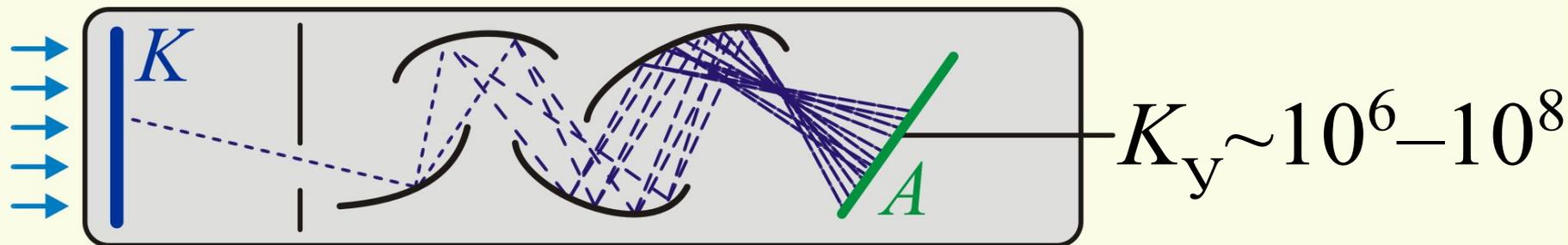
K, Na, Li 2,22–2,38

Hg...Au 4,55–4,75

Для прекращения эмиссии электронов необходимо приложить задерживающую разность потенциалов

$$eU_3 = E_{k \max} = h\nu - A_{\text{ВЫХ}}$$

Приложение **ускоряющей** разности потенциалов используется в **фотоэлектронном умножителе**

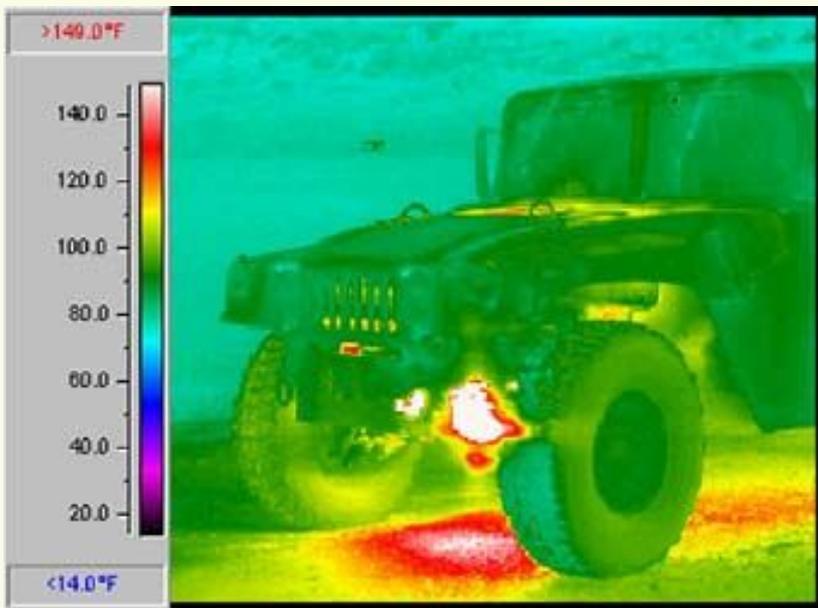
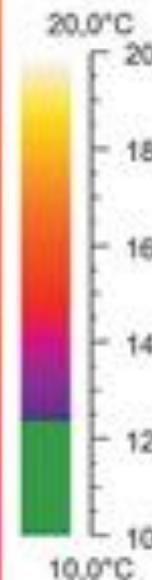
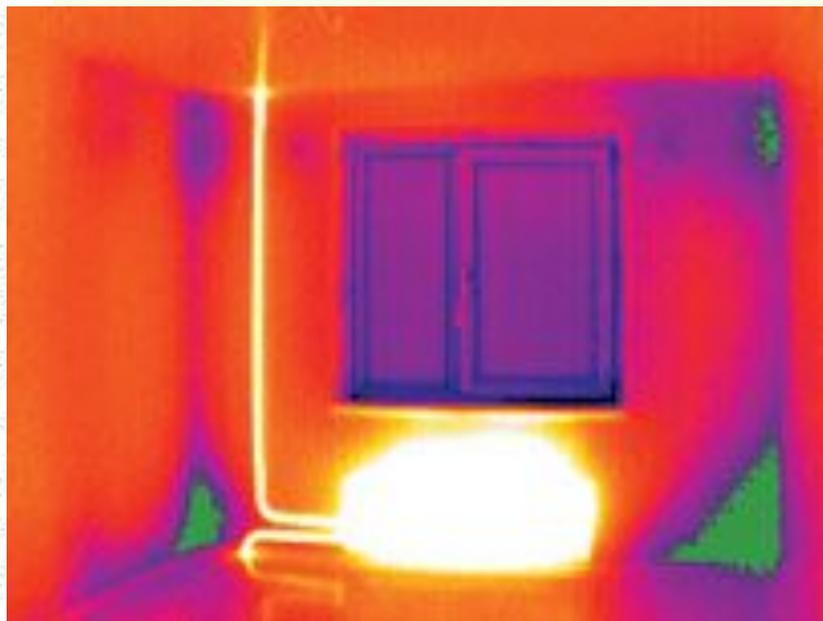
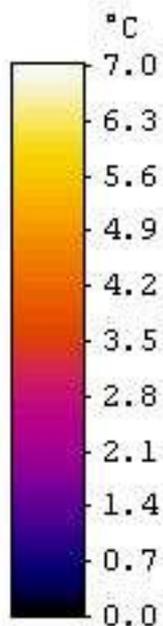


