

# Геоэлектрика

---

## Лекция 7.

# 7.1 Электрические явления и свойства горных пород

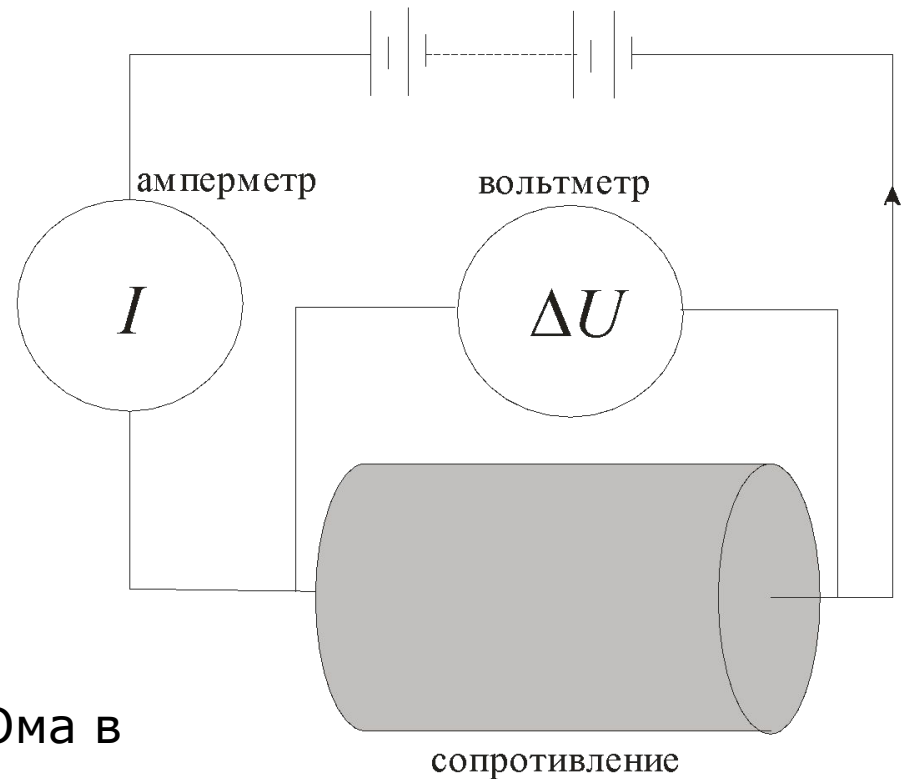
---

- Электропроводность
  - Электромагнитная индукция
  - Ёмкость
  - Вызванная поляризация
  - Естественная поляризация
-

# 7.1.1 Электропроводность

---

$$\Delta U = R \cdot I$$



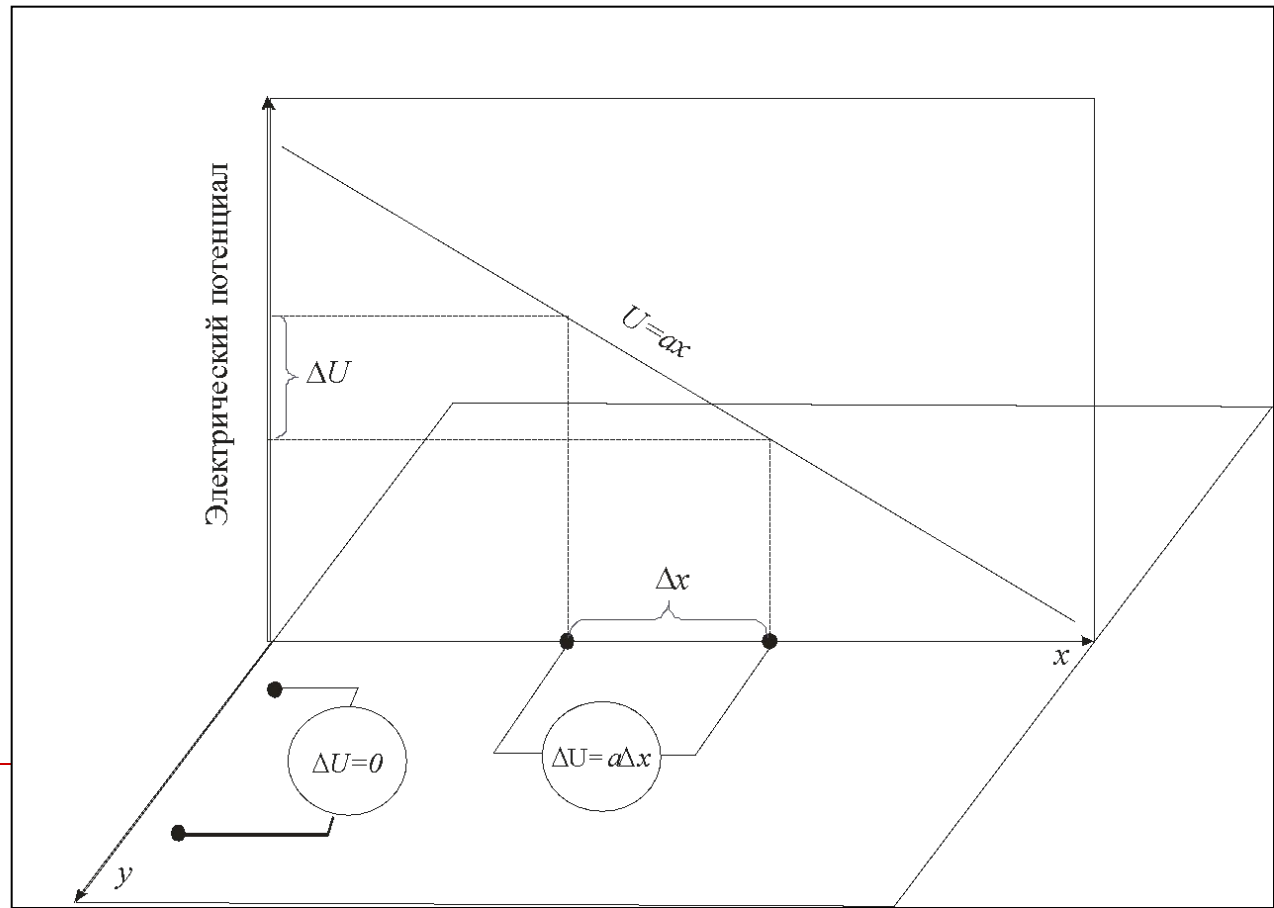
Удобно ли использовать закон Ома в таком виде?

---

# Напряженность электрического поля

$$\mathbf{E} = -\text{grad}U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\mathbf{k}\right)$$

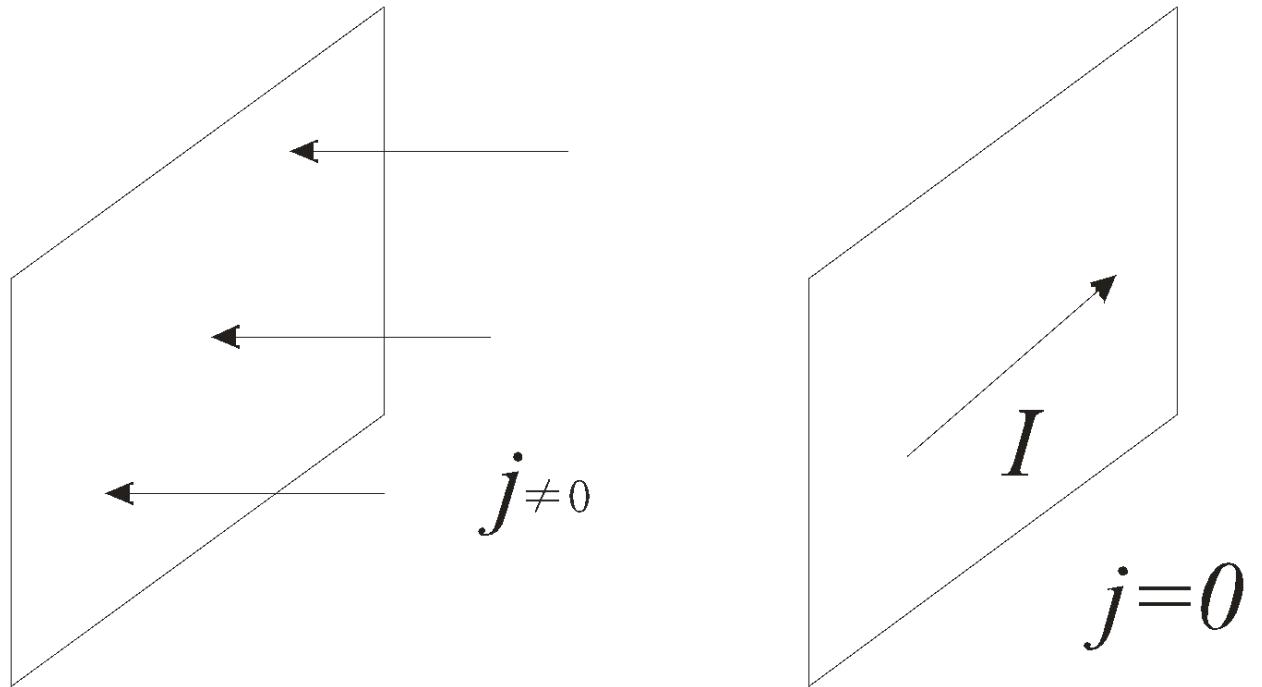
$$\frac{\partial U}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta x}$$



# Плотность тока

---

$$\mathbf{j} = \frac{I}{s} \mathbf{n}$$



# Закон Ома в дифференциальной форме

---

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}$$

$$\rho = R \frac{S}{l}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

Сравните

Удельное сопротивление

Электропроводность

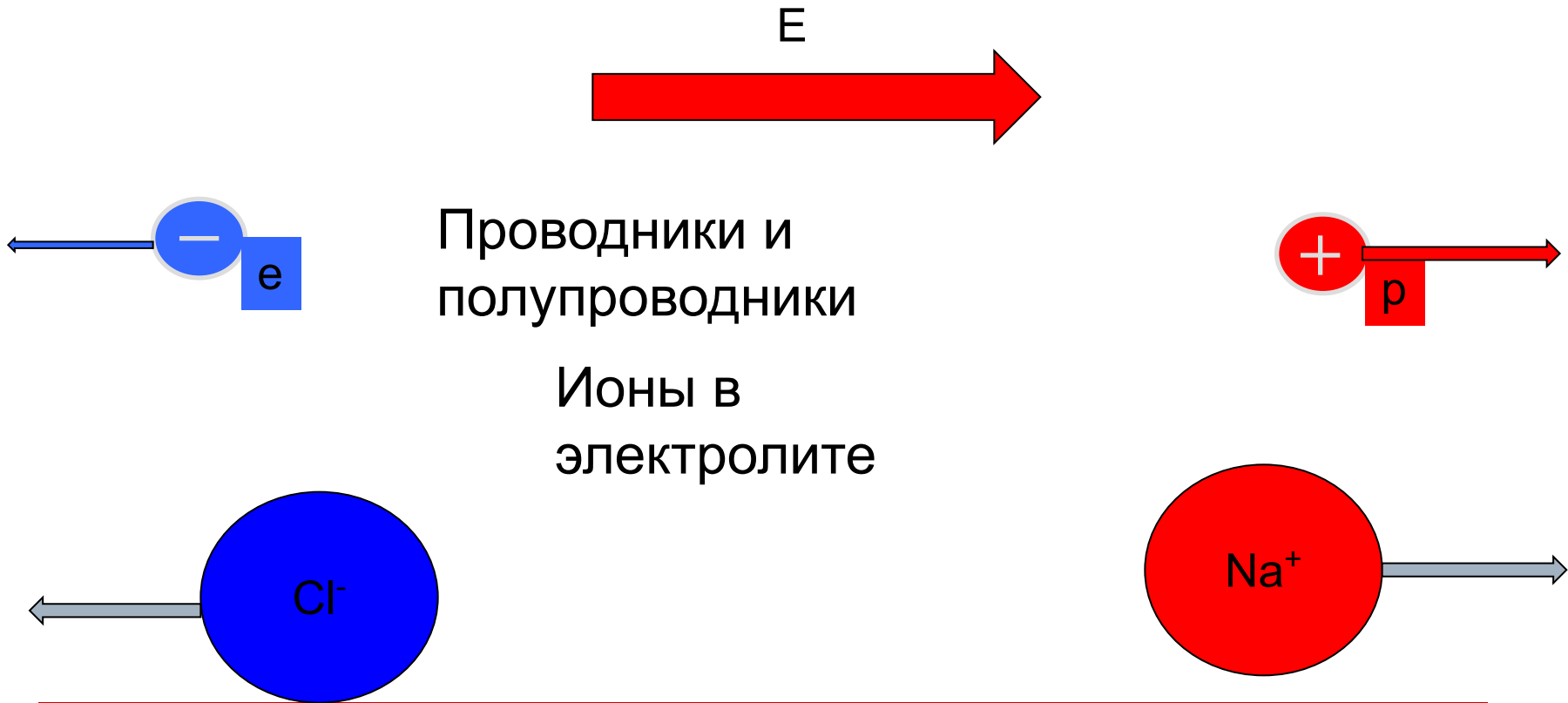
Альтернативная форма записи

$$\Delta U = R \cdot I$$

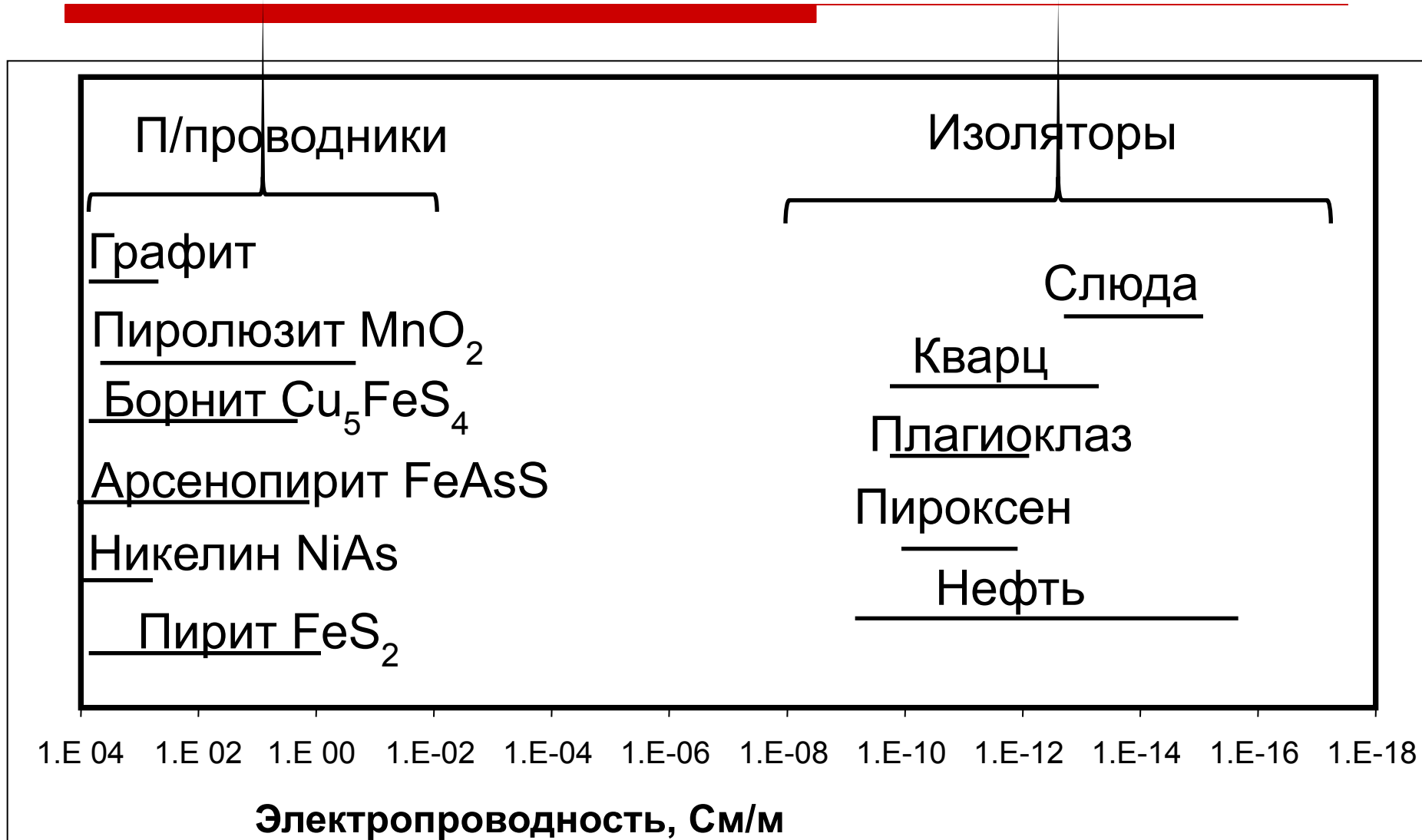
Закон Ома отражает линейную связь плотности тока и напряженности электрического поля. Коэффициент пропорциональности – электропроводность – зависит от концентрации свободных (подвижных) носителей заряда.

# Механизм электропроводности

---



# Удельное электрическое сопротивление минералов и других гео-материалов





# Электропроводность электролитов

---

$$\sigma_0 = z\Phi\beta C$$

где

$C$ - концентрация ионов в растворе,

$\beta$ - их подвижность, т.е. скорость движения ионов в единичном электрическом поле,

$z$  – валентность ионов,

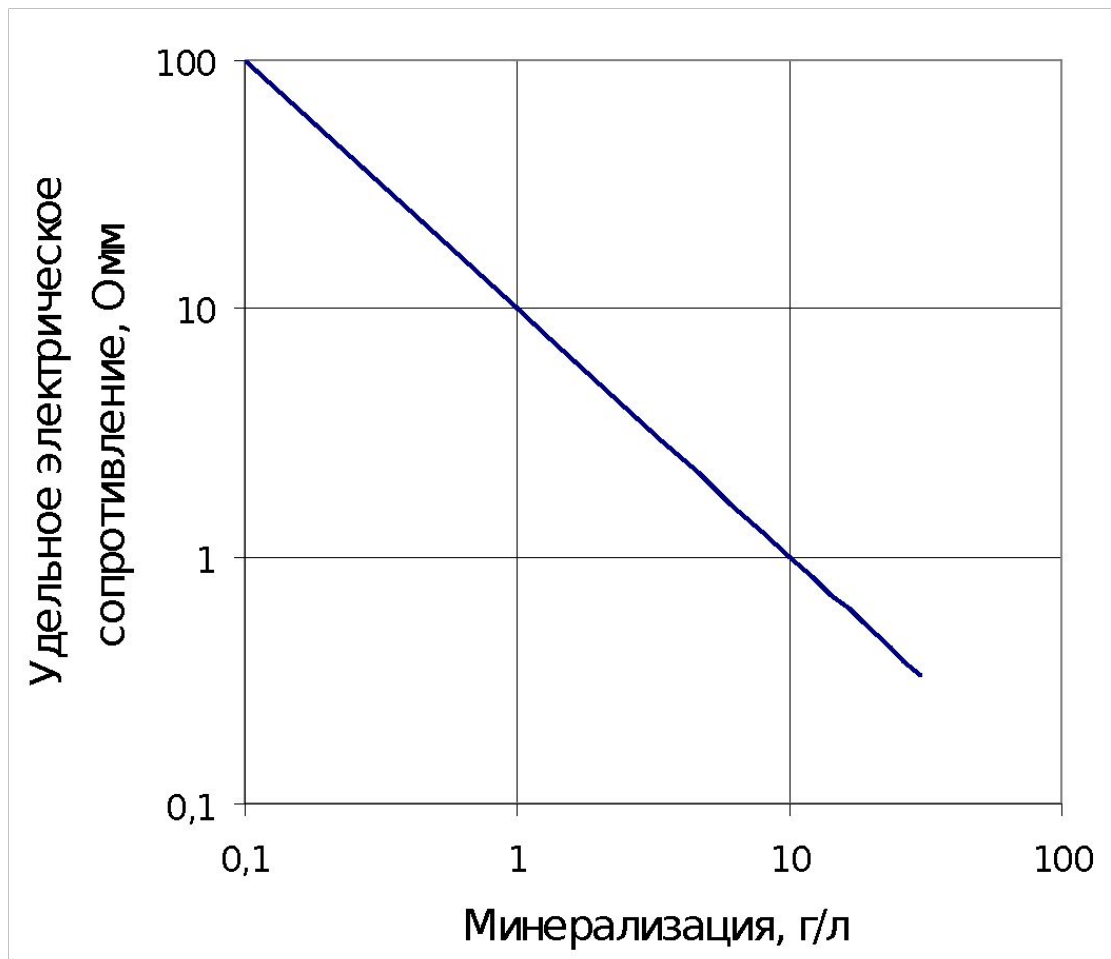
$\Phi$  – постоянная Фарадея ( $\Phi=96458$  Кл/моль).

Произведение размерностью Кулон/моль есть заряд, который содержит один моль ионов данного типа

---

# Электропроводность электролитов: зависимость от концентрации солей

---



# Электропроводность горных пород: промежуточный вывод

---

Рудные минералы: самородные, некоторые сульфиды, окислы и графит являются проводниками и полупроводниками.

Породообразующие минералы – “плохие” проводники.

Электропроводность пород связана с растворами, заполняющими поры: она тем больше,

- (1) чем больше пор,
  - (2) чем больше в порах воды и,
  - (3) чем больше концентрация ионов в воде.
-

# Удельное сопротивление пород: закон Арчи для полностью водонасыщенных терригенных коллекторов (первый закон Арчи)

---

$$\rho = F \rho_0$$

Сопротивление породы и воды - пропорциональны

$$F = n^{-a}$$

$F$  - параметр пористости (формационный фактор, Formation Factor  $2 < F < 100$ );  
 $a$  - коэффициент присущий формации ( $1.5 < a < 2.5$ )  $a \sim 2$

## Удельное сопротивление пород: закон Арчи для неводонасыщенных терригенных коллекторов (второй закон Арчи)

---

$$\rho = FS^{-b} \rho_0$$

Сопротивление породы и воды – по прежнему пропорциональны. Однако в неводонасыщенных породах оно возрастает обратно пропорционально насыщенности в некоторой степени  $b$

$S$  = Объем воды / Объем пор -  
водонасыщенность;

$b$  – коэффициент присущий формации  
( $1 < b < 2.5$ )  $b \sim 2$ ? **Еще требует уточнения!**

---

Законы Арчи допускают простое физическое истолкование:

удельное сопротивление породы:

(1) Прямо пропорционально удельному сопротивлению воды, содержащейся в ее порах длине токовых путей (извилистости пор)

(2) Обратно пропорционально доле сечения породы, которое занято водой.

Увеличение пористости и водонасыщенности приводит к уменьшению удельного сопротивления породы.

# Температурная зависимость сопротивления

---

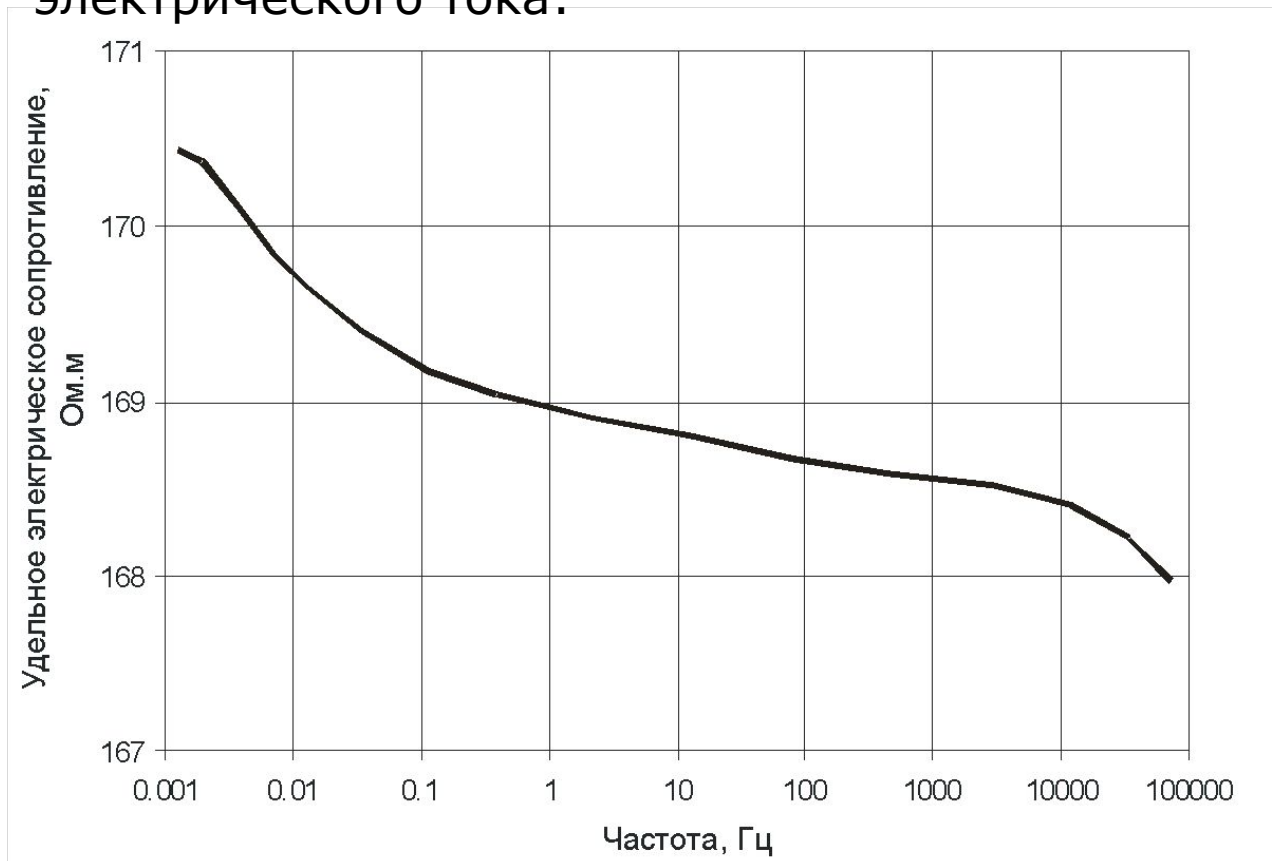
$$\rho(t) = \rho_{18} (1 + \alpha(18 - t))$$

где  $\rho$  – сопротивление при 18°C,  
 $\alpha$  – коэффициент, равный  $2.2 \times 10^{-2}$   
градус<sup>-1</sup>,  
 $t$  – температура (°C).

---

# 7.2.1 Вызванная поляризация

Измерим сопротивление при разных частотах электрического тока:

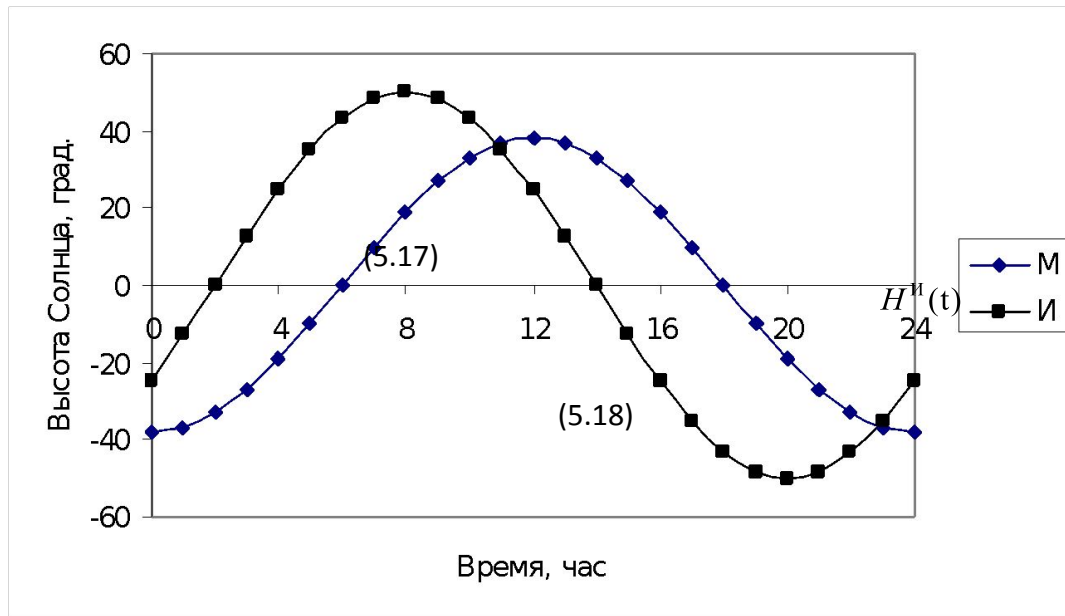


Зависимость абсолютной величины удельного электрического сопротивления песчаника от частоты тока



# Что такое фазовый сдвиг?

## Негеологический пример: как его описать математически?



Зависимость высоты стояния Солнца от времени для Москвы (М) и Иркутска (И)

Москва

$$\dot{H}^M(t) = H_0^M \sin(\omega t)$$

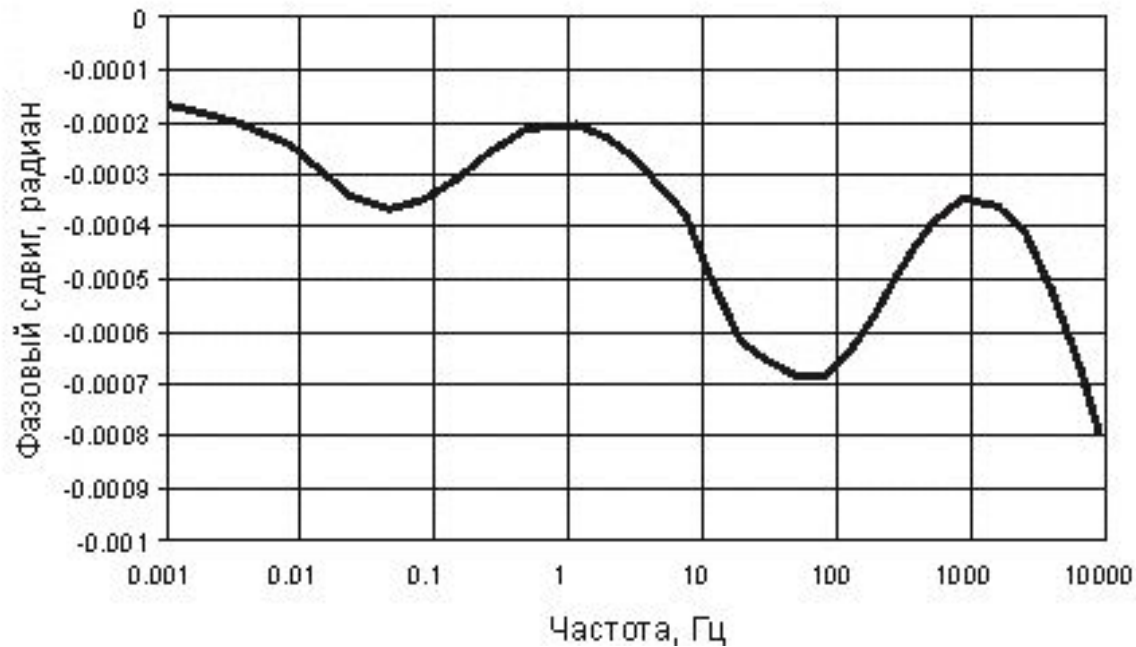
Иркутск

$$\dot{H}^I(t) = H_0^I \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{T} \varphi\right)$$