Ускоренные электроны могут вызвать и свечение люминофора (приборы ночного видения, тепловизоры)

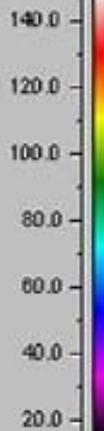
# Применение

- 1) Приёмники и усилители сигналов ЭМВ в электрические сигналы ( $R$ ,  $U$ ,  $I$ )
- 2) Преобразователи ЭМВ ИК и УФ в излучение видимого диапазона





>149.0°F



<14.0°F

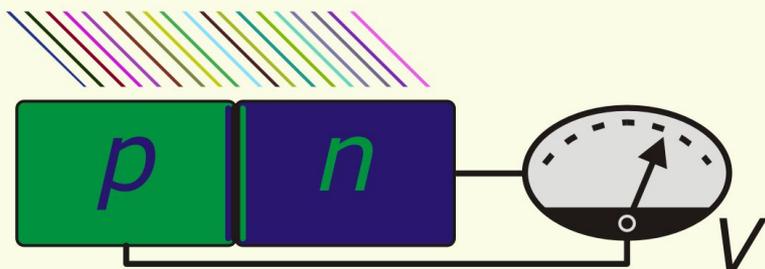
Наблюдение объекта через тепловизор позволяет выявить утечки, слабые места, избежать аварии.

# §§ Внутренний фотоэффект

В диэлектриках и полупроводниках электрон изменяет свою энергию не выходя на поверхность.

У вещества изменяется проводимость (**фоторезисторы**).

В неоднородных полупроводниках также наблюдается **фотогальванический эффект** – образование разности потенциалов под действием света.



Фотоэлементы (солнечные батареи) в настоящее время используют как источники электроэнергии

1) основа – кремний (Si)

2) КПД от 10 до 20%

3) Фото-ЭДС: 1–2 В

4) Фототок:  $\sim 0,01$  А  
с площади в  $1 \text{ см}^2$   
(сотни ватт с  $1 \text{ м}^2$ )





Фотоэффект применяют  
в науке (измерения)

в технике:

связь

контроль и управление

организация электропитания

усилители и преобразователи



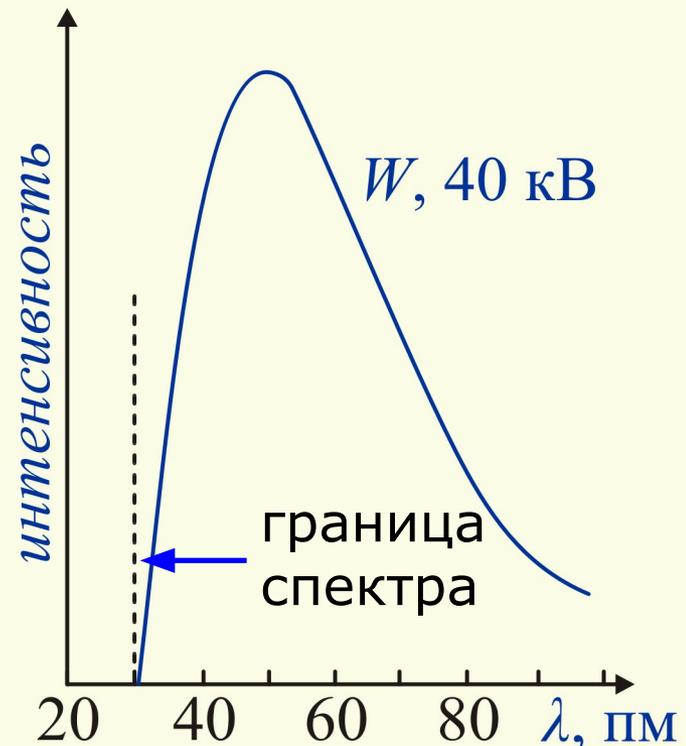
# §§ Рентгеновская трубка

Пусть электрон ускорится разностью потенциалов  $U$ , тогда его энергия

$$E_{k \max} = eU$$

при попадании в металл его энергия уменьшается до нуля, при этом возникает излучение с макс. частотой

$$eU = h\nu_{\max} = h \frac{c}{\lambda_{\min}}$$



# §§ Эффект Комптона

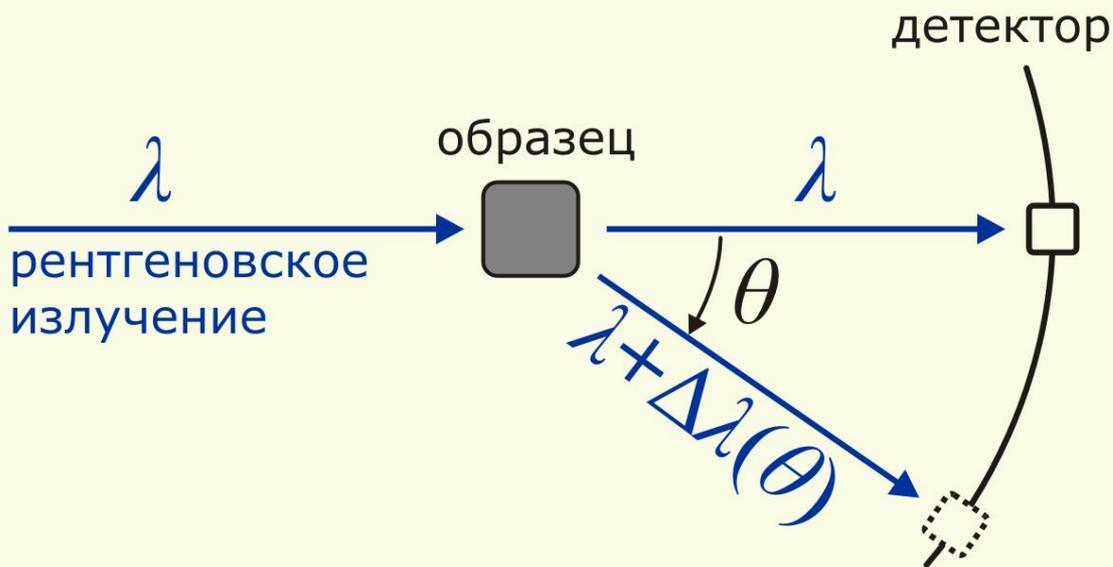
1922–23 г., Артур Комптон  
исследовал рассеяние рентгеновского  
излучения на телах, состоящих из  
легких атомов (графит, парафин).

Оказалось, что в рассеянном излучении  
содержится две линии:  $\lambda$  и  $\lambda + \Delta\lambda$

Смещение

$$\Delta\lambda \sim \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad \text{и не зависит от состава}$$