Фазовый сдвиг, радиан,  $\varphi$  в часах

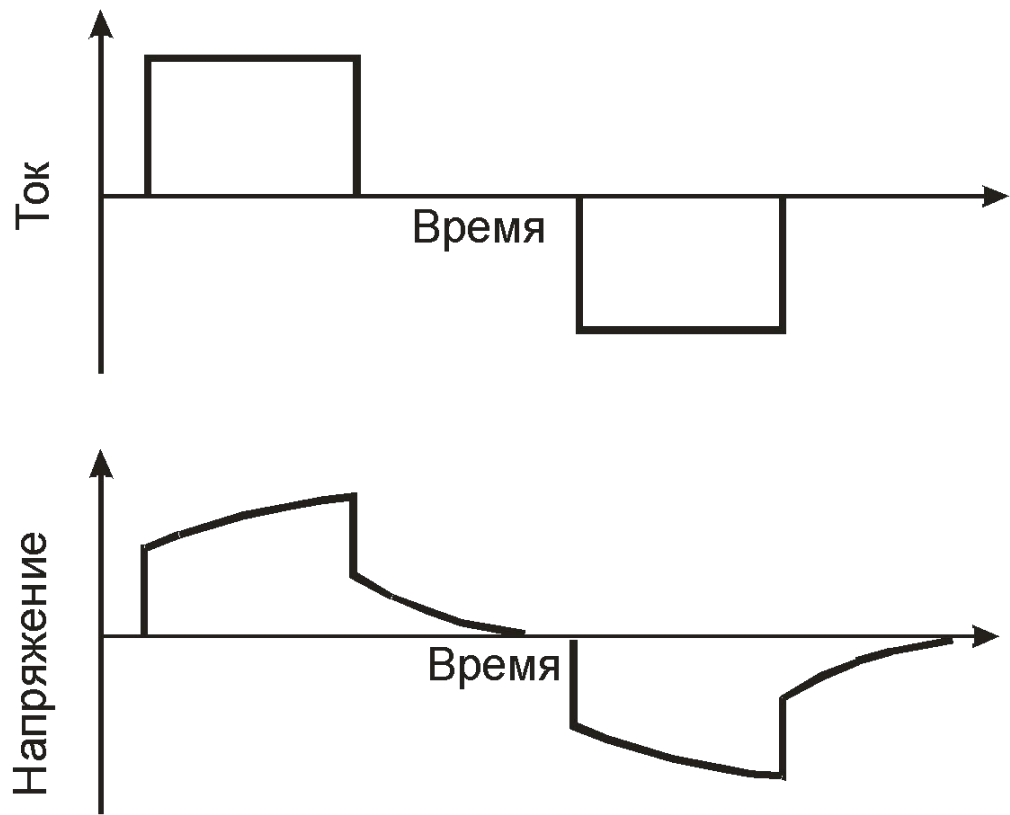
# Зависимость фазы удельного сопротивления от частоты

---



# Отклик напряжения на включение и выключение тока, проходящего в породах

---



---

Три эффекта:  
зависимость электропроводности от  
частоты,  
фазовый сдвиг между напряжением и  
ТОКОМ,  
а также существование остаточного  
напряжения отражают одно явление:  
вызванную поляризацию.

---

# 7.1.3. Спонтанная (естественная) поляризация

---

Законы  
ПОТОКОВ:

$$q = -\lambda \text{grad} T$$

Тепла  
(Фурье)

$$m = -D \text{grad} C$$

Количества вещества (диффузия,  
Фика)

$$w = -\frac{k}{l} \text{grad} P$$

Флюида (воды,  
Дарси)

$$j = -\sigma \text{grad} U$$

Заряда  
(Ома)

---

# Обобщенный закон потоков

---

$$j = -(\sigma \text{grad}U + l_t \text{grad}T + l_c \text{grad}C + l_p \text{grad}P)$$

Термоэл.  
эффект  
(Зеебека)

Потенциал  
течения

Электропроводность

Диффузионный потенциал

Можно записать для любого из потоков, не только для потока заряда

---

# Потенциал течения

$$j = -(\sigma \text{grad}U + l_p \text{grad}P)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} \equiv \frac{\partial U}{\partial z} \equiv \frac{\partial P}{\partial y} \equiv \frac{\partial P}{\partial z} \equiv 0$$

$$j = -\sigma \frac{\partial U}{\partial x} - l_p \frac{\partial P}{\partial x}$$

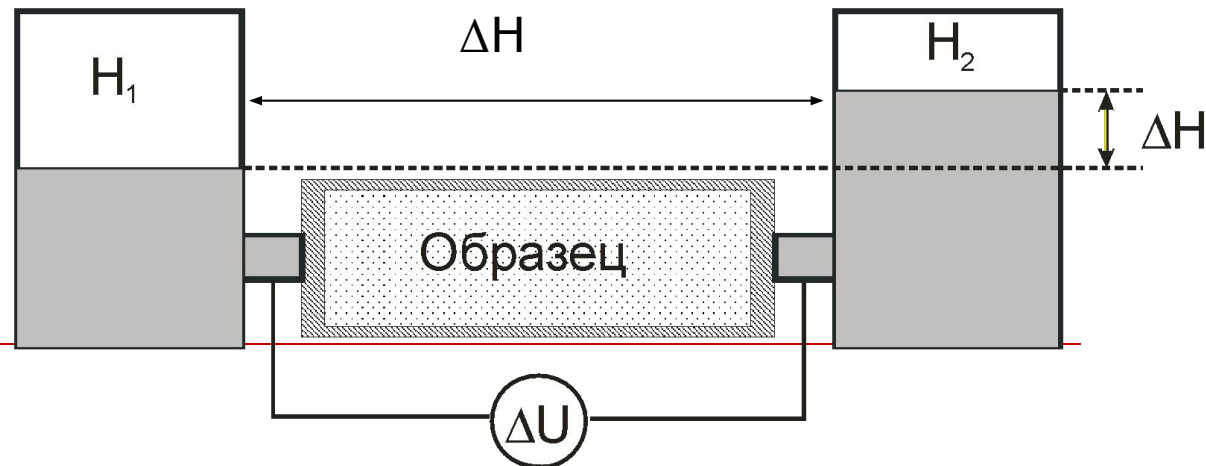
$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{l_p}{\sigma} \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\Delta U = -\frac{l_p}{\sigma} \Delta P$$

$$\Delta U = -\frac{l_p \delta g}{\sigma} \Delta H$$

$$P = \delta g H$$

$$C = -\frac{l_p \delta g}{\sigma}$$



---

Вода в порах содержит электрический заряд. Поэтому, при течении воды происходит перенос заряда, то есть возникает электрический ток и электрическое поле, которое называют потенциалом фильтрации.

---



# Диффузионный потенциал

$$j = -(\sigma \text{grad}U + l_c \text{grad}C)$$

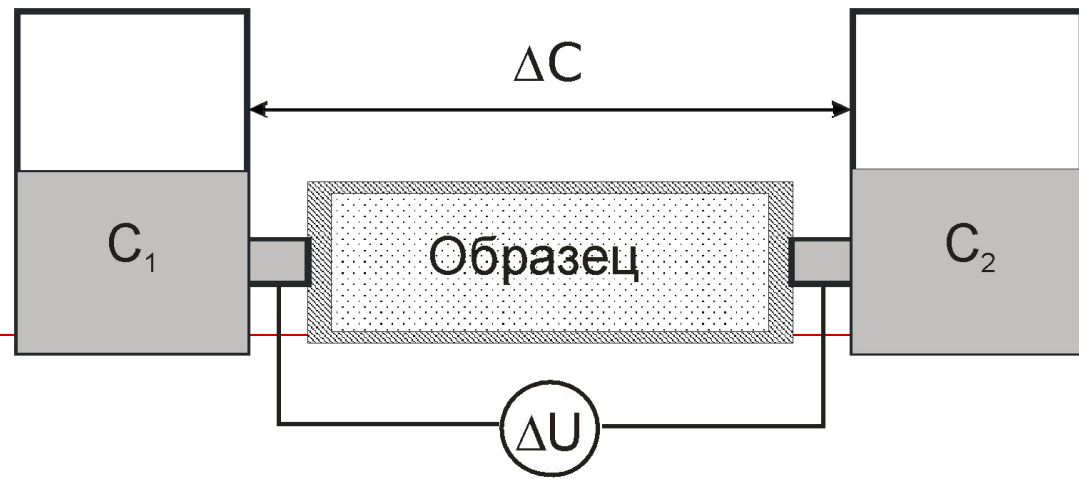
$$\frac{\partial U}{\partial y} \equiv \frac{\partial U}{\partial z} \equiv \frac{\partial C}{\partial y} \equiv \frac{\partial C}{\partial z} \equiv 0$$

$$j = -\sigma \frac{\partial U}{\partial x} - l_c \frac{\partial C}{\partial x}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{l_c}{\sigma} \frac{\partial C}{\partial x}$$

$$\sigma = \frac{z\Phi\beta}{F} C$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{l_c F}{z\Phi\beta} \frac{\partial \ln C}{\partial x}$$



# Интегрирование последнего выражения:

---

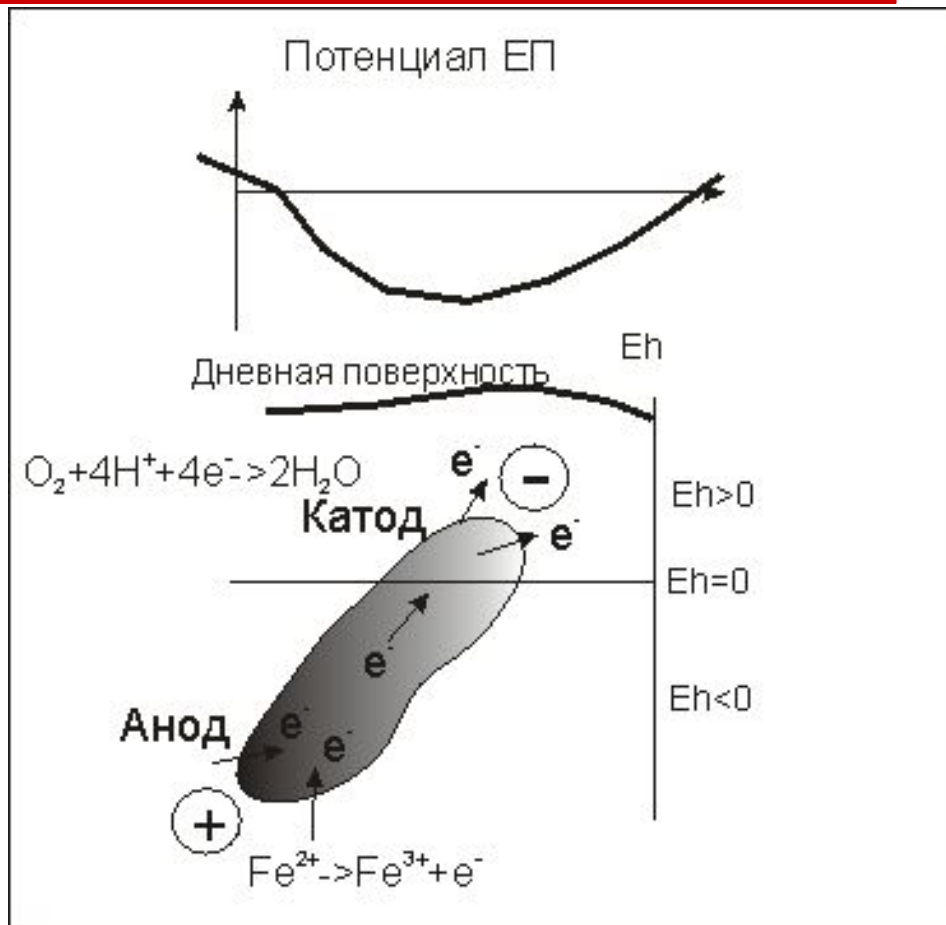
$$\Delta U = -\frac{l_c F}{z \mp \beta} \Delta \ln C = -\frac{l_c F}{z \mp \beta} (\ln C_2 - \ln C_1) = -\frac{l_c F}{z \mp \beta} \ln \frac{C_2}{C_1}$$

$$\Delta U = k_d \ln \frac{C_2}{C_1}$$

Ионы разного знака имеют разную подвижность, например, хлорид-ион быстрее иона натрия. При диффузии анионы “обгоняют” катионы, что ведет к разделению зарядов, а следовательно, к возникновению электрического поля – диффузионного потенциала.

---

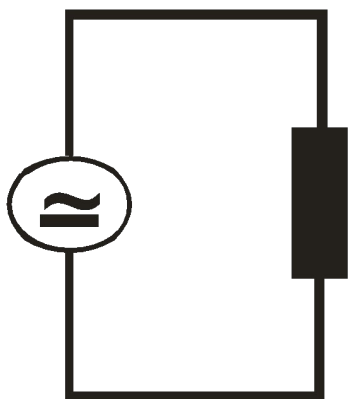
# Потенциалы электрической природы: естественные гальванические элементы



Geo-battery  
Гео-  
батарея

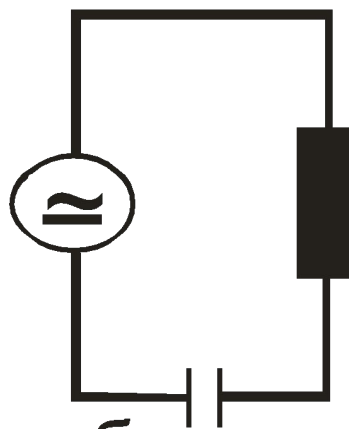
# 7.1.4. Электрическая индукция

---



а.

R



б.

$R - i/2\pi fC$

---

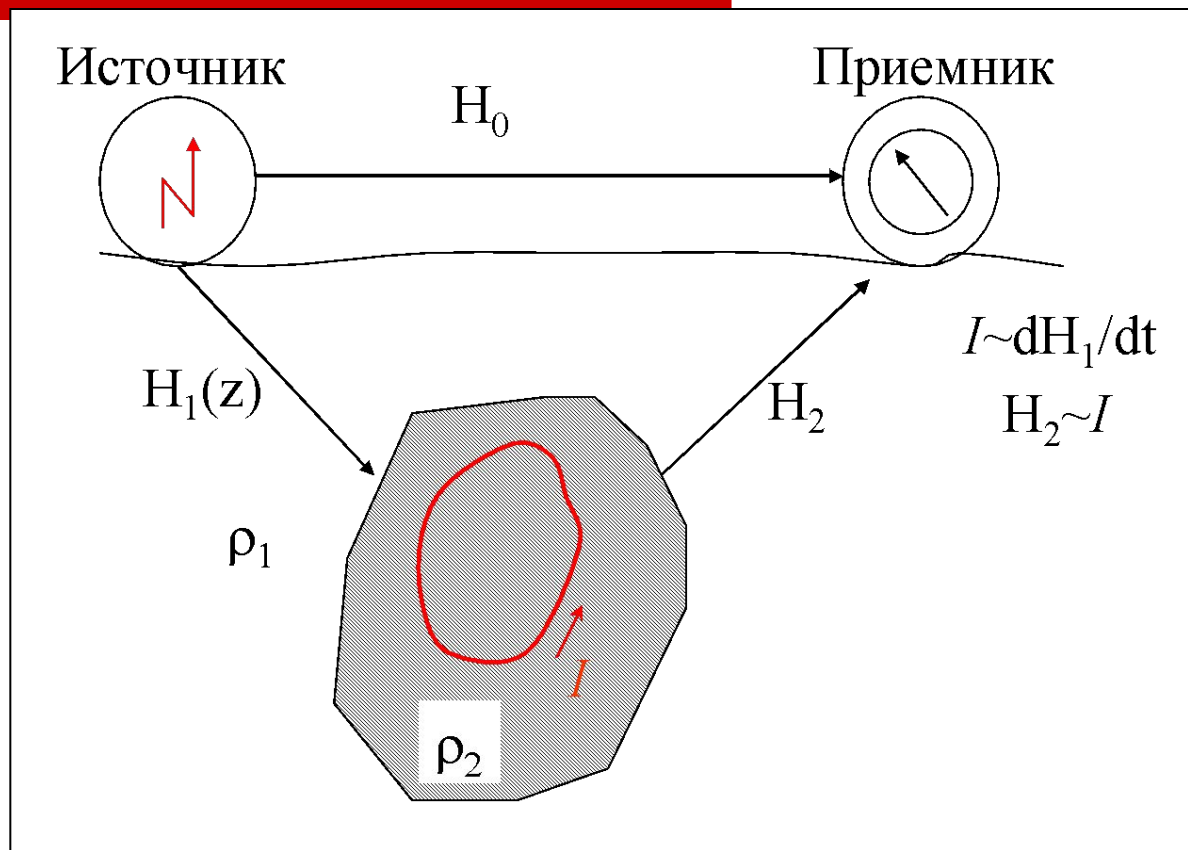
# Диэлектрическая проницаемость ответственна за емкость горных пород

---

Материал	$\epsilon$
Воздух	1
Вода	81
Лед	3.2
Кварц	3 – 4
Глина	25 – 40
Песок	20 – 30
Гранит	4 – 6
Сланец	5 – 15

---

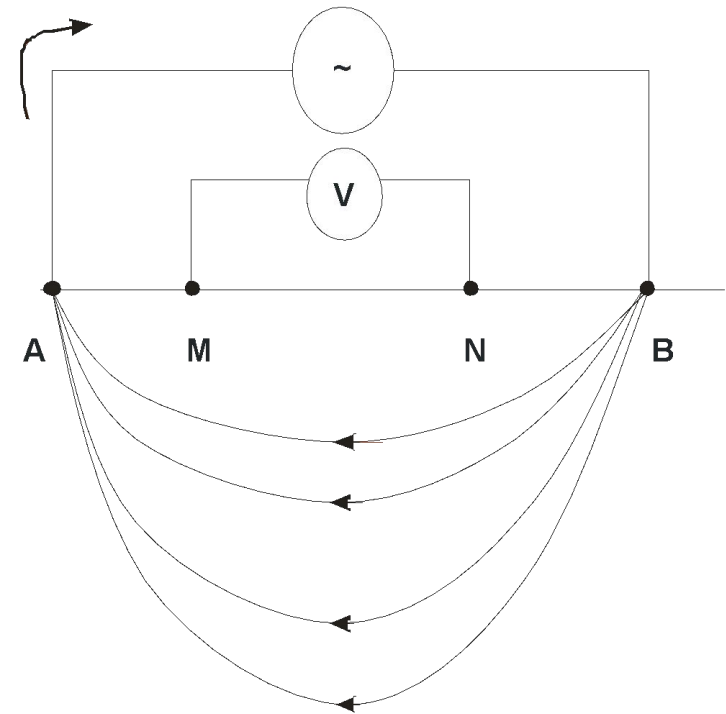
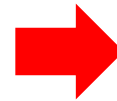
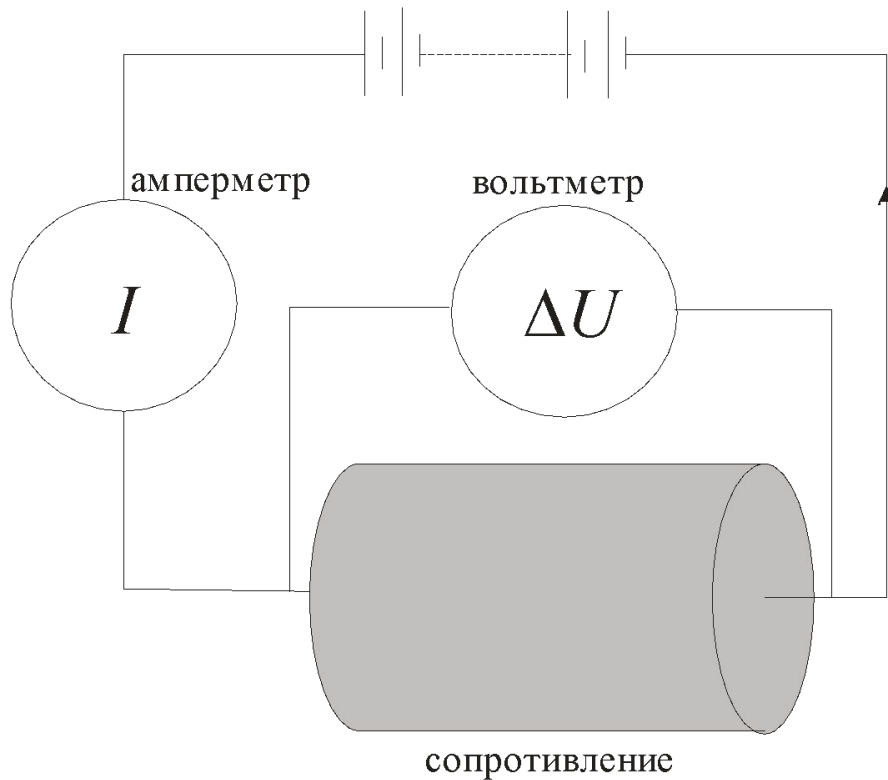
# 7.1.5. Электромагнитная индукция



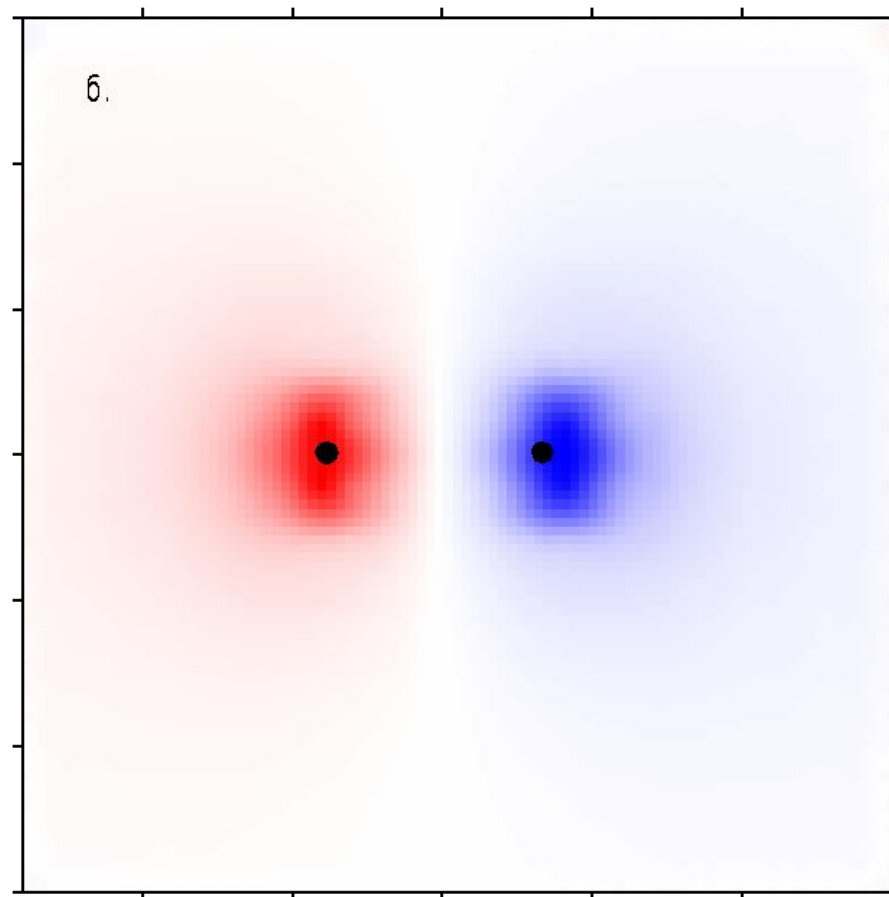
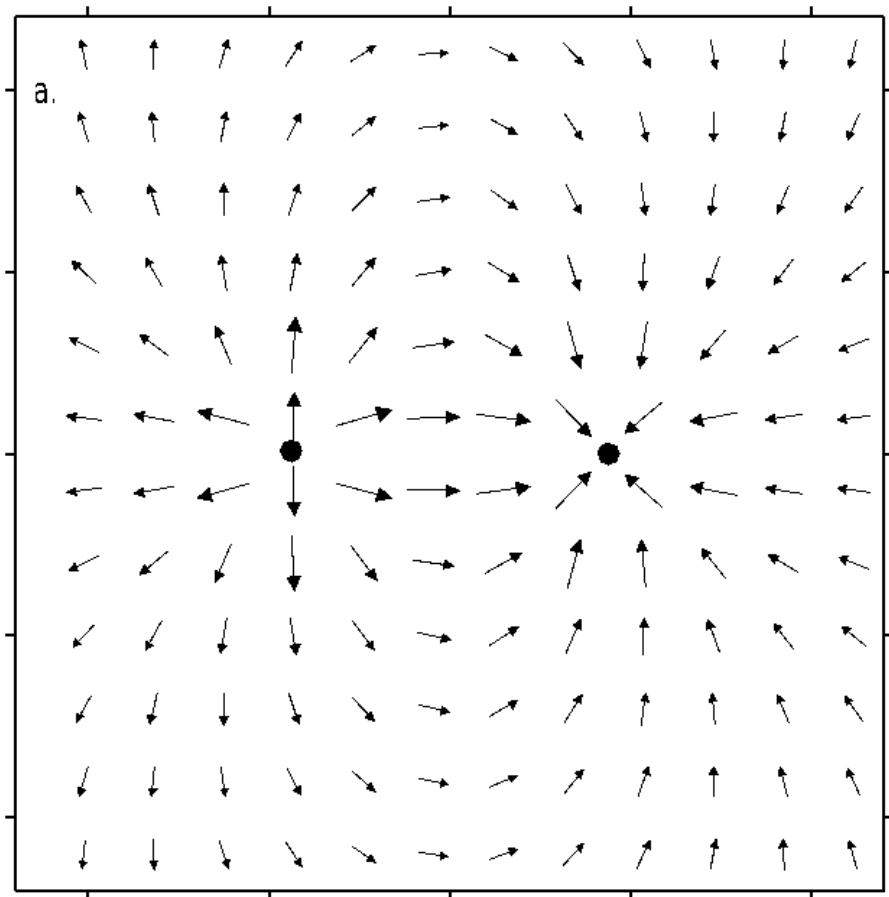
Электромагнитная индукция в Земле при наличии электропроводящего объекта ( $\rho_2 \ll \rho_1$ ).  $H_0$  - первичное магнитное поле источника,  $H_1$  - нормальное магнитное поле в Земле,  $H_2$  - вторичное магнитное поле, вызванное вихревыми электрическими

# 7.2 Метод сопротивления

---



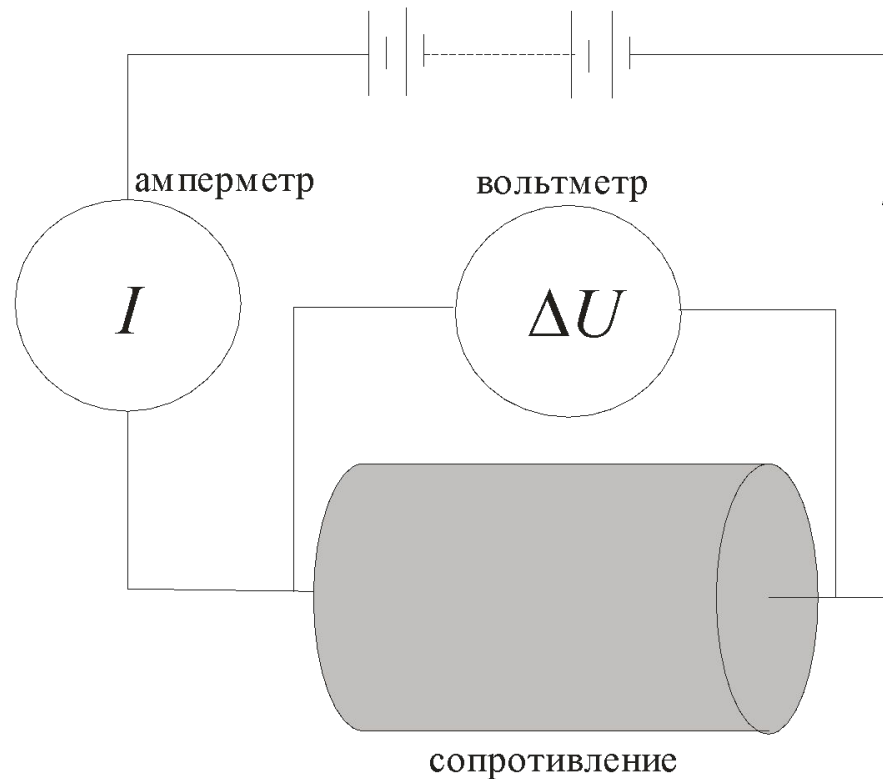
# Потенциал и горизонтальная компонента поля двух заземлений





# Как посчитать удельное сопротивление образца?

---

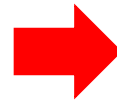


Как посчитать удельное сопротивление однородной Земли?