тела и длины волны  $\lambda$



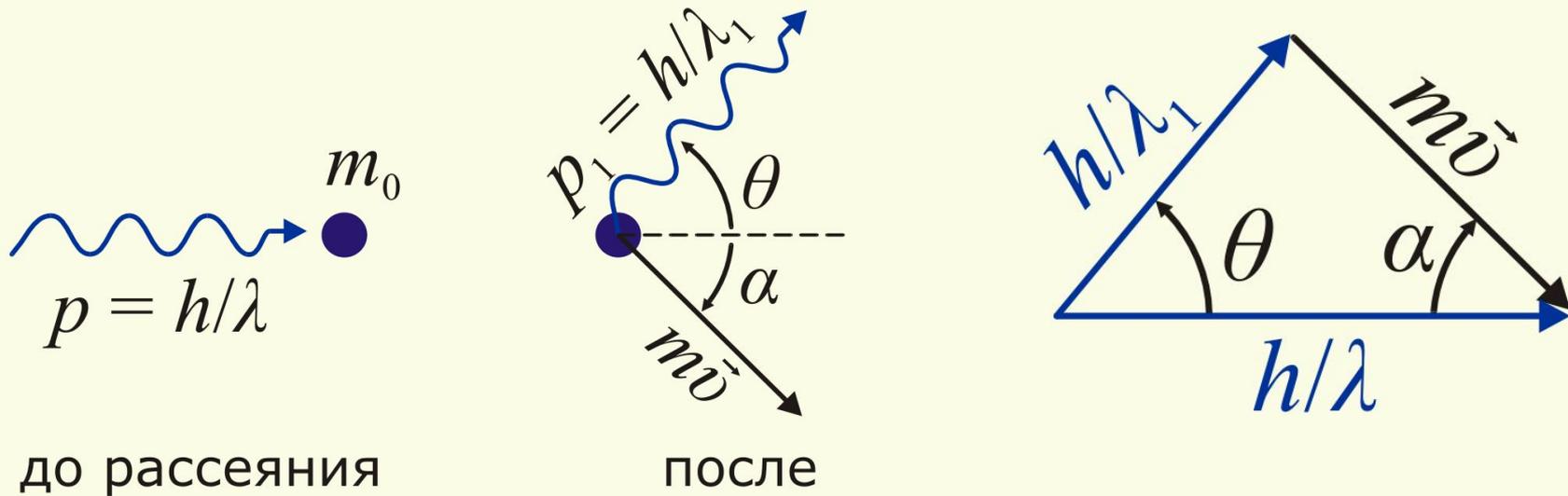
Рассмотрим эффект с квантовых позиций, как процесс **упругого** рассеяния фотона частицей (например, электроном)

Пусть  $m_0$  – масса покоя частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad - \text{масса движения}$$

$\lambda$  – длина волны до рассеяния

$\lambda_1$  – длина волны после рассеяния



Закон сохр. импульса (т.косинусов)

$$m^2 v^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda_1^2} - 2 \frac{h}{\lambda} \frac{h}{\lambda_1} \cos \theta \quad (1)$$

## Закон сохранения энергии

$$\frac{hc}{\lambda} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda_1} + m c^2 \quad (2)$$

или  $(m - m_0)c^2 = \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda_1} \right) c$

Возведем в квадрат:

$$(m^2 - 2mm_0 + m_0^2)c^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda_1^2} - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}$$

Вычтем: (1)–(2)

$$\underbrace{m^2(v^2 - c^2)}_{-m_0^2 c^2} + 2mm_0c^2 - m_0^2c^2 = 2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}(1 - \cos\theta)$$

$$2m_0(mc^2 - m_0c^2) = 2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_1} = hc\frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1\lambda}$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_1 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

Если рассеяние происходит на электроне

$$\frac{h}{m_e c} = \lambda_C = \lambda$$

– комптоновская длина волны электрона

Рассеяние происходит на случайный угол.

Если электрон не оторвется от атома, то смещения по длине волны **не будет.**

Иногда наблюдается и обратный эффект Комптона – уменьшение длины волны у рассеянного излучения.

# §§ Гипотеза Де Бройля

В оптических явлениях наблюдается дуализм.

1924, Луи Де Бройль (*Louis De Broglie*)

гипотеза о всеобщем характере корпускулярно-волнового дуализма

Это универсальное свойство природы – всем микрообъектам присущи **одновременно** и корпускулярные и волновые свойства

Энергия фотона:  $E = h\nu = \hbar\omega$

Импульс фотона:  $P = mc = E/c = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$

Если двигается частица массой  $m$  со скоростью  $v$ , то с частицей можно ассоциировать волну с длиной

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{hc}{E}$$

– **длина волны**  
**Де Бройля**

**Пример:**

электрон, ускоренный разностью потенциалов в 12 кВ

$$E = 12 \text{ кэВ} = 1,92 \cdot 10^{-15}$$

$$\lambda = 10^{-10} \text{ м}$$

Дифракция микрочастиц (электронов, атомов и молекул) наблюдается аналогично дифракции рентгеновского излучения

Для того, чтобы интерпретировать явления интерференции и дифракции микрочастиц принимают, что

**Интенсивность** сопоставляемой волны пропорциональна вероятности обнаружения частицы в этой точке

# Соотношение неопределённостей

В классической механике у каждой частицы были свои координаты

$$r = \{x, y, z\}$$

и импульс

$$p = \{p_x, p_y, p_z\}$$

в каждый момент времени.