Однородная Земля

Неоднородная Земля

$$\rho = k \frac{U_{MN}}{I_{AB}}$$



$$\rho_k = k \frac{U_{MN}}{I_{AB}}$$

Коэффициент  
установки:  $2\pi$

$$k = \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN}}$$

**Кажущееся удельное электрическое сопротивление** – это эффективное удельное сопротивление, вычисленное по значениям напряжения в цепи MN и тока в цепи AB в предположении об однородности Земли

# От каких факторов зависит кажущееся сопротивление?

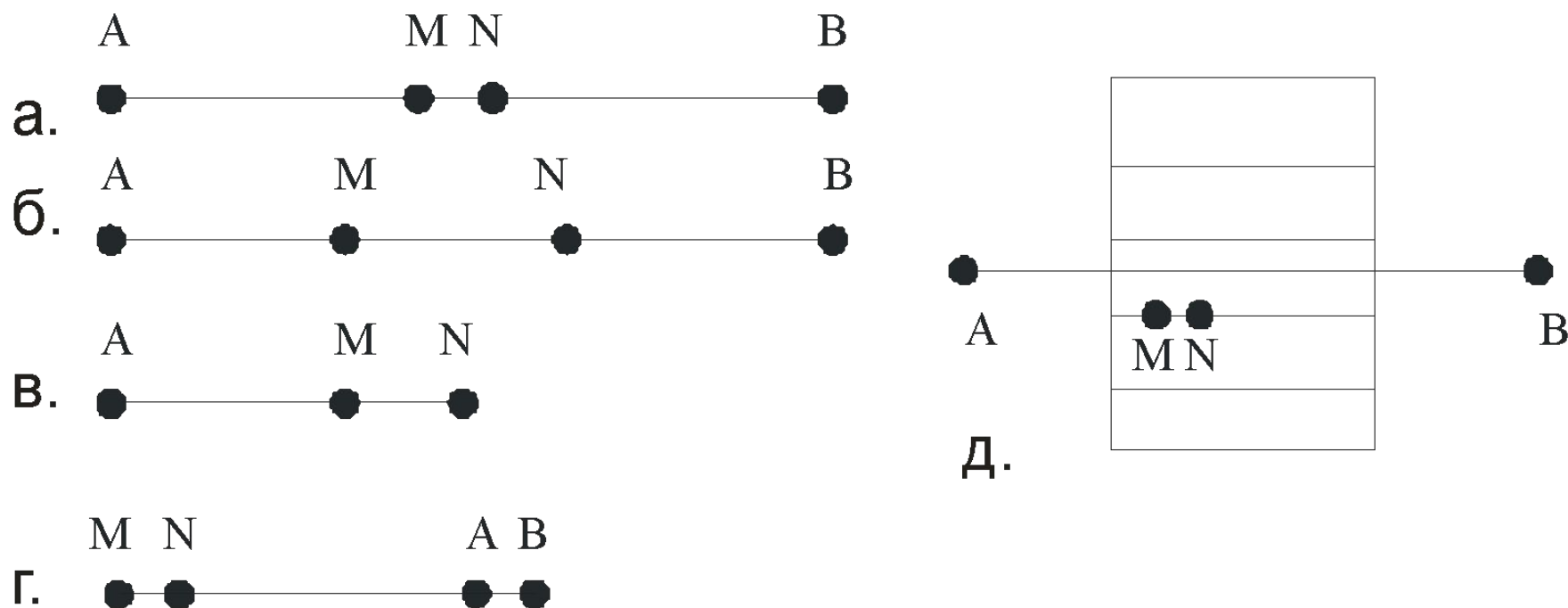
---

$$\rho_k = k \frac{U_{MN}}{I_{AB}} \sim U_{MN} \approx E \cdot MN \sim j\rho_{MN}$$

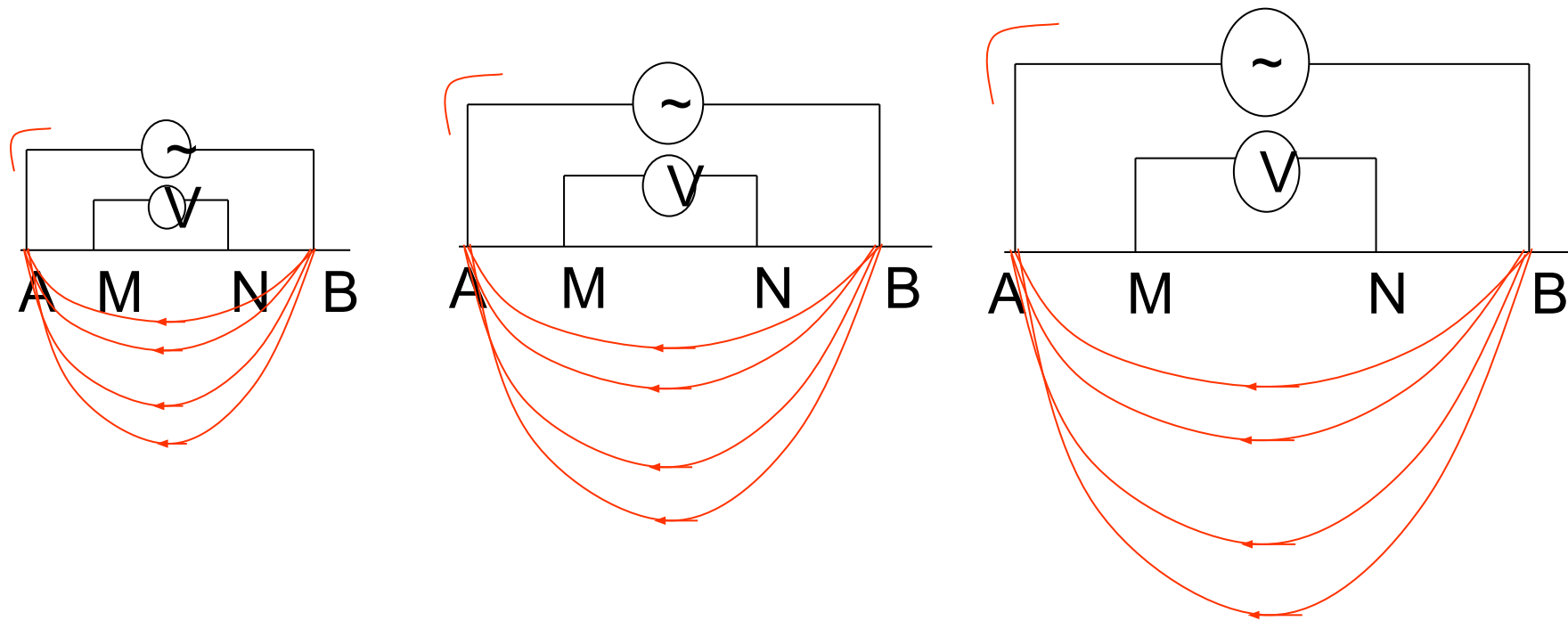
Зависит

- от плотности тока вблизи приемных электродов и
  - от среднего значения удельного сопротивления вблизи приемных электродов
-

# 7.2.1 Электропрофилирование

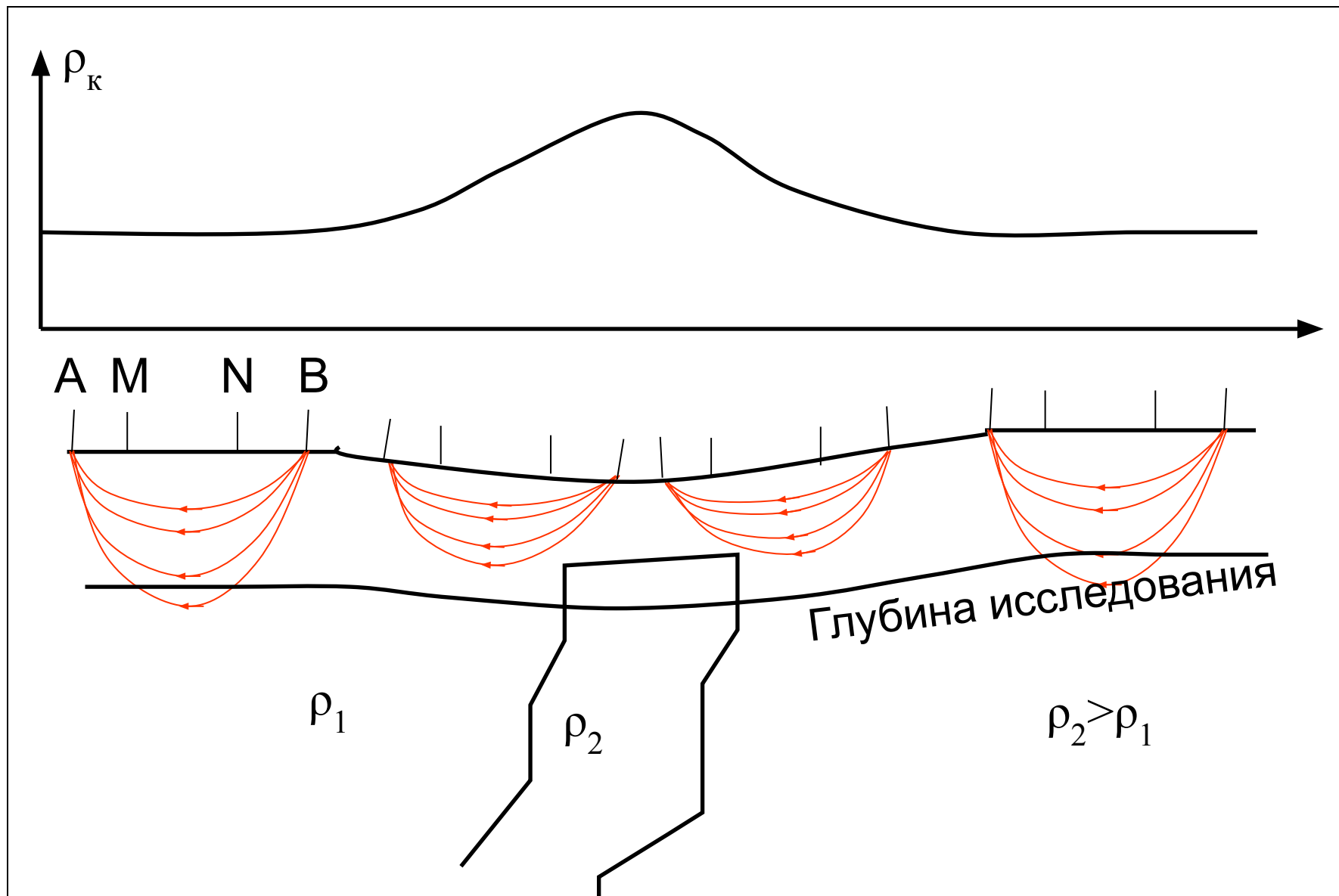


Установки: а – Шлюмберже, б – Веннера, в –  
— трехэлектродная, г – дипольная, д –  
срединного градиента



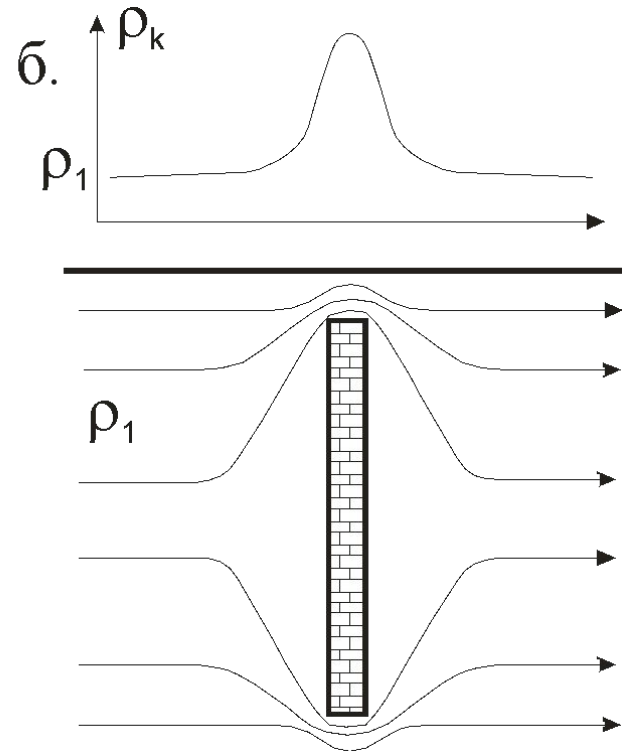
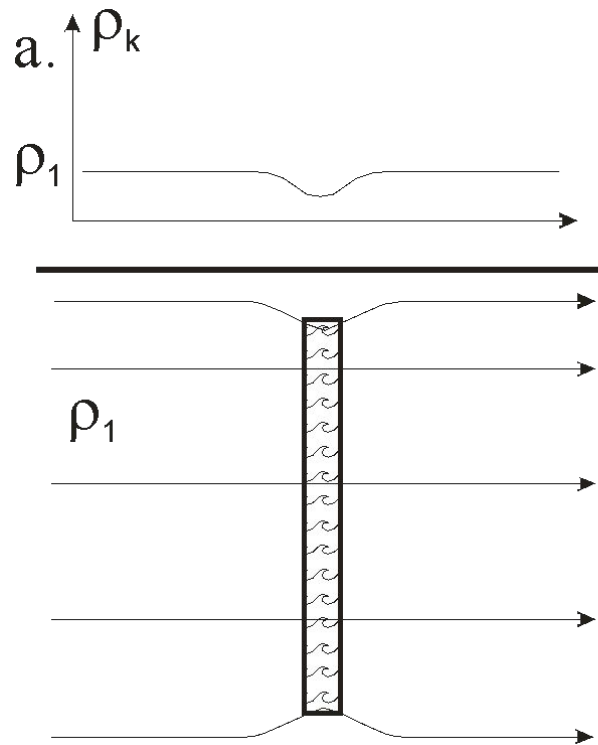
Расстояние между приемными и токовыми элементами установки позволяет изменять глубину исследования!

# Симметричное профилирование над телом высокого удельного сопротивления



Не все установки одинаково эффективны: так, если поле горизонтально, изоляторы хорошо видны, а проводники – нет!

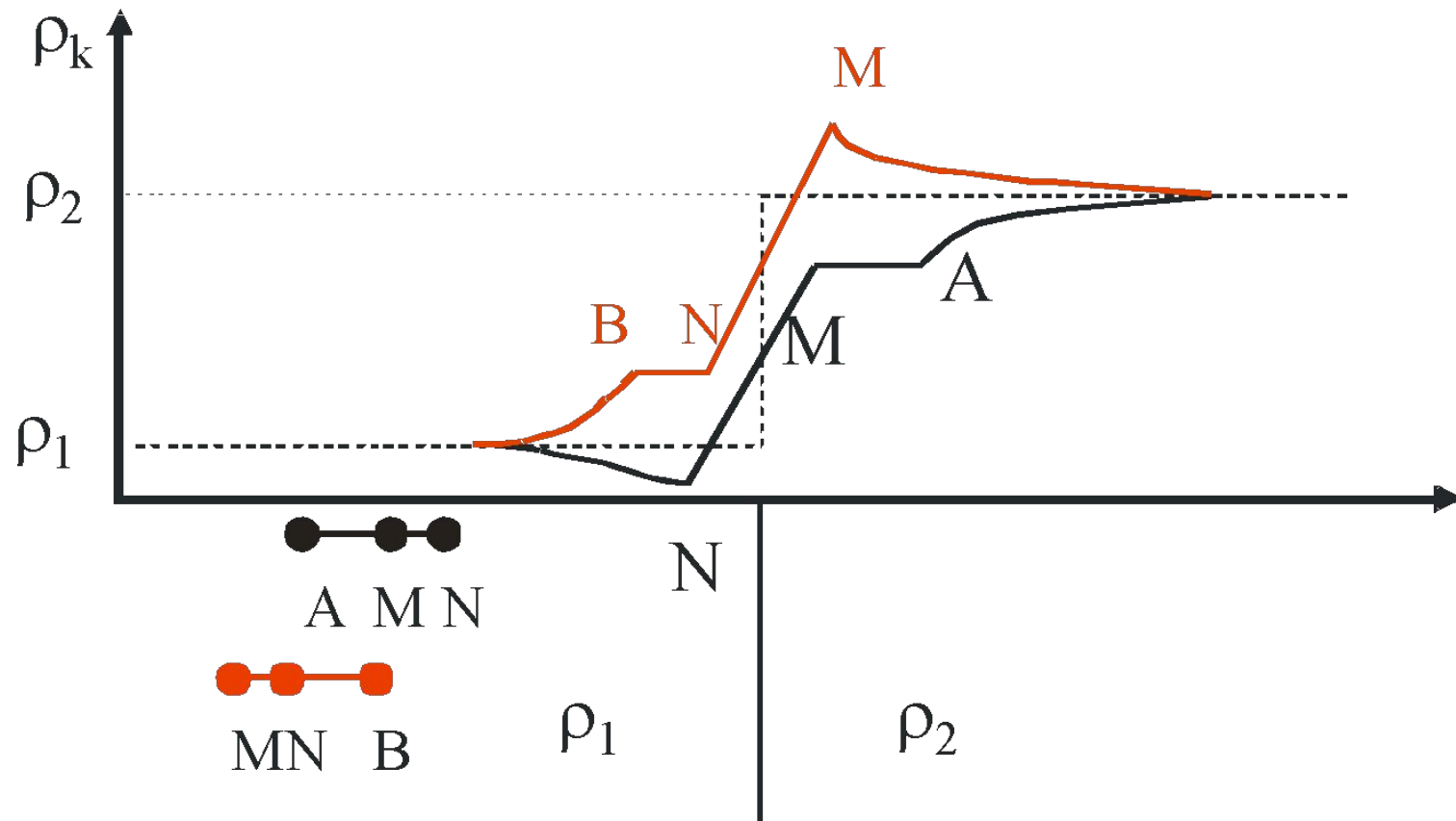
---



---

ТОК РАСПРОСТРАНЯЕТСЯ ПО ПУТИ НАИМЕНЬШЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ!

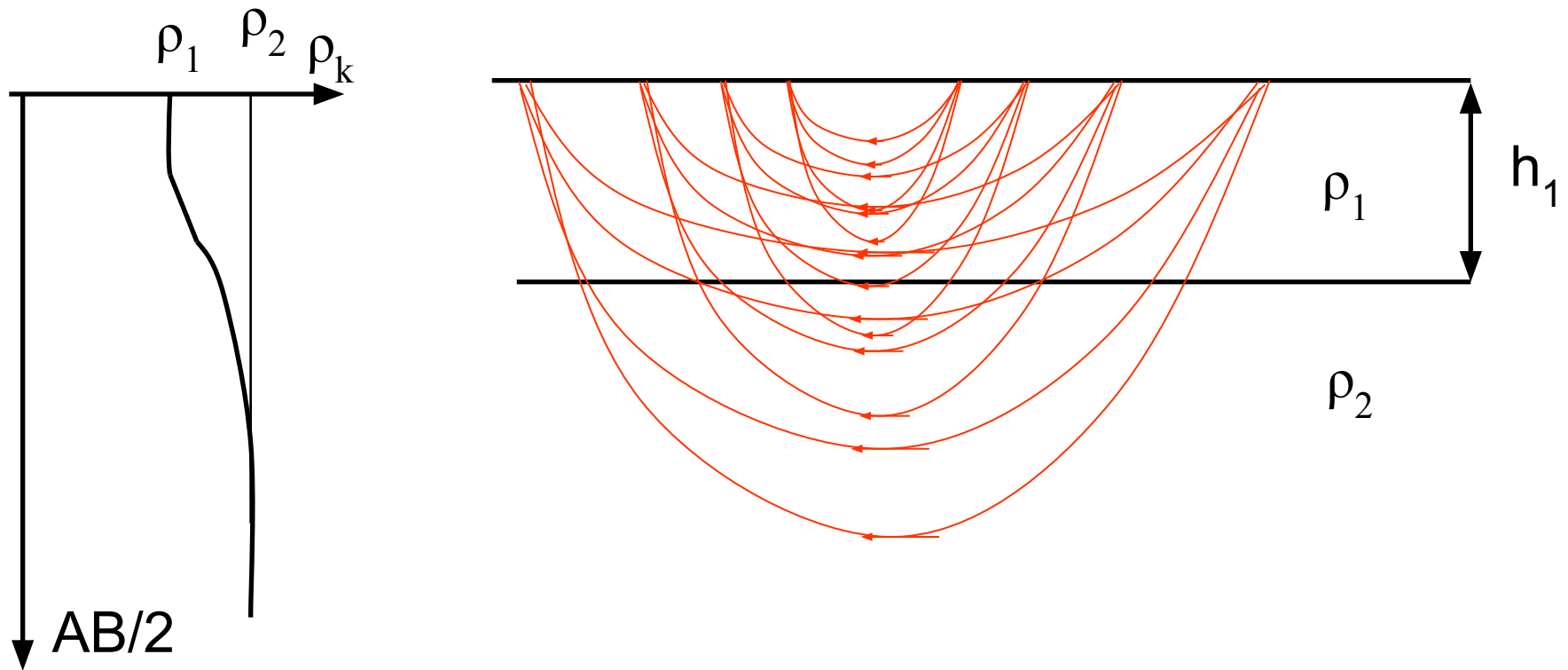
# Электропрофилирование над контактом пород





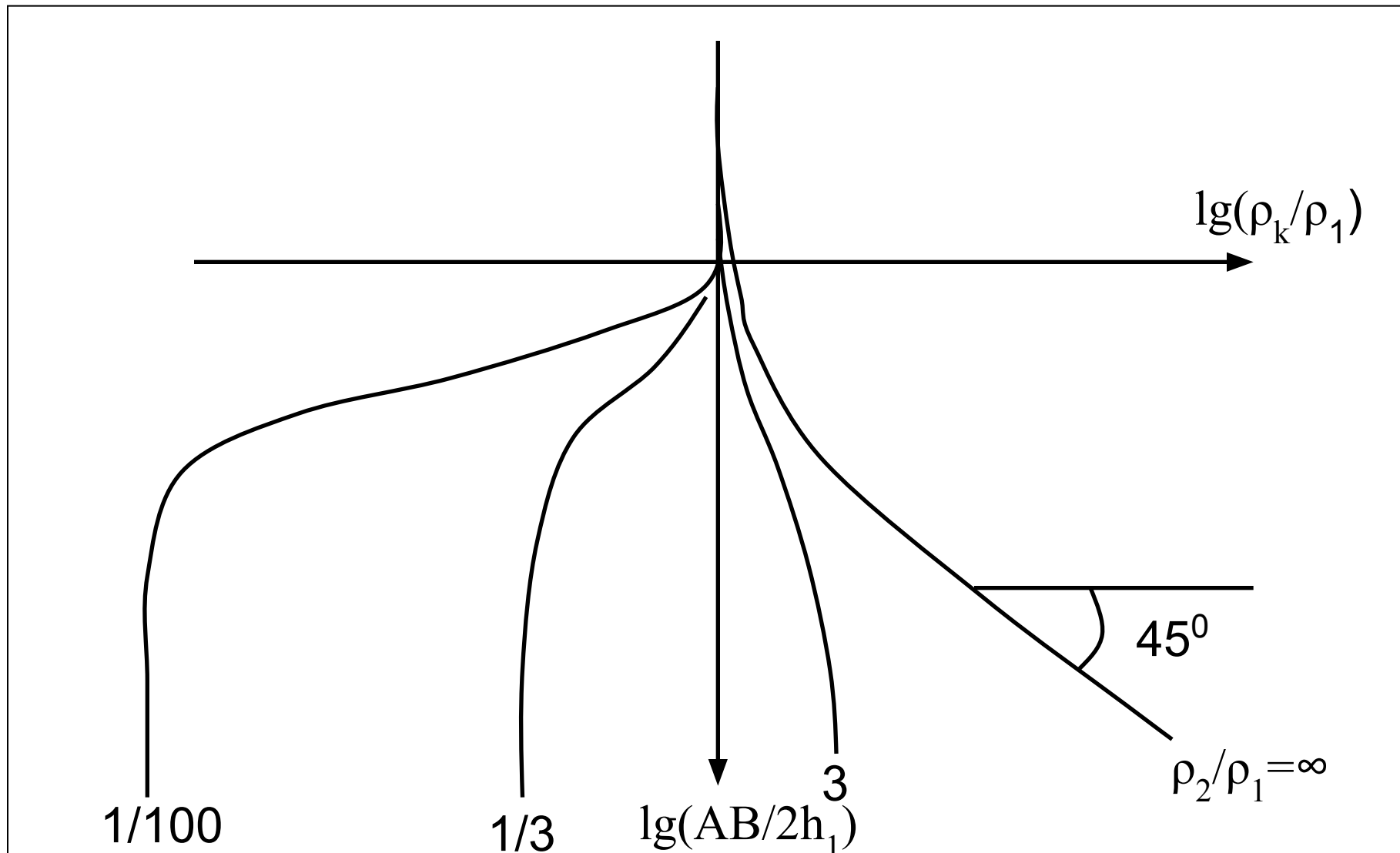
# 7.2.2 Электрическое зондирование

---

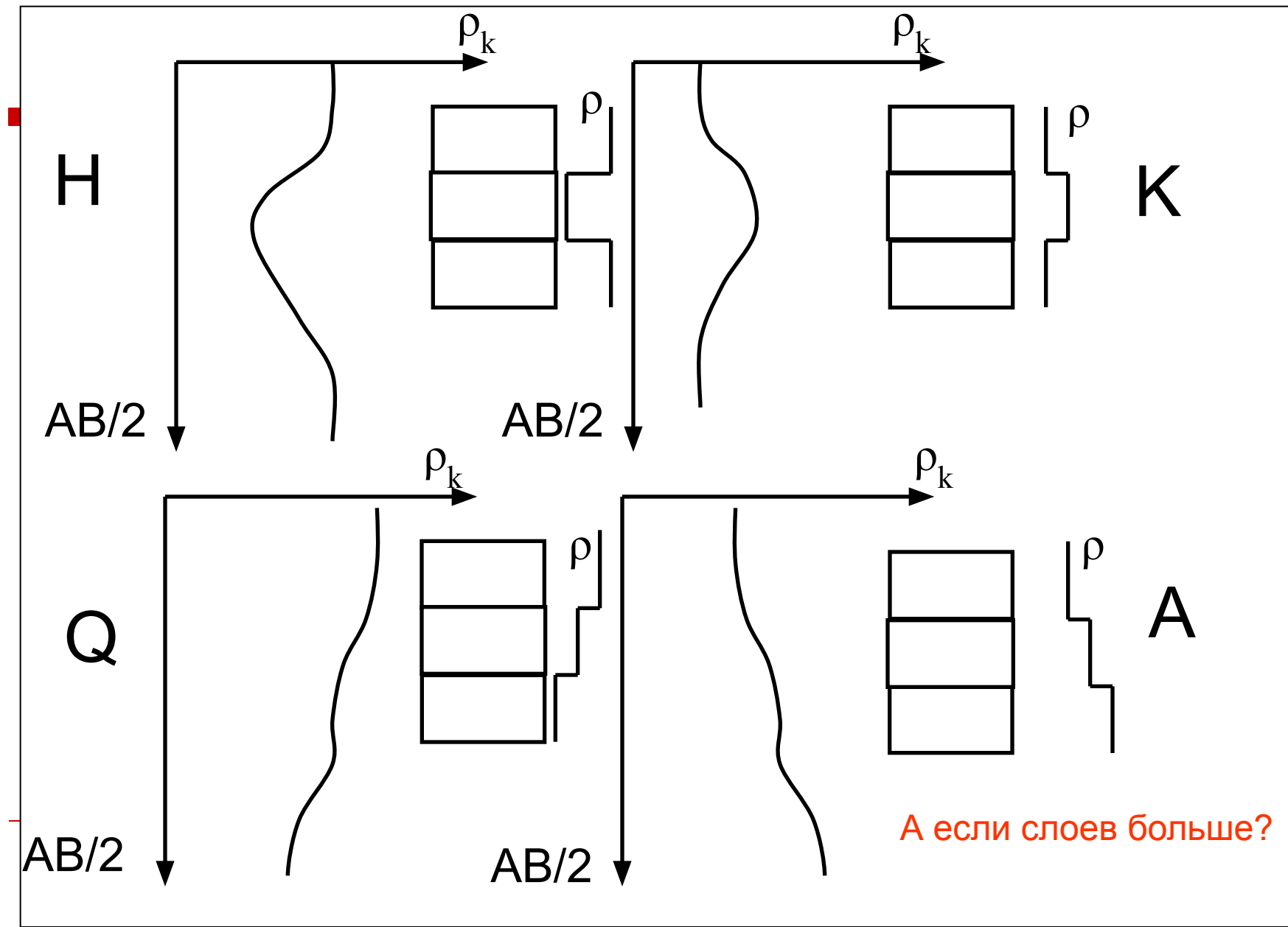


- 
- Электрическое зондирование используют для изучения слоистых сред. При этом глубина исследования изменяется за счёт изменения расстояния между приёмными и питающими элементами установки.
-