Из формулы де Бройля  $\lambda = \frac{h}{p}$

следует **принцип неопределенности**

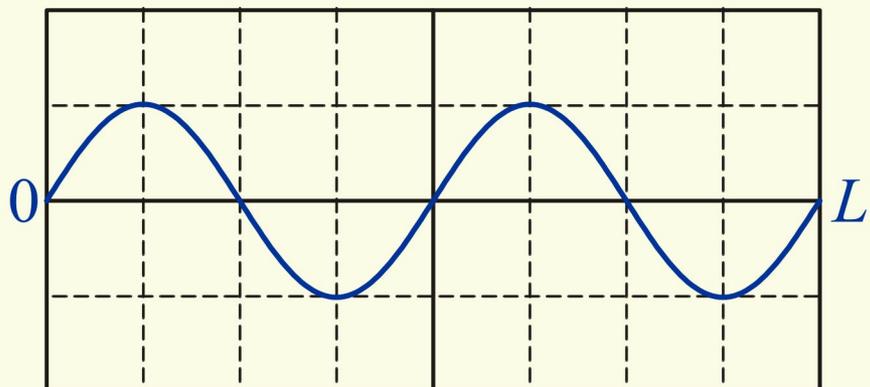
Пусть импульс частицы  $p$  нам известен точно ( $\Delta p = 0$ ), тогда волна, ассоциированная с частицей – строго **монохроматическая**

Это бесконечная  $\sin$  волна, занимающая **все пространство** ( $\Delta x = \infty$ )

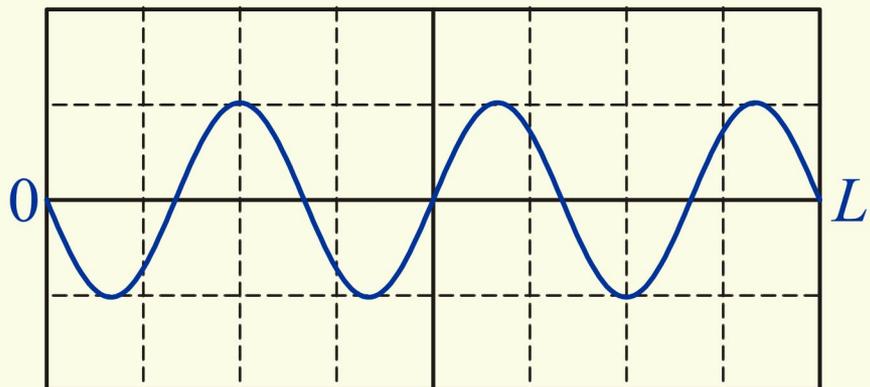
Пусть частица локализована в области пространства  $\Delta x = L$ .

Тогда ей соответствует **волновой пакет** (набор волн, импульсов), т.е.  $\Delta p \neq 0$

# Рассмотрим сумму двух волн

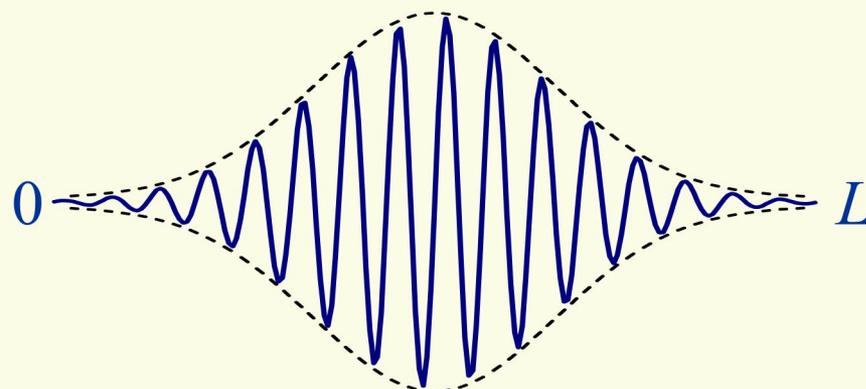
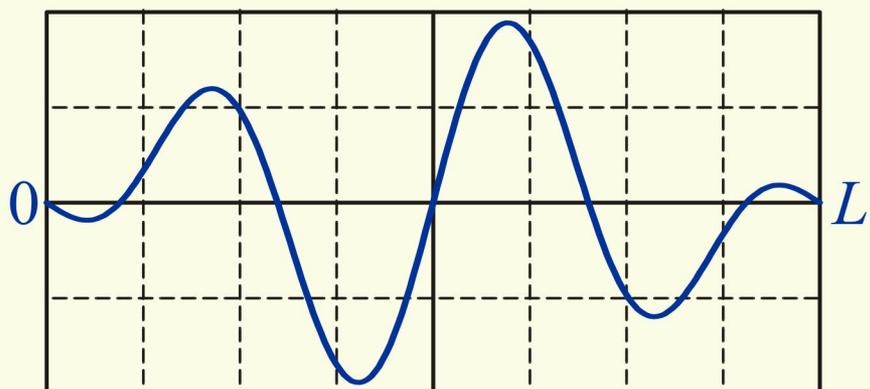