# Двухслойная среда

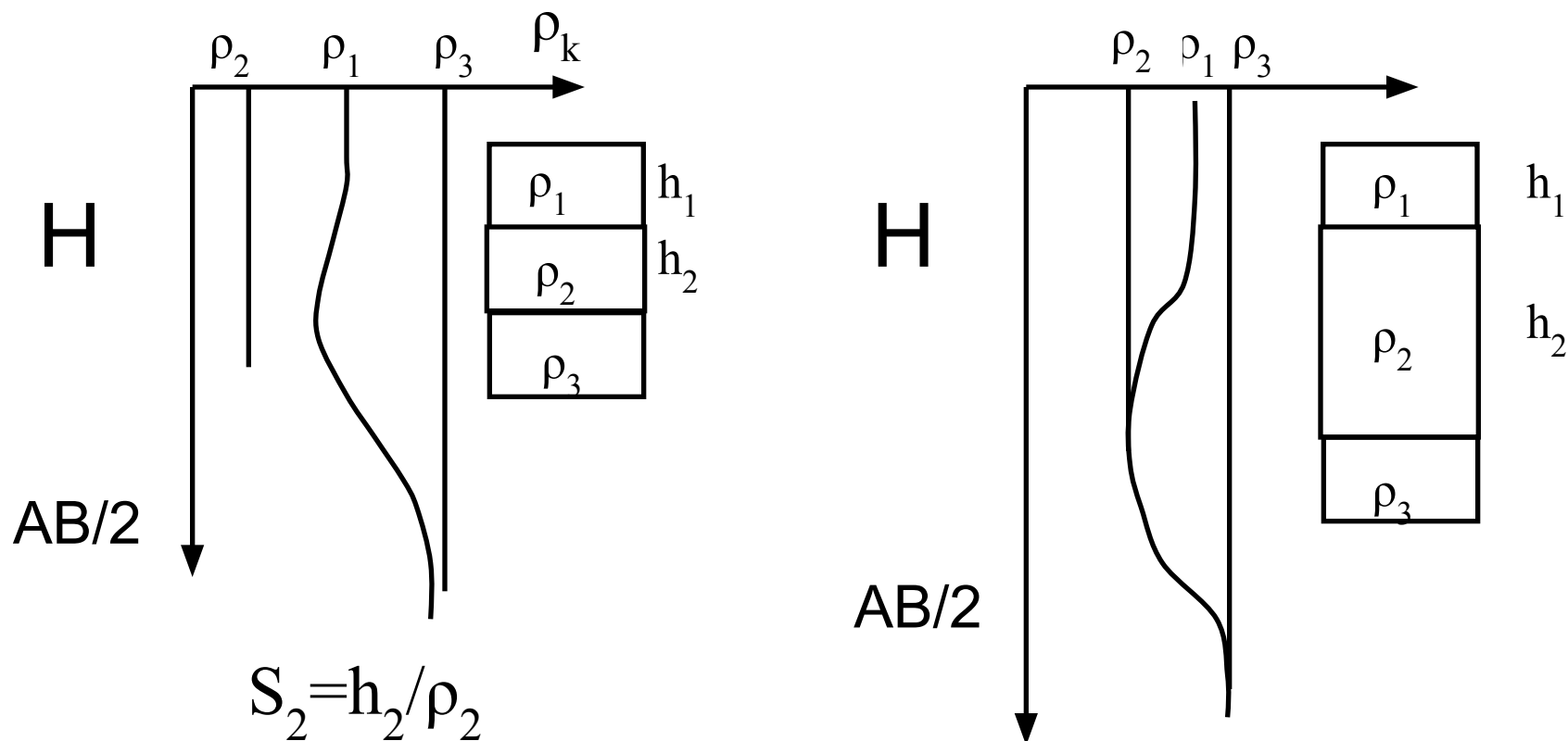


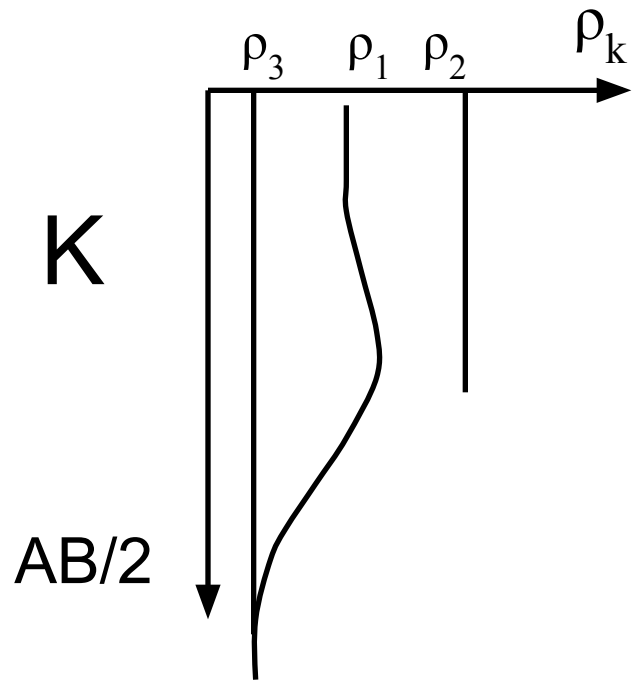
# Трехслойная среда



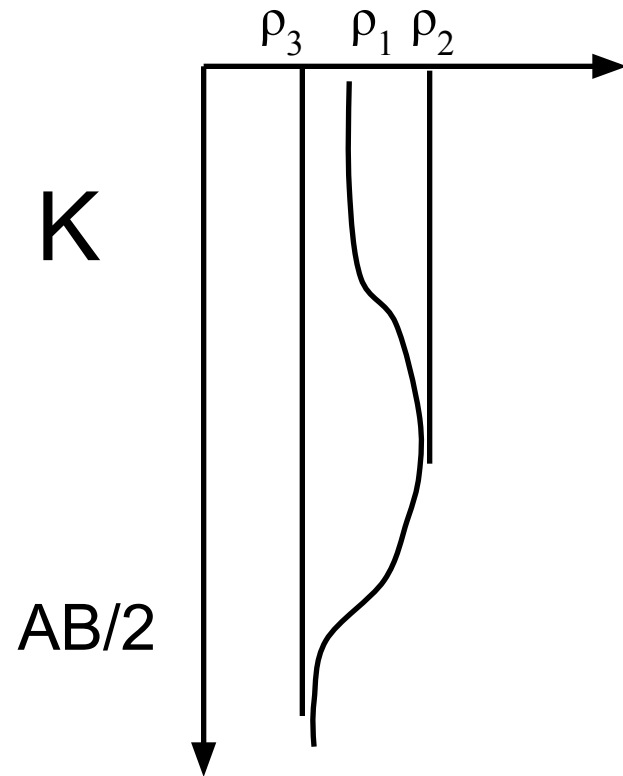
# 6.2.6 Эквивалентность кривых ВЭЗ

---

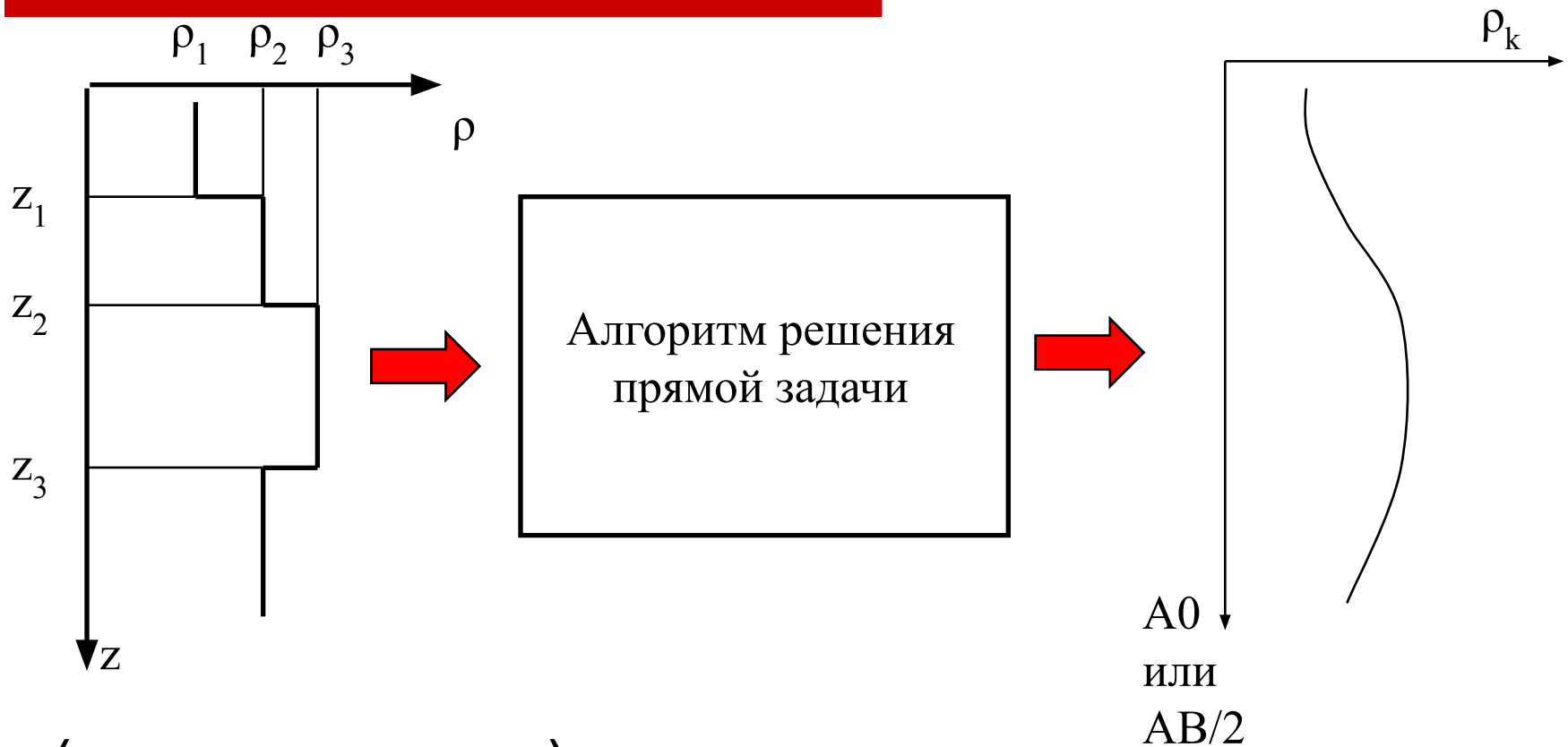




$$T_2 = h_2 \rho_2$$



# Вычисление кривых ВЭЗ (прямая задача)



$$\mathbf{p} = (\rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \dots z_1 z_2 z_3 \dots)$$

# Принцип автоматической интерпретации

$$|\mathbf{p}_k^u - \mathbf{p}_k^e| = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\ln \rho_{ki}^u - \ln \rho_{ki}^e)^2}{N}}$$

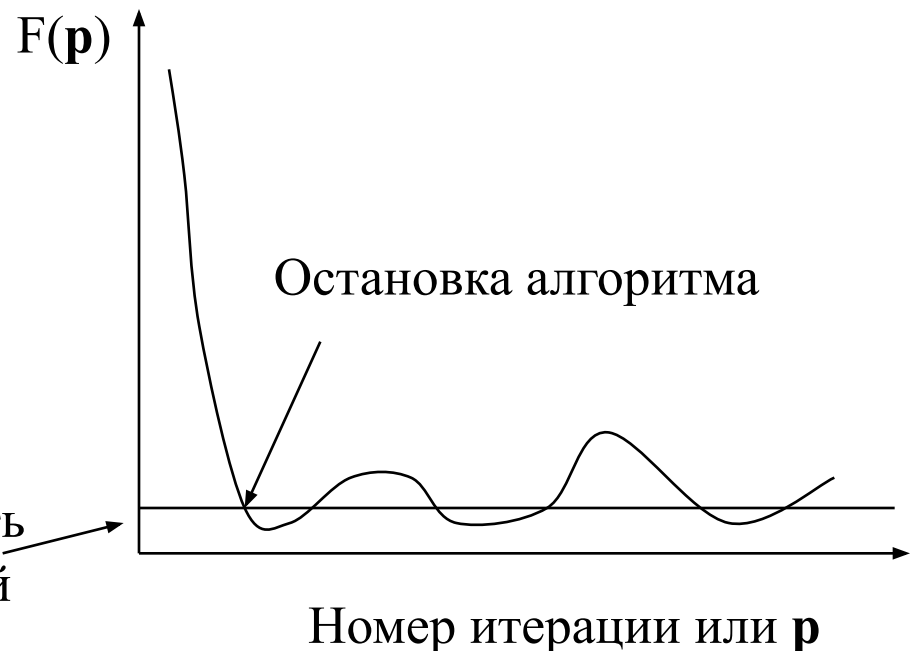
Мера уклонения наблюдаемых и вычисленных значений

$$F(\mathbf{p}) = |\mathbf{p}_k^u - \mathbf{p}_k^e| + \alpha |\mathbf{p} - \mathbf{p}_0| \rightarrow \min$$

Функционал  
невязки

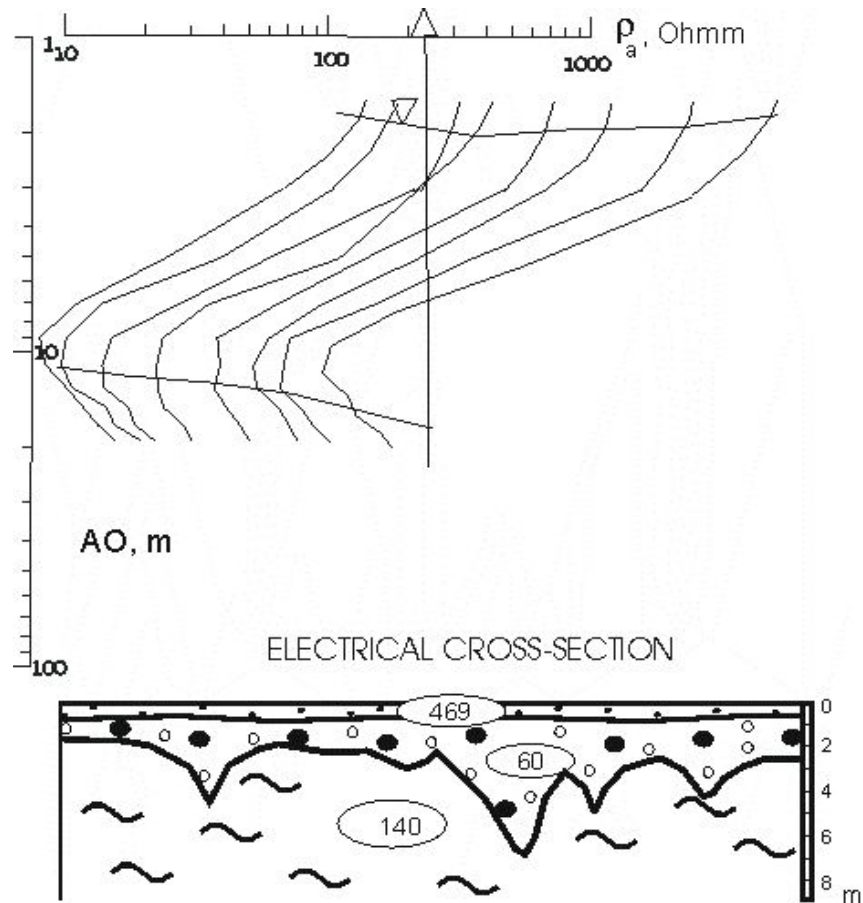
Стабилизирующий  
функционал

Погрешность  
наблюдений



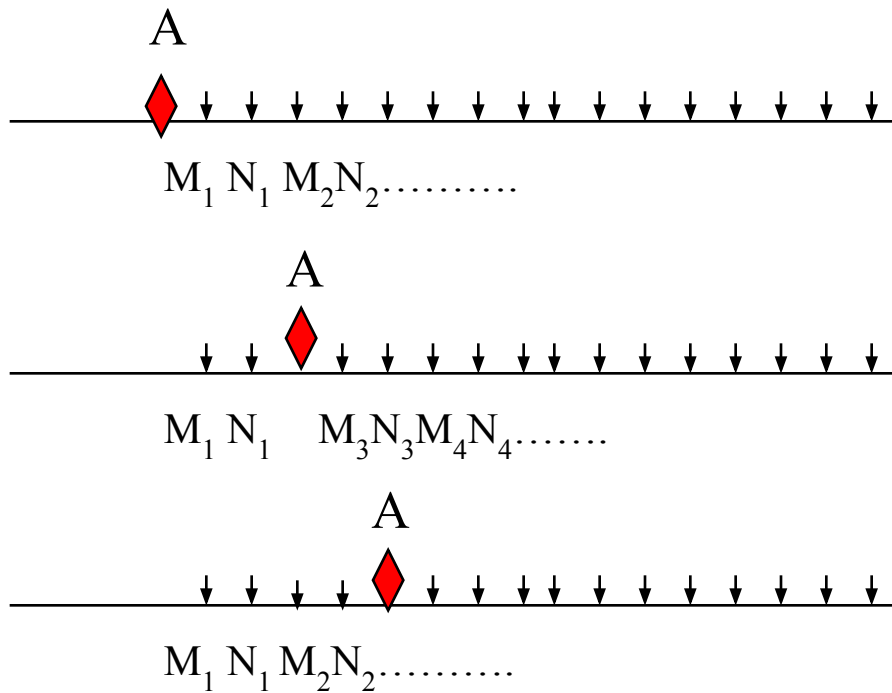


# Пример результатов ВЭЗ



# 7.2.3 Электрическая томография

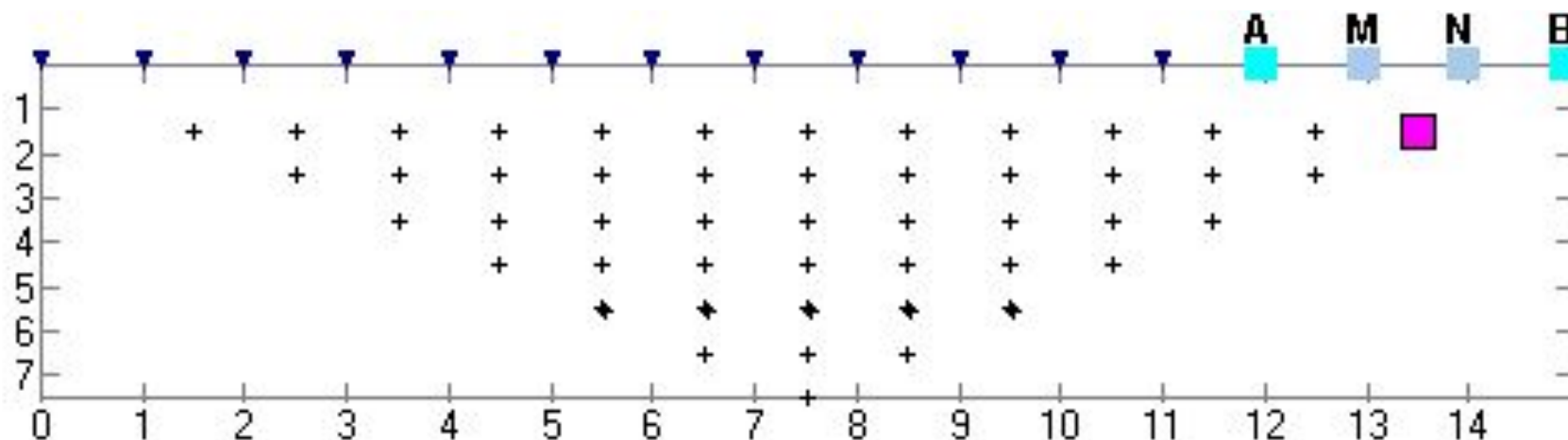
---



Измерять поле во многих местах при фиксированном положении источника, затем, - перемещать источник и вновь многократно измерять поле. “Подсвечивать неоднородности при разном положении фонарика”