$$L = 2\lambda$$



$$L = 3\lambda$$

Для многих гармоник



Пусть

$$\frac{L}{\lambda_1} = N \quad \text{и} \quad \frac{L}{\lambda_2} = N + 1$$

тогда

$$L \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 1 \quad \text{или} \quad \Delta x \left( \frac{p_2}{h} - \frac{p_1}{h} \right) = 1$$

$$\Delta x \cdot \Delta p = h$$

$\Delta x$  – неопределенность  
координаты

$\Delta p$  – неопределенность  
импульса

Более строгое выражение называется **соотношением неопределенностей Гейзенберга**

$$\langle \Delta x^2 \rangle \langle \Delta p^2 \rangle \geq \frac{h^2}{4}$$

Это означает, что в квантовой механике нет (не применимо) понятие траектории частицы

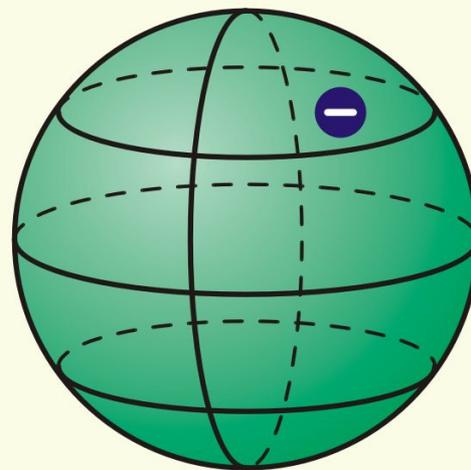
Можно говорить лишь **о вероятности** нахождения частицы в данной области пространства.

# §§ Модель атома Резерфорда

1897, Томсон, открытие электрона

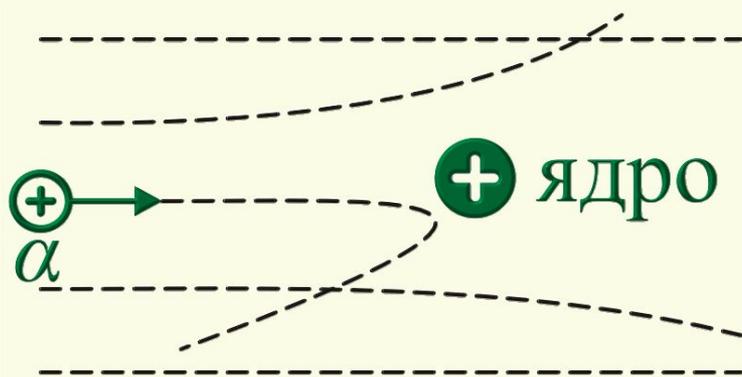
## Модель Томсона:

атом – однородно заряженный шар, внутри которого движется электрон



образец  
(фольга)

## Опыты Резерфорда



# Ядерная модель атома

- 1) Атом – система зарядов, в центре которой располагается тяжелое положительно заряженное ядро

$$Q = Z|e| \quad d_{\text{я}} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ м}$$

- 2) вокруг ядра –  $Z$  электронов

$$d_{\text{А}} \sim 10^{-10} \text{ м} \quad (\text{несколько } \text{\AA})$$

Трудности:

- 1) Система зарядов либо непрерывно излучает энергию, либо неустойчива
- 2) Линейчатый спектр
- 3) Тождественность атомов