# Реализация на основе установок Веннера-Шлюмберже

---



# Многоканальная м



# Движущая наземная установка

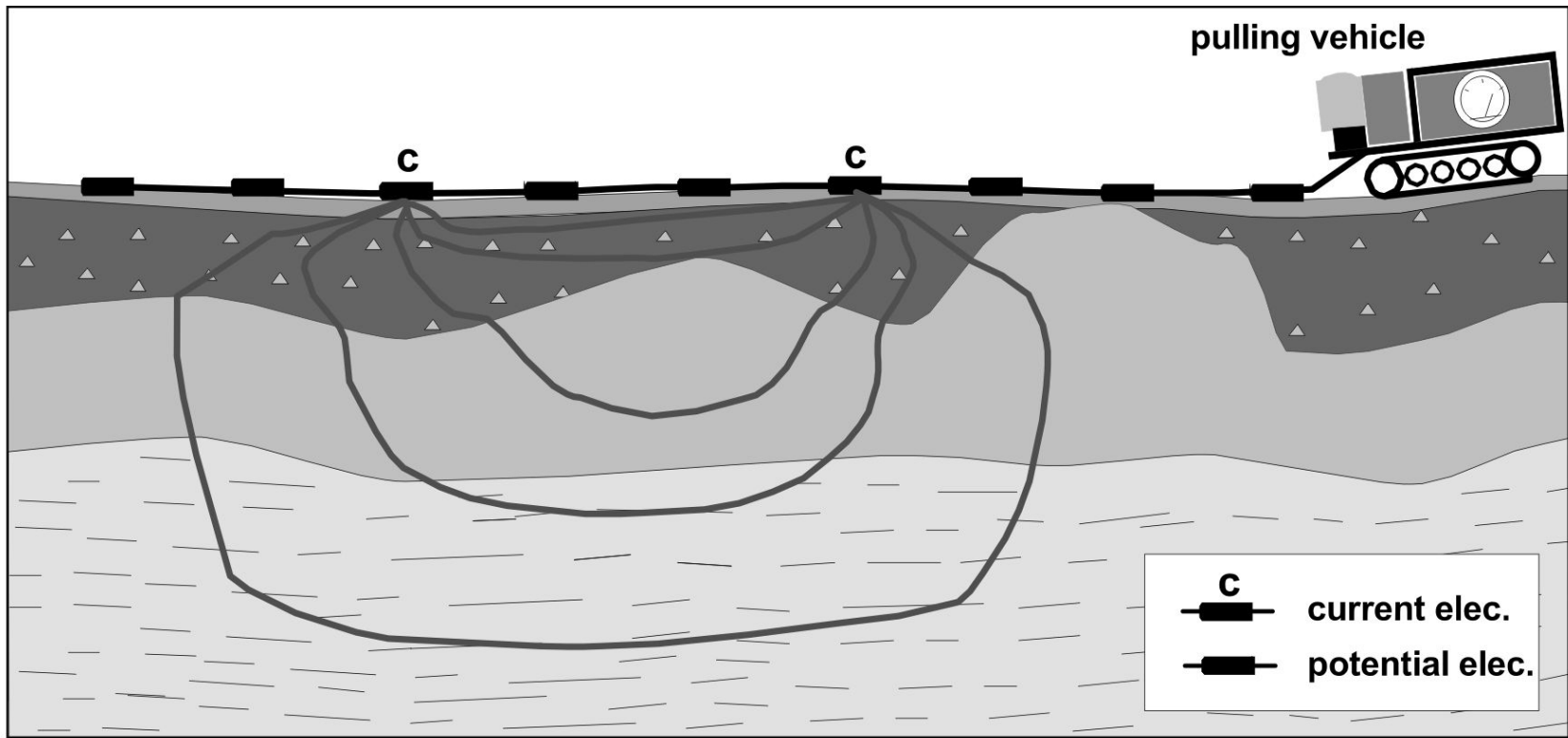


Figure 2.4. The Aarhus Pulled Array System. The system shown has two current (C) electrodes and six potential electrodes (Christensen and Sørensen 1998, Bernstone and Dahlin 1999).

# Установка на акватории

---

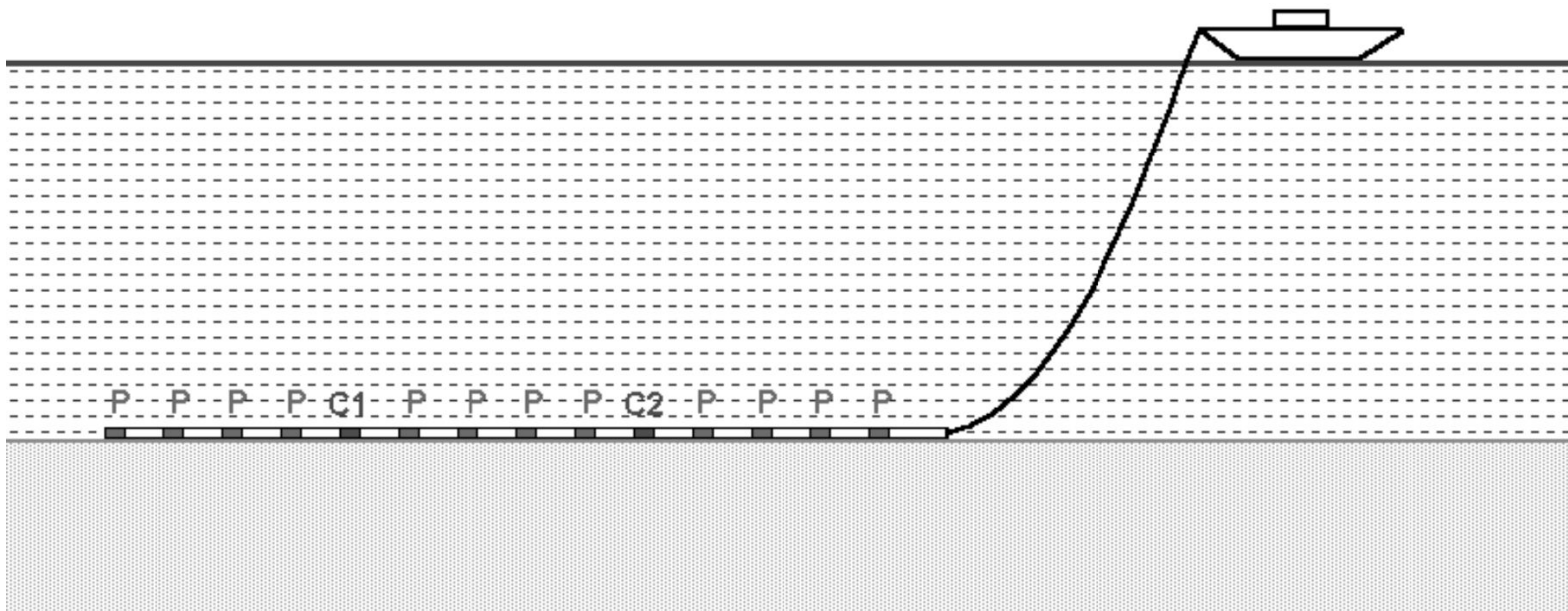
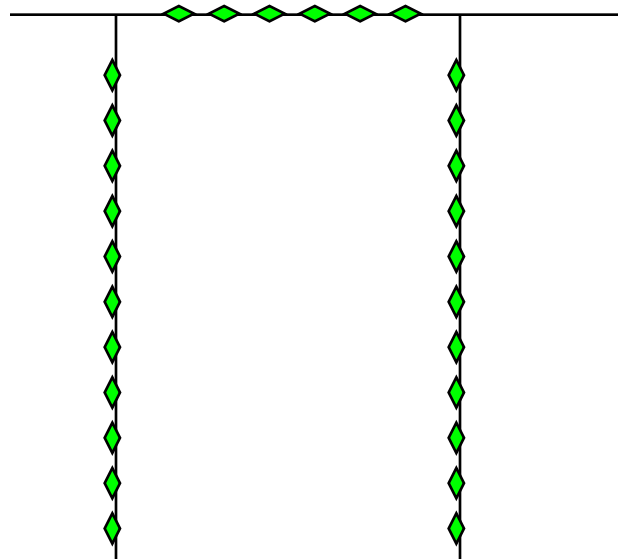


Figure 2.6. Schematic diagram of a possible mobile underwater survey system. The cable has two fixed current electrodes and a number of potential electrodes so that measurements can be made at different spacings. The above arrangement uses the Wenner-Schlumberger type of configuration. Other configurations, such as the gradient array, can also be used.

---

# Межскважинная конфигурация

---

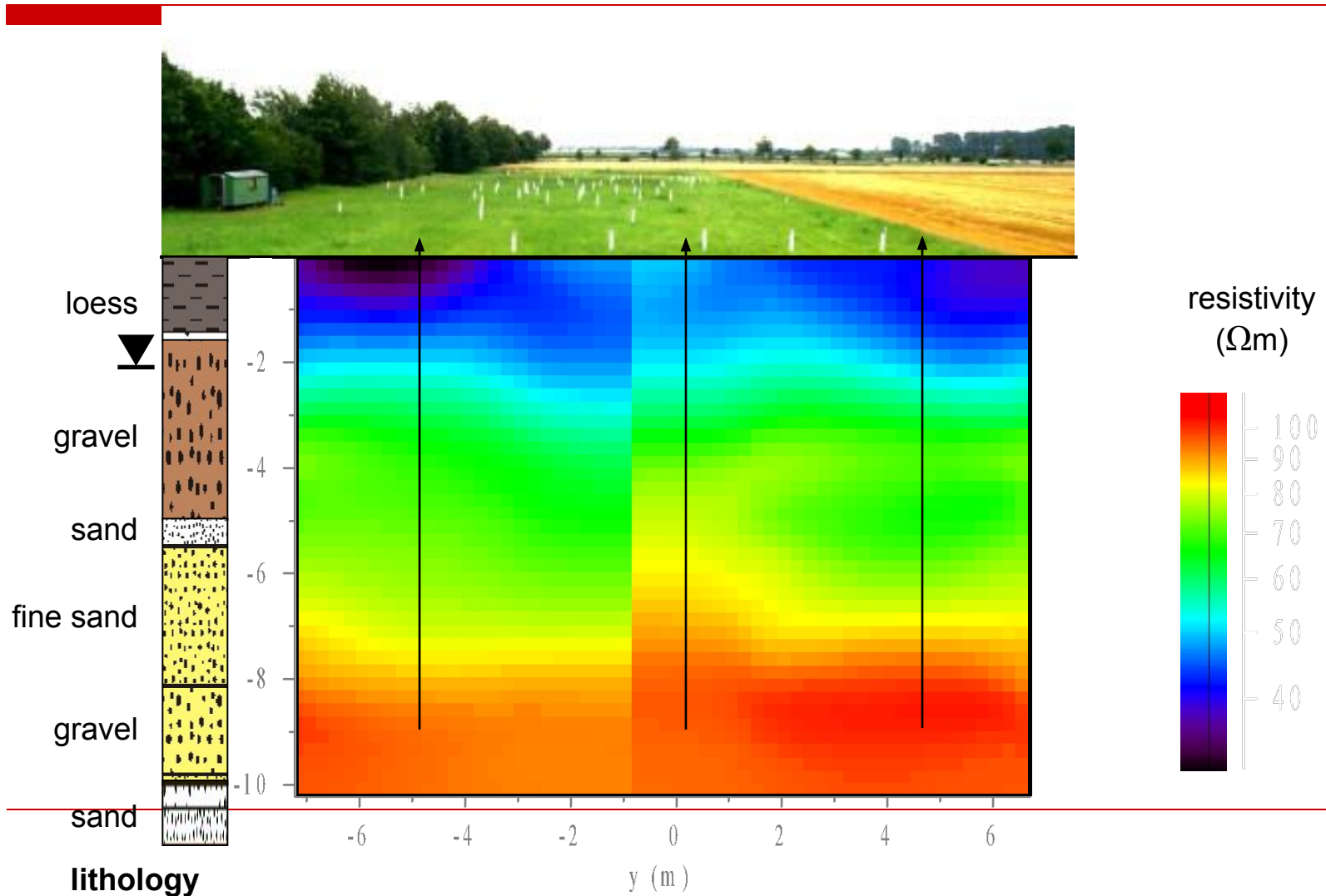


Каждая пара (например, соседних) электродов попеременно бывает как приемной, так и питающей.

---

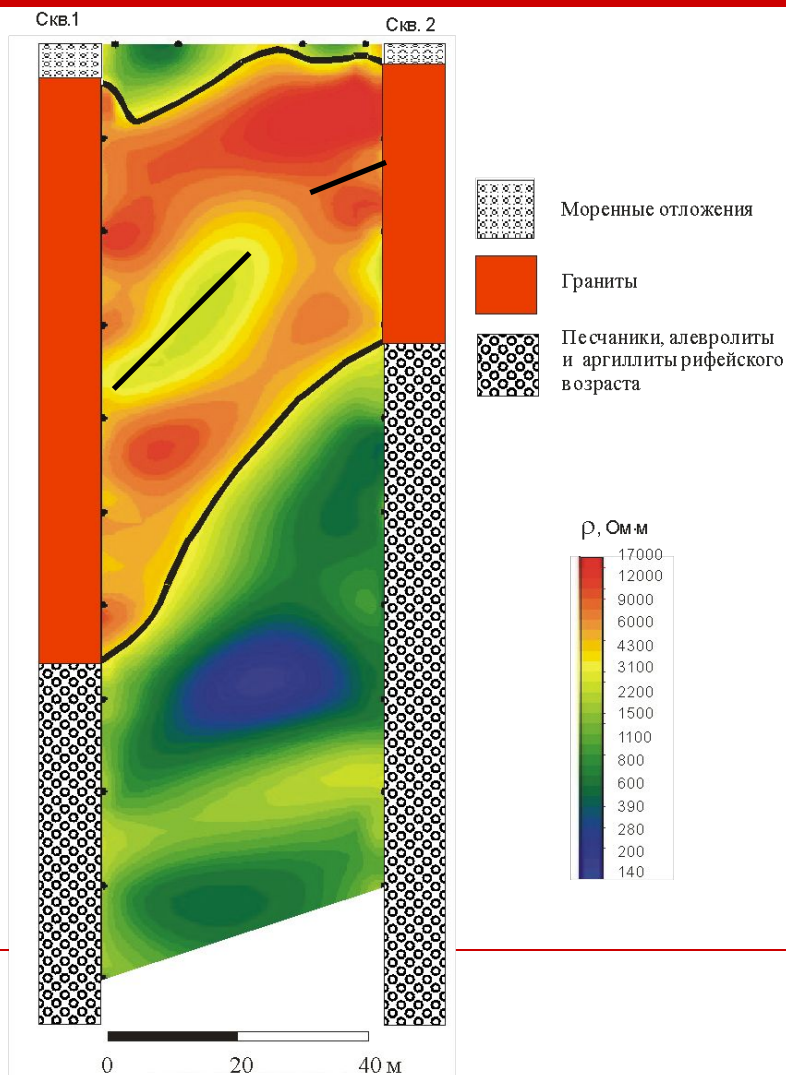
# Результаты высокого разрешения...

(Краутхаузен, Германия, 2003, детальное распределение литологии четвертичных отложений)





# Результаты высокого разрешения... (Картирование в объеме границ и внутреннего строения интрузии, п-в Средний, РФ)



...даются дорогой ценой!