# §§ Теория Бора

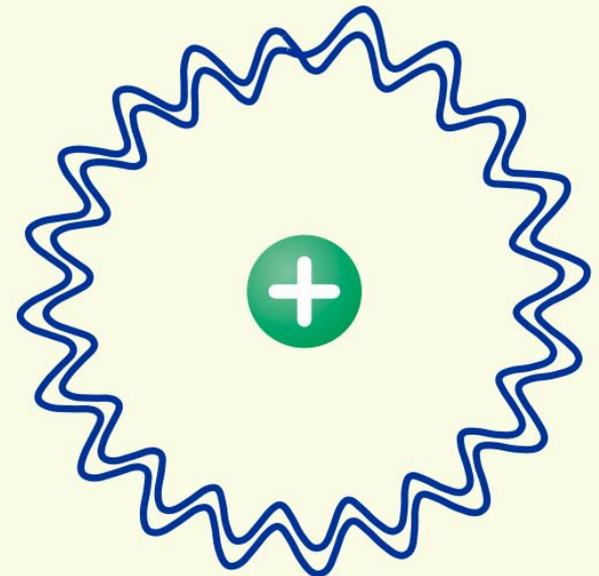
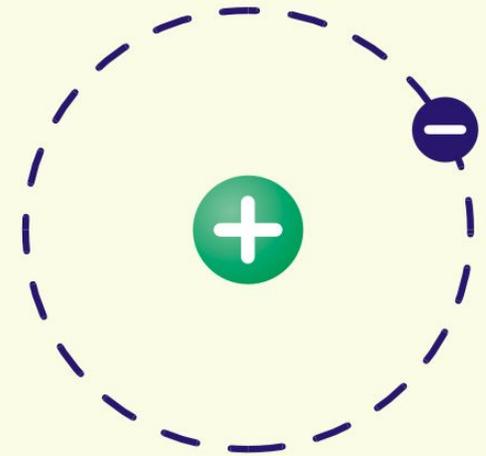
Пусть электрон двигается по круговой орбите

$r$  – радиус орбиты

$v$  – скорость электрона

С электроном свяжем волну Де Бройля:

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mv}$$



Пусть на длине окружности укладывается целое число длин волн (условие max):

$$2\pi r = 2n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

т.е. момент импульса электрона на орбите принимает только дискретные значения (т.е. «квантуется»):

$$mvr = n\hbar$$

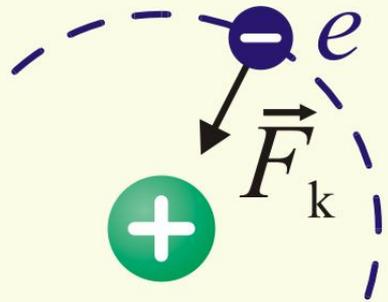
$n = 1, 2, 3, \dots$  – **главное квантовое число**

Заряд ядра атома:  $Q = Z|e|$

$Z$  – порядковый номер элемента

$e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд электрона

Сила, действующая на электрон



$$F_k = k \frac{Ze^2}{r^2}, \quad k = 9 \cdot 10^{-9} \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{Кл}^2$$

по II-му закону Ньютона

$$k \frac{Ze^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Получаем систему

$$\begin{cases} mvr = n\hbar \\ mv^2 r = kZe^2 \end{cases}$$

ее решение

$$v = \frac{kZe^2}{n\hbar} \quad - \text{ скорость электрона}$$

$$r = \frac{n\hbar}{mv} = \frac{n^2\hbar^2}{mkZe^2} \quad - \text{ радиус орбиты}$$

Каждому значению главного квантового числа  $n$  соответствует своя круговая орбита и скорость электрона  $v_n$  на ней:

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
$r_n, \text{Å}$	0,53	2,12	4,77	8,49
$v_n, 10^6 \text{ м/с}$	2,2	1,1	0,73	0,55

Энергия электрона (дискретный спектр):

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} - k \frac{Ze^2}{r} = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

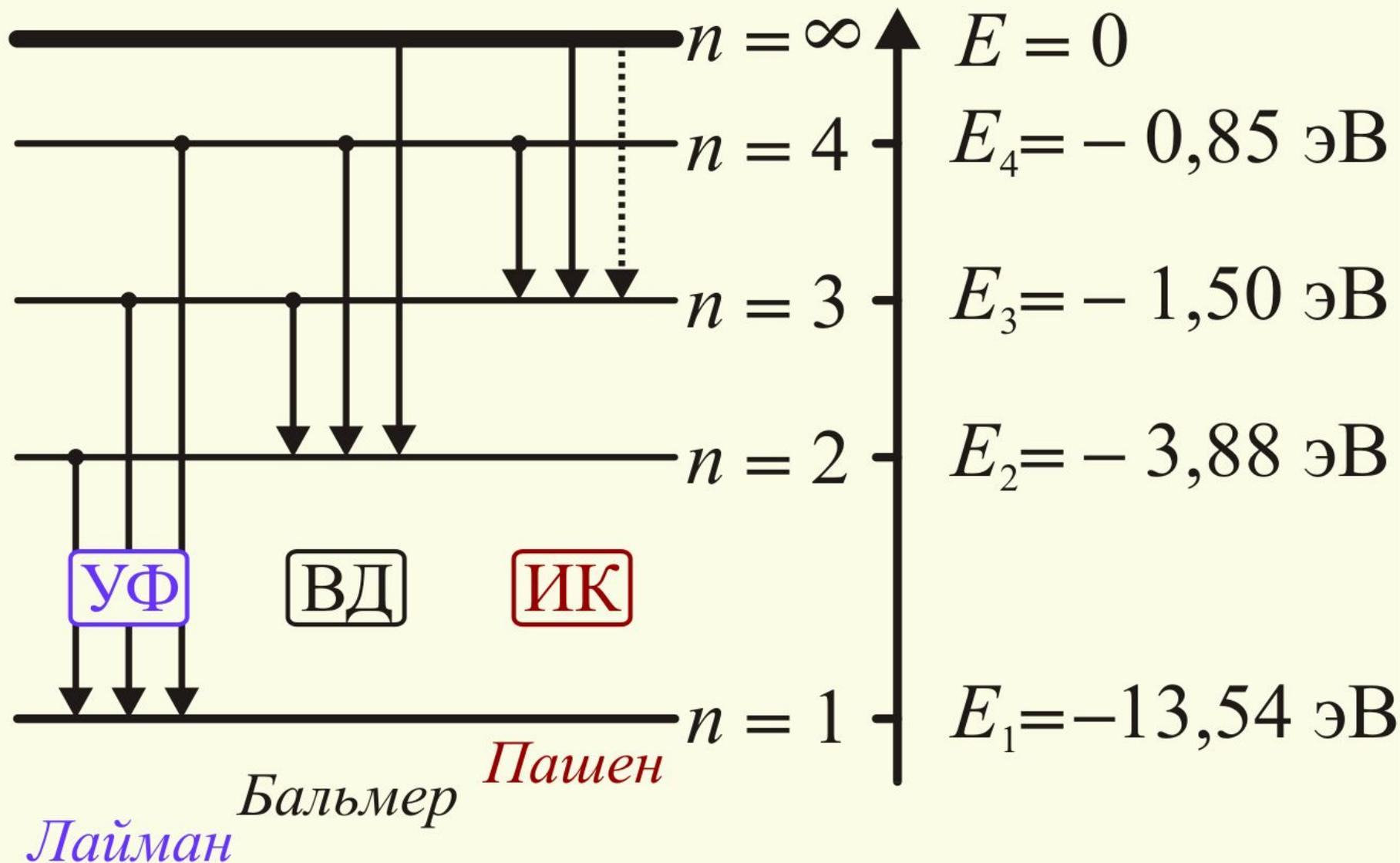
При переходе атома ( $Z = 1$ ) из состояния с главным квантовым числом  $n$  в состояние с  $m$  испускается или поглощается квант с энергией:

$$\hbar\omega = E_m - E_n = -\frac{m_e k^2 e^4}{2\hbar^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$13,54 \text{ эВ} = 2,2 \cdot 10^{-18}$$

$$\omega = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad R = 2,06 \cdot 10^{16} \frac{\text{Дж}}{\text{рад} \cdot \text{с}}$$

# Уровни энергии в атоме водорода



Теория Бора для атома водорода (а также  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{++}$ ,  $\text{Be}^{+++}$ , ...) позволила объяснить сложное строение спектра излучения с высокой точностью.

Уточнение теории – учет поправок, связанных с движением электрона и ядра относительно общего центра масс.

Недостатки:

- 1) она не квантовая и не классическая
- 2) нельзя построить теорию атома гелия